高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

静电场中的导体

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

极强：导体，如金属

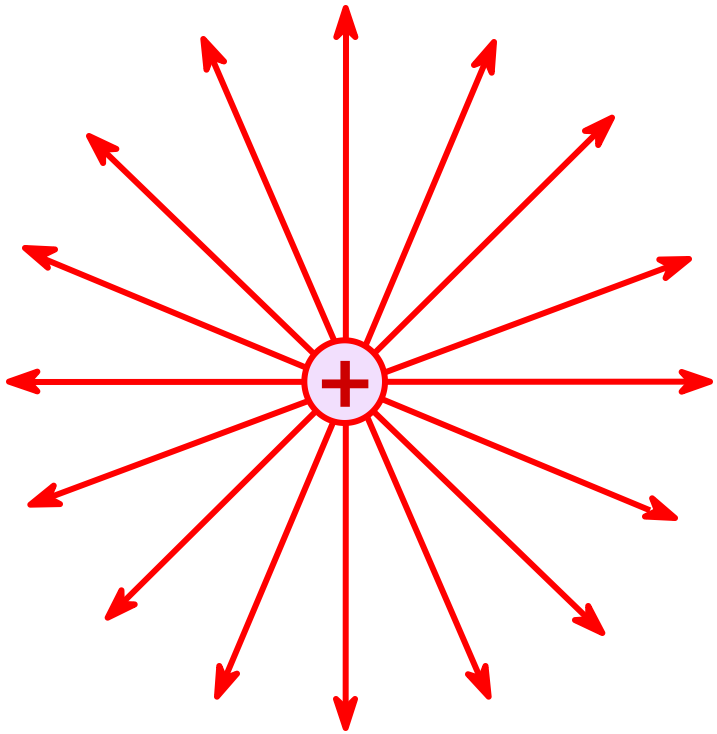
导电能力

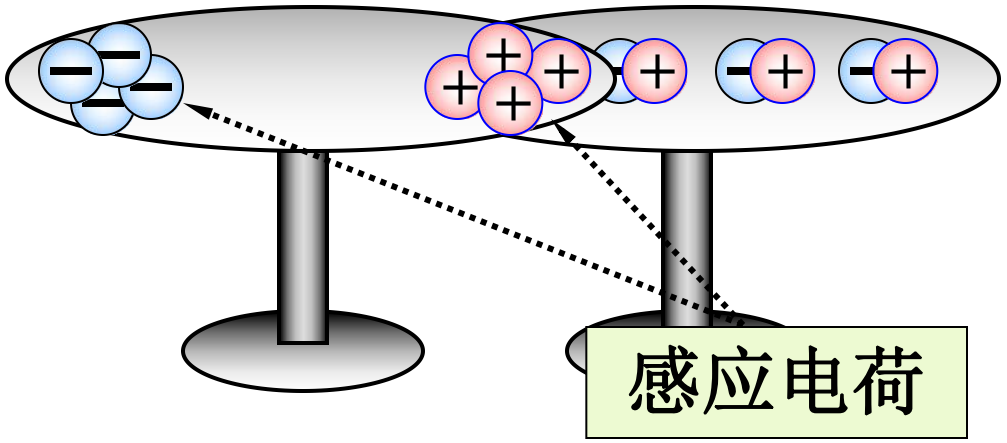
极微弱或不导电：绝缘体或电介质

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

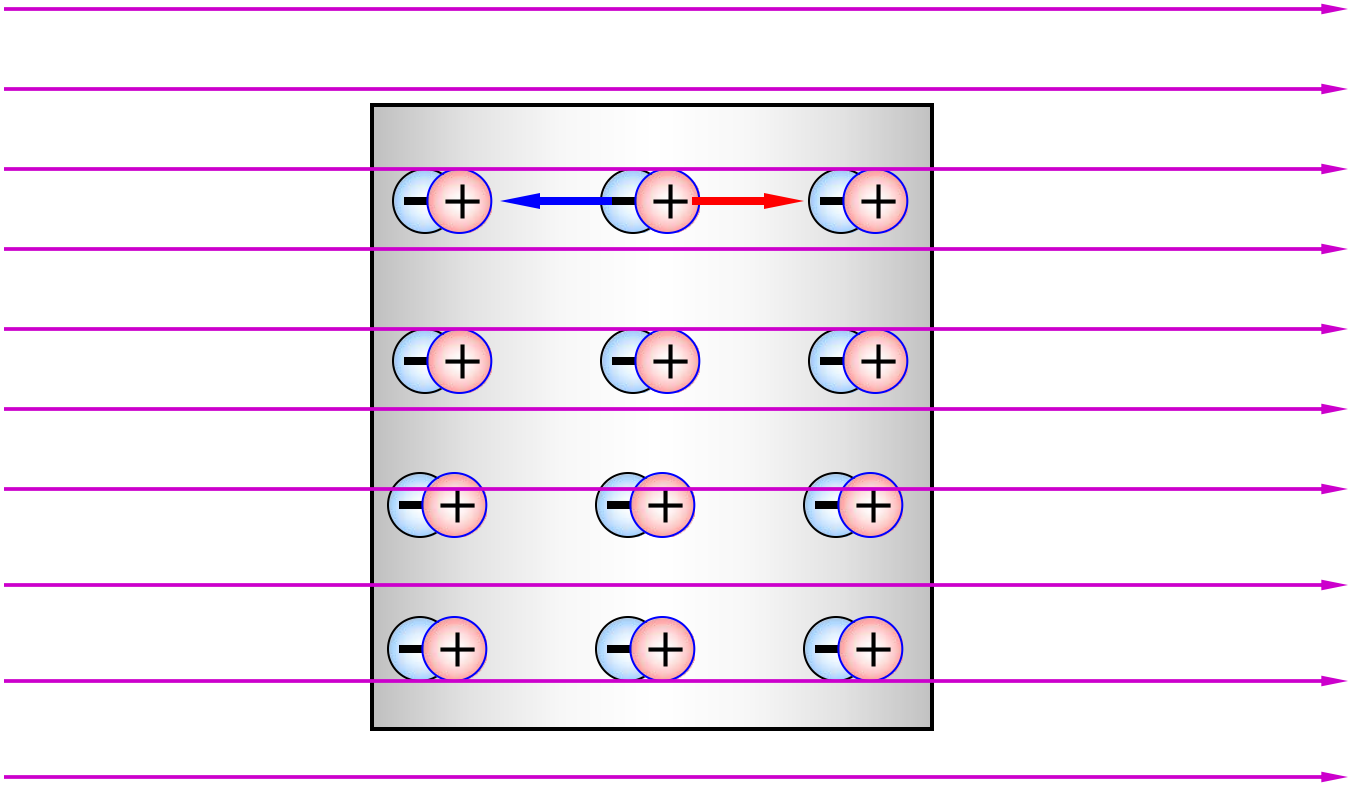
一 静电感应 静电平衡条件





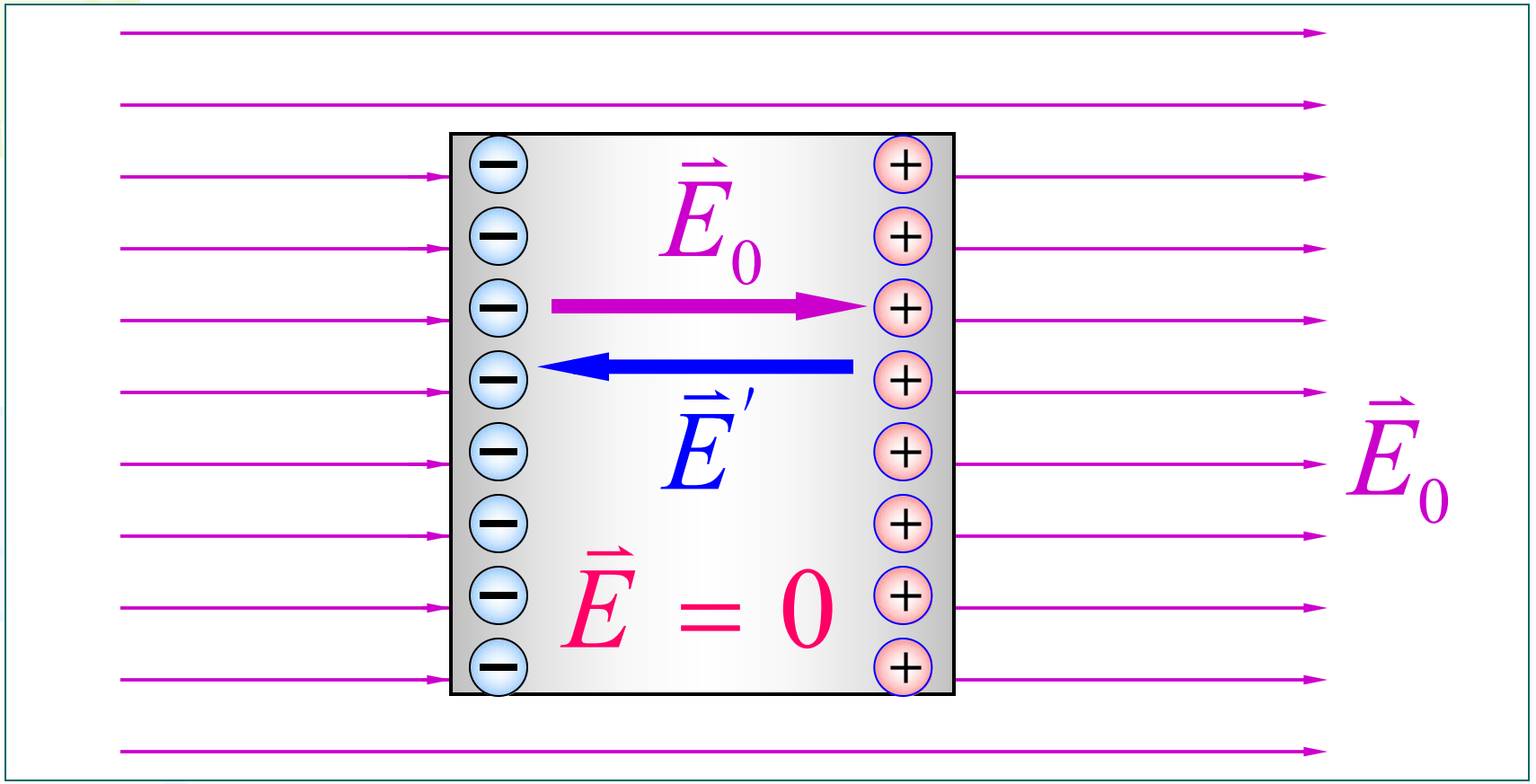
完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net



完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

导体内电场强度　外电场强度　感应电荷电场强度

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

静电平衡条件

(1) 导体内部任何一点处的电场强度为零；

(2) 导体表面处的电场强度的方向，都与导体表面垂直.

导体是等势体

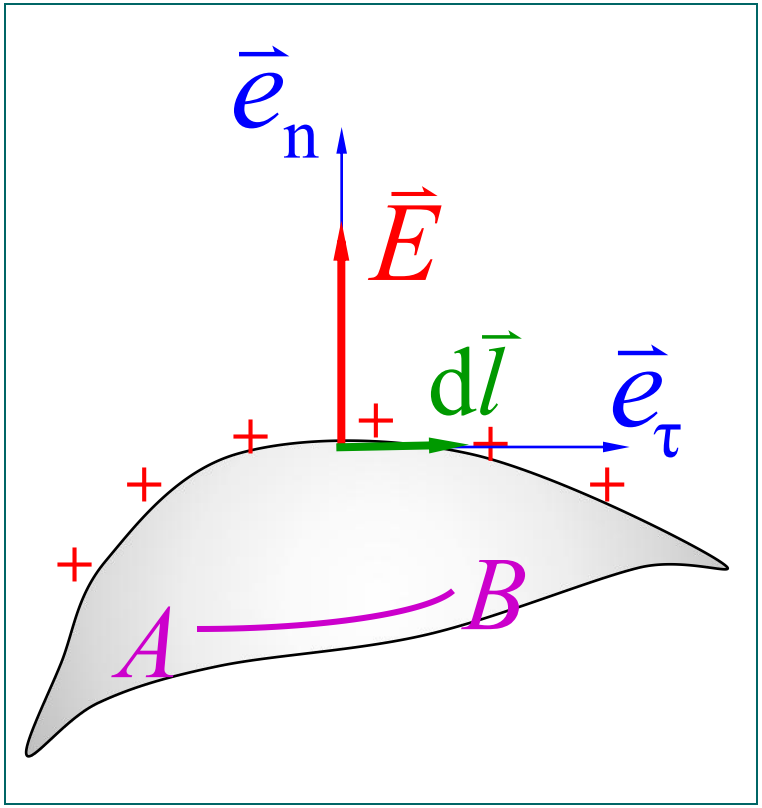
- 导体表面是等势面

$$\because \vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\therefore -\Delta U = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = 0$$

- 导体内部电势相等

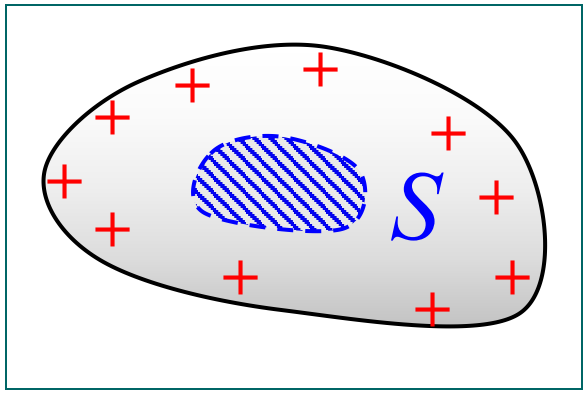
$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = 0$$



