目　录

力　学

力　　学

第一章　质点运动学

§1. 位移　路程　速度　加速度

1-1　图 1-1 为一质点在直线运动中的位置 x 对时间的函数。试列出一表，指出从 t_0 到 t_7 中每一时刻的速度和加速度究竟是正、负还是零。并问在哪一部分，质点的运动可被认为是力学上的孤立体(即受力等于 0)的运动？

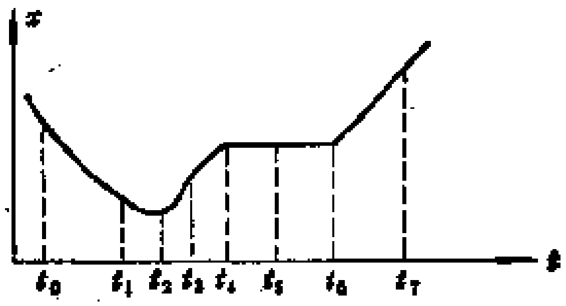


图　1-1

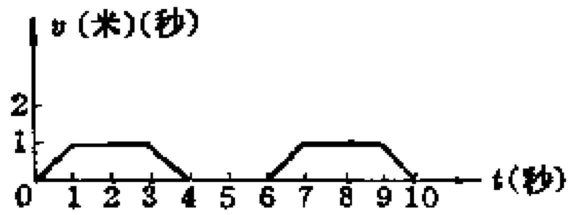


图　1-2

1-2　设速度与时间的关系如图 1-2 所示。试用图表示：

(1) 距离与时间的关系；

(2) 加速度与时间的关系。

1-3　设有几种加速度与时间的关系分别如图 1-3(1)；1-3(2)；1-3(3)；1-3(4)所示。分别作出它们的(1)距离与时间的关系图和(2)速度与时间的关系图。

1-4　一沿 X 轴运动的质点 m，它的位置与时间的关系为 $x=10+5t^2$，式中 x 的单位为厘米，t 的单位为秒。(1)试用微分法求 m 的速度 v 和加速度 a 的公式。(2)m 的初速度是多少？初位置在

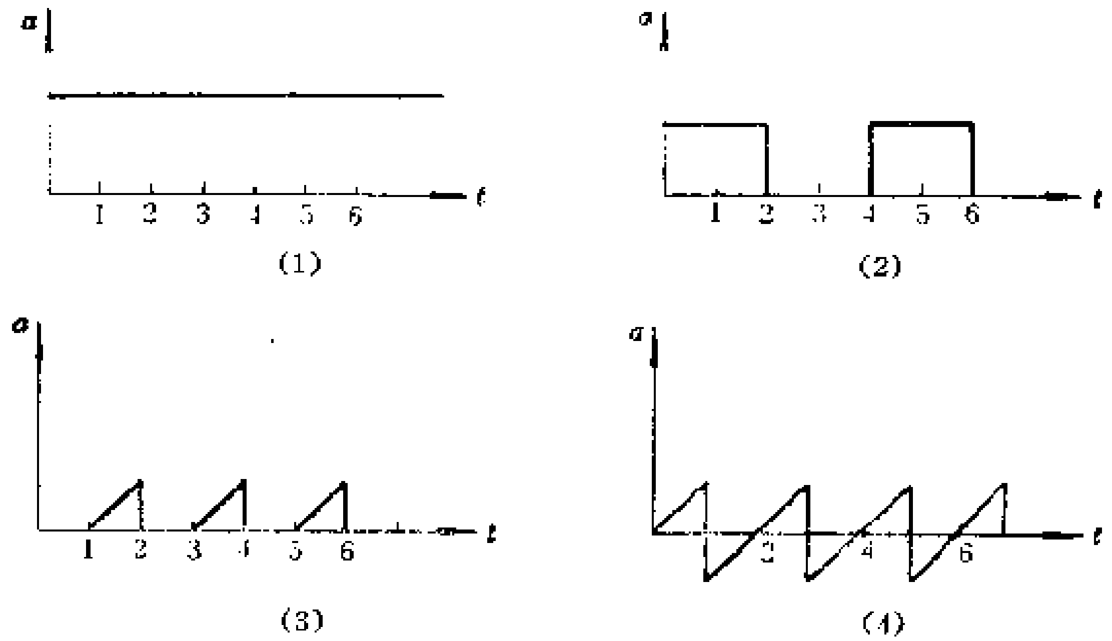


图 1-3

何处？(3)在 $t=10$ 秒的时刻，m 的速度是多少？(4)分别作 x-t 图；v-t 图和 a-t 图。

1-5 一质点 m 在 X 轴上运动，它的位置与时间的关系为

$$x=10t^2-5t,$$

式中 x 和 t 的单位分别为厘米和秒。

(1) 试用微分法求 m 的速度和加速度公式；m 的初速度是多少？方向如何？

(2) 试求 m 在原点左边最远处的位置；

(3) 何时 $x=0$？这时 m 的速度是多少？

1-6 一质点 m 在 X 轴上运动，它的速度与时间的关系为 $v=8+2t^2$，式中 v 和 t 的单位各为厘米/秒和秒。当 $t=8$ 秒时，m 在原点左边 52 厘米处。

