电场与磁场

- 很早：电与磁现象，如磁棒有南北两极；
- 18世纪：电荷有两种(正电荷和负电荷)；
- 18世纪末：电流(电荷的流动)；
- 19世纪：奥斯特，电流对磁针的作用；

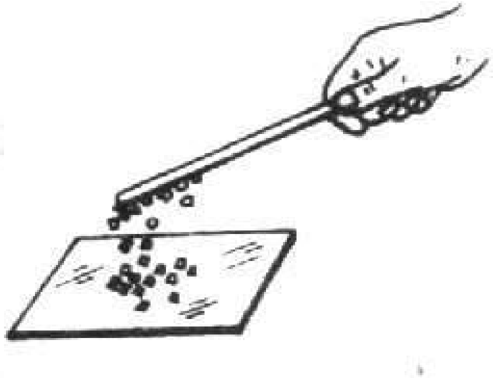
  安培，磁场对电流的作用；

  法拉第，电磁感应定律；

  麦克斯韦，电磁场理论.

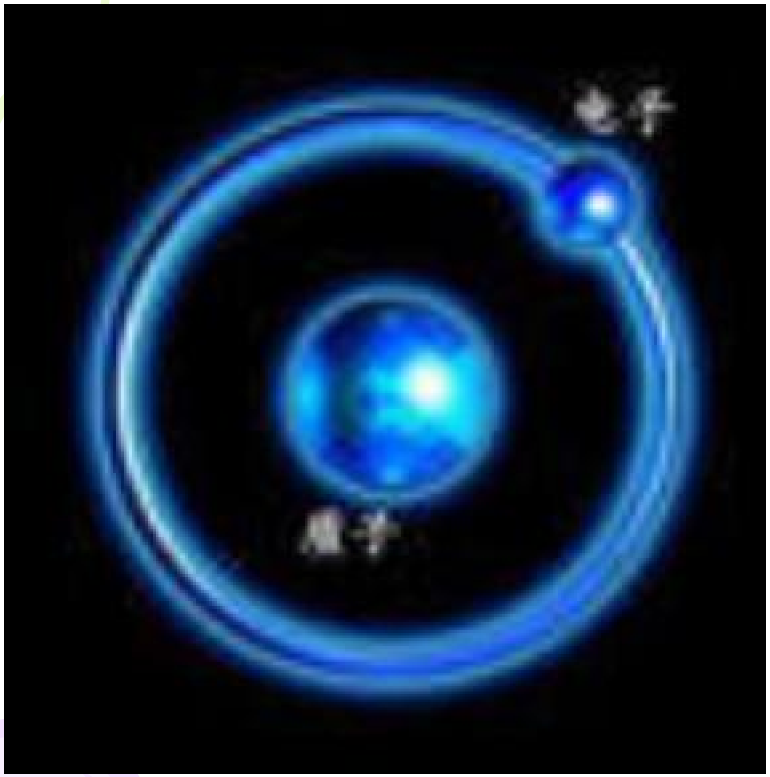
电 荷

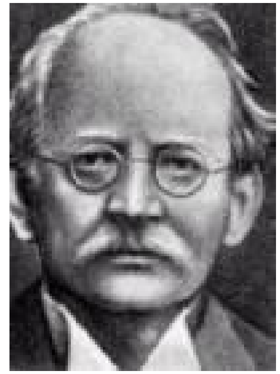
Electric charge



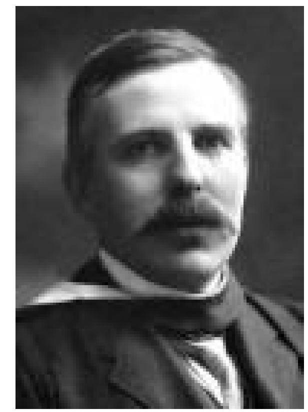
与丝绸摩擦后的玻璃棒

与毛发摩擦后的橡胶棒





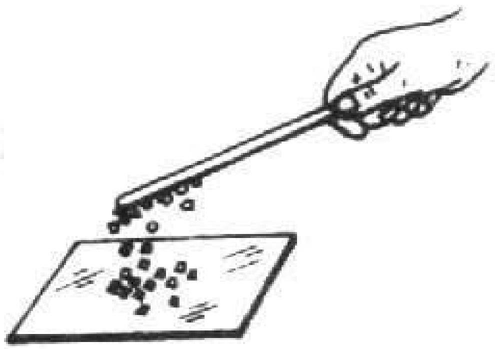
1897
Joseph John Thomson
电子



1911
Ernest Rutherford
原子核

1913
Niels Bohr
电子的量子轨道

得失电子的能力不同



与丝绸摩擦后的玻璃棒

失去电子

与毛发摩擦后的橡胶棒

得到电子

思考：一个金属球带上正电荷后，该球的质量是增大，减小还是不变？

一 电荷的量子化

1 种类： 正电荷(玻璃)，负电荷(橡胶)

2 性质： 同种相斥，异种相吸

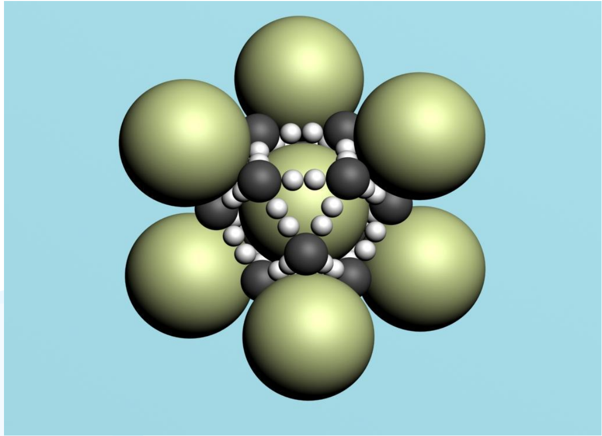
3 单位： 库仑（C）

4 电荷的量子化：

$$q = \pm ne \qquad (n = 1,2,3,\cdots)$$

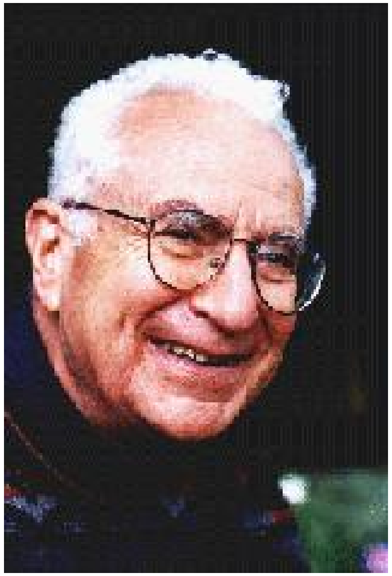
$$e = 1.602\times10^{-19}\,\mathrm{C}$$

验电器



夸克

(2e/3, -1e/3)



Murray Gell-Mann

1969 **诺贝尔物理学奖**

电荷依然是量子化的

二 电荷守恒定律

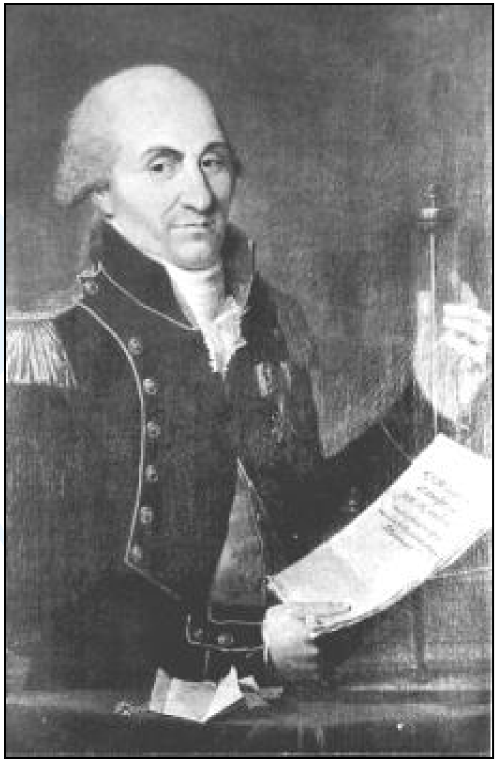
不管系统中的电荷如何迁移，系统的电荷的代数和保持不变.

（自然界的基本守恒定律之一）

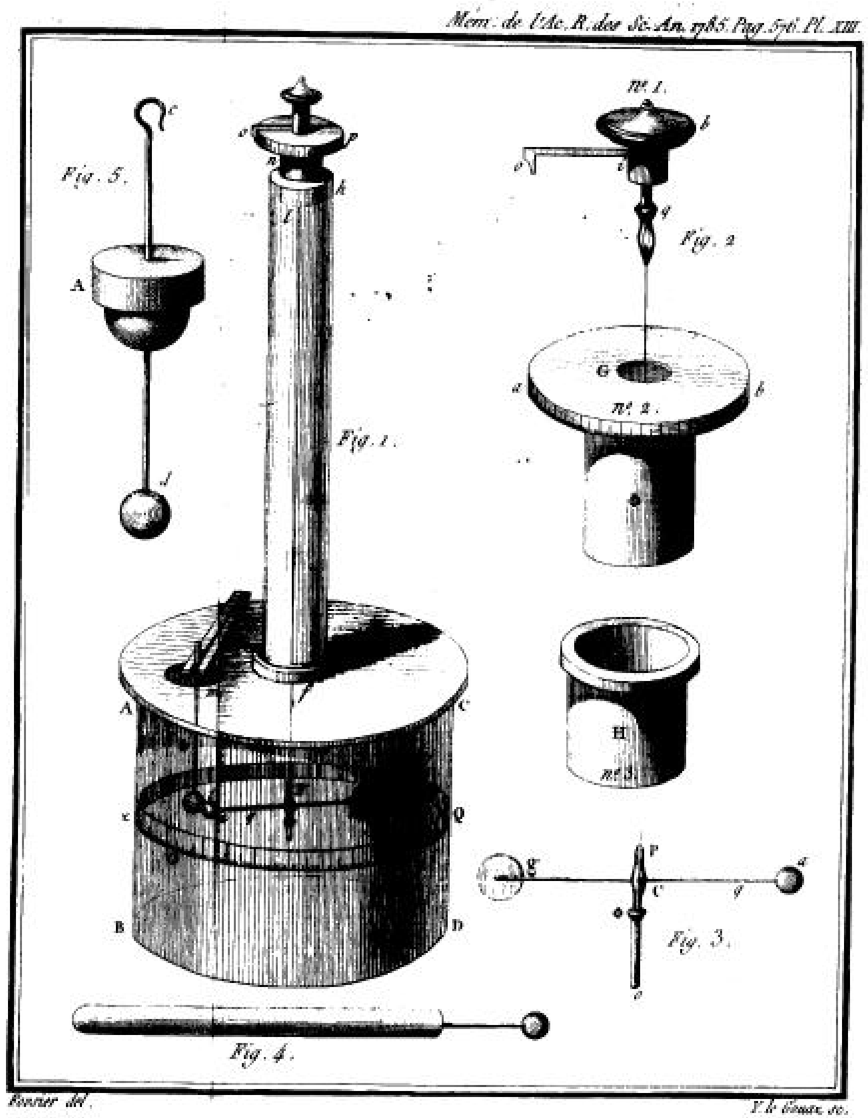
库仑定律

Coulomb's law

库仑（C.A.Coulomb 1736 –1806）



法国物理学家，1785年通过扭秤实验创立库仑定律，使电磁学的研究从定性进入定量阶段. 电荷的单位库仑以他的姓氏命名.



库仑所用扭秤的示意图

库仑定律

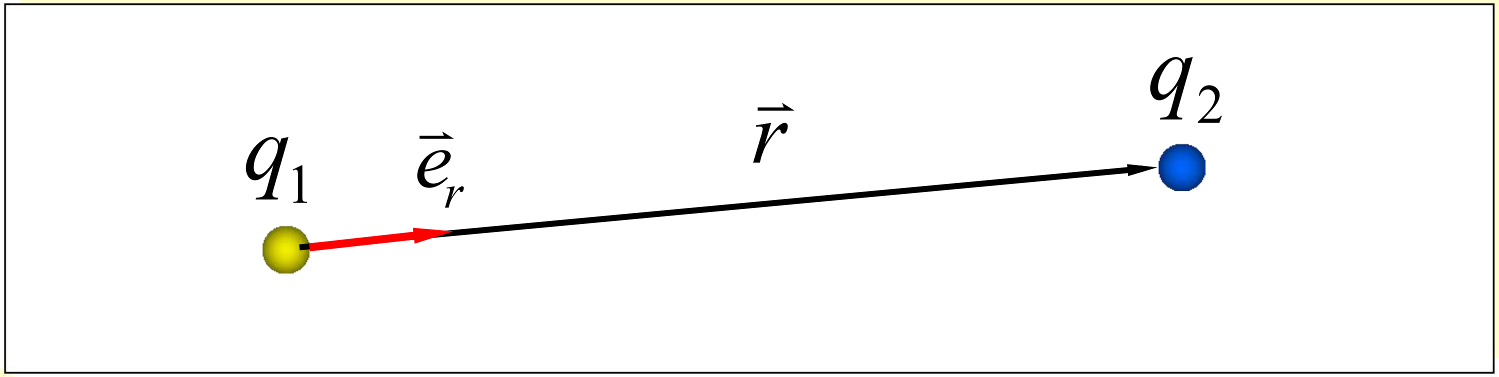
1C=6.24146×10[18]e

点电荷：抽象模型

q_2受q_1的力

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r}$$

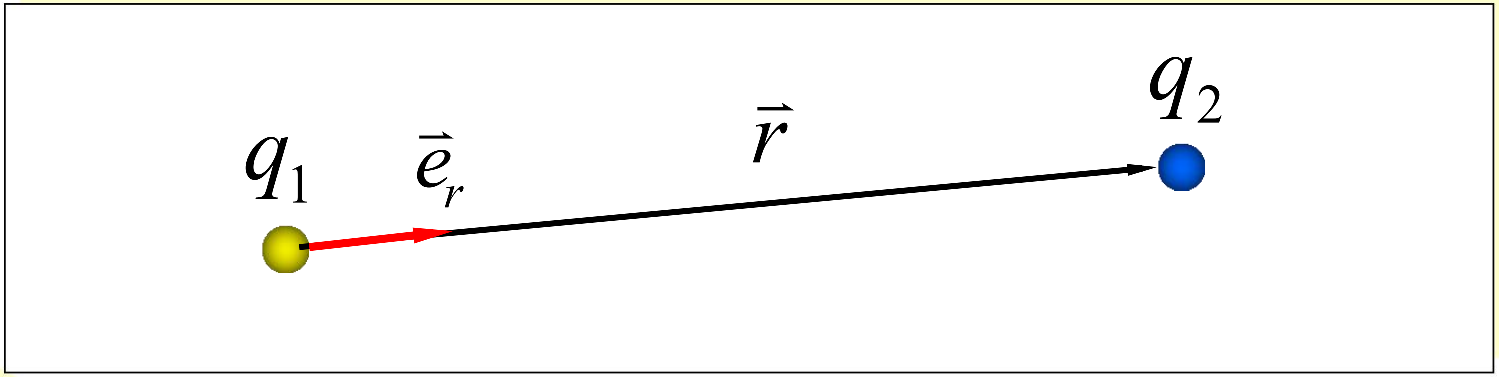
$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{C}^2\cdot\mathrm{N}^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-2}$为真空电容率



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$

大小： $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

方向： q_1和q_2同号相斥，异号相吸.