完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

二　静电平衡时导体上电荷的分布



1　实心导体

$$\because \vec{E}=0 \qquad \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore q=0$$

结论 导体内部无电荷

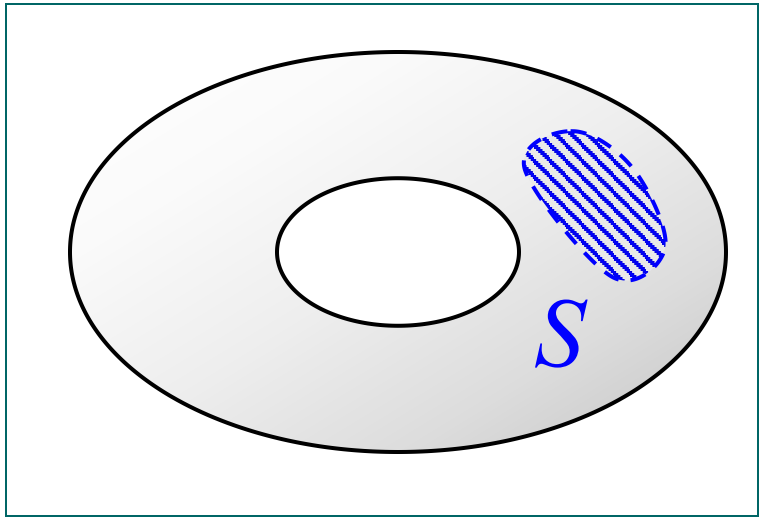
2　有空腔导体

- 空腔内无电荷

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0,\quad \sum q_i=0$$

电荷分布在表面上

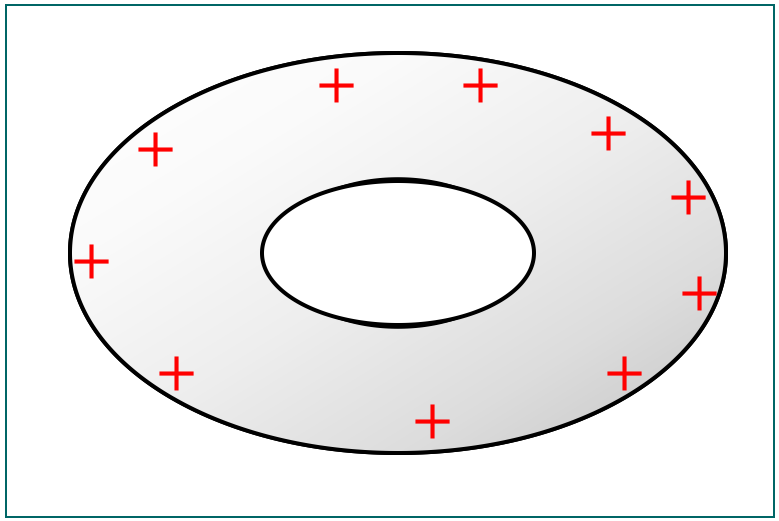
内表面上有电荷吗？



完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S},\quad \sum q_i = 0$$



若内表面带电

矛盾

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$$

导体是等势体

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

所以内表面不带电

结论 电荷分布在外表面上（内表面无电荷）

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

- 空腔内有电荷

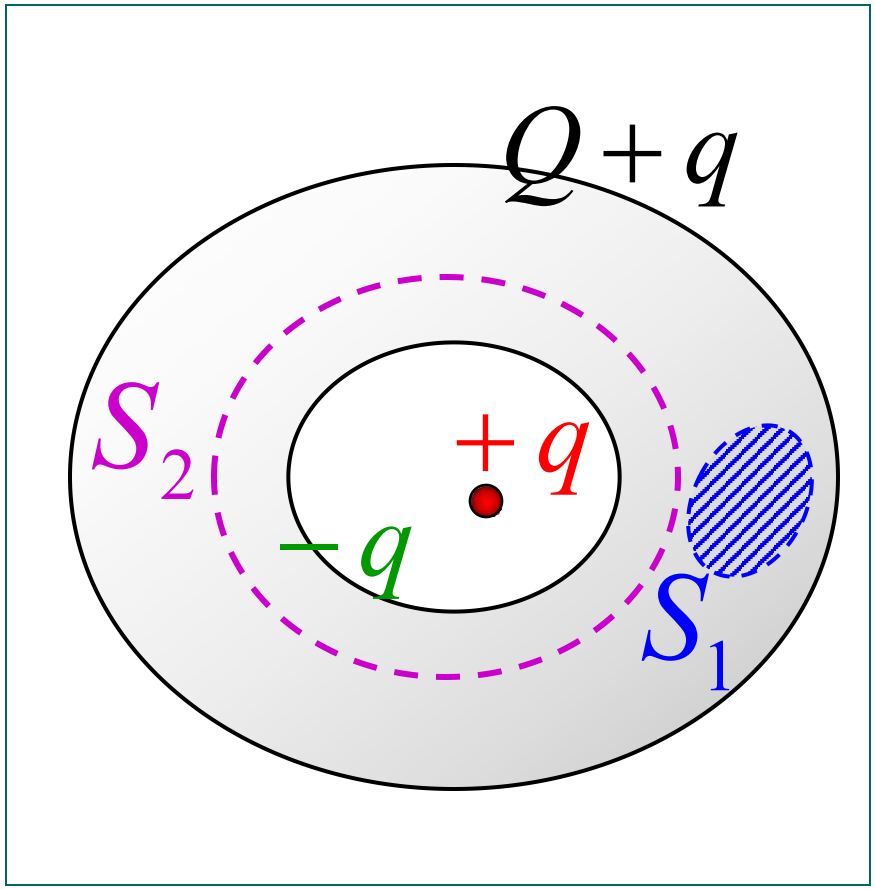
$$\oint_{S_1}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0,\quad \sum q_i=0$$

电荷分布在表面上

内表面上有电荷吗？

$$\oint_{S_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0,\quad \sum q_i=0$$

$$q_{内}=-q$$



结论 当空腔内有电荷 $+q$ 时,内表面因静电感应出现等值异号的电荷 $-q$，外表面有感应电荷 $+q$（电荷守恒）

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于申科大、申科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

3 导体表面电场强度与电荷面密度的关系

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

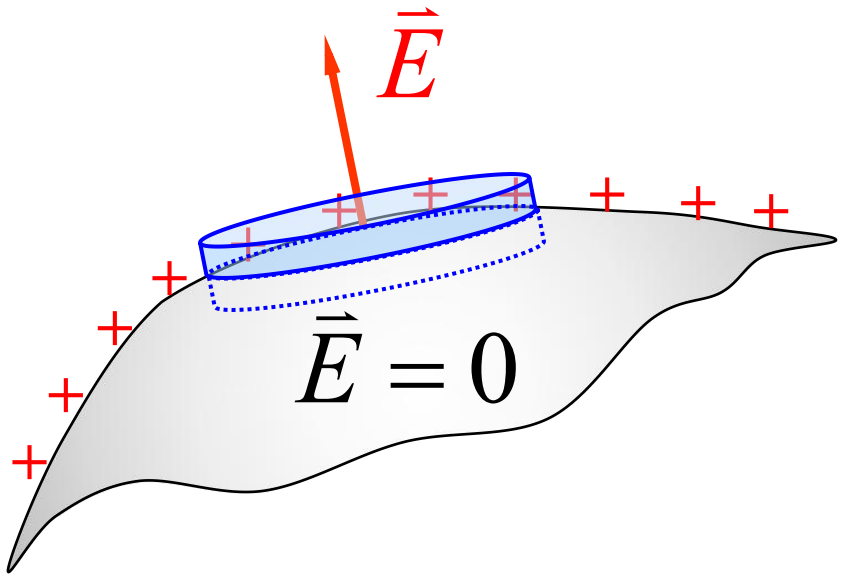
σ 为表面电荷面密度

$$E\ \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

表面电场强度的大小与该表面电荷面密度成正比

作钱币形高斯面 S

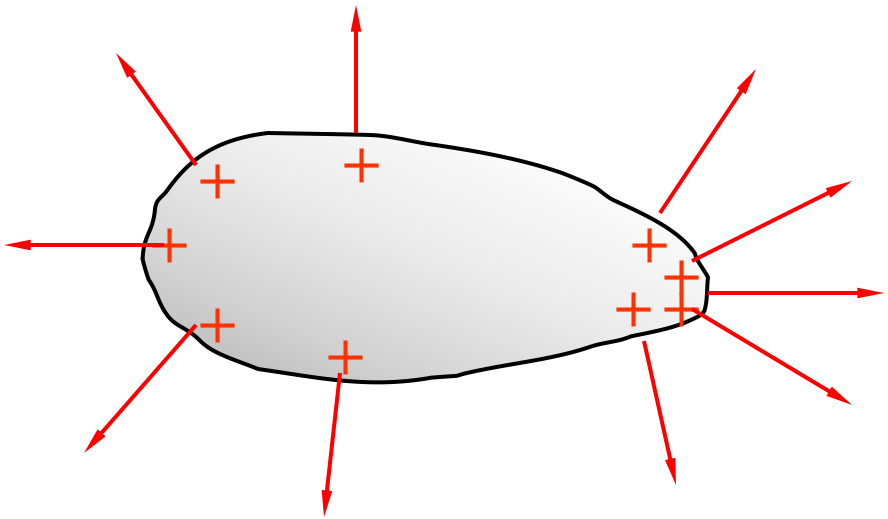


完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

4 导体表面电荷分布

$$\sigma\downarrow, E\downarrow;\quad \sigma\uparrow E\uparrow$$



$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

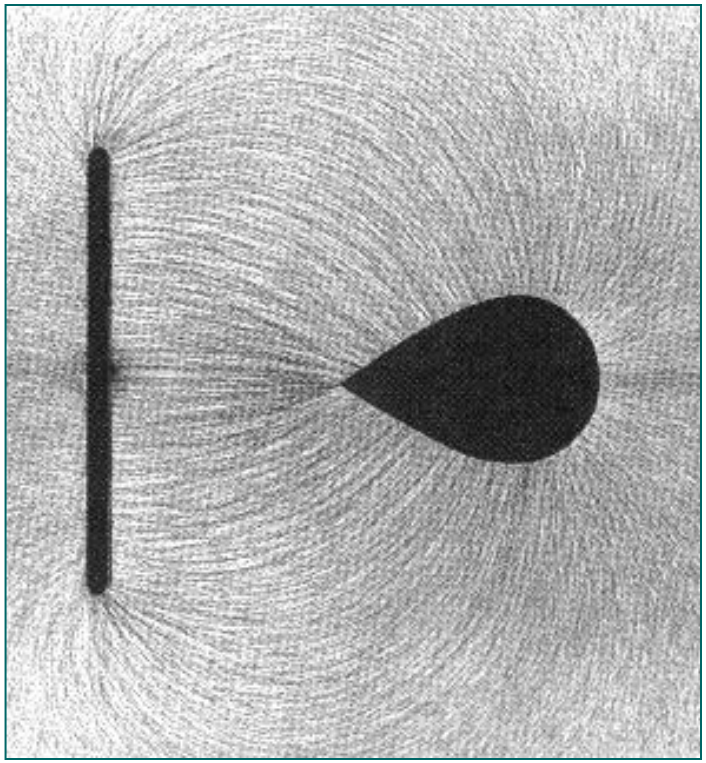
注意 导体表面电荷分布与导体形状以及周围环境有关.