(1) 试求 m 的加速度和位置的公式；

(2) 初速度是多少？

(3) 初位置在何处？

1-7 一人从 0 点出发，向正东走 3.0 米，又向正北走 1.0 米，

然后向东北走 2.0 米，试求合位移的大小和方向。

1-8 一质点从 P 点出发向左以匀速率 1.0 厘米/秒沿半径为 $R=1.0$ 米的圆周运动（如图 1-8）。试问：

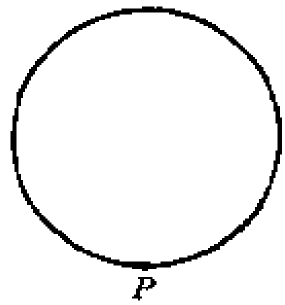


图 1-8

(1) 当它走过 2/3 圆周时，位移是多少？走过的路程是多少？在这段时间内的平均速度是多少？在该点的瞬时速度是多少？

(2) 当它走过 1/2 圆周时，以上各值又如何？

1-9 一物体作直线运动，它的位置由方程 $x=10t^2+6$ 决定，其中位置 x 的单位为厘米，时间 t 的单位为秒。试计算在 3.00—3.10 秒内，3.00—3.01 秒内，和 3.000—3.001 秒内的平均速度，以及在 $t=3.00$ 秒的瞬时速度。

1-10 有一质点沿 x 方向作直线运动，t 时刻的坐标为

$$x=4.5t^2-2t^3。$$

式中 x 的单位为米，t 的单位为秒。试求：

(1) 第 2 秒内的位移和平均速度；

(2) 1 秒末和 2 秒末的瞬时速度；

(3) 第 2 秒内质点所通过的路程；

(4) 第 2 秒内的平均加速度以及 0.5 秒末和 1 秒末的瞬时加速度。

1-11 若以某固定点为起点画出若干矢量，分别代表运动的质点在不同时刻的速度，那么这些矢量的末端就分布在一条曲线上，这曲线叫做速矢端迹。

(1) 试问在下列各种情形下速矢端迹各是什么形状：

(*a*) 匀速直线运动；(*b*) 匀加速直线运动；

(*c*) 匀速圆周运动；(*d*) 匀加速圆周运动；(*e*) 抛物运动。

（2）证明定理：质点在速矢端迹上的速度即为质点在其轨道上的加速度。

1-12 一质点沿图 1-12 中所示的轨迹以匀速率运动。设此轨迹位于一水平面内，试问在哪一点附近质点的加速度有最大值？

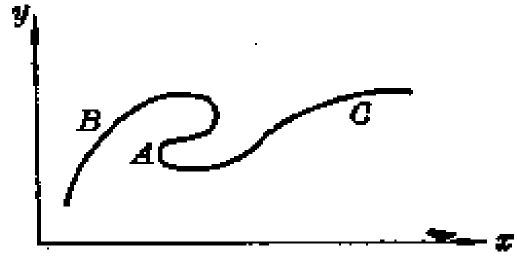


图 1-12

1-13 一质点的运动方程为

$$x=R\cos\omega t,\quad y=R\sin\omega t,\quad z=\frac{h}{2\pi}\omega t,$$

其中 $h>0$，$\omega>0$。

（1）试描述质点的运动轨迹，并画出它的示意图；

（2）试求它的速度和加速度。

1-14 已知一质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

其中 a、b、ω 均为正的常数。

（1）试求质点的速度和加速度，

（2）证明：它的运动轨道是一椭圆，长轴和短轴各为 $2a$ 和 $2b$；它的加速度恒指向椭圆中心。

（3）证明：质点运动的周期为$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$；分别画出 $t=0$，$\dfrac{T}{8}$，$\dfrac{T}{4}$，$\dfrac{3T}{8}$，$\dfrac{T}{2}$，$\dfrac{3T}{4}$，T 各时刻质点的位置，标出位置的坐标。

1-15 一个在 X 轴上的质点，开始在原点，在第一秒内作大小为 1.0 米/秒^{2}的匀加速运动，在第二秒内作大小为 1.0 米/秒^2 的匀减速运动，第三秒和第四秒内重复第一、二秒的情况，如此交替不已，试问在第 100 秒末质点在何处？