电场
Electric field

一 静电场

电荷 ⇄ 电 场 ⇄ 电荷

场
实物
物 质

静电场：静止电荷周围存在的电场

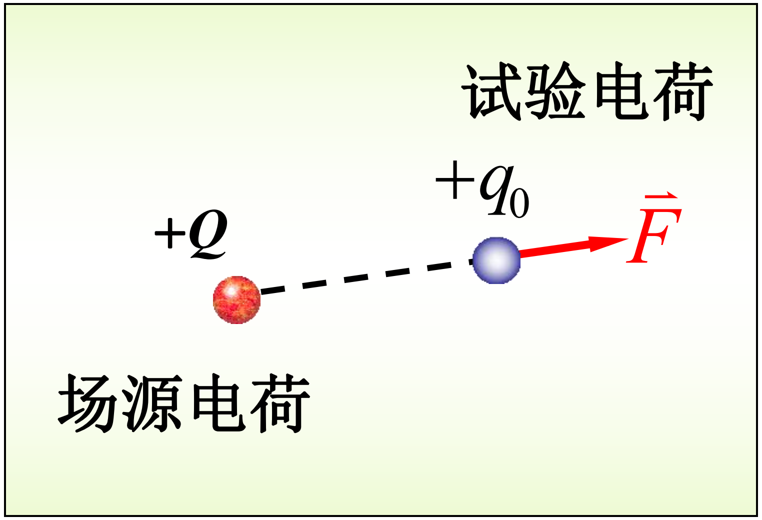
二 电场强度

1 试验电荷

- 点电荷
- 电荷足够小

2 电场强度

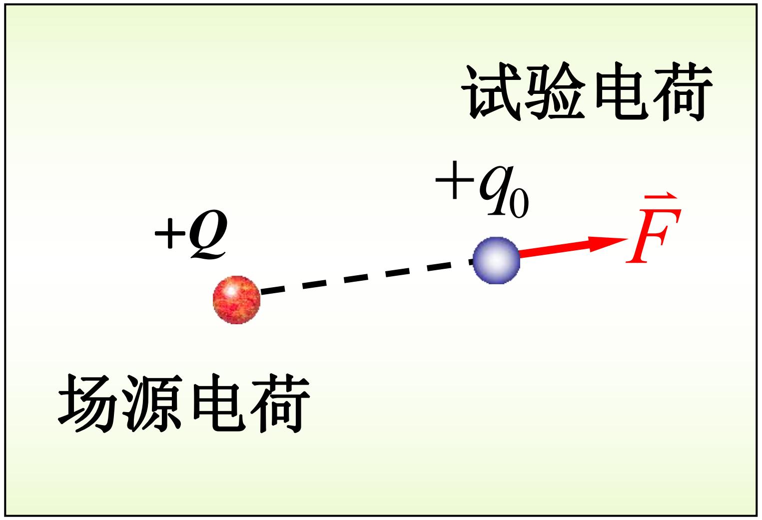
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

- 定义：单位正试验电荷所受的电场力
- 单位：$\mathrm{N \cdot C^{-1}, V \cdot m^{-1}}$
- 和试验电荷无关
- 电荷q受电场力：

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



空气被击穿

关键：怎样计算各种情况下的场强?

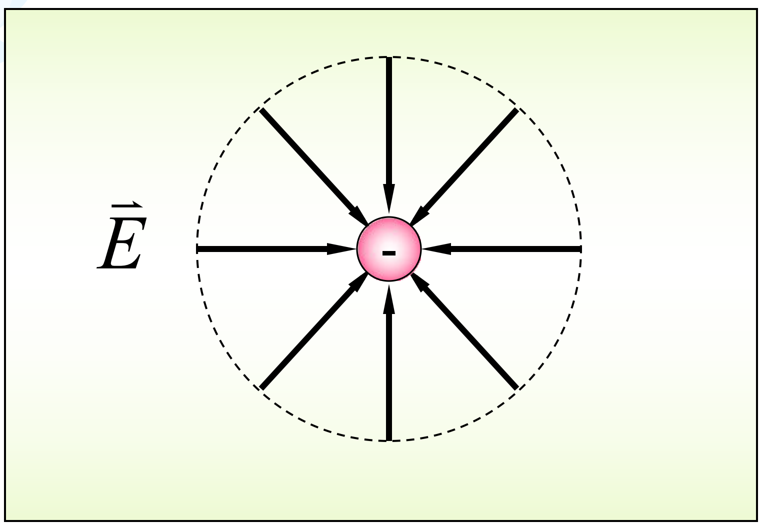
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

最简单的情况是什么?

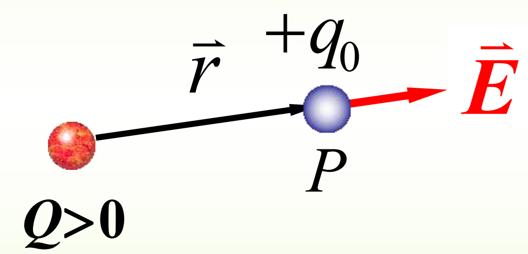
怎样计算点电荷的场强?

三 点电荷电场强度

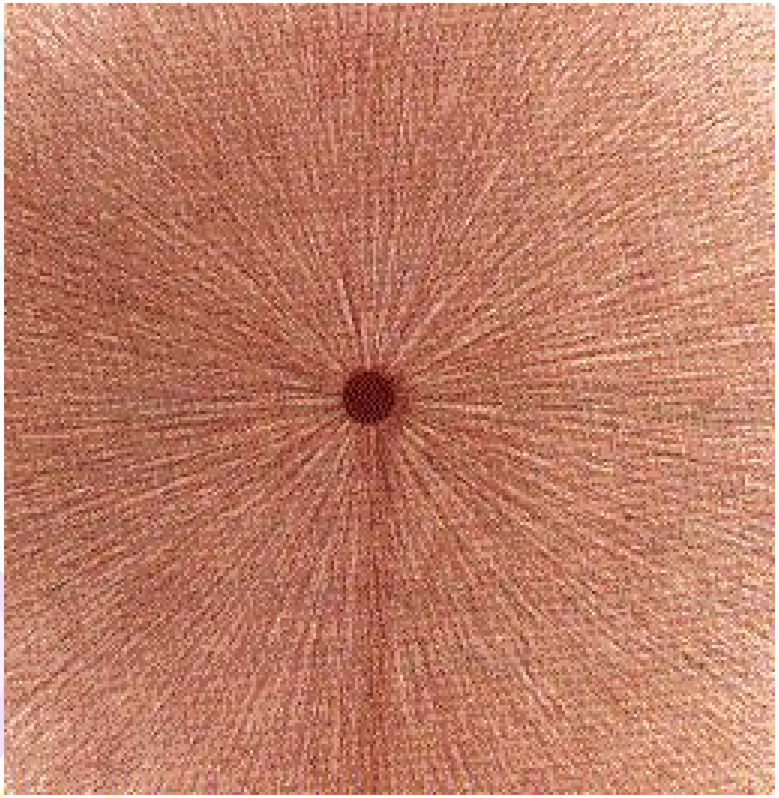
$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq_0}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r$$



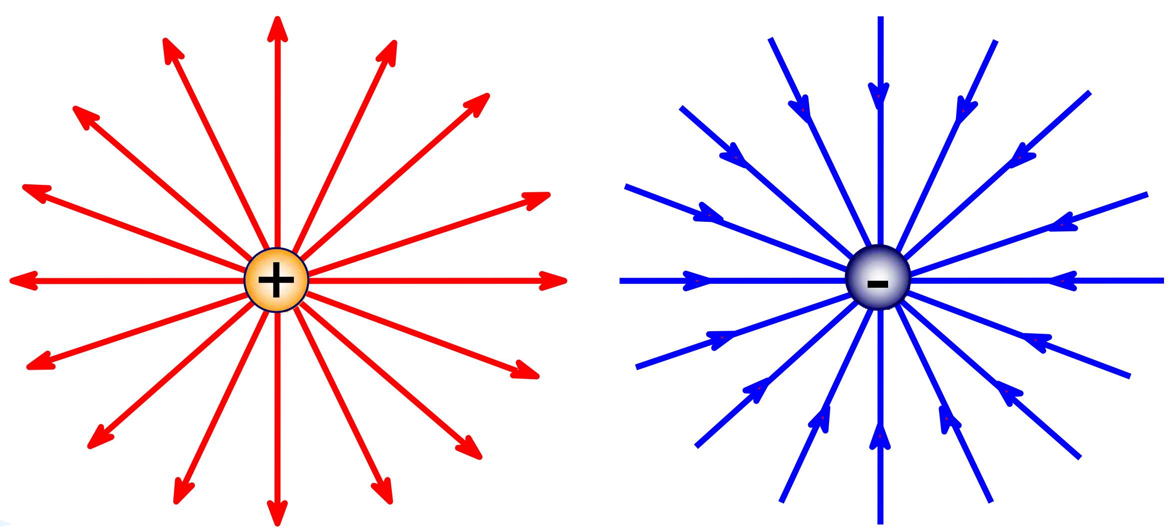
$$\boxed{E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}$$