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

尖端放电现象

$$\sigma \uparrow E \uparrow$$



带电导体尖端附近电场最强

带电导体尖端附近的电场特别大，可使尖端附近的空气发生电离而成为导体产生放电现象，即尖端放电．

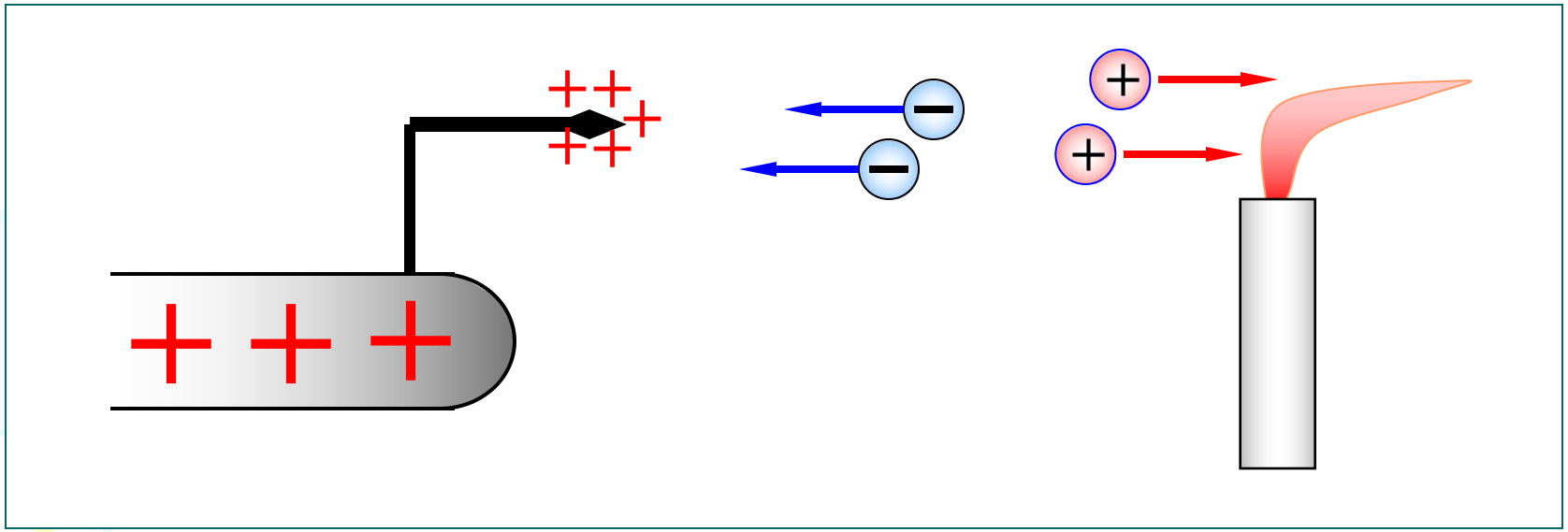
尖端放电现象的利与弊

尖端放电会损耗电能，还会干扰精密测量和对通讯产生危害．然而尖端放电也有很广泛的应用．

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

＜电风实验＞



＜避雷针＞

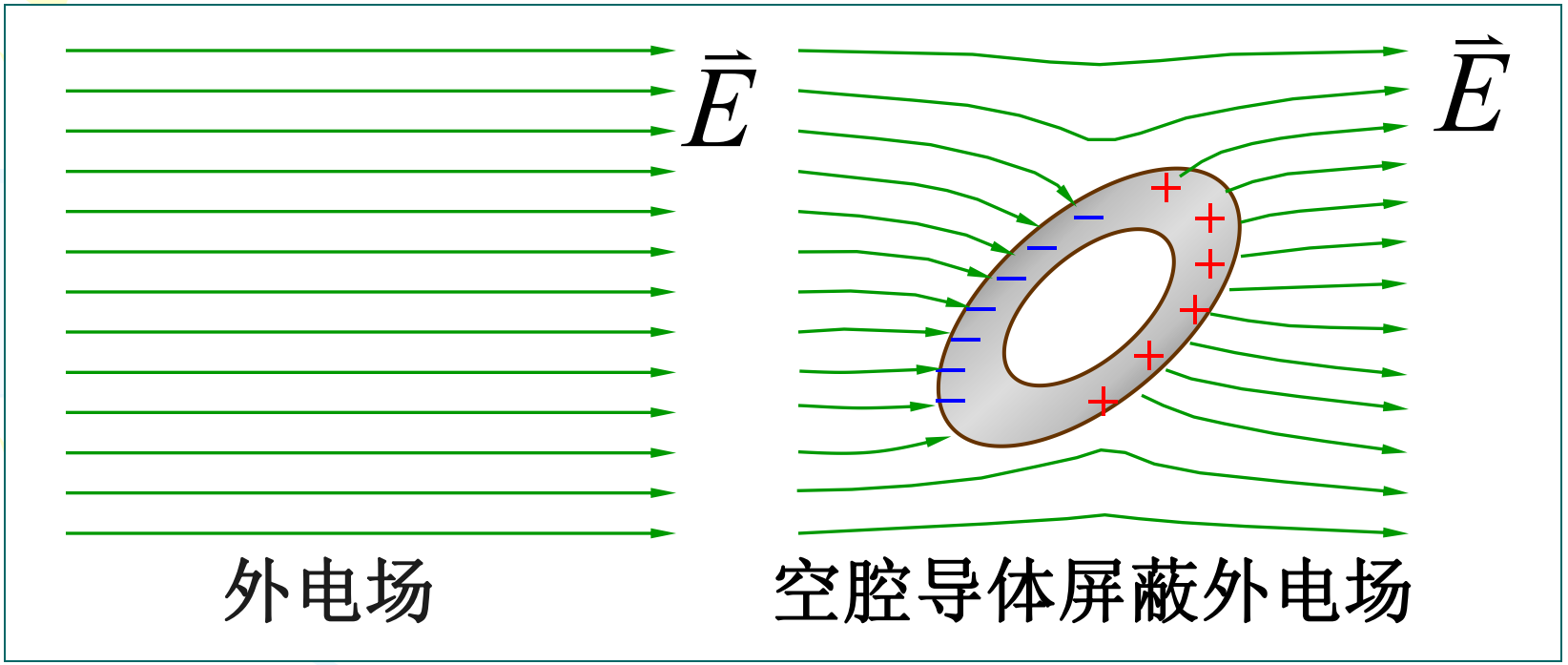
尖端放电现象的利用

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

三 静电屏蔽

1 屏蔽外电场



空腔导体可以屏蔽外电场，使空腔内物体不受外电场影响. 这时，整个空腔导体和腔内的电势也必处处相等.

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

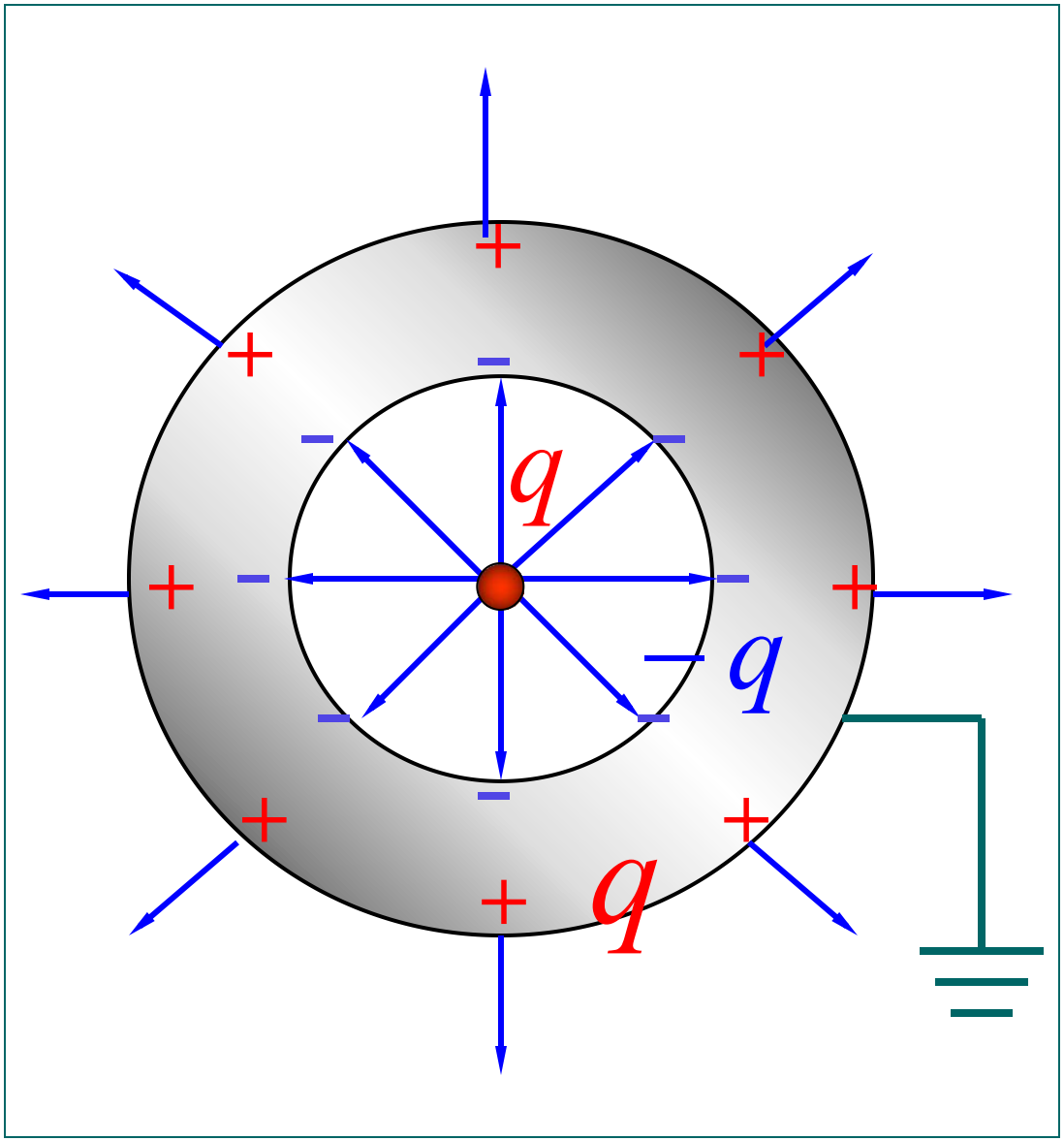
高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

2 屏蔽腔内电场

接地空腔导体将使外部空间不受空腔内的电场影响.

接地导体电势为零

问：空间各部分的电场强度如何分布？



完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例 有一外半径 $R_1=10\text{cm}$ 和内半径 $R_2=7\text{cm}$ 的金属球壳，在球壳内放一半径 $R_3=5\text{cm}$ 的同心金属球，若使球壳和金属球均带有 $q=10^{-8}\text{C}$ 的正电荷，**问** 两球体上的电荷如何分布？球心的电势为多少？

解 根据静电平衡的条件求电荷分布

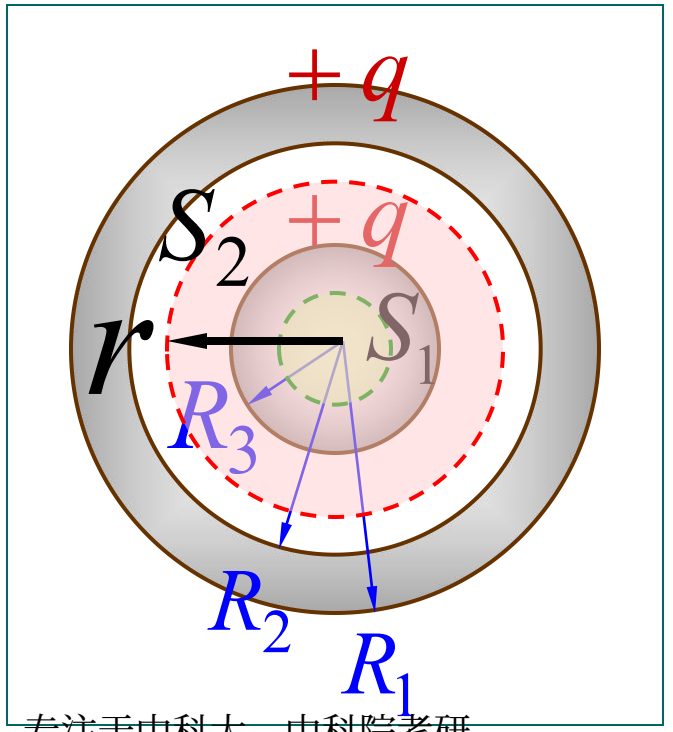
作球形高斯面 S_1

$$E_1=0 \quad (r<R_3)$$

作球形高斯面 S_2

$$R_3<r<R_2,\ \oint_{S_2}\vec{E}_2\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

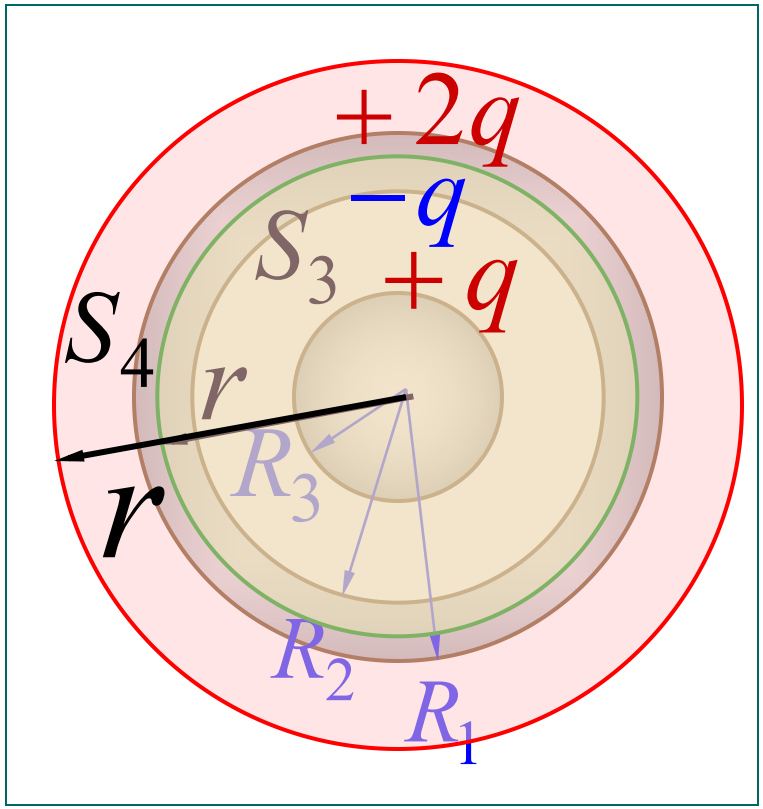


完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$E_1 = 0 \quad (r < R_3)$$

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 r^2} \quad (R_3 < r < R_2)$$