1-16 设一质点的运动方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$。在计算它

的速度和加速度时，有人先求出 $r=\sqrt{x^2+y^2}$，然后根据

$$v=\frac{dr}{dt},\qquad a=\frac{d^2r}{dt^2}$$

求得结果；又有人先计算速度和加速度分量，再合成，得结果为

$$v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2},$$

$$a=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}。$$

你认为哪一组结果正确？为什么？

1-17 一质点作直线运动，速度和加速度分别为

$$v=\frac{ds}{dt},\qquad a=\frac{dv}{dt}。$$

证明：$vdv=ads$。

并由此得出：当 a 为常数时，即可得

$$v^2=v_0^2+2a(s-s_0)。$$

1-18 一光滑斜面与水平成 β 角，斜面与水平面交线为 L，从 L 上一点 P 以速度 $\boldsymbol{u}$ 沿斜面抛出一质点，$\boldsymbol{u}$ 与 L 的夹角为 α，试求质点在斜面上运动的轨迹。

1-19 车轮在地平面上作匀角速的纯滚动，轮心的速度为 $v_0=10$ 米/秒，轮的半径为 $r=0.50$ 米，试求：

(1) 车轮边缘上一点 A 的角速度 ω；

(2) A 点的轨迹是什么？

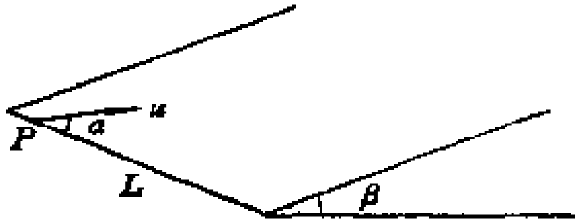


图 1-18

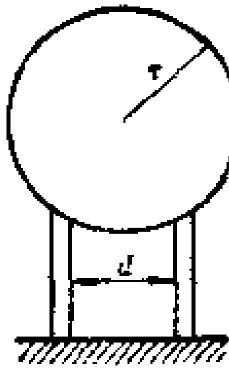


图 1-20

1-20 一半径为 r 的小球沿两固定的等高平行导轨作纯滚动，两导轨间的距离为 d，如图 1-20。试问：

(1) 球心的速度与球的角速度的关系是怎样的？

(2) 小球面上一点的轨迹如何？

1-21 试判定下述说法是否正确：

(1) 物体作曲线运动时必有加速度；

(2) 物体作曲线运动时，因其速度方向必定在轨迹的切线方向，速度在法向的分量恒为零，所以法向加速度必为零。

1-22 火车在半径为 $R=400$ 米的圆周上运动，已知火车的切向加速度 $a_t=0.2$ 米/秒^2，方向与速度相反。试求当火车速度为 10 米/秒时的法向加速度和总加速度，并指出它们的方向。

1-23 平均速率的意思可以是指平均速度矢量的大小，是指所经路程的总长度除以所经的总时间。试问这两个意思是否不同？如果不同，试举例说明。

1-24 如果加速度不是恒定的，那末质点的平均速度是否为 $\frac{1}{2}(v_0+v)$？试用图来证明你的回答。

1-25 (1) 一物体能否速率不变而速度在改变？

(2) 一物体能否速度不变而速率在改变？

1-26 (1) 一个物体的速度向东时加速度却向西，这可能吗？

(2) 当物体的加速度恒定不变时，它的运动方向能否改变？

1-27 (1) 某物体作加速运动，但加速度愈来愈小，它的速度如何变化？

(2) 一物体能否速度为零而仍在加速运动中？

1-28 一作匀加速直线运动的物体，从甲处经过 60 米到乙处，用去 6.0 秒钟，它经过乙处时速度为 15 米/秒。试求它的加速

度和经过甲处时的速度，并作位置-时间和速度-时间图。

1-29 如图 1-29，一重球用线悬挂起来，静止不动。今用剪刀在 A 点将悬线剪断，问在剪断的瞬间，重球的速度和加速度各为多少？

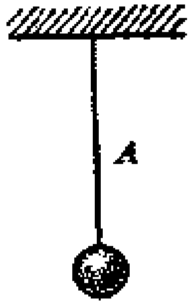


图 1-29

1-30 自由落体的加速度是 980 厘米/秒^2，试问它在第一秒末的速度是多少？它在第一秒内走过的距离是多少？

§2. 匀速运动与匀变速运动

1-31 某地震台记录到一近震，直达波中的 P 波和 S 波到达地震台的时间差为 3.5 秒，问震源到该台多远？已知 P 波与 S 波的速度之比为 $\frac{V_P}{V_S}=1.73$，P 波的速度为 $V_P=6.2$ 公里/秒。