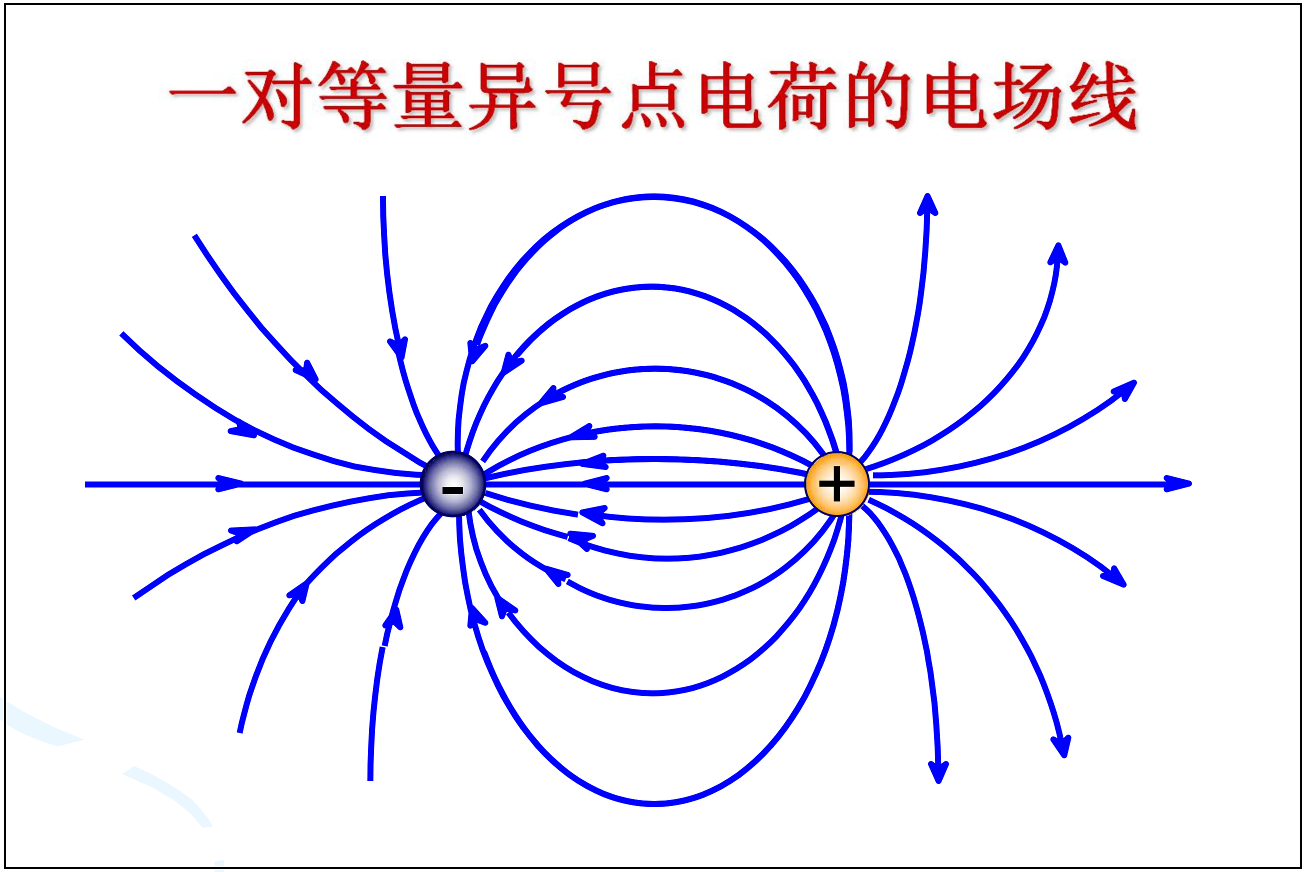


电场线



正点电荷与负点电荷的电场线




一对等量异号点电荷的电场线
-
+

1 规定

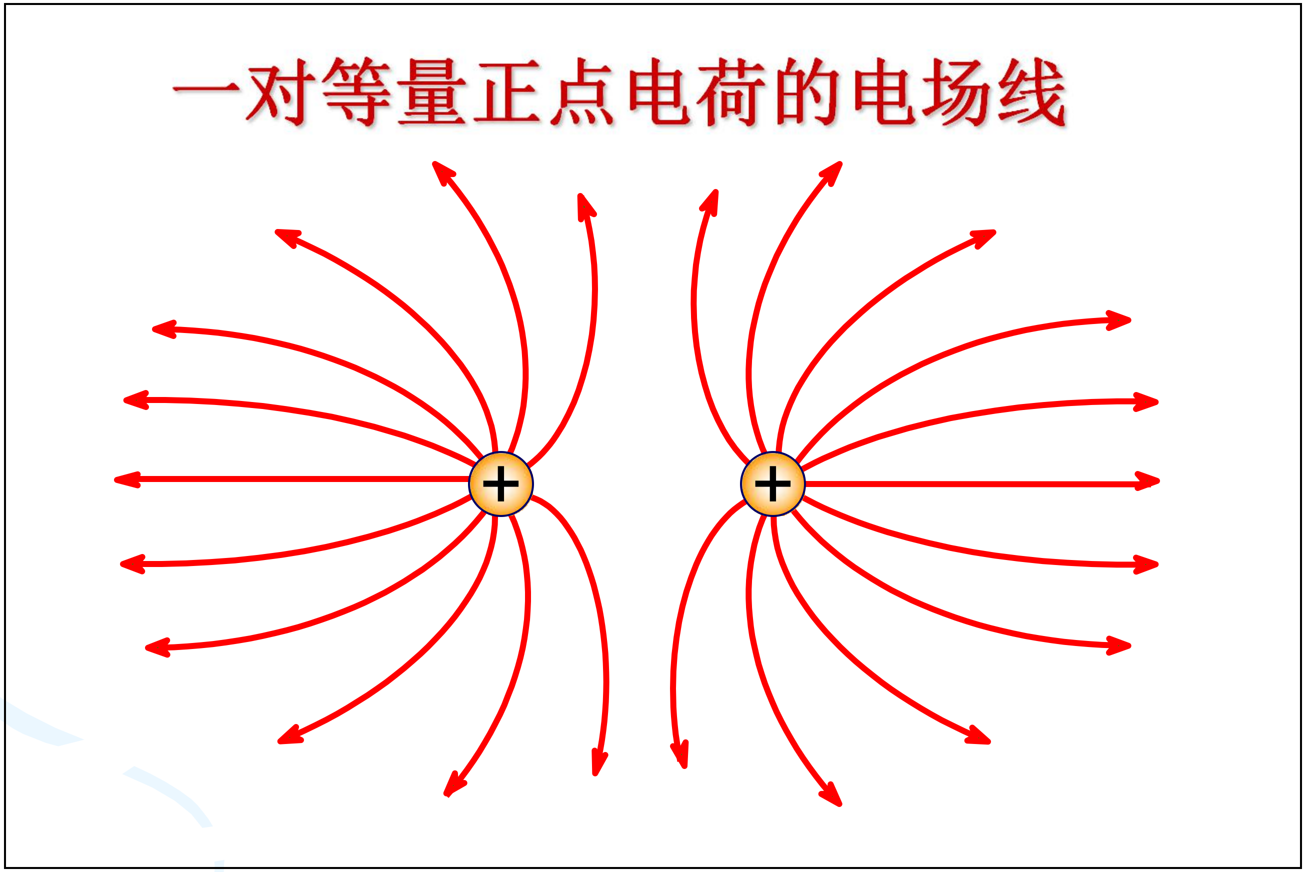
（1） 切线方向为电场强度方向

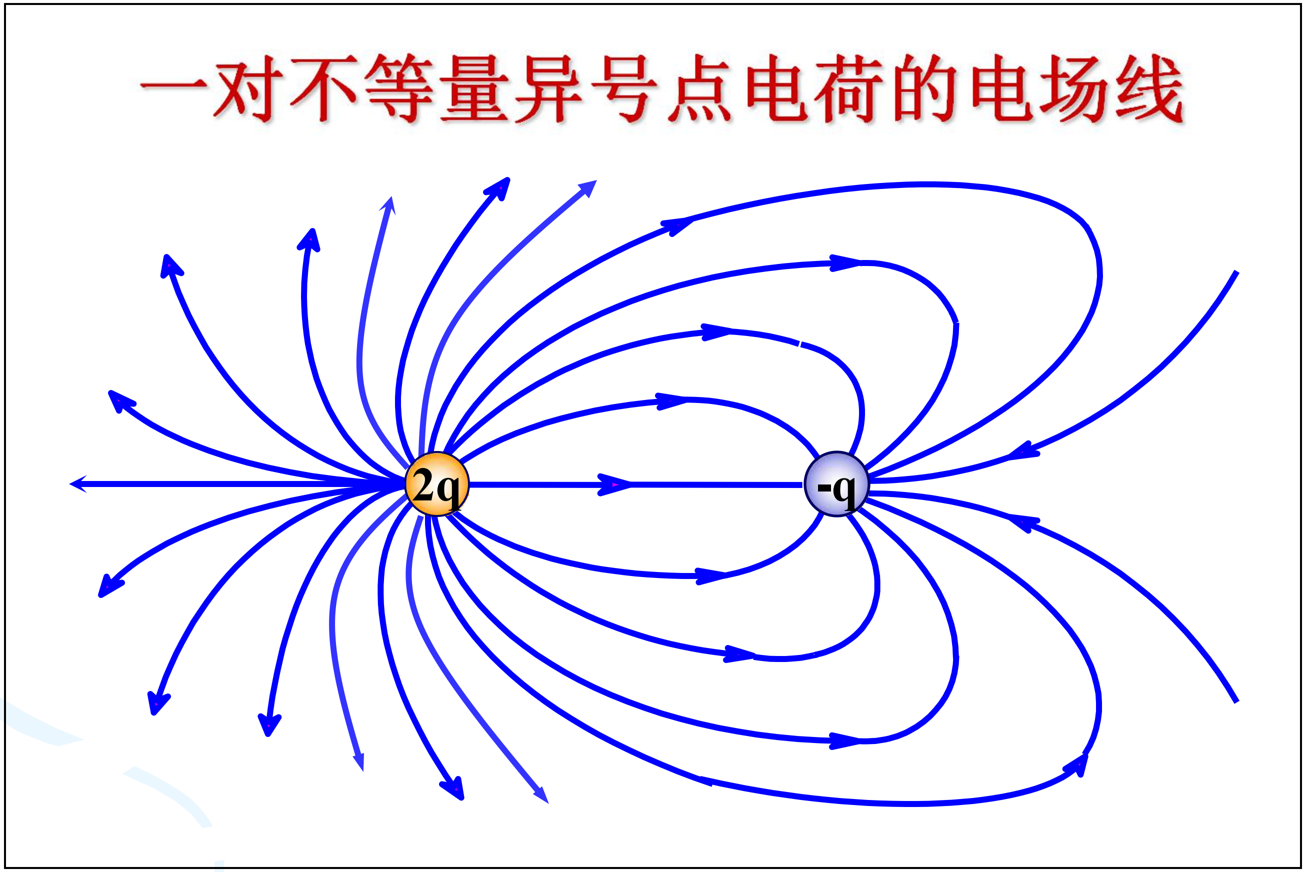
（2） 疏密表示电场强度的大小

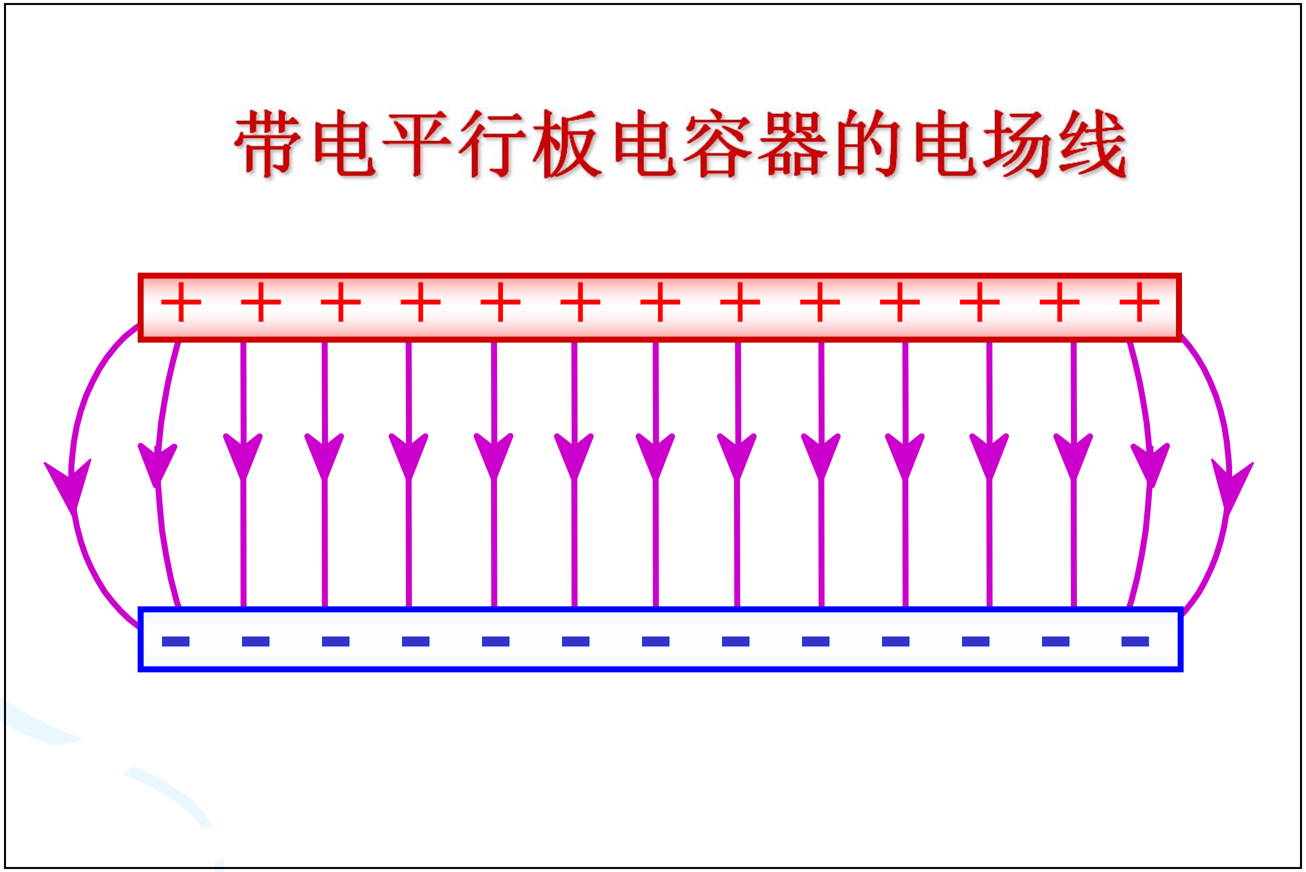
2 特点

（1） 始于正电荷，止于负电荷，非闭合线.

（2） 任何两条电场线不相交.


一对等量正点电荷的电场线
+
+


一对不等量异号点电荷的电场线
2q
-q


带电平行板电容器的电场线
+ + + + + + + + + + + + +
- - - - - - - - - - - - -

四 电场强度叠加原理

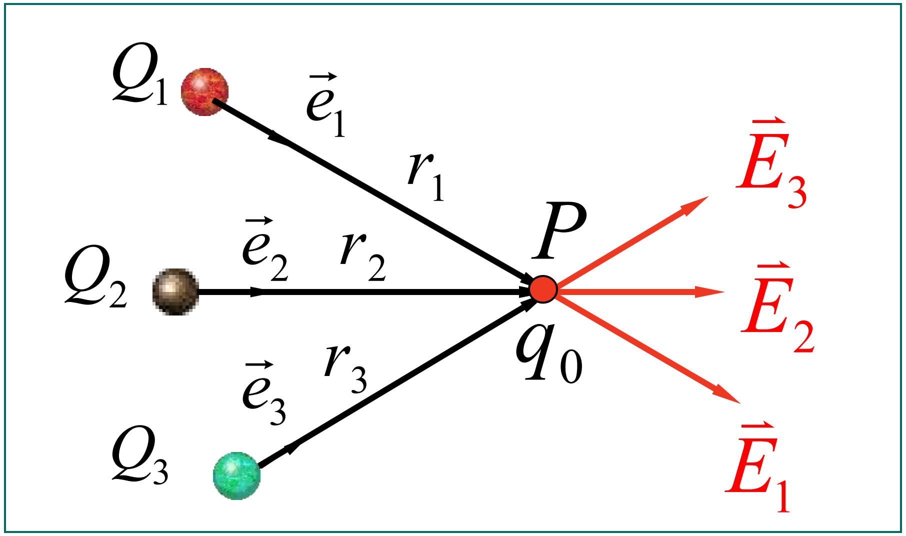
◆ 点电荷系的电场

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{e}_i$$

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 Q_i}{r_i^2} \vec{e}_i$$

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{q_0}$$

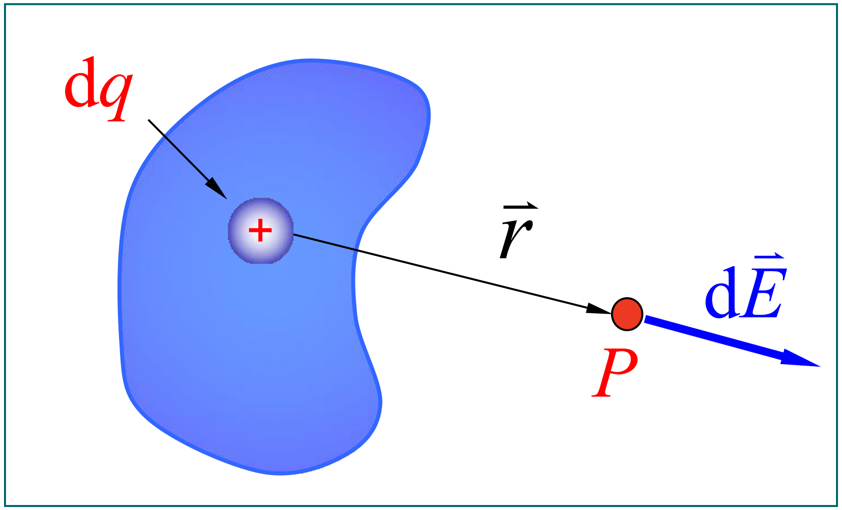


电荷连续分布的电场

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}q$$

电荷**体**密度 ρ $\qquad \mathrm{d}q = \rho\mathrm{d}V$

$$\boxed{\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}V}$$

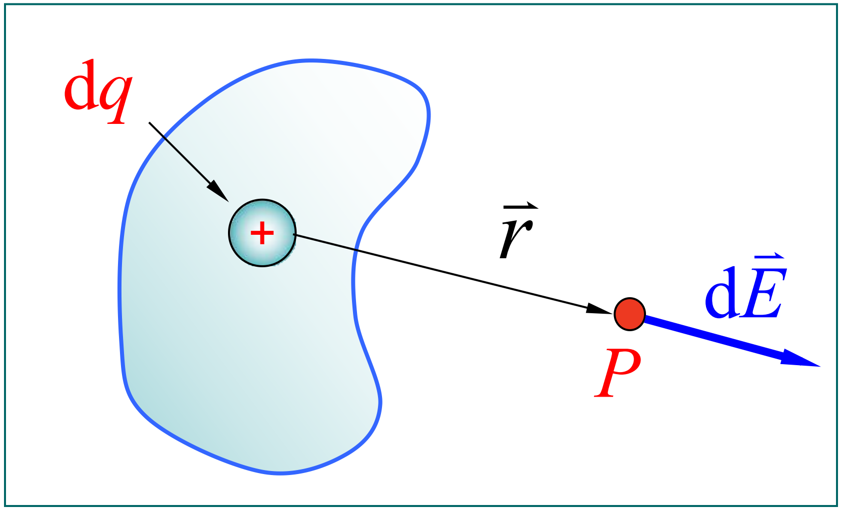


电荷连续分布的电场

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{E}=\int\mathrm{d}\vec{E}=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}q$$