根据静电平衡条件

$$E_3 = 0 \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$\oint_{S_3} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_i q_i \Big/ \varepsilon_0 = 0$$

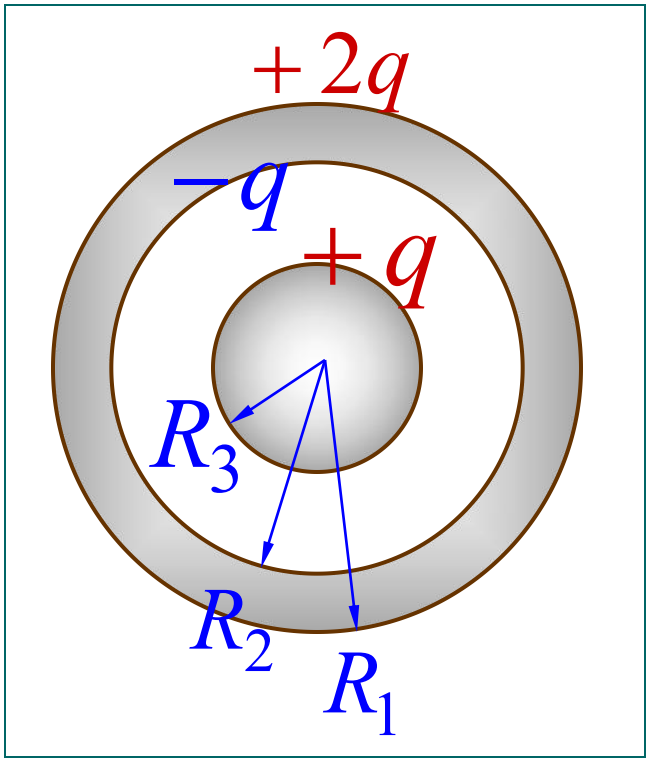
$$r > R_1, \quad \oint_{S_4} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_i q_i \Big/ \varepsilon_0 = 2q/\varepsilon_0$$

$$E_4 = \frac{2q}{4\pi\,\varepsilon_0 r^2} \quad (R_1 < r)$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$\begin{cases} E_1 = 0 & (r < R_3) \\ E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (R_3 < r < R_2) \\ E_3 = 0 & (R_1 < r < R_2) \\ E_4 = \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (R_1 < r) \end{cases}$$



$$V_O = \int_0^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_0^{R_3} \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_3}^{R_2} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_2}^{R_1} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_1}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$V_O = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1}\right) = 2.31\times10^3\ \mathrm{V}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

电容

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

一 孤立导体的电容

$$C = \frac{Q}{V}$$

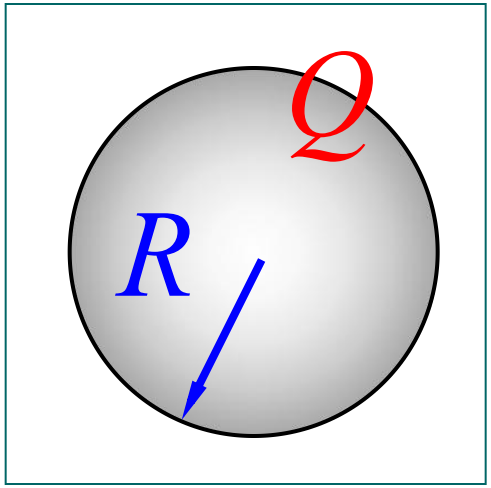
单位 $1\,\mathrm{F} = 1\,\mathrm{C/V}$

$1\mu\mathrm{F} = 10^{-6}\,\mathrm{F}$

$1\mathrm{pF} = 10^{-12}\,\mathrm{F}$

例如 孤立的导体球的电容

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}} = 4\pi\varepsilon_0 R$$



- 地球 $R_E = 6.4\times10^6\,\mathrm{m},\quad C_E \approx 7\times10^{-4}\,\mathrm{F}$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

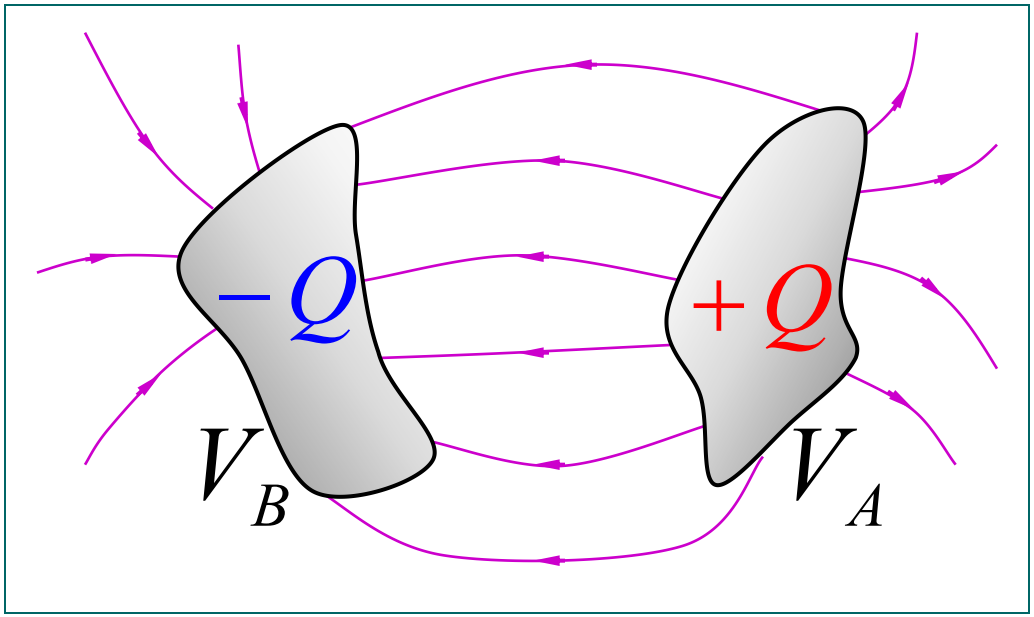
高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

二　电容器

电容器电容

$$C=\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{Q}{U}$$

$$U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$



电容的大小仅与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关．与所带电荷量无关．

三　电容器电容的计算

步骤

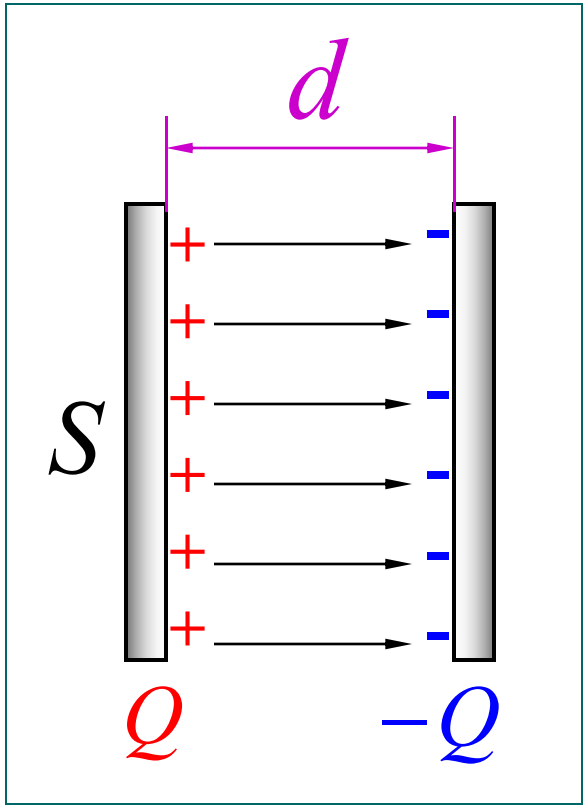
1）设两极板分别带电 $\pm Q$；　2）求 $\vec{E}$；

3）求 U；　4）求 C．

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

1 平板电容器



（1）设两导体板分别带电 $\pm Q$

（2）两带电平板间的电场强度

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

（3）两带电平板间的电势差

$$U = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

（4）平板电容器电容

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例1 平行平板电容器的极板是边长为 l 的正方形，两板之间的距离 $d=1\text{mm}$. 如两极板的电势差为100V，要使极板上储存 $\pm 10^{-4}\text{C}$ 的电荷, 边长 l 应取多大才行.

解

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{10^{-4}}{100}\text{F}=10^{-6}\text{F}$$

$$S=l^2$$

$$l=\sqrt{\frac{Cd}{\varepsilon_0}}=10.6\text{m}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

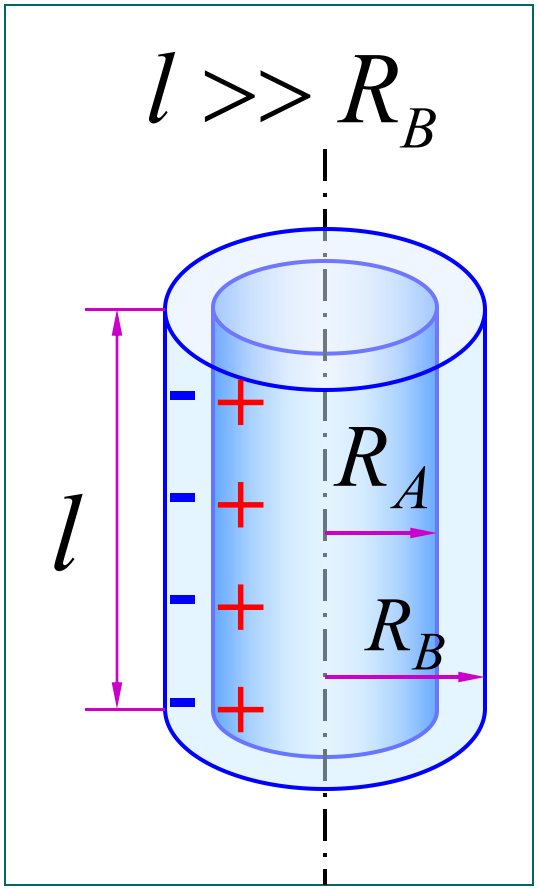
2 圆柱形电容器

（1）设两导体圆柱面单位长度上分别带电 $\pm\lambda$

（2）$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r},\quad (R_A<r<R_B)$

（3）$U=\displaystyle\int_{R_A}^{R_B}\frac{\lambda \mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0 r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{R_B}{R_A}$

（4）电容 $C=\dfrac{Q}{U}=2\pi\varepsilon_0 l\Big/\ln\dfrac{R_B}{R_A}$



$d=R_B-R_A<<R_A,\quad C\approx\dfrac{2\pi\varepsilon_0 l R_A}{d}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$

平行板电容器电容

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

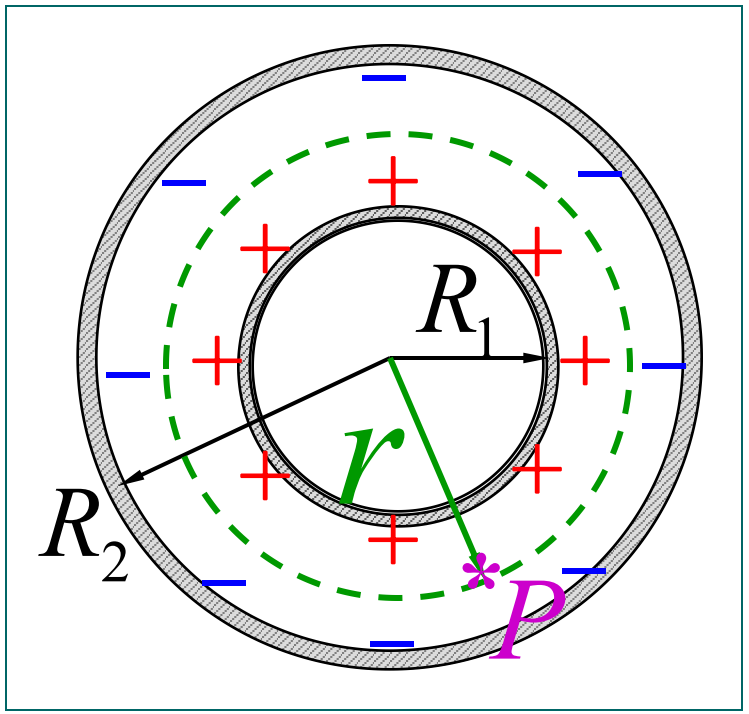
例 2　球形电容器的电容

球形电容器是由半径分别为 R_1 和 R_2 的两同心金属球壳所组成.