1-32 一汽车停在十字街头等候绿灯，绿灯一亮它就以 2.0 米/秒^2 的匀加速度开始前进，正在这时，一载重卡车以 10 米/秒的匀速度超过它。

(1) 试问离开十字街头多远时这汽车可追上载重卡车？此时它的速度多大？

(2) 作两车的位置-时间图。

1-33 速率都是 30 公里/小时的甲乙两列火车，在同一水平直路上相向而行。当它们相隔 60 公里的时候，一只鸟以每小时60公里的速度离开甲车车头直向着乙车飞去，当它到达乙车车头时，就立即返回，并这样继续地在两车头间来回飞着。试问：

(1) 到甲乙两车车头相遇时，这鸟从甲车到乙车共飞行了几次？

(2) 一共飞了多少时间？

(3) 一共飞了多少距离？

1-34 为了检验汽车的加速性能，在平直公路上立好标杆，进行试验。某汽车经过"0"标杆时开始加速并开始计时，在整个试验过程中加速度不变。经过 0.1 公里标杆，时间指示为 16 秒；经过 0.2 公里标杆，时间指示为 24 秒，试问：

(1) 汽车的加速度为多少？

(2) 经过 0.1 公里和 0.2 公里两标杆时，车的速度分别是多少？

1-35 矿井里有一升降机由静止开始按匀加速上升 3.0 秒，达到速度 $v_m=3.0$ 米/秒，然后按这个速度匀速上升 6.0 秒，最后又按匀减速上升 5.0 秒而停止。

(1) 试计算升降机上升的高度；

(2) 画出升降机的 v-t 图，根据 v-t 图计算升降机上升的高度；

(3) 试求升降机在整个上升过程中的平均速度。

1-36 一个人身高 h_2 米，在灯下以匀速率 v_A 沿水平直线行走，如图 1-36。设灯距地面高度为 h_1。

(1) 求证人影的顶端 M 点作匀速运动；

(2) 试求 M 点沿地面移动的速度 V_M。

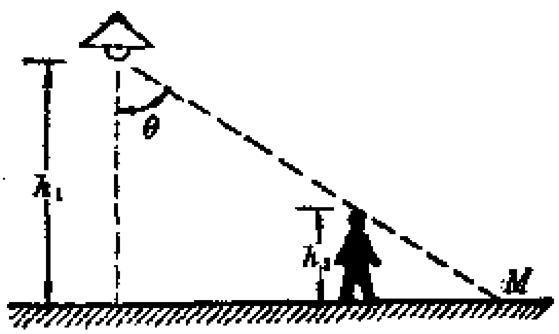


图 1-36

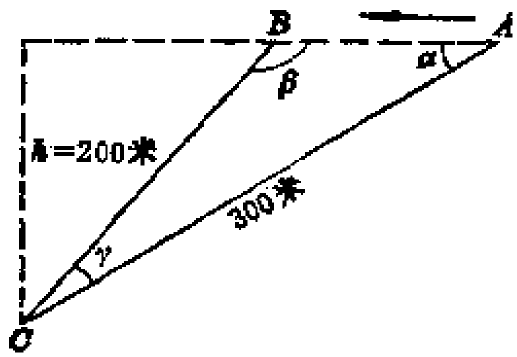


图 1-37

1-37 在 500 米的高度内，一般步枪可以打下未配备装甲的

飞机。设枪弹的初速为 800 米/秒，飞机高度为 $h=200$ 米，时速为 1440 公里/小时（超音速飞机）。某一时刻射击者 C 离飞机 300 米（图1-37）。

（1）此时应瞄准飞机 A 前方的 B 点开枪方能击中此飞机（BA 称为"提前量），试问 B 距 A 为多少米？

（2）实际经验要求此时的"提前量"为射击者到飞机距离之半$\left(即 AB=\frac{1}{2}AC\right)$。试定性说明为什么与（1）的结果有偏离。

［注：（1）略去空气阻力；（2）略去重力影响］

1-38 一物体从静止开始，先以 α 大小的切线加速度运动一段时间后，紧接着就以 β 大小的切线减速度运动直至停止。若物体整个运动的时间为 t。证明：物体运动的总路程为

$$S=\frac{\alpha\beta}{2(\alpha+\beta)}t^2。$$

1-39 一摩托车从静止开始以 $\alpha=1.6$ 米/秒^2 的匀加速度沿直线行驶，中途作一段匀速运动，后又以 $\beta=6.4$ 米/秒^2 的匀减速度沿直线行驶直至停止。若这样地走了 $L=1.6$ 公里，共用了 $t=130$ 秒的时间，试求车的最高行驶速度 v。

1-40 用上题的 α、β、L 的数值求：

（1）车走这段路程所需的最短时间；

（2）这时车的最高速度。

1-41 若要求把一辆静止在某一地点的小车在最短时间内推到另一个地点，并静止在那里。这两个地点的路程为 L，如果小车的加速性能限制它的切线加速度的绝对值只能是 a，要满足上述要求，小车前进的最大速度 v 应为多大？