电荷面密度 σ $\qquad \mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S$

$$\boxed{\vec{E}=\int_S\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}S}$$

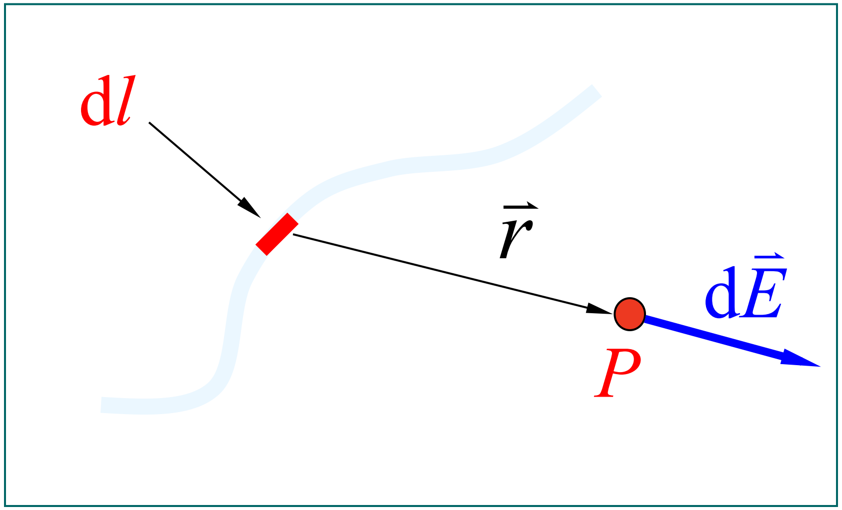


电荷连续分布的电场

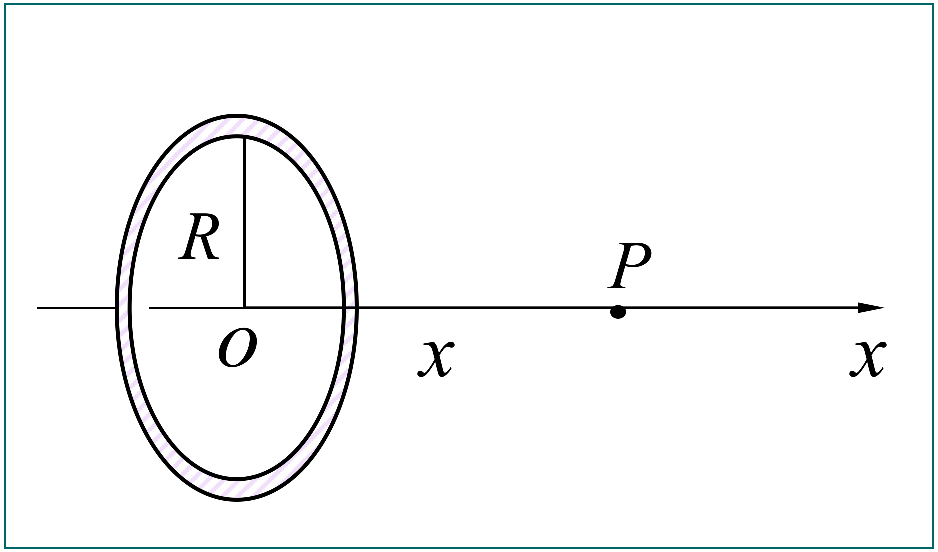
$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}q$$

电荷线密度 λ $\quad \mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$

$$\boxed{\vec{E} = \int_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\vec{e}_r}{r^2}\mathrm{d}l}$$



例1 正电荷q均匀分布在半径为R的圆环上．计算通过环心点O并垂直圆环平面的轴线上任一点P处的电场强度．



解 $\lambda = \dfrac{q}{2\pi R}$ $\quad \mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$ $\quad \mathrm{d}E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}$

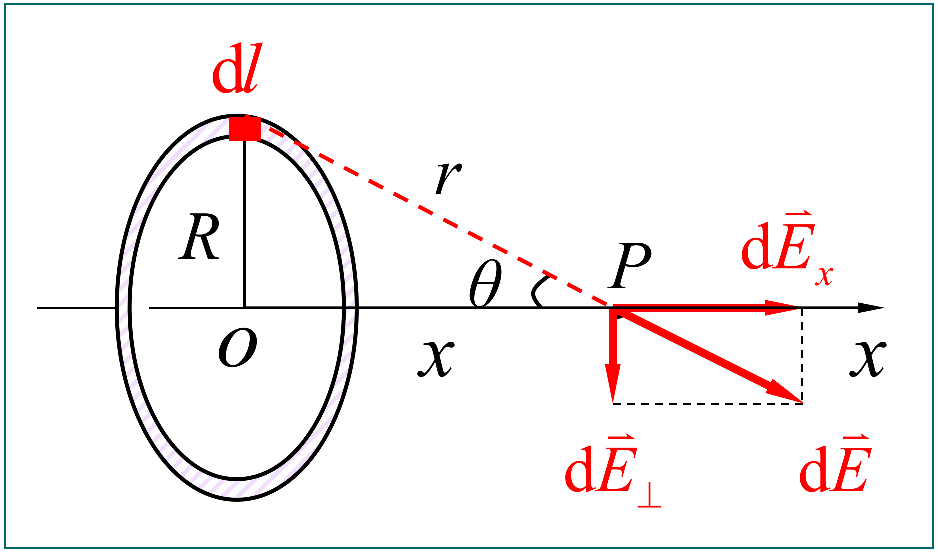
$\mathrm{d}\vec{E} = \mathrm{d}\vec{E}_x + \mathrm{d}\vec{E}_\perp$ $\quad$ 由于 $E_\perp = \int_l \mathrm{d}E_\perp = 0$

故 $E = \int_l \mathrm{d}E_x = \int_l \mathrm{d}E\cos\theta$

$$= \int \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{x}{r}$$

$$= \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$= \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$$



讨 论

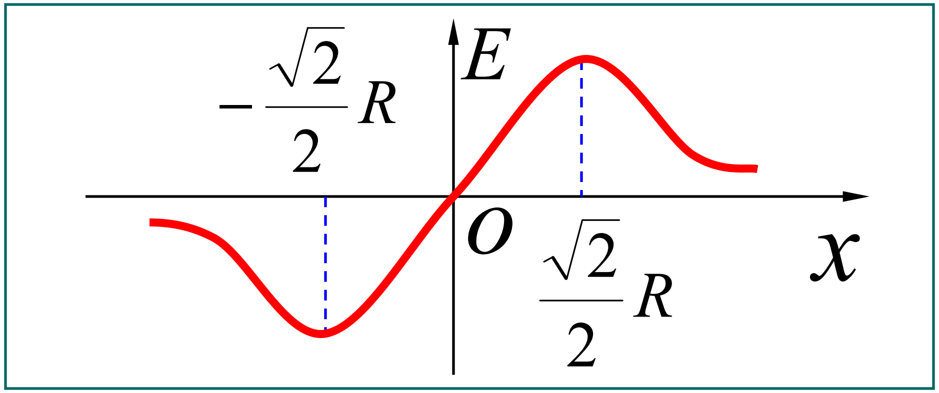
（1） $x>>R$

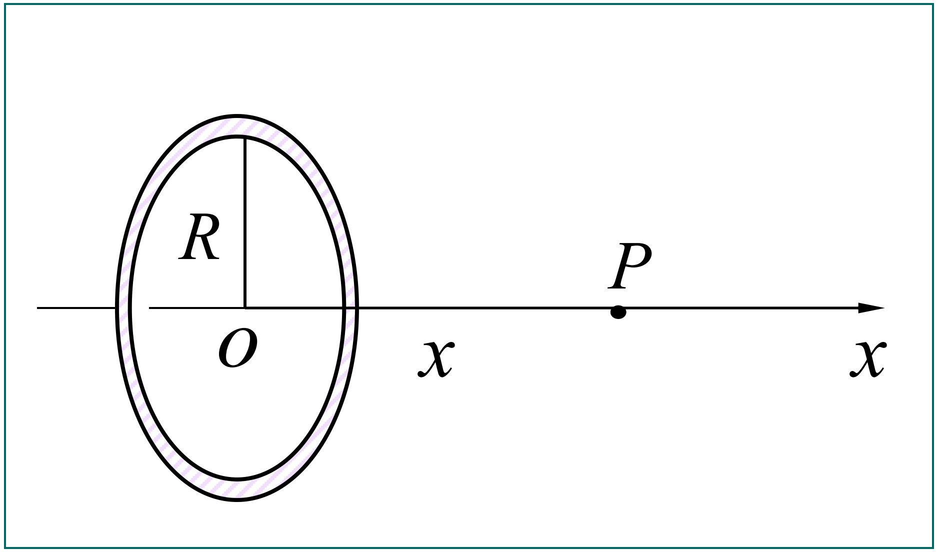
（2） $x=0$

$E_o=0$

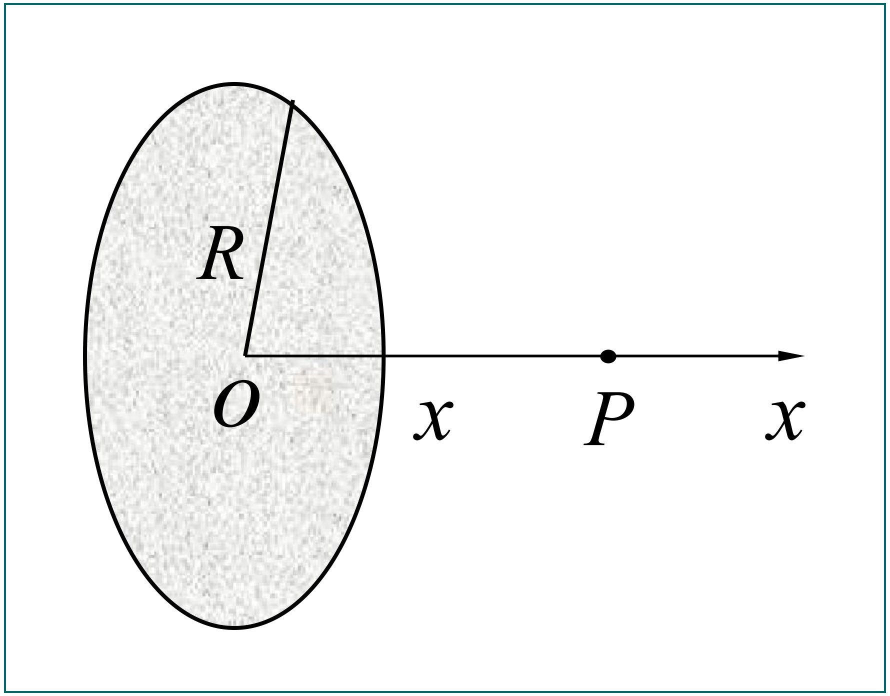
（3） $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0$

$x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}R$





例2 有一半径为R，电荷均匀分布的薄圆盘，其电荷面密度为σ．求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度．

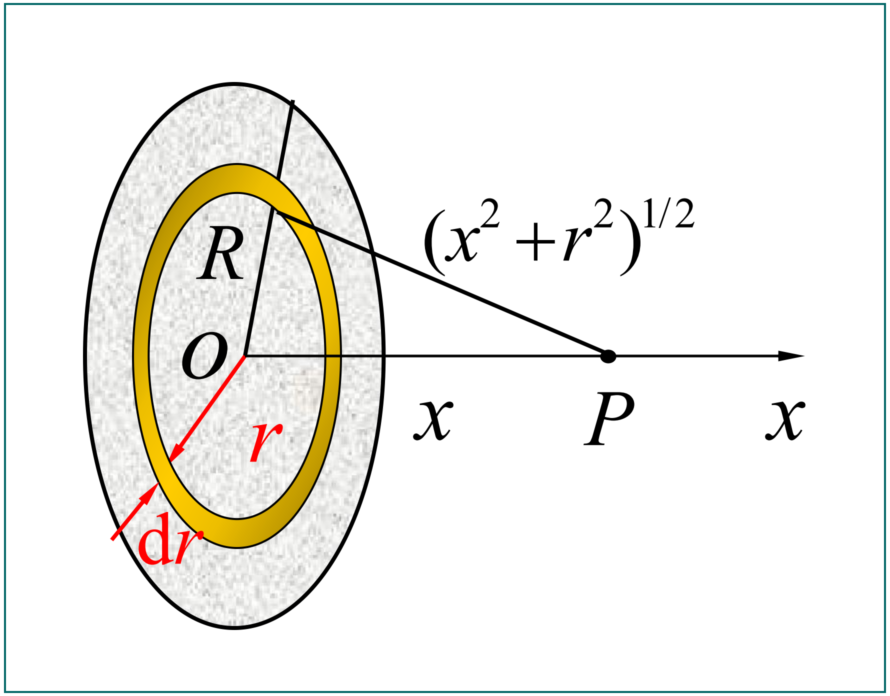


解 $\sigma = q / \pi R^2 \qquad \mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$

$$\mathrm{d}E_x = \frac{x\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xr\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int \mathrm{d}E_x$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$