解　设内球带正电（$+Q$），外球带负电（$-Q$）.

$$\vec{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$$

$$(R_1<r<R_2)$$



$$U=\int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$R_2\to\infty,\quad C=4\pi\varepsilon_0 R_1$$

孤立导体球电容

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例3 两半径为 R 的平行长直导线中心间距为 d，且 $d \gg R$，求单位长度的电容．

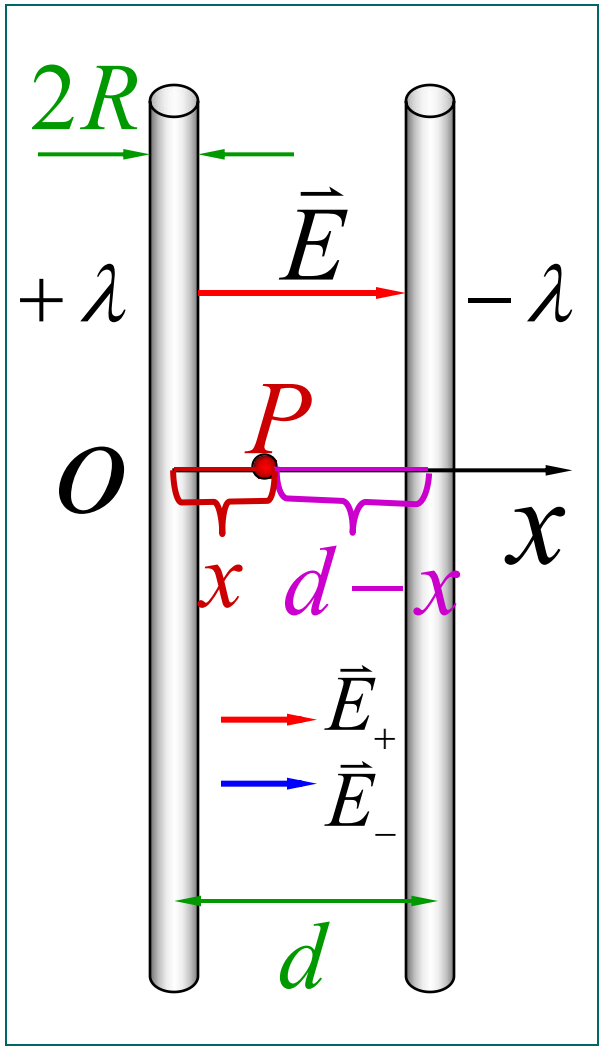
解 设两金属线的电荷线密度为 $\pm\lambda$

$$E = E_+ + E_- = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$$

$$U = \int_R^{d-R} E\mathrm{d}x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{R}$$

单位长度的电容 $C = \dfrac{\lambda}{U} = \pi\varepsilon_0 \Big/ \ln\dfrac{d}{R}$



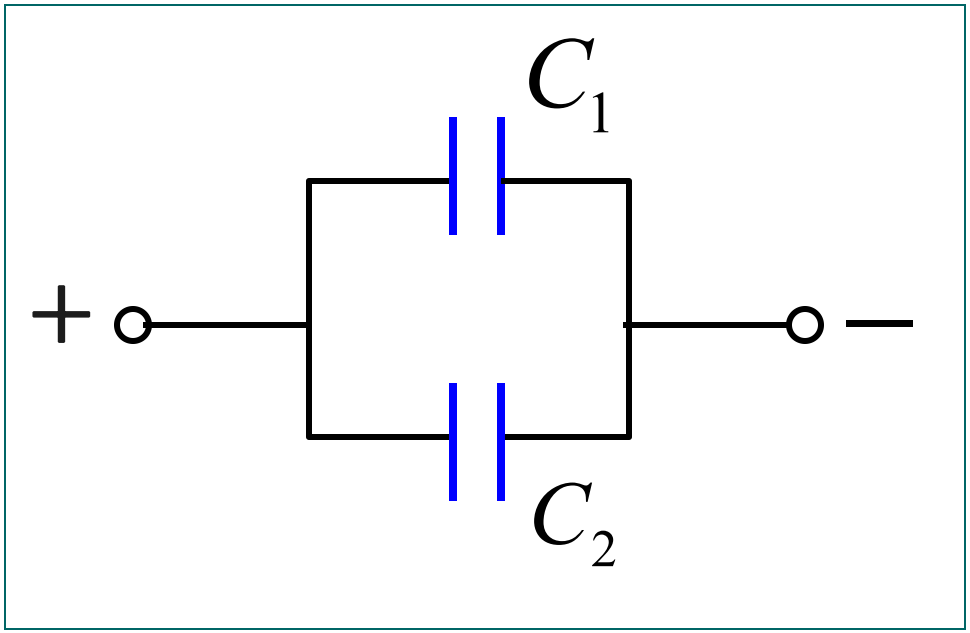
完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

三 电容器的串联和并联

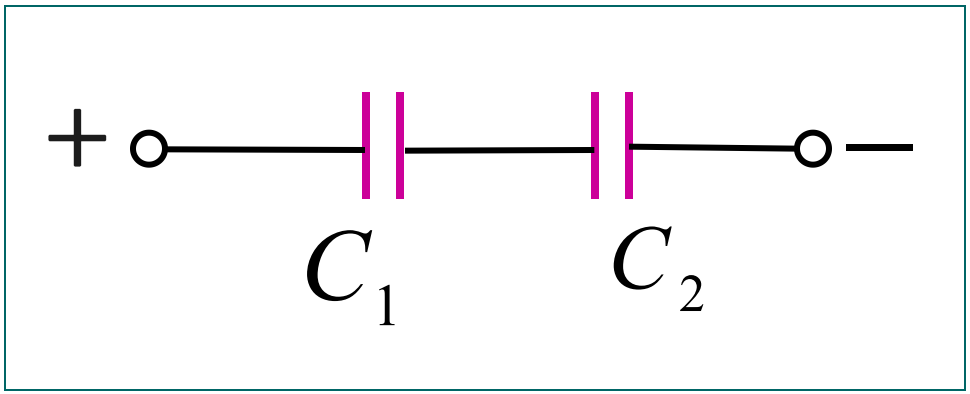
1 电容器的并联

$$C = C_1 + C_2$$



2 电容器的串联

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

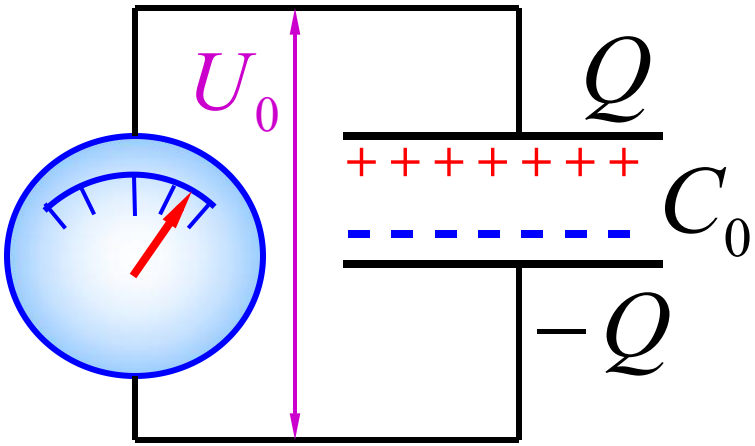
高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

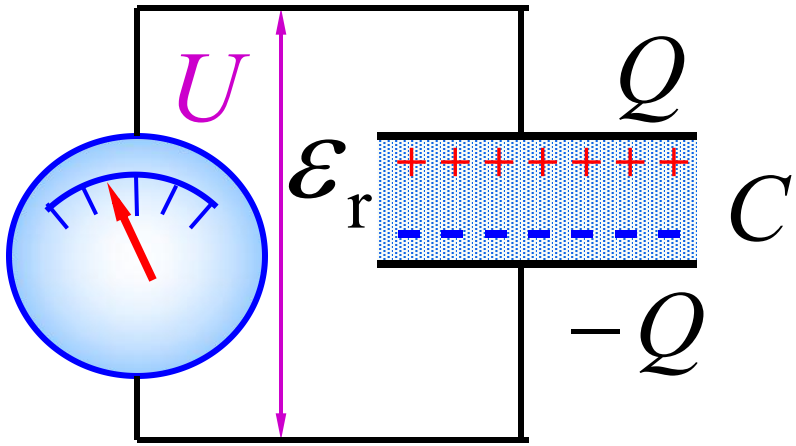
电介质

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

一　电介质对电容的影响　相对电容率





$$U=\frac{1}{\varepsilon_r}U_0 \qquad E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

$$C=\varepsilon_r C_0$$

相对电容率 $\varepsilon_r>1$

电容率 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$

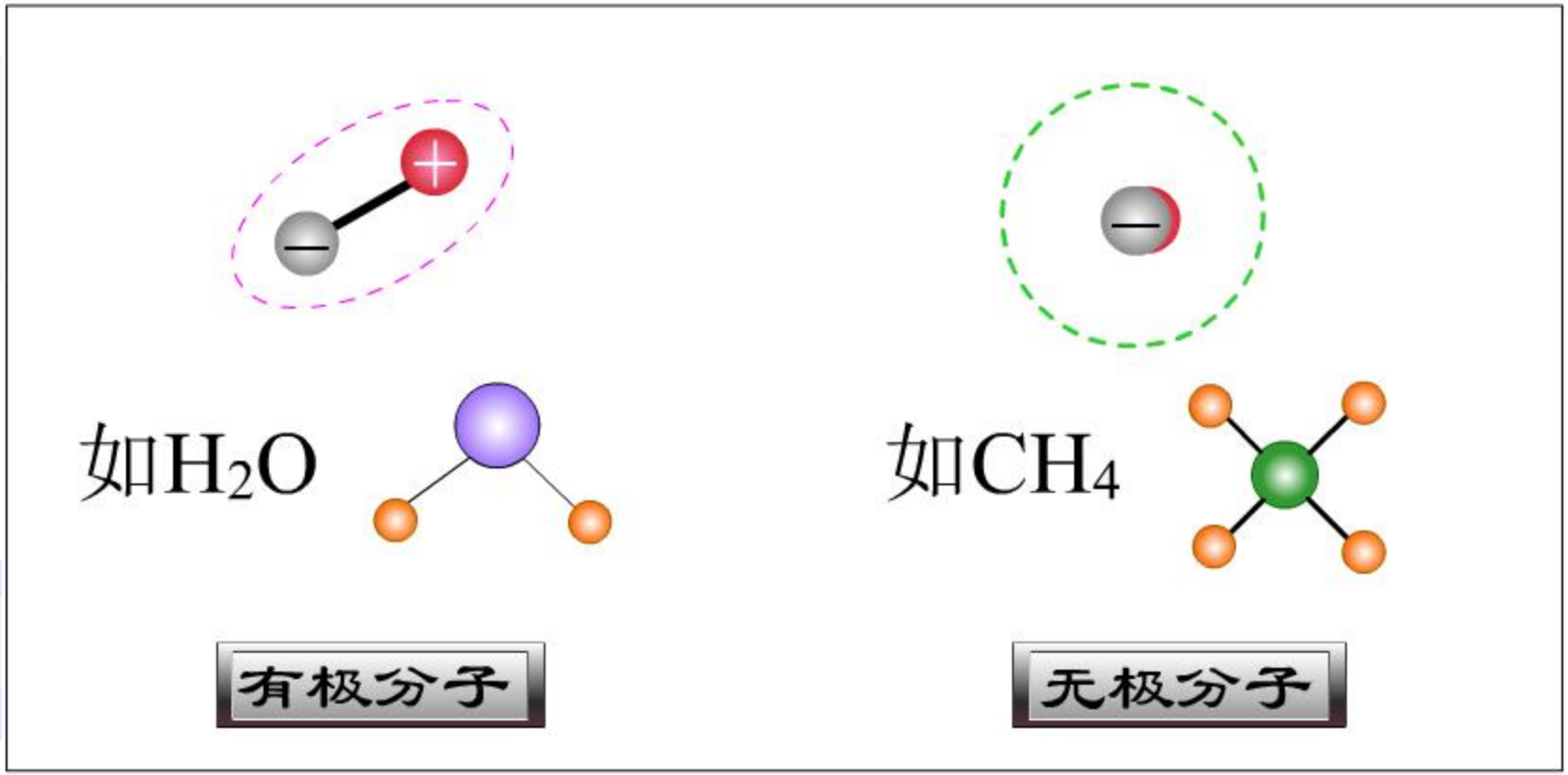
完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