1-42 有一小船放下风帆后继续前进，在这段运动时间里对

小船的速度进行了测量，测量表明小船的速度和时间的关系是一双曲线，证明小船的加速度 α 和它的速度的平方成正比。

1-43 在一个很长的平直跑道上，有 A 和 B 两种型号的喷气式飞机进行飞行试验。两机同时自起点启动，A 机沿地面作匀加速飞行，到达跑道中点时起它就作匀速飞行；B 机则在启动后始终作匀加速运动。观测中发现 A, B 两喷气机用完全相等的时间从起点开始到终点完成整个试验距离。问两者的加速度比是多大？

1-44 设一反坦克手站在离公路 50 米远的地方，路上有一敌方坦克驶来，速度为 $v_1=10$ 米/秒。若坦克与人相距 $a=200$ 米，而此人奔跑速率最大不超过 3.0 米/秒。试问：

(1)他应向哪一方向奔跑才能与坦克相遇？

(2)他至少应以什么速度跑，才能与坦克相遇？

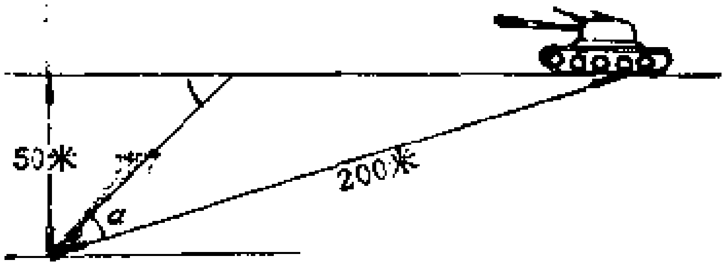


图 1-44

1-45 已知一物体作直线运动，在某段时间 t 内的平均加速度为 $\bar{a}$，又知道它的初速度为 v_0，我们能否用下列公式求它在这段时间内的路程？

$$s=v_0t+\frac{1}{2}\bar{a}t^2。$$

1-46 某物体依次通过两段相等的路程 $s=10.0$ 米。设通过每一段路程时物体的加速度不变，且通过此两段路程所需的时间各为 $t_1=1.06$ 秒和 $t_2=2.20$ 秒，试求物体的加速度 a 及其在第一段路程起点处的速度 v_0。

1-47 一以匀加速行驶的车，在 6.0 秒钟内通过相隔 60 米远

的两点;车经过第二点的速率是 15 米/秒。试问:

(1) 车经过第一点的速率多大?

(2) 加速度多大?

(3) 车的出发点与第一点相距多远?

1-48 一个皮球从 1.5 米高处落到地板上,然后跳回到 1.0 米高处。假设皮球与地板接触的时间为 0.010 秒,试问在接触期间,球的平均加速度多大?(忽略空气阻力。)

1-49 有一辆汽车,紧急刹车之后在路上滑行了 6.5 米。假设汽车的最大减速度不能超过重力加速度,试问在刹车之前,汽车的行驶速率能否超过 48 公里/时?

1-50 以速率 v_1 运动的火车上的司机,看见在前面距离d 处,有一列货车在同一轨道上以较小速率 v_2 沿相同方向运动,他就立即刹车,使他的火车以匀减速度 a 慢下来,试证明:

如果 $d > \dfrac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$,则两车不会碰撞;

如果 $d < \dfrac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$,则两车将会碰撞。

1-51 已知一质点在 10 秒钟内走过的路程为 $s=30$ 米,而其速度增为 $n=5$ 倍。设这质点为匀加速运动,试求它的加速度。

1-52 在距离一河岸 5.0 公里处有一灯塔,它发出的光束每分钟转动一周,试求当光束与岸边成 60° 角时,光束沿岸边滑动的速度。

1-53 一街灯与一竖直墙相距 $R_0=3.0$ 米,灯罩上一个小孔将一光点水平地投射于墙上。灯罩等速地绕一竖直轴自转,其转速 $n=0.5$ 转/秒。设街灯转动时墙上光点沿水平直线移动,求光线与墙垂直以后再经过 $t=0.1$ 秒时,光点的速度。