讨 论

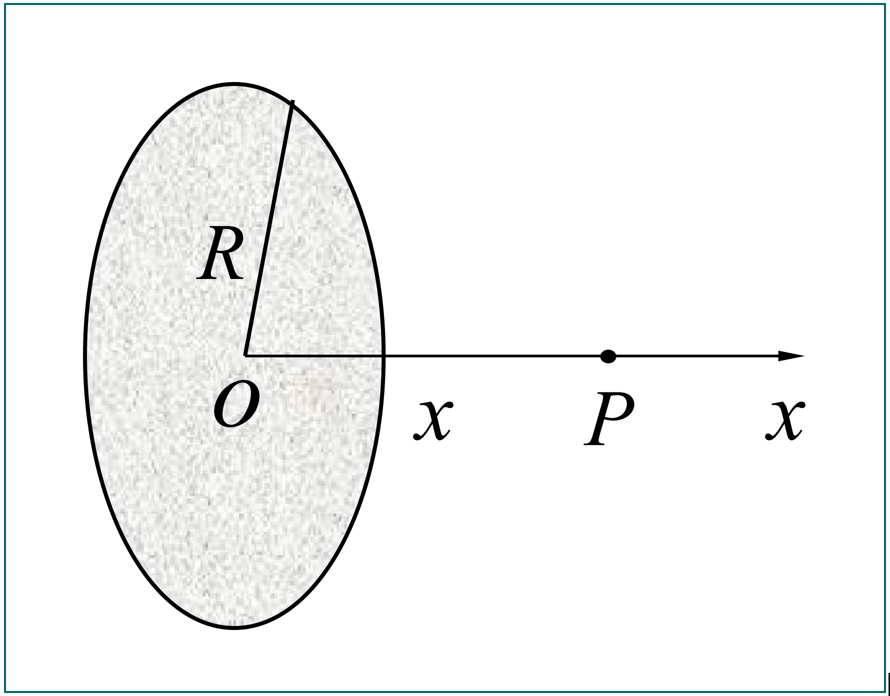
$$E=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

$x << R$

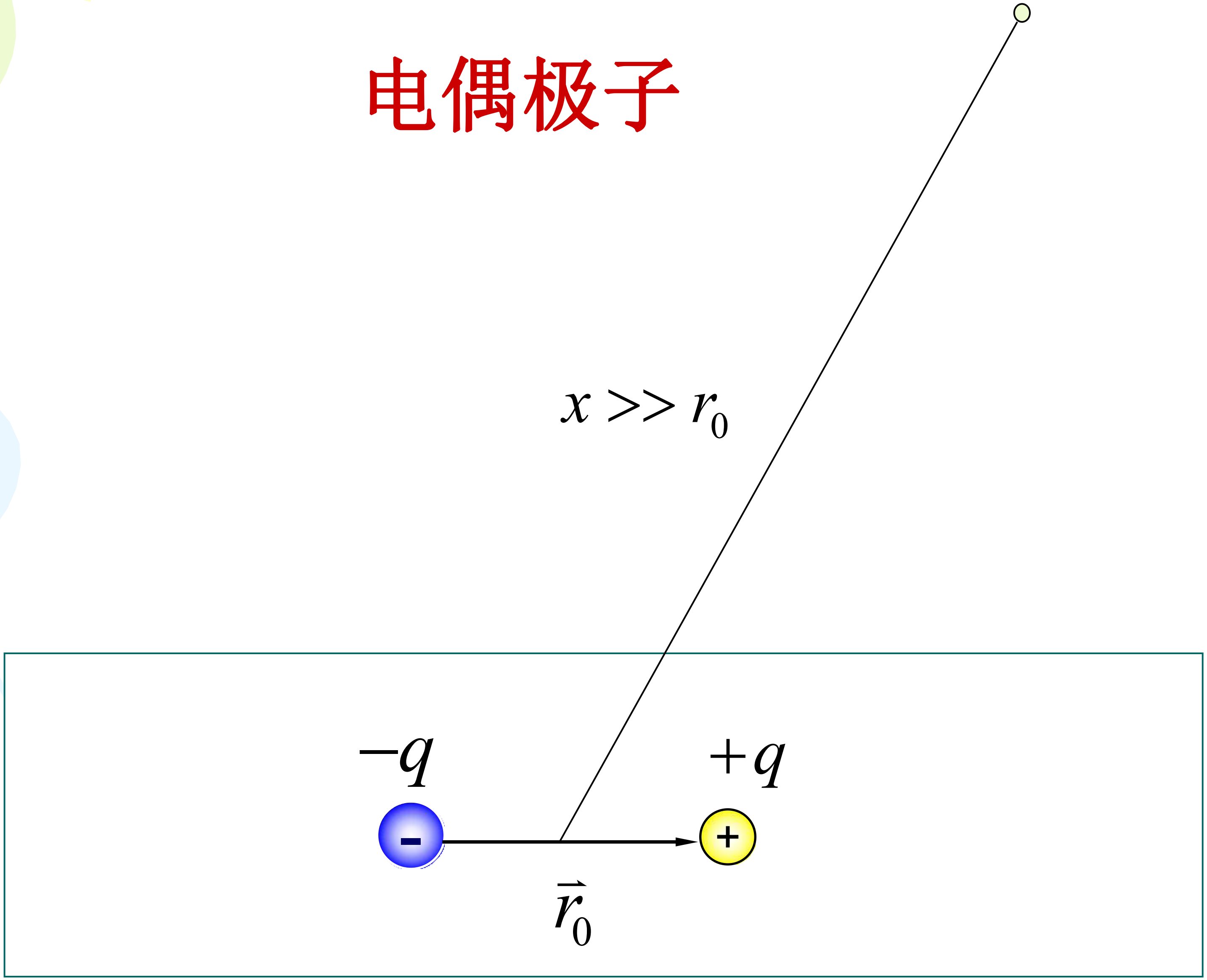
$$E\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$x >> R$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$



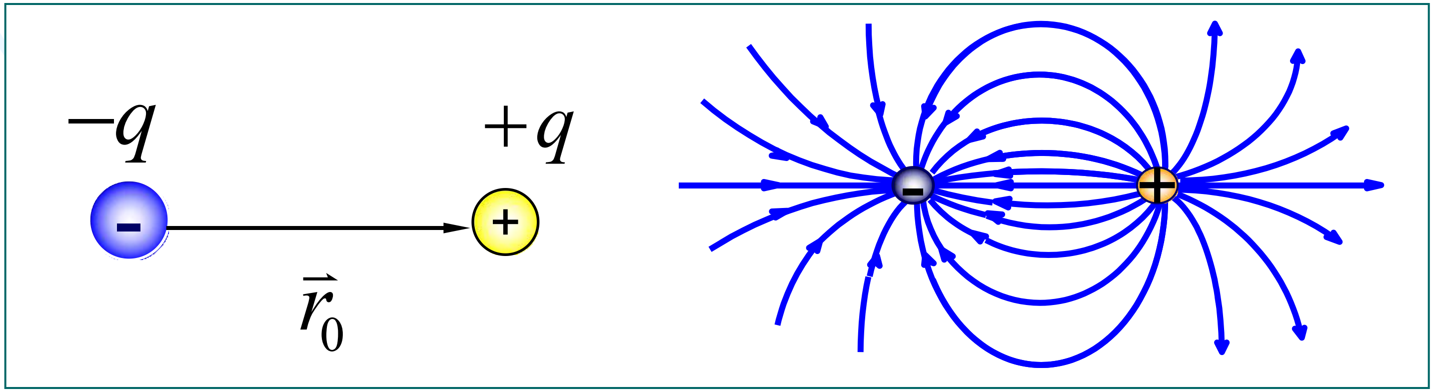
电偶极子



五 电偶极子的电场强度

电偶极子的轴 $\vec{r}_0$

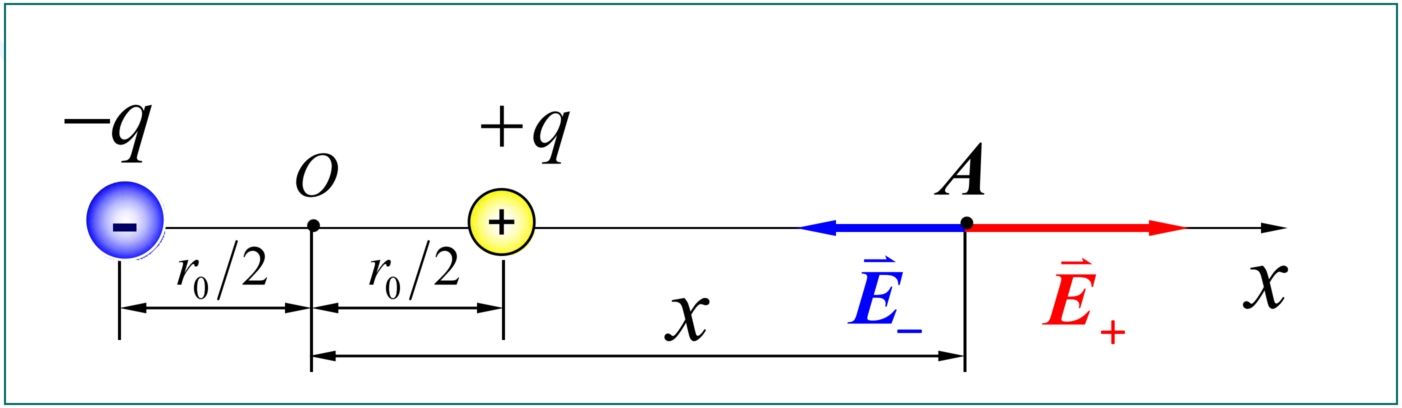
电偶极矩（电矩） $\vec{p} = q\vec{r}_0$



（1）轴线延长线上一点的电场强度

$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x-r_0/2)^2}\vec{i} \qquad \vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x+r_0/2)^2}\vec{i}$$

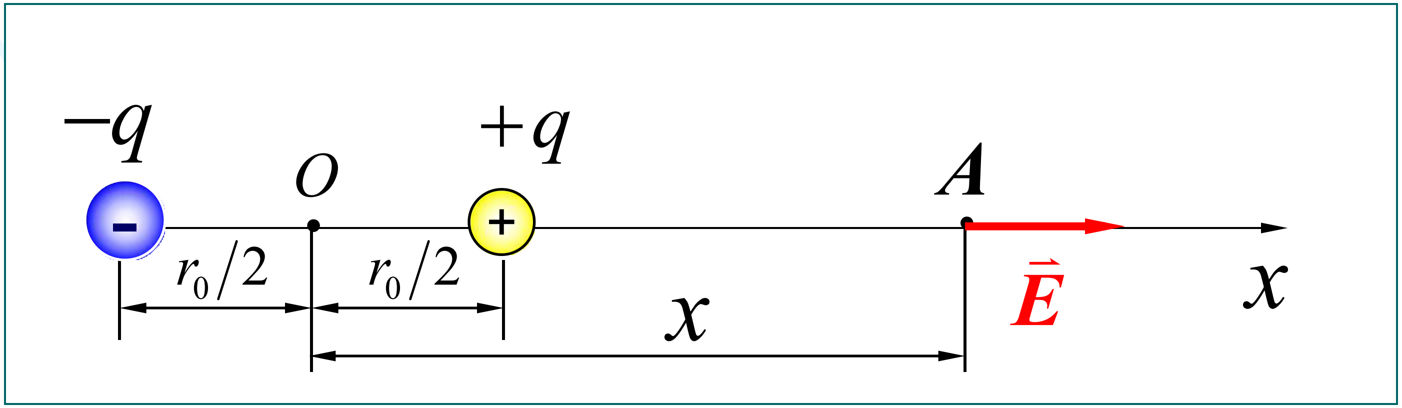
$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xr_0}{(x^2-r_0^2/4)^2}\right]\vec{i}$$



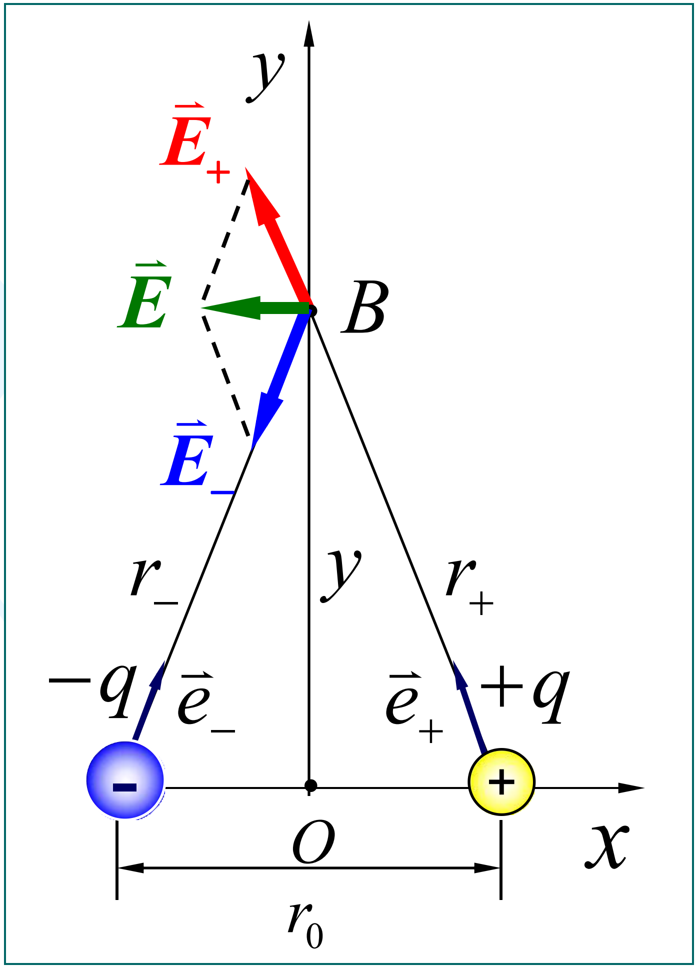
$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xr_0}{(x^2-r_0^2/4)^2}\right]\vec{i}$$

$$x>>r_0$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2r_0q}{x^3}\vec{i}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}$$