二 电介质的极化

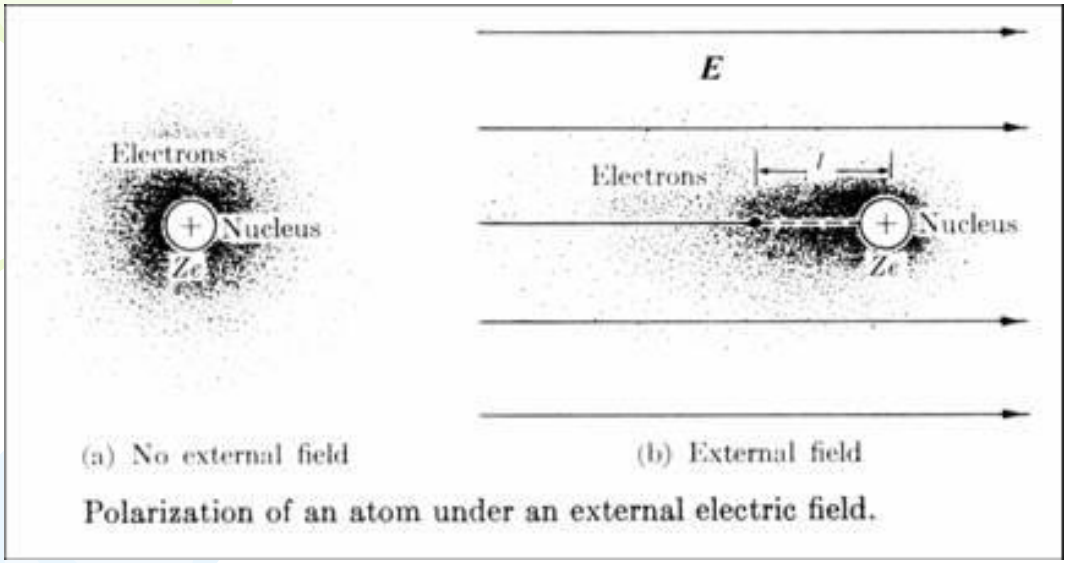
无极分子电介质：（氢、甲烷、石蜡等）

有极分子电介质：（水、有机玻璃等）

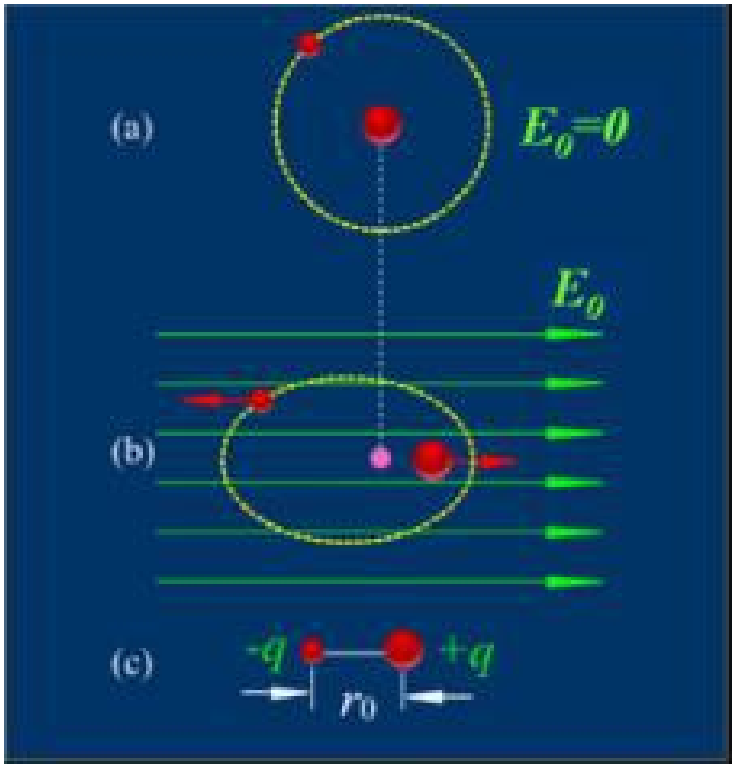


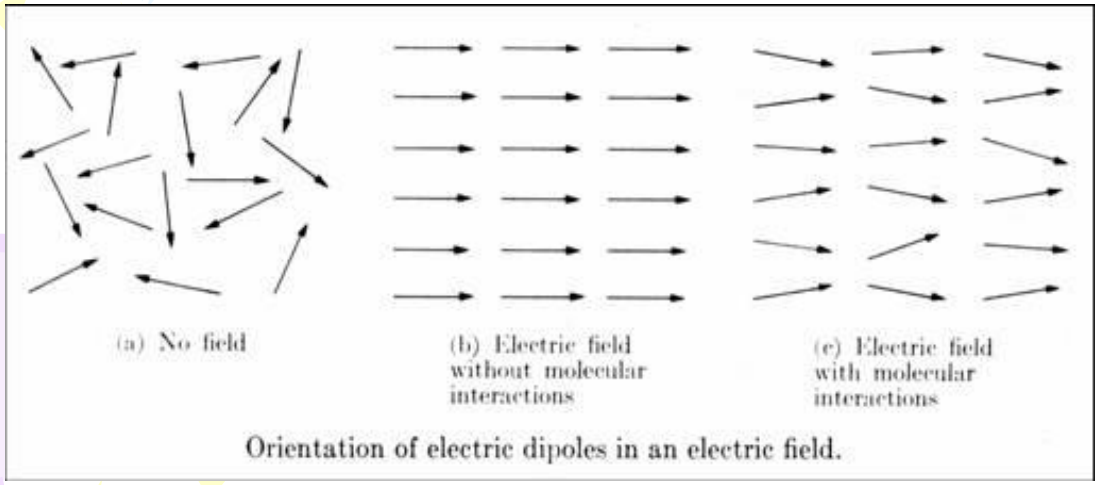
完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net



Polarization of an atom under an external electric field.





Orientation of electric dipoles in an electric field.

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

三 电极化强度

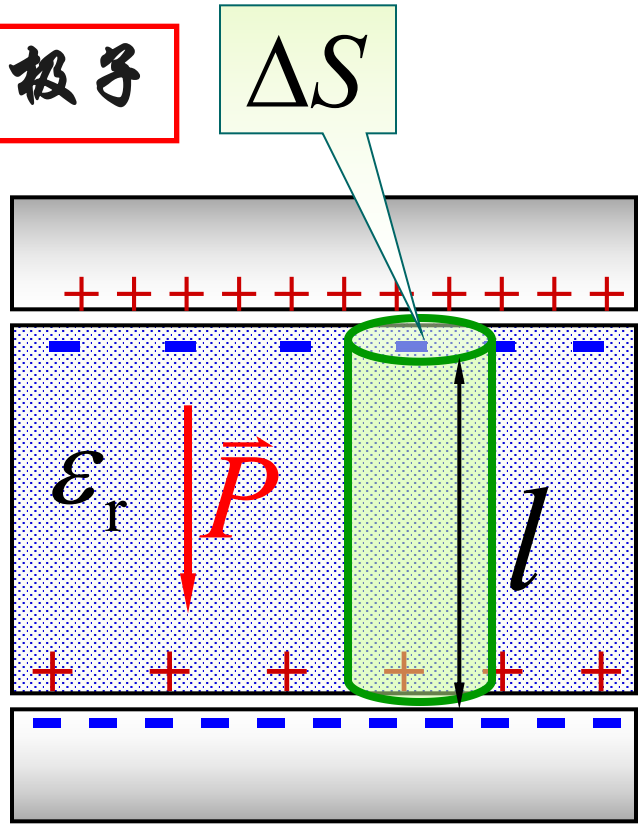
$$\vec{P}=\frac{\sum \vec{p}}{\Delta V}$$

$\vec{p}$:分子偶极矩

$\vec{P}$:电极化强度

$\vec{P}$ 的单位：$\mathrm{C\cdot m^{-2}}$

看成电偶极子



$$P=\frac{\sum p}{\Delta V}=\frac{\sigma'\Delta Sl}{\Delta Sl}=\sigma'$$

表面极化电荷面密度

$$\sigma'=P_n$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

四　电介质中的电场强度 极化电荷与自由电荷的关系

$$\vec{P} \sim \vec{E}$$

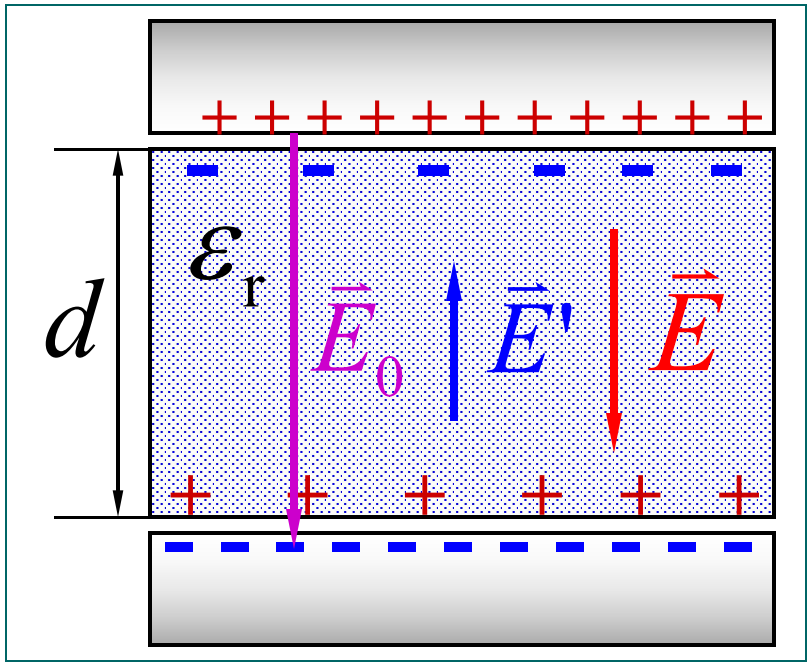
$$E_0 = \sigma_0 / \varepsilon_0$$

$$E' = \sigma' / \varepsilon_0$$

$$P = \sigma'$$

$$E = E_0 - E' = E_0 / \varepsilon_r$$

$$\Rightarrow E' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} E_0$$



$$\sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \sigma_0$$

介质的电极化率

$$\Rightarrow P = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} \varepsilon_0 E_0$$

$$\vec{P} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

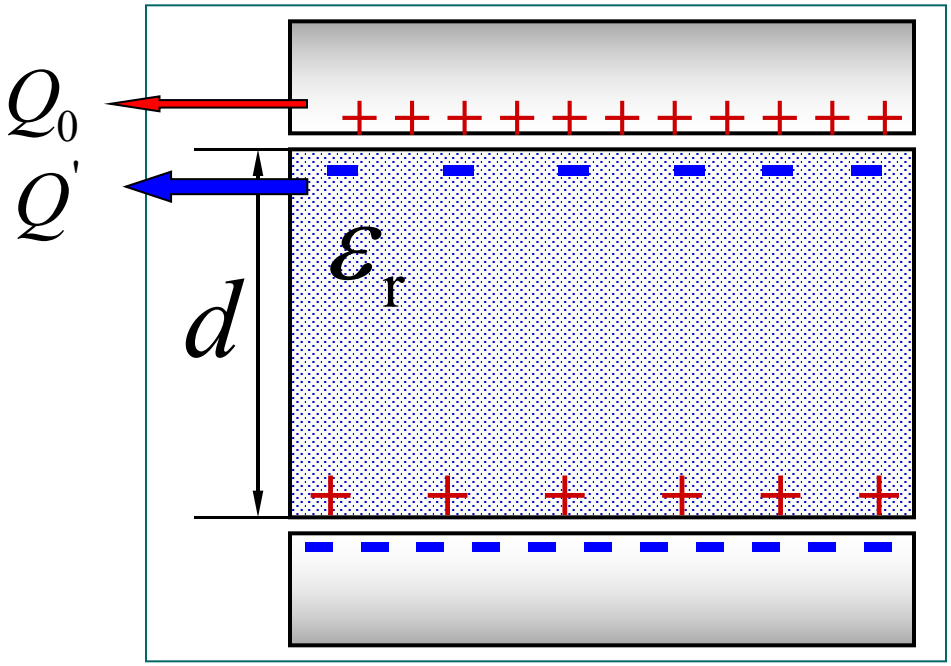
$$\chi = \varepsilon_r - 1$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

极化电荷与自由电荷的关系

$$Q_0 = ??Q'$$



$$\sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma_0$$

$$Q' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}Q_0$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

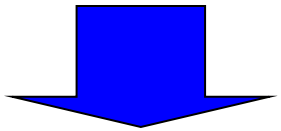
高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

有电介质时的高斯定理

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

- 真空中静电场的基本定理



- 有电介质存在的静电场

- 自由电荷+极化电荷
- 环路定理依然成立

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

√

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}$$

？

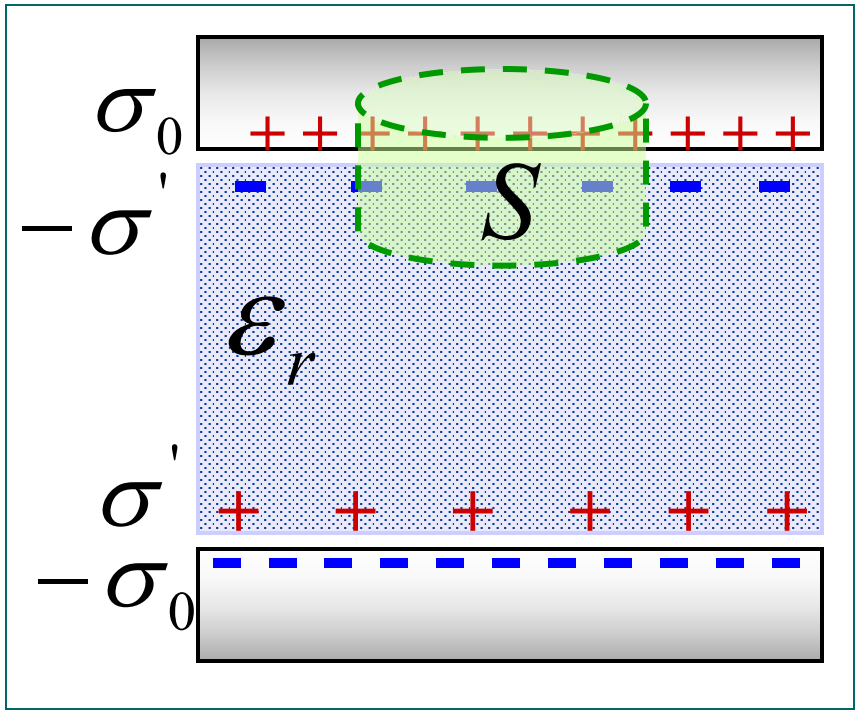
完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(Q_0 - Q')$$

$$Q' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} Q_0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$



电容率 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

电位移矢量 $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$ （均匀各相同性介质）

有介质时的高斯定理 $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_i Q_{0i}$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

电位移矢量 $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$

$$\vec{P}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\vec{E}$$

$$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

电位移矢量

$\vec{D}=\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E}$ （任何介质）

$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ （均匀介质）

有介质时的高斯定理 $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum_i Q_{0i}$

电容率 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}$

极化电荷面密度 $\sigma'=P_\mathrm{n}$

$C=\varepsilon_\mathrm{r}C_0$ $E=E_0/\varepsilon_\mathrm{r}$ （均匀介质）

注意

有介质时先求 $\vec{D}\rightarrow\vec{E}\rightarrow U$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例1 把一块相对电容率 $\varepsilon_r = 3$ 的电介质,放在极板间相距$d = 1\text{mm}$ 的平行平板电容器的两极板之间.放入之前,两极板的电势差是 $1000V$. 试求两极板间电介质内的电场强度E ,电极化强度P ,极板和电介质的电荷面密度, 电介质内的电位移D .