1-54 一探照灯照射在云层底面上,这底面是与地面平行的

平面，离地面的高度为h，设探照灯以匀角速度ω在竖直平面内转动，当光线与竖直方向夹角为θ时，试求云层底面上光点的速度和加速度。

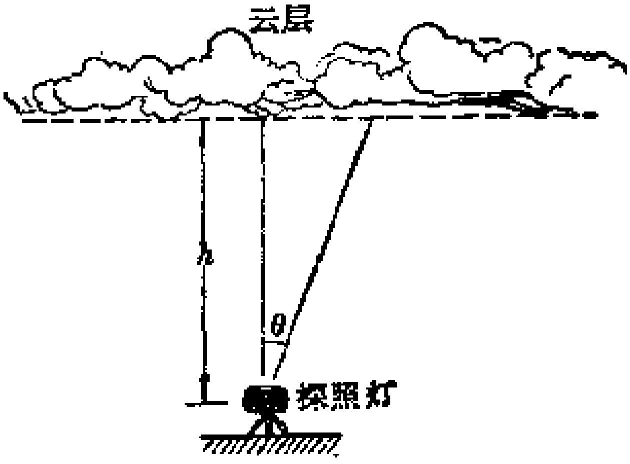


图 1-54

1-55 在平直公路上有敌方汽车驶过，车速为20米/秒，路边有一机枪哨所监视。当车经过哨所的正前方时，整个车身刚好为一放在眼前60厘米处而宽度为6.0毫米的测量标尺所遮蔽（如图1-55所示）。设枪弹平均速率为500米/秒，试问机枪应向车前偏过几个车身长度来瞄准才能击中。（略去空气阻力与重力。）

1-56 设若干个光滑斜面（a_1, a_2, ……）有共同的底边$b=30$厘米。试问：

（1）斜面的倾角α应为多大时，才能使物体在这斜面上从顶端自由滑下来所需的时间$t=0.4$秒？

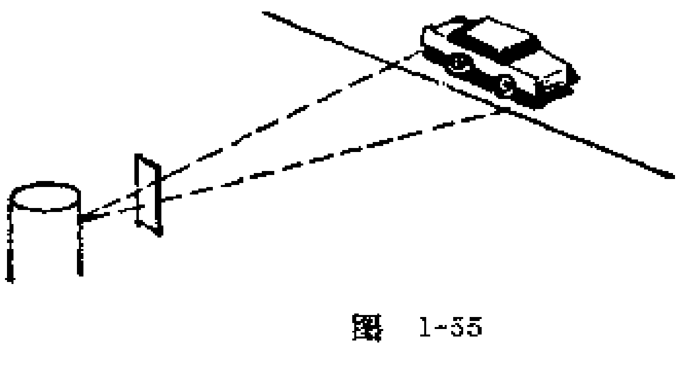


图 1-55

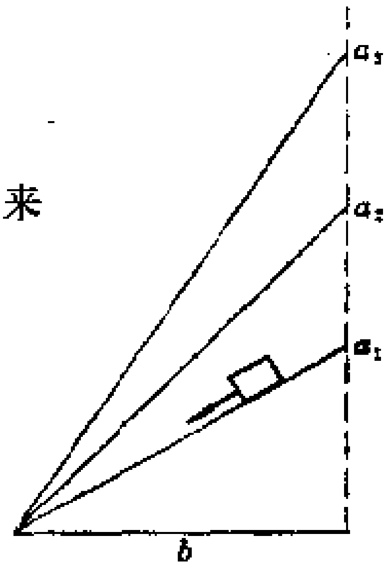


图 1-56

（2）多大的倾角使滑下来的时间最少？

1-57 证明：如果有几个质点同时从某点开始，沿着各个不同方向的斜槽滑下，设空气阻力和摩擦都不计，则在运动过程中的任一时刻，这些质点都位于同一球面上。

1-58 在空中以相同的速率向各方向把若干小球同时撒出去。证明：在略去空气阻力的情况下，任一时刻，所有小球都位于一个球面上，这球面的中心以自由落体的加速度下落，其半径则等于 $v_0 t$，（此处 v_0 为诸小球的初速率，t 为各小球被撒出后所经历的时间）。

1-59 一小物体沿光滑斜面由静止开始滑下，在 4.0 秒钟内滑过 100 厘米。试问：其加速度多大？若此小物体沿竖直方向落下，则在相同时间内落下多少厘米？

§3. 自 由 落 体

1-60 一小物体从离地面 270 米高处由静止开始自由下落，如果把这 270 米分成三段，要求它经过每段的时间都相同，求每段的长度。

1-61 一竖直向上发射的焰火弹，离炮口的速度是 34 米/秒，3.0 秒钟时炸开形成图案。求它炸开时离炮口的高度。设空气阻力可忽略不计。

1-62 一物体从离地面的高度为 h 的地方，由静止开始自由下落，经过最后 196 米所需的时间是 4.0 秒钟。求物体下落过程所用的总时间和高度 h。

1-63 小球甲从已知高度为 s 处自由下落，同时正对此球从地面上以初速度 v_0 竖直上抛另一小球乙，略去空气阻力，问乙的初速度 v_0 为多大时，两球在 $\frac{2s}{3}$ 高度处相碰？