（2）轴线中垂线上一点的电场强度



$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^2}\vec{e}_+$$

$$\vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_-^2}\vec{e}_-$$

$$r_+ = r_- = r = \sqrt{y^2 + (\frac{r_0}{2})^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3}$$

$$y >> r_0 \quad \vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{y^3}$$

高斯定理

Gauss Theorem

一 电场强度通量

1 定义

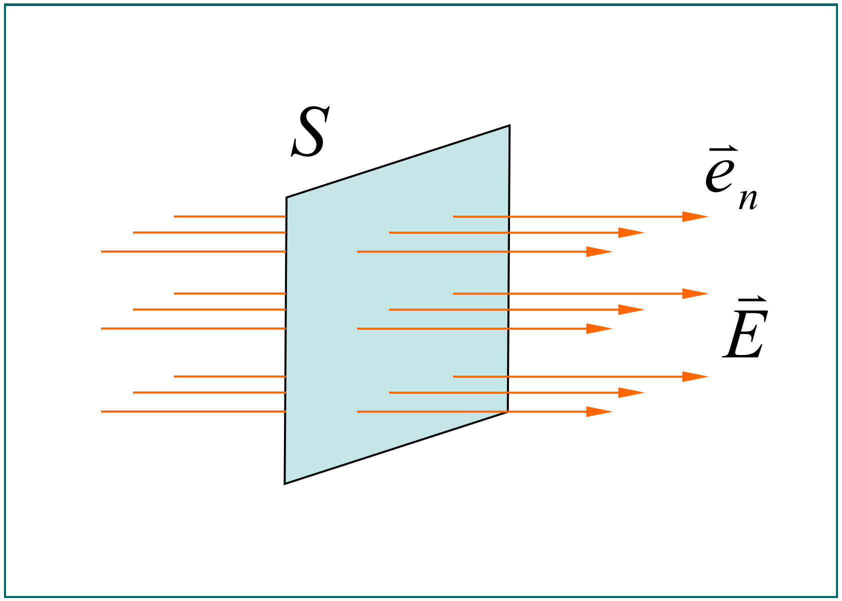
通过电场中某个面的电场线数

2 表述

- 匀强电场，

$\vec{E}$ 垂直平面时.

$$\Phi_{\mathrm{e}} = ES$$



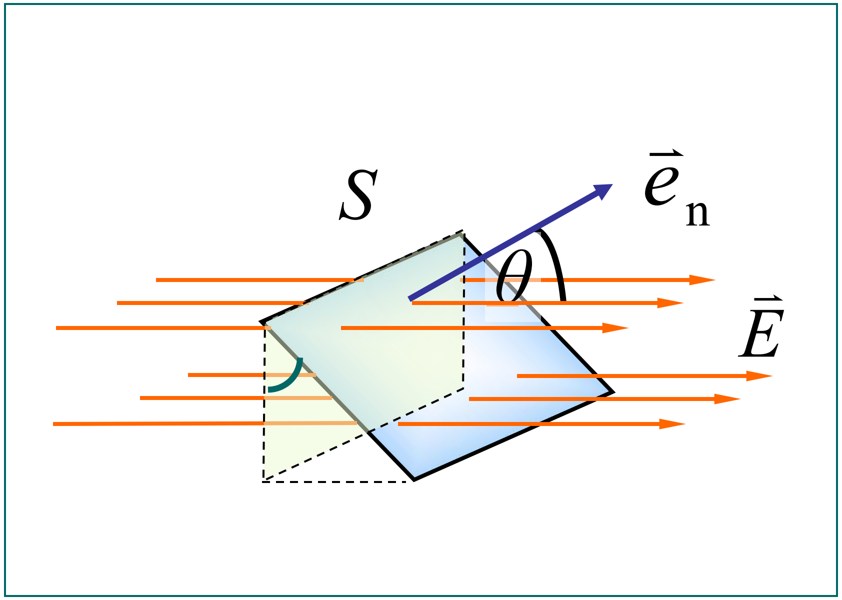
二 电场强度通量

1 定义

通过电场中某个面的电场线数

2 表述

◆ 匀强电场，$\vec{E}$与平面夹角 θ .



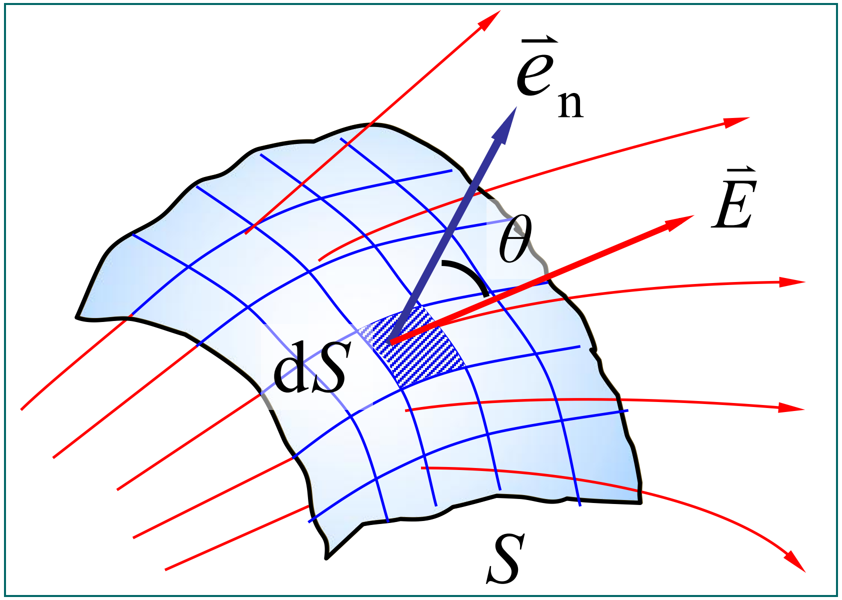
$$\Phi_{\mathrm{e}} = ES\cos\theta$$

$$= \vec{E}\cdot\vec{S}$$

- 非匀强电场，曲面S.

$$\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}S \cdot \vec{e}_{\mathrm{n}} \qquad \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = E\cos\theta \mathrm{d}S = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \int \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

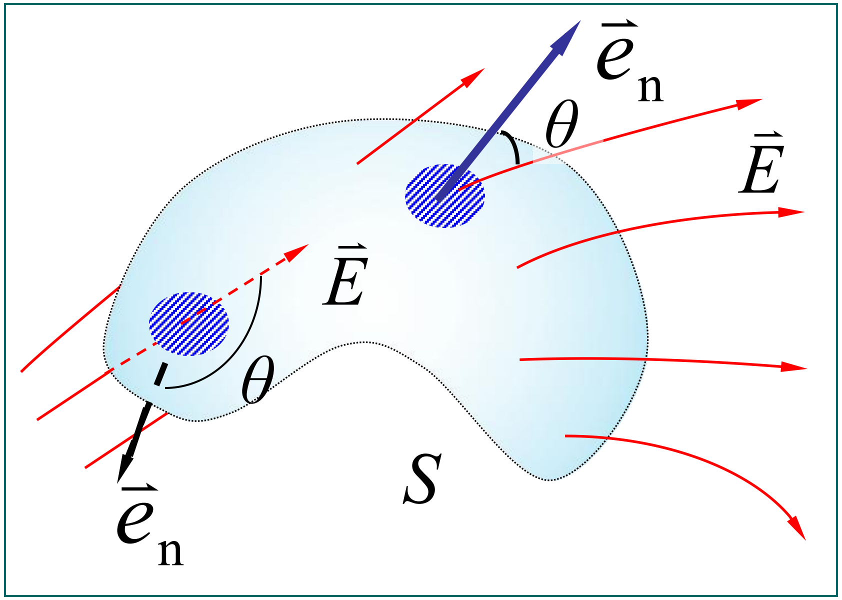


- 非均匀电场，闭合曲面S .

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_{S}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\oint_{S}E\cos\theta\mathrm{d}S$$

"穿出" $\theta<90^{\circ}$

"穿进" $\theta>90^{\circ}$

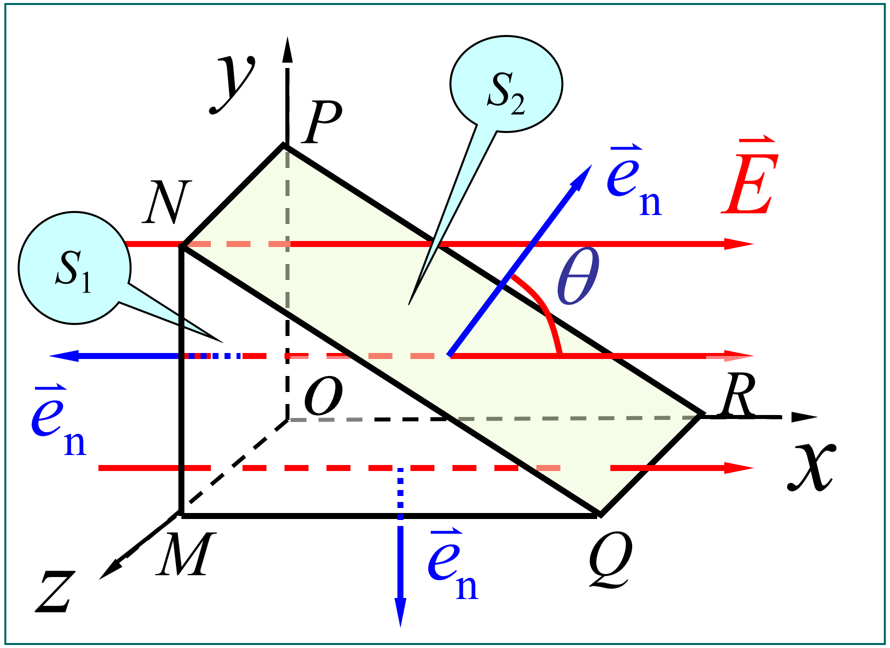


例1 三棱柱体放置在如图所示的匀强电场中. 求通过此三棱柱体的电场强度通量.

解

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\sum_{i=1}^{5}\Phi_{\mathrm{e}i}$$

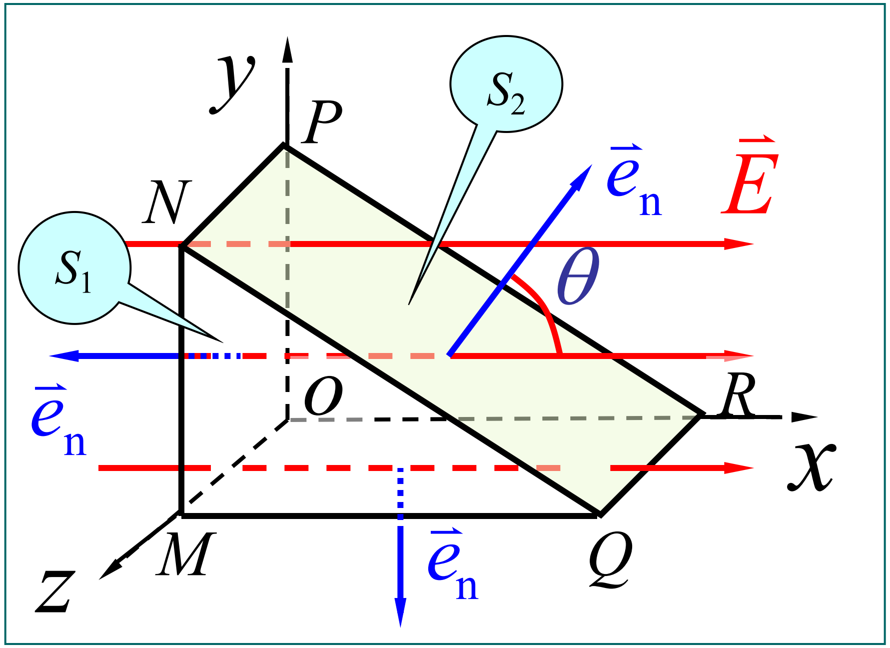
$$=\Phi_{e1}+\Phi_{e2}$$



$$\Phi_{e1} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES_1 \cos\pi = -ES_1$$

$$\Phi_{e2} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES_2 \cos\theta = ES_1$$

$$\therefore \Phi_e = \sum_{i=1}^{5} \Phi_{ei} = 0$$



高斯（*C.F.Gauss 1777–1855*）

德国数学家、天文学家和物理学家，有“数学王子”美称，他与韦伯制成了第一台有线电报机和建立了地磁观测台，高斯还创立了电磁量的绝对单位制.

***1989*年至*2001*年流通的*10*德国马克**

三 高斯定理

1 高斯定理的导出

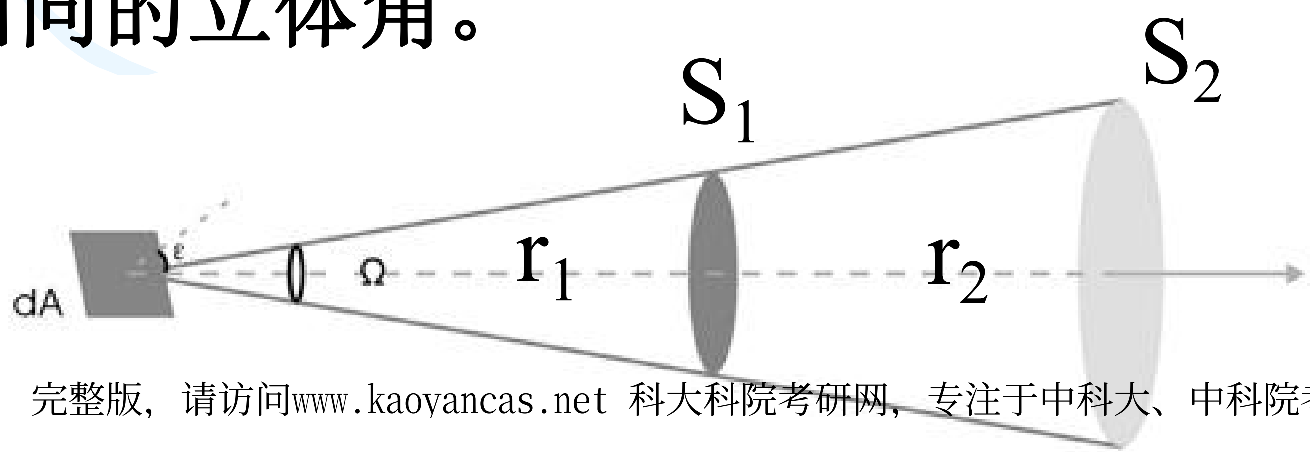
在点电荷q的电场中，通过求电场强度通量导出.

$$\left\{\begin{array}{l}\text{库仑定律}\\ \text{电场强度叠加原理}\end{array}\right. \Rightarrow \boxed{\text{高斯定理}}$$

预备知识：立体角

$$\Omega = \frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2}$$

- 立体角，Ω，是一个物体对特定点的三维空间的角度。它是站在那一点的观察者测量物体大小的尺度。例如，一个附近的小物体可以与一个远处的大物体对于一个点有相同的立体角。