解

$$E_0 = \frac{U}{d} = \frac{1000}{10^{-3}}\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1} = 10^6\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1} = 10^3\,\text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$E = E_0/\varepsilon_r = 3.33\times10^2\,\text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$P = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E = 5.89\times10^{-6}\,\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 E_0 = 8.85\times10^{-6}\,\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\sigma' = P = 5.89\times10^{-6}\,\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$D = \varepsilon_0\varepsilon_r E = \varepsilon_0 E_0 = \sigma_0 = 8.85\times10^{-6}\,\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

解

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_i Q_{0i} \Longrightarrow D = \sigma_0$$

$$C = \frac{Q_0}{U} = \frac{\sigma_0 S}{U}$$

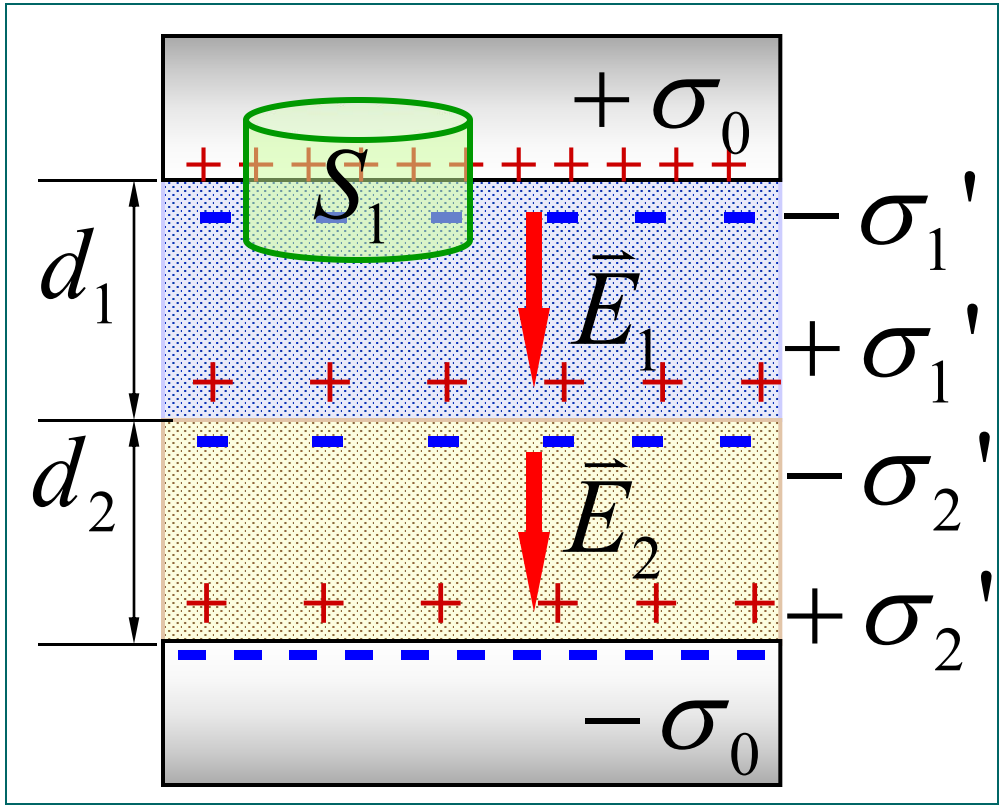
$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \therefore \sigma_0 = \frac{\varepsilon_0 U}{d}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{U}{d\,\varepsilon_r}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例2 一平行平板电容器充满两层厚度各为d_1和d_2的电介质，它们的相对电容率分别为ε_{r1}和ε_{r2}，极板面积为S．求（1）电容器的电容；（2）当极板上的自由电荷面密度的值为σ_0时，两介质分界面上的极化电荷面密度.



解（1）$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sigma_0 S_1$

$$D = \sigma_0$$

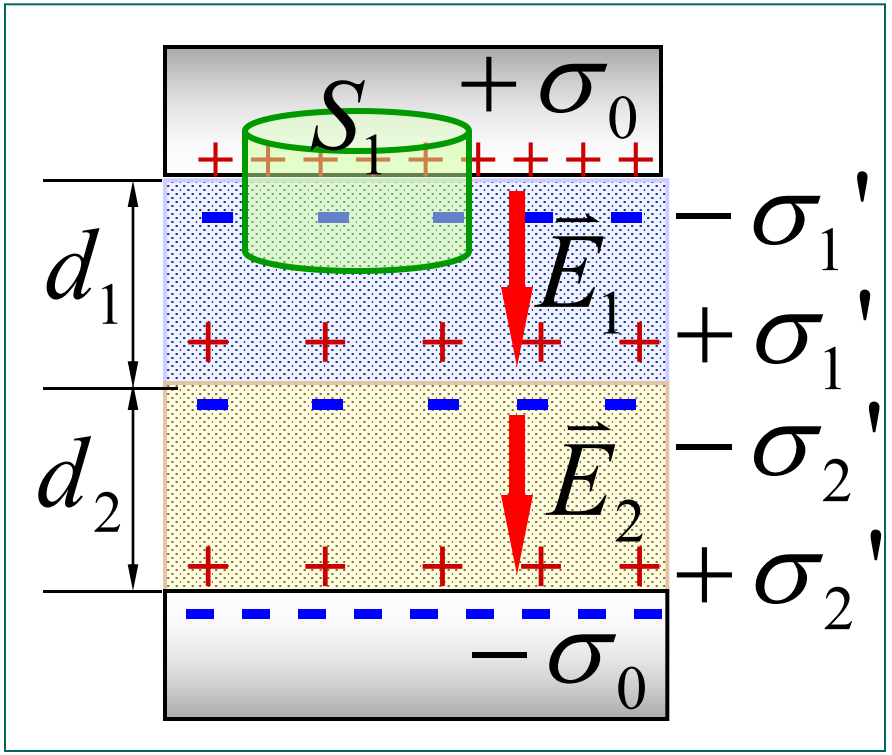
$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} \\ E_2 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}} \end{cases}$$



$$U = \int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

$$= \frac{Q_0}{\varepsilon_0 S}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

$$C = \frac{Q_0}{U} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}S}{\varepsilon_{r1}d_2 + \varepsilon_{r2}d_1}$$

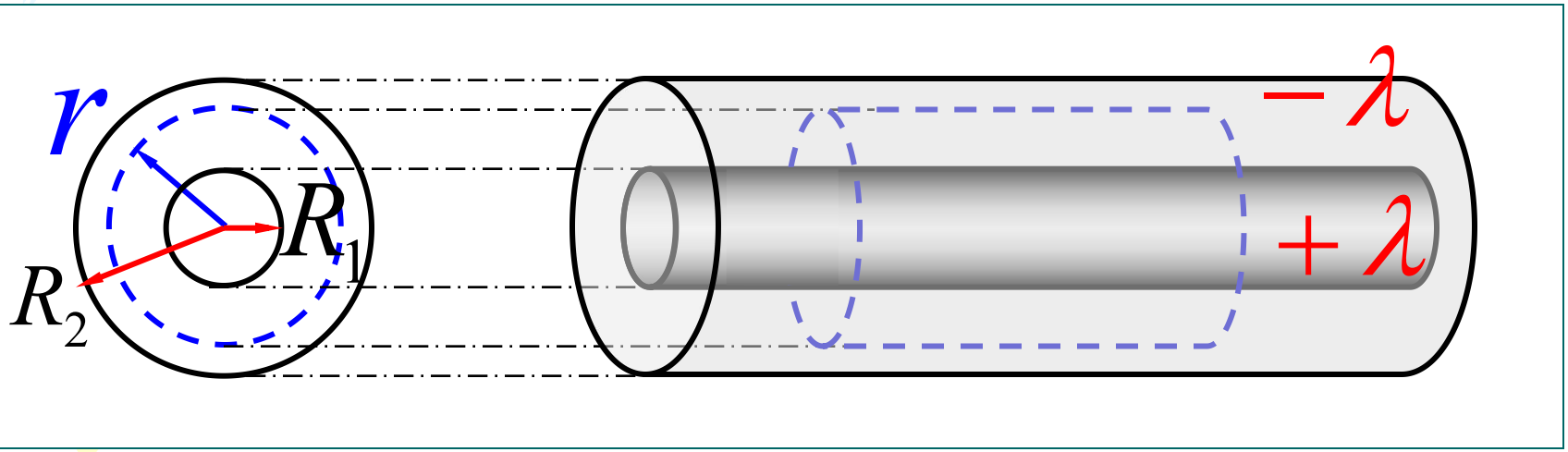
（2） $\sigma_1' = \dfrac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}}\sigma_0$

$$\sigma_2' = \frac{\varepsilon_{r2}-1}{\varepsilon_{r2}}\sigma_0$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

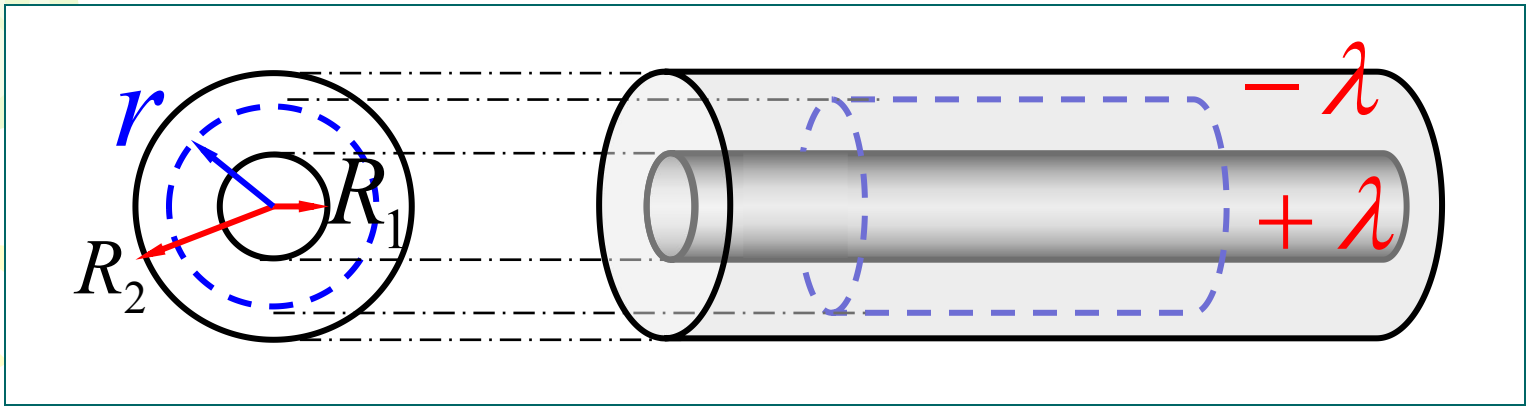
高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例3 常用的圆柱形电容器，是由半径为 R_1 的长直圆柱导体和同轴的半径为 R_2 的薄导体圆筒组成，并在直导体与导体圆筒之间充以相对电容率为 ε_r 的电介质.设直导体和圆筒单位长度上的电荷分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$. **求（1）**电介质中的电场强度、电位移和极化强度；**（2）**电介质内、外表面的极化电荷面密度；**（3）**此圆柱形电容器的电容.