1-64 在深井口处由静止落下一石块，经过 4.23 秒后听到石

块落水声。已知声音在空气中的传播速度为 340 米/秒，设空气阻力可略去不计，求井的深度。

1-65 一小球从 80 米高的塔上自由落下。同时，正对此球在地面上以 40 米/秒的初速度竖直上抛另一小球，问过多少时间两球相遇？在什么高度相遇？（忽略空气阻力）。

1-66 从地面上竖直向上抛出一球，在球离地后的上升过程中，从 $t_1=2.0$ 秒到 $t_2=3.0$ 秒这一段时间内走了 $\Delta s=5.5$ 米的距离，试求从抛出到 $t=3.0$ 秒时间内的平均速度 $\bar{v}$。（不计空气阻力。）

1-67 把两个小物体从同一地点（地面）、以同样的初速率 $v_0=24.5$ 米/秒先后竖直上抛，设两物体抛出的时间差 $\Delta t=0.500$ 秒，试问：

(1)第二个物体抛出后经多少时间 t 方与第一个物体相碰？

(2) 如果 $\Delta t\geqslant\frac{2v_0}{g}$，那么，结果的物理意义怎样？

（不计空气阻力。）

1-68 由楼上以同样大小的初速率 v_0 同时抛掷两物体：一物竖直上抛，另一物竖直下抛，略去空气阻力，求这两个物体之间的距离 s 与时间 t 的关系。

1-69 竖直上抛一小球，如不考虑空气阻力，证明它返回原地时的速率等于出发时的速率，并证明上抛和下落所经过的时间相等。

1-70 设想将一小球竖直地上抛。如考虑空气阻力，问球上升所需要的时间长于还是短于它下落所需要的时间？（设阻力为一恒力。）

1-71 一个人站在地面上某一高度处抛出一个小球，使它的

初速度具有向上的分量 v_y。然后又抛出一个球，使它的初速度具有向下的分量 v_y。忽略空气阻力，问哪个球撞击地面时的速度具有较大的竖直分量？

1-72 楼下一个小孩想把一皮球扔给在四层楼窗口的小朋友，四层楼窗口离地面 15.0 米，小孩离窗口的水平距离为 3.0 米，球出手时高出地面 1.50 米，略去空气阻力，问小孩扔球的速度(大小和方向)如何，才能使球的最高点刚好到达窗口？

1-73 假设m是一轻的石块，M是一重的石块，按照亚里斯多德的看法，M 应该比m下落得快些。伽利略用下面的论证表明亚里斯多德的看法在逻辑上是有矛盾的：如果把m和M系在一起，则在下落时，因为m有下落得较慢的趋势，所以m应该阻碍M，因此这一组合的下落便快于m而慢于M；可是另一方面，这个组合比M重些，所以应该下落得比M快些。

如果你认为伽利略的推理是正确的，你将得出什么结论？怎样用实验验证？如果你认为伽利略的推理是错误的，试说明理由。

1-74 一汽球以 5.0 米/秒的匀速度竖直上升，在离地面 20米高度时，从气球上掉下一个沙袋。设不计空气阻力。

(1) 计算沙袋离汽球后$\frac{1}{2}$秒，2 秒等时刻，沙袋的位置和速度。

(2) 沙袋离气球后，需经过多长时间才落到地面上？落地时速度多大？

(3) 作沙袋的高度-时间图。

1-75 一石块，从高出水面 50 米的桥上，由静止释放落下。在这石块落下 1.0 秒钟后，另一石块由桥上竖直扔下，使得两石块同时撞击水面。略去空气阻力，试问：

(1) 第二块石块的初速度多大？

（2）取第一块石块被释放的时刻为 $t=0$，对每一石块作 v-t 图。

1-76 竖直上抛一球，上升时先经 P 点再经 Q 点，下落时先经 Q 点再经 P 点。已知它两次经过 P 点和 Q 点所需的总时间为 1.0 秒，又知 Q 点比 P 点高1.5 米，问它上升的最大高度比 Q 点高多少？（不考虑空气的阻力。）

1-77 一球从屋簷自由下坠，于 0.25 秒钟内经过一个 2.0 米高的窗子。问窗顶离屋簷为几米？（忽略空气阻力。）

1-78 一枚从地面发射的火箭以 20 米/秒^2 的匀加速度竖直上升半分钟后，燃料用尽，于是像一个自由质点一样运动。略去空气阻力，试求：

（1）火箭所达到的最大高度；

（2）它从离开地面再回到地面所经过的总时间。

1-79 一升降机以 $a=2g$ 的加速度从静止开始上升，它里面有一用细绳吊着的小球，在 2.0 秒末时，小球因绳子断了而往下落。设小球原来到底板的距离为 $h=2.0$ 米。略去空气阻力，试求：