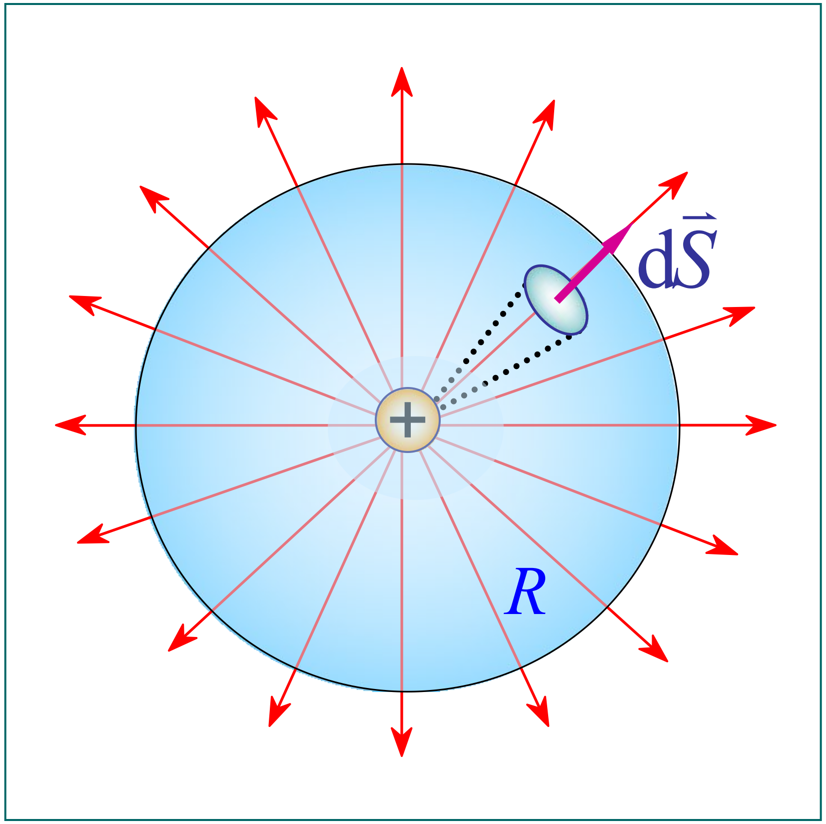
点电荷位于球面中心

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\Phi_e=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\oint_S dS$$

$$=\frac{q}{\varepsilon_0}$$



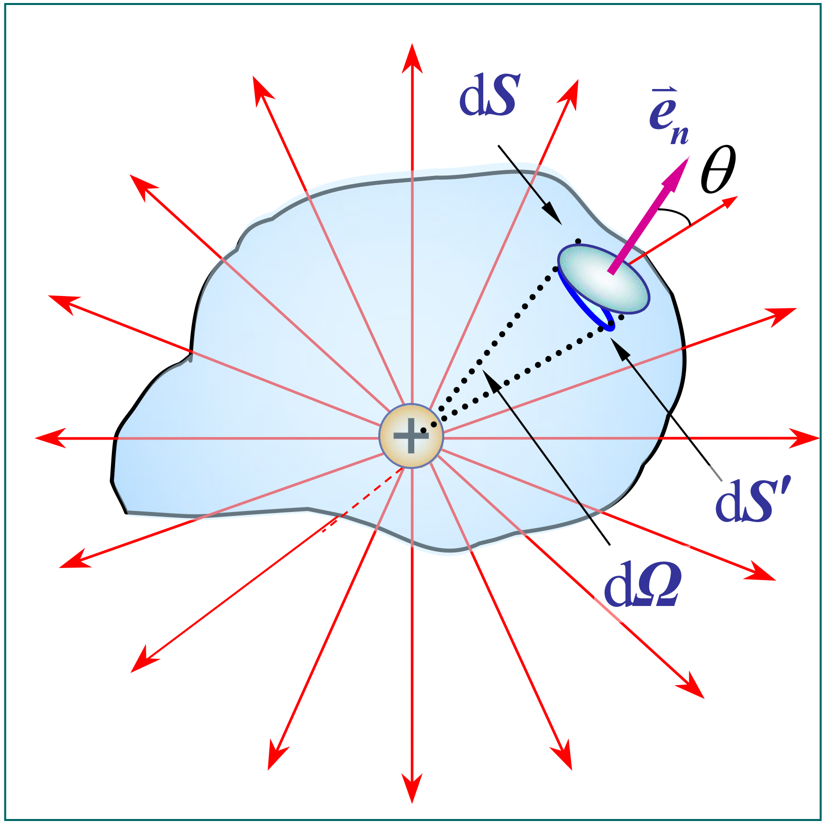
点电荷在闭合曲面内

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}S\cos\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}S'}{r^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}S'}{r^2} = \mathrm{d}\Omega$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint \mathrm{d}\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



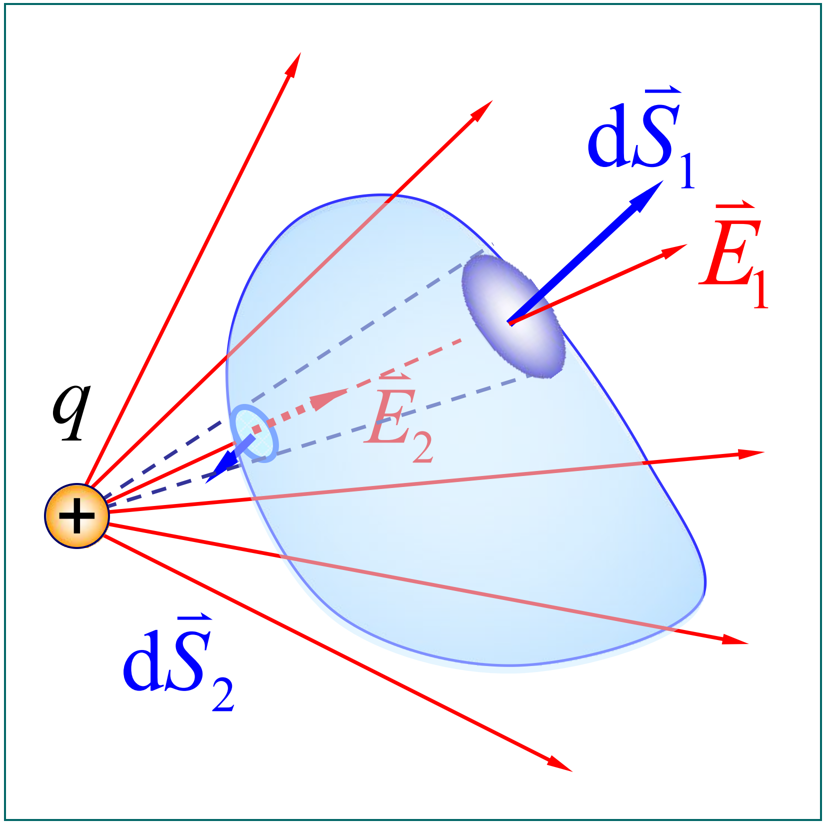
点电荷在闭合曲面外

$$\mathrm{d}\Phi_1 = \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_1 > 0$$

$$\mathrm{d}\Phi_2 = \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_2 < 0$$

$$\mathrm{d}\Phi_1 + \mathrm{d}\Phi_2 = 0$$

$$\therefore \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$



点电荷系的电场

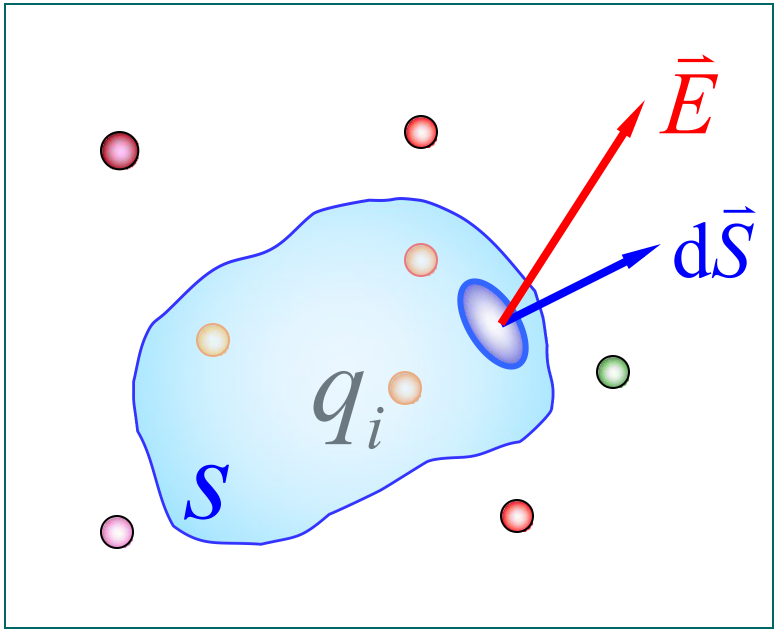
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S} + \oint_S \vec{E}_2\cdot d\vec{S} + \cdots + \oint_S \vec{E}_n\cdot d\vec{S}$$

$$= \Phi_{e1} + \Phi_{e2} + \cdots + \Phi_{en}$$

$$\Phi_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{out}} = 0$$

$$\Phi_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{in}} = \frac{1}{\varepsilon_0} q_i^{\mathrm{in}}$$

$$\therefore \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}$$



2 高斯定理

高斯面

在真空中静电场，穿过任一闭合曲面的电场强度通量，等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ε_0 .

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}$$

3 高斯定理的讨论

（1） 高斯面：闭合曲面.

（2） 电场强度为所有电荷在高斯面上的总电场强度.

（3） 电场强度通量：穿出为正，穿进为负.

（4） 仅高斯面内电荷对电场强度通量有贡献.

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}$$

四 高斯定理应用举例

例2 设有一半径为R，均匀带电Q 的球面. 求球面内外任意点的电场强度.

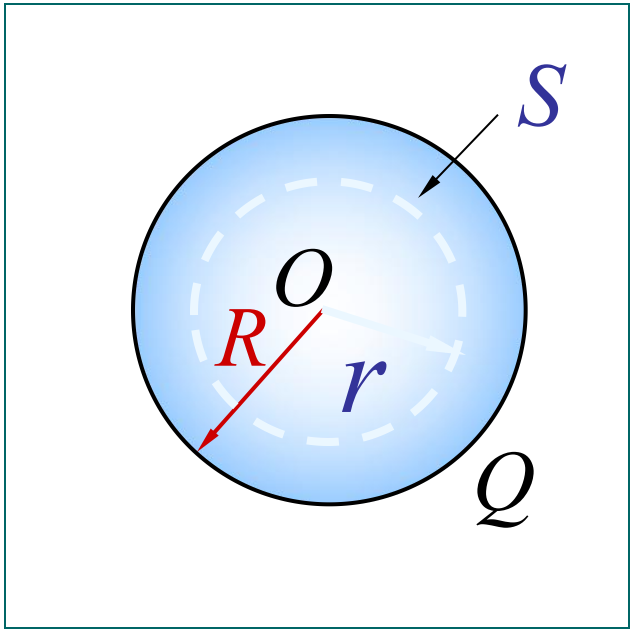
解 对称性分析：**球对称**

高斯面：闭合球面

（1） $0 < r < R$

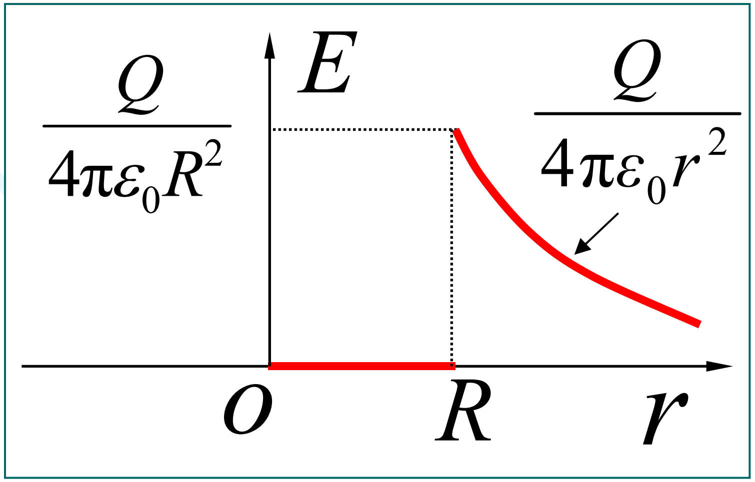
$$\because \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

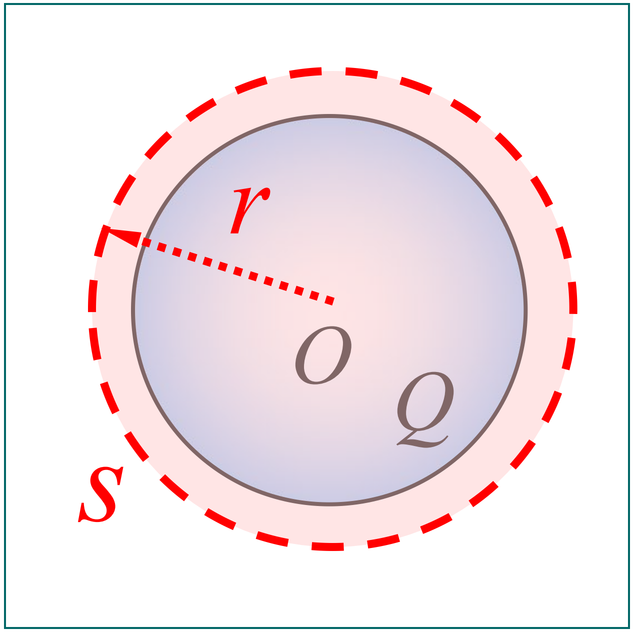
$$\therefore \ \vec{E} = 0$$



(2) $r > R$ $\quad \oint_{S_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$





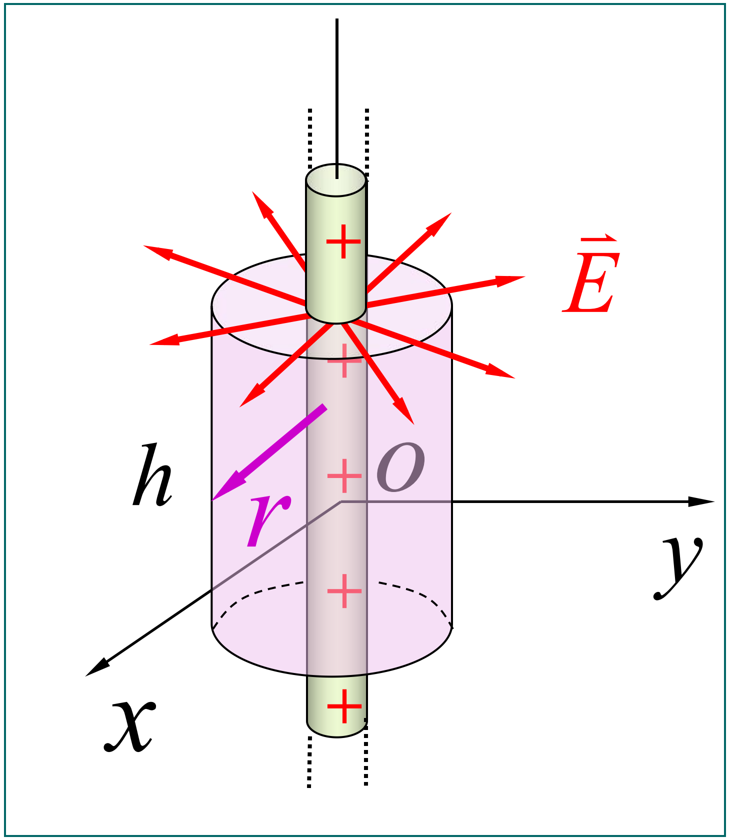
用高斯定理求电场强度的一般步骤为：

- 对称性分析；
- 根据对称性选择合适的高斯面；
- 应用高斯定理计算.