完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net



解（1）

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \lambda l$$

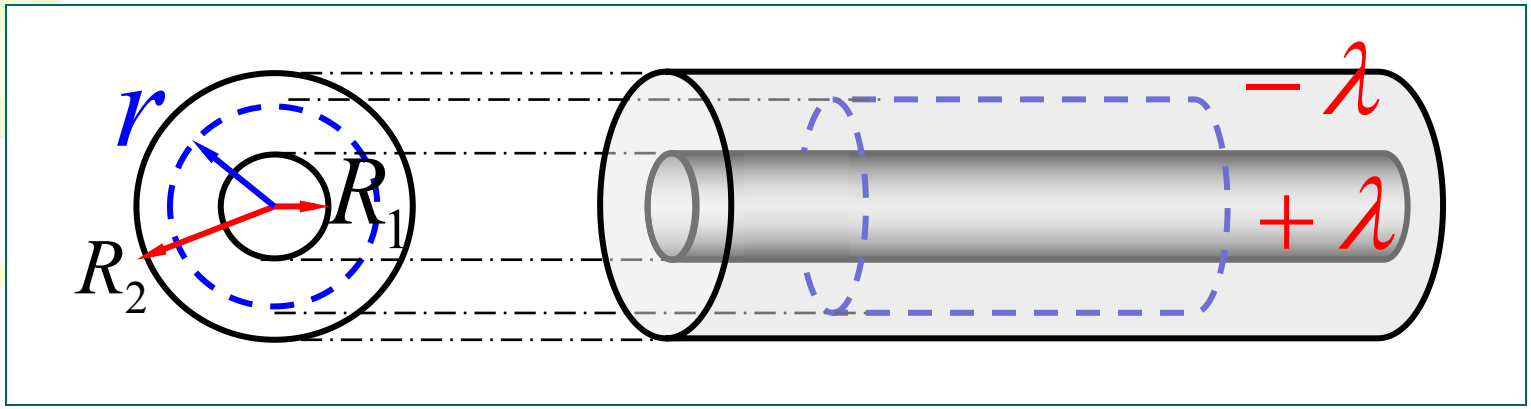
$$D2\pi\, rl = \lambda l \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi\, r}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}} = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}} r} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

$$P = (\varepsilon_{\mathrm{r}} - 1)\varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_{\mathrm{r}} - 1}{2\pi\,\varepsilon_{\mathrm{r}} r}\lambda$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net



（2）由上题可知

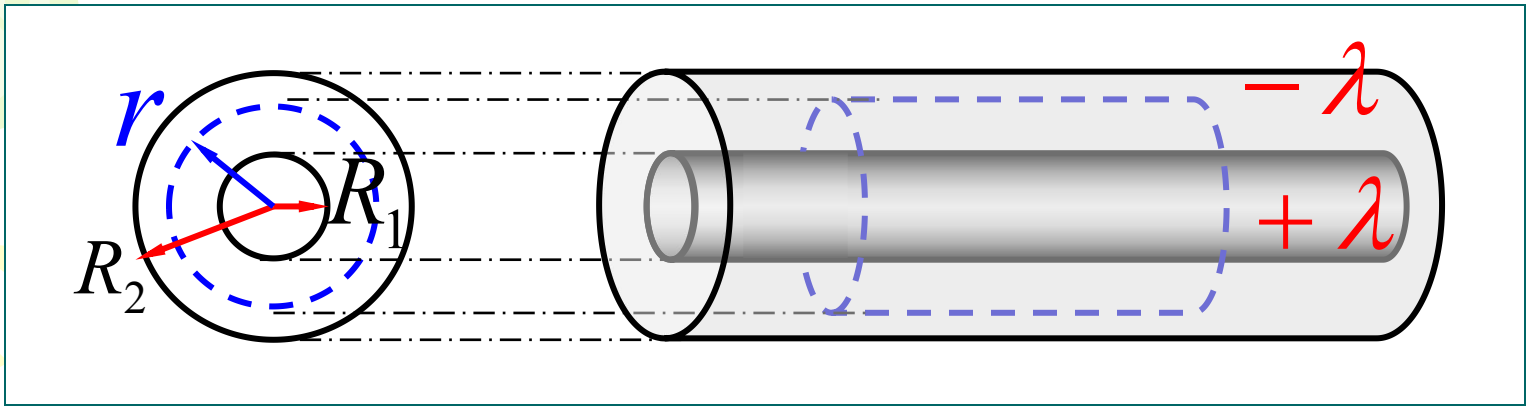
$$E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

$$\begin{cases} E_1=\dfrac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r R_1} & (r=R_1) \\ E_2=\dfrac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r R_2} & (r=R_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_1'=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E_1=(\varepsilon_r-1)\dfrac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_r R_1} \\ \sigma_2'=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E_2=(\varepsilon_r-1)\dfrac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_r R_2} \end{cases}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net



（3）由（1）可知 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}\quad(R_1<r<R_2)$

$$U=\int\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda\mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C=\frac{Q}{U}=2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l\Big/\ln\frac{R_2}{R_1}=\varepsilon_r C_0$$

C_0：真空圆柱形电容器电容

单位长度电容 $\dfrac{C}{l}=2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\Big/\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

静电场的能量

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

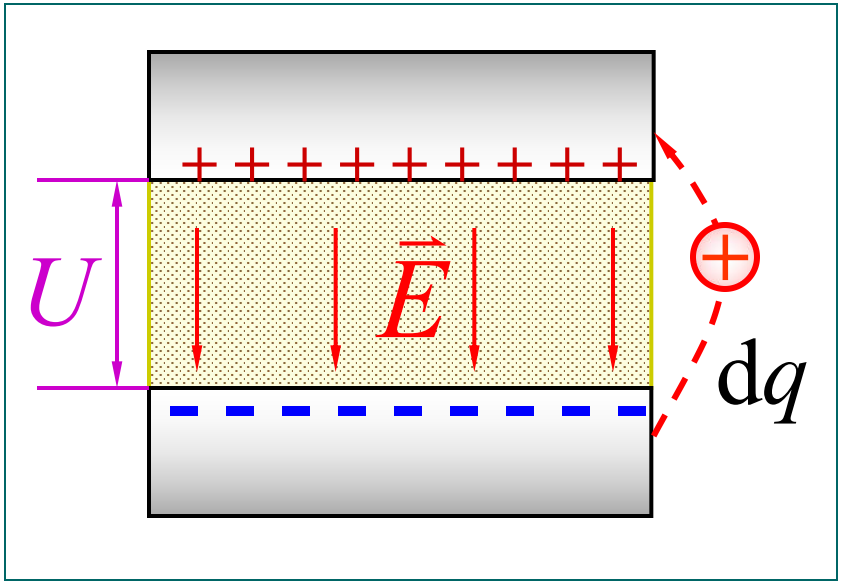
一 电容器的电能

$$\mathrm{d}W = U\mathrm{d}q = \frac{q}{C}\mathrm{d}q$$

$$W = \frac{1}{C}\int_0^Q q\mathrm{d}q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$W = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$



电容器贮存的电能 $W_e = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}QU = \dfrac{1}{2}CU^2$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

二　静电场的能量　能量密度

$$W_{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}CU^{2}=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}(Ed)^{2}=\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}Sd$$

电场能量密度 $w_{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}=\frac{1}{2}ED$

物理意义　电场是一种物质，它具有能量.

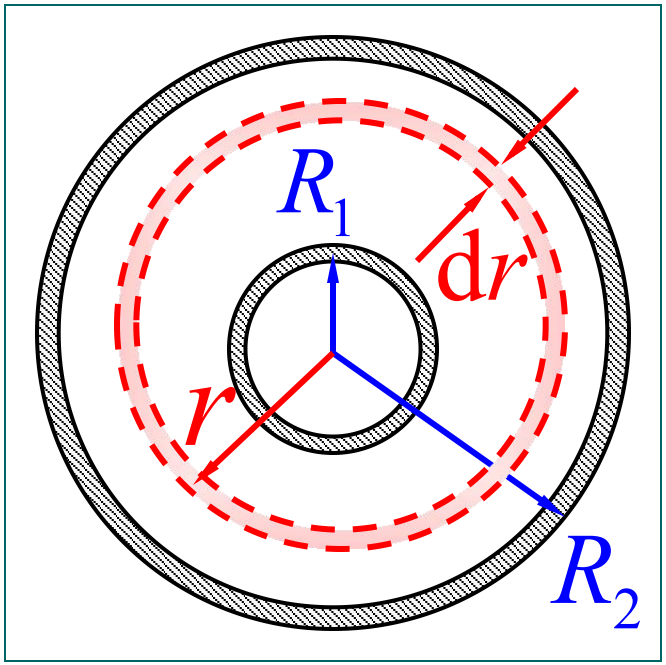
电场空间所存储的能量

$$W_{\mathrm{e}}=\int_{V}w_{\mathrm{e}}\mathrm{d}V=\int_{V}\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}\mathrm{d}V$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例1 如图所示，球形电容器的内、外半径分别为 R_1 和 R_2，所带电荷为 $\pm Q$ ．若在两球壳间充以电容率为 ε 的电介质，问此电容器贮存的电场能量为多少？



解

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$$

$$w_{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon r^4}$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{e}}=w_{\mathrm{e}}\mathrm{d}V=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r$$

$$W_{\mathrm{e}}=\int\mathrm{d}W_{\mathrm{e}}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$W_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\dfrac{R_2R_1}{R_2-R_1}}$$

讨 论

（1） $W_e = \dfrac{Q^2}{2\ C}$ $\qquad C = 4\pi\ \varepsilon\dfrac{R_2R_1}{R_2-R_1}$

（球形电容器电容）

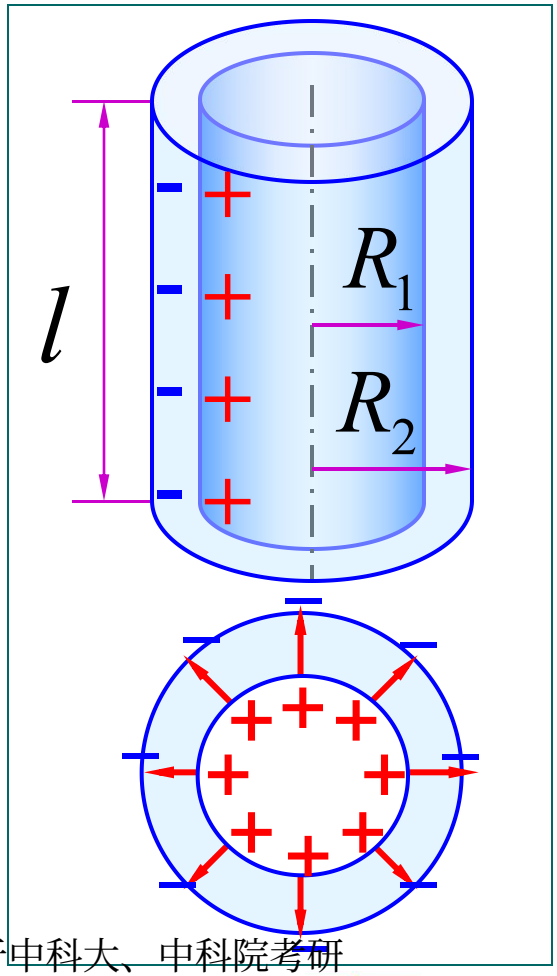
（2） $R_2 \to \infty$ $\qquad W_e = \dfrac{Q^2}{8\pi\ \varepsilon R_1}$

（孤立导体球贮存的能量）

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

例2 如图圆柱形电容器，中间是空气，空气的击穿场强是 $E_b = 3\times10^6\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$，电容器外半径 $R_2 = 10^{-2}\,\mathrm{m}$. 在空气不被击穿的情况下，内半径 $R_1 = ?$ 可使电容器存储能量最多.（空气 $\varepsilon_r \approx 1$ ）



解

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$E_b = \frac{\lambda_{\max}}{2\pi\,\varepsilon_0 R_1}$$

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

单位长度的电场能量

$$W_e = \frac{1}{2}\lambda U = \frac{\lambda^2}{4\pi\,\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

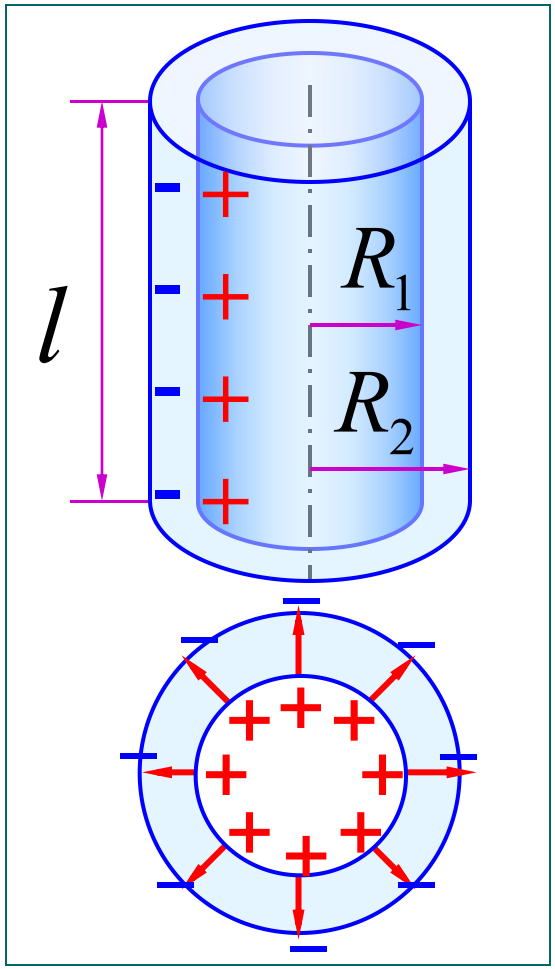
$$W_e = \frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \qquad E_b = \frac{\lambda_{max}}{2\pi\varepsilon_0 R_1}$$

$$\lambda = \lambda_{max} = 2\pi\varepsilon_0 E_b R_1$$

$$W_e = \pi\varepsilon_0 E_b^2 R_1^2 \ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{dW_e}{dR_1} = \pi\varepsilon_0 E_b^2 R_1 (2\ln\frac{R_2}{R_1} - 1) = 0$$

$$R_1 = \frac{R_2}{\sqrt{e}} = \frac{10^{-2}}{\sqrt{e}}\,m \approx 6.07\times10^{-3}\,m$$



$$U_{max} = E_b R_1 \ln\frac{R_2}{R_1} = \frac{E_b R_2}{2\sqrt{e}} = 9.10\times10^3\,V$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\chi = \varepsilon_r - 1$$

电位移矢量 $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$

静电屏蔽

有介质时的高斯定理 $\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_i Q_{0i}$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E}$$

相对电容率 $\varepsilon_r > 1$

电极化强度 $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\Delta V}$

电容器贮存的电能 $W_e = \frac{1}{2} C U^2$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研