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}$$

例3　设有一无限长均匀带电直线，单位长度上的电荷，即电荷线密度为λ，求距直线为r 处的电场强度.

解　对称性分析与高斯面的选取



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E\cdot 2\pi r\mathrm{h} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

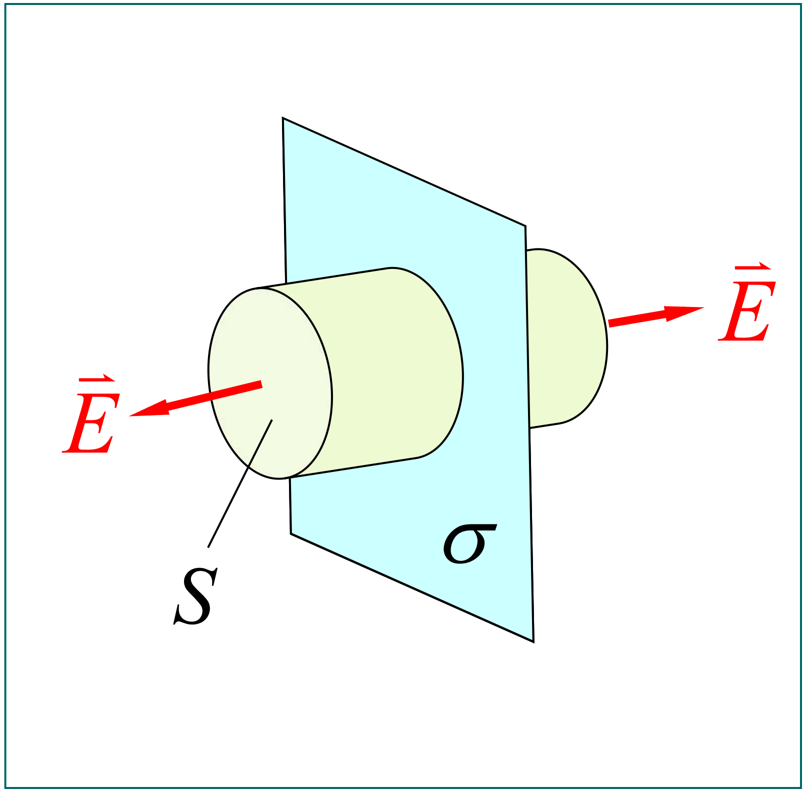
$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

例4 设有一无限大均匀带电平面，电荷面密度为σ，求距平面为r处某点的电场强度.

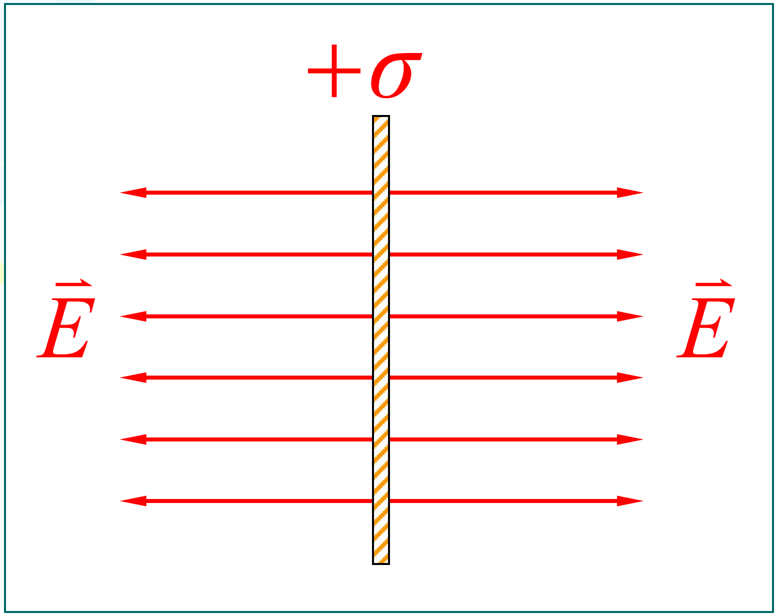
解 对称性分析与高斯面的选取

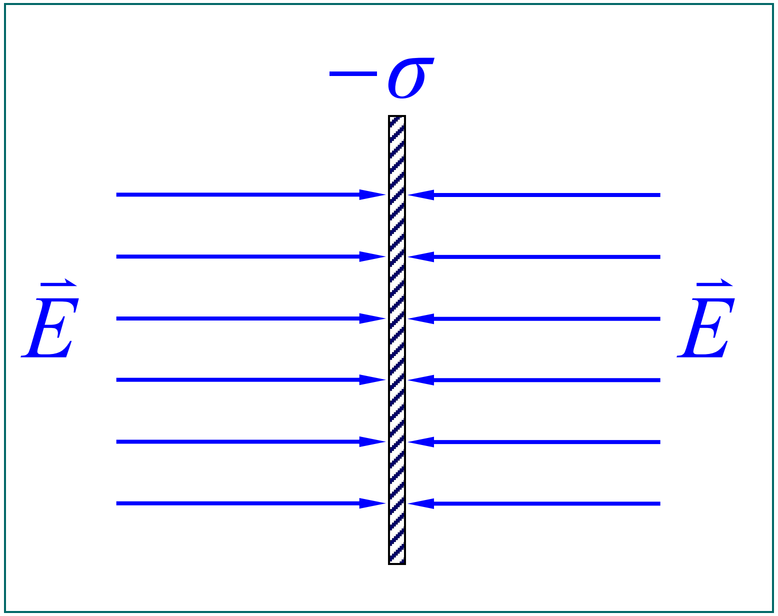
$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

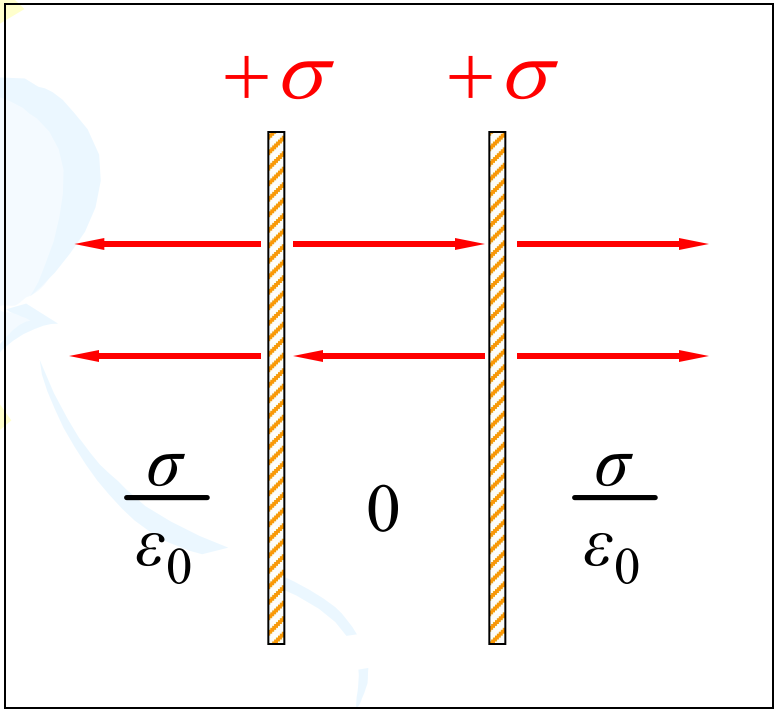


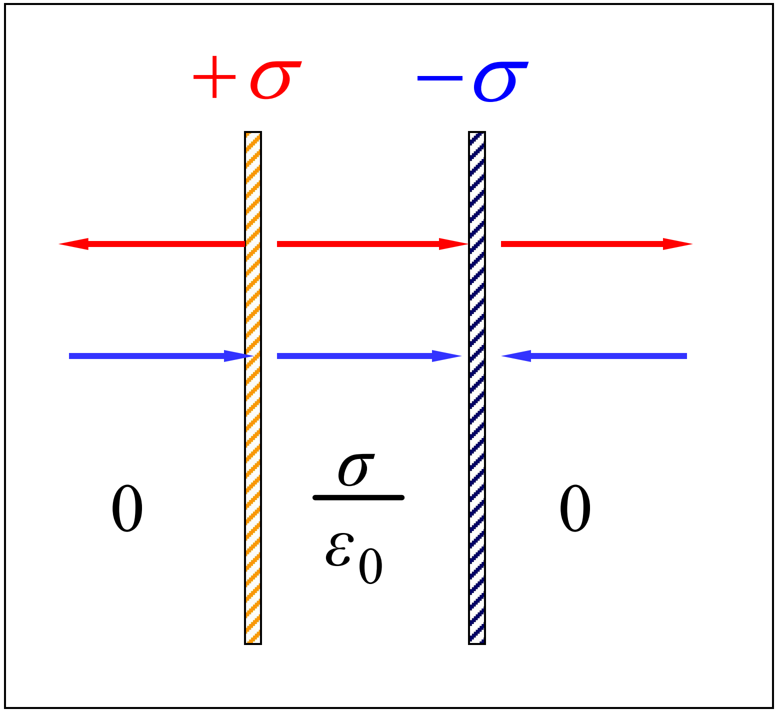
$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



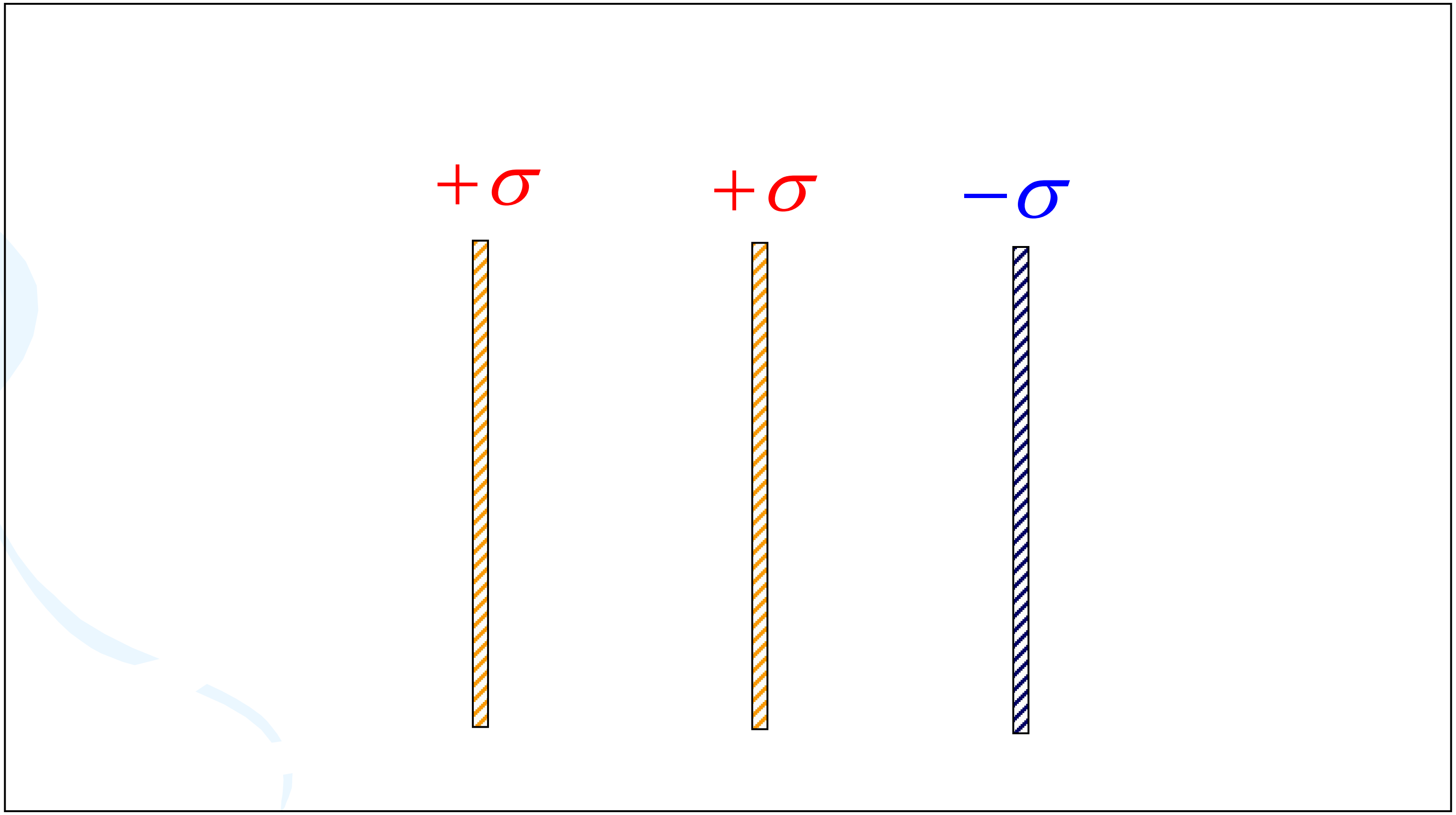


电场强度叠加原理


$+\sigma$
$+\sigma$
$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
0
$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$


$+\sigma$
$-\sigma$
0
$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
0

无限大带电平面的电场叠加问题



?