（1）小球下落到底板所需的时间 t；

（2）小球相对于地面下落的距离 s。

1-80 自由落体在最后半秒钟内落下的距离为 $h_1=20$ 米。试求下落的总高度 h。

1-81 在高度 $h=40$ 米处竖直抛出一物体，问初速度 v_0 为多大时，才能使它比自由落下（1）早 $t=1$ 秒、（2）迟 $t=1$ 秒落到地上？（略去空气阻力。）

§4. 抛体运动

1-82 （1）低速炮弹以仰角 40° 射出，出膛速度为220米/秒，

打中了 4100 米处、高度与炮身相等的物体，问空气阻力使炮弹的射程减少了多少。

(2) 炮弹速度如果是 1.0 公里/秒，仍以 40° 仰角射出，一般的实际射程是几十公里，问此时空气阻力使炮弹的射程减少了多少？

(3) 从以上两种情况，可以知道，当炮弹出膛速度超过音速时，阻力大大增加，这就是所谓“音障”。为克服这个困难，应当怎么办？

1-83 (1) 以什么的抛射角抛掷物体，才能使物体上升的高度等于物体在水平方向上飞过的距离？(略去空气阻力。)

(2) 在离地面高为 h 处，沿水平方向抛出一物体，略去空气阻力，问初速度 v 为多大时，才能使它在水平方向所通过的路程为 h 的 n 倍？

1-84 图 1-84 为一抛体运动的轨迹(忽略空气阻力)。我们已知重力加速度 g 是不变的（大小和方向都不变)。

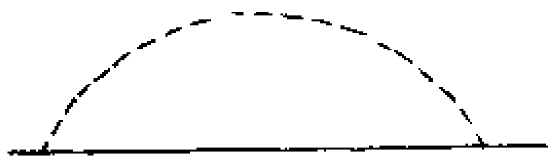


图 1-84

(1) 说明切向和法向加速度如何变化。

(2) 根据切向和法向加速度的性质，说明整个过程中瞬时速度的大小如何变化。

1-85 物体以初速 $v_0=20$ 米/秒被抛出，抛射角(仰角)是 $\alpha=60^{\circ}$，略去空气阻力，试问：

(1) 物体开始运动后的 1.5 秒末，运动方向与水平的交角 α 是多少？2.5 秒末 α 又为多少？

(2) 物体抛出后经过了多少时间，运动方向与水平成 $\alpha=45^{\circ}$ 角？又这时物体的高度是多少？

(3) 在物体轨迹最高点处的曲率半径 R_1 为多大？

(4) 在物体轨迹落地点处的曲率半径 R_2 为多大?

1-86 子弹的初速度,可以根据子弹向水平方向发射后,在一定距离 ΔL 内其轨迹降低的数值 Δh 求得,在子弹所经过的路上竖直地安放两块挡板(如图 1-86,使 A 紧贴枪口,B 放在与 A 相距 ΔL 处),子弹通过它们时在 A 和 B 各钻了一小孔。根据这两个孔就能确定出 Δh,设 ΔL、Δh 已测得,求子弹的速度。(略去空气阻力及挡板阻力。)

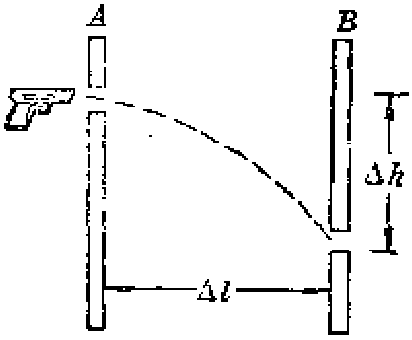


图 1-86

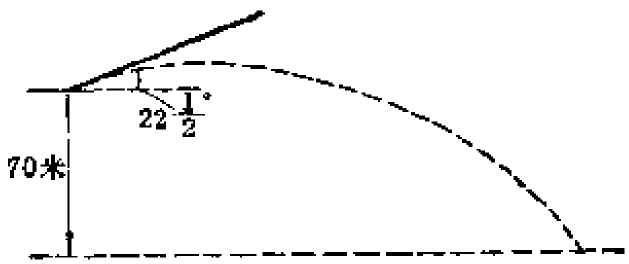


图 1-87

1-87 一个人乘摩托车跳越一个大矿坑,他以一大小为 65 米/秒且与水平成 22.5° 夹角的初速度从北边起跳,准确地落在坑的南边。已知南边比北边低 70 米,忽略空气阻力,且取 $g=10$ 米/秒^2,试问:

(1) 他飞越的时间多长?这矿坑有多宽?

(2) 他在南边着陆时,速度与水平面的夹角是多少?速率是多少?

1-88 一门大炮自山脚向小山坡上开火,此小山坡与地平线成一恒定角度 φ,问发射角 θ (从地平线算起)为多大时炮弹沿小山坡射得最远?(略去空气阻力。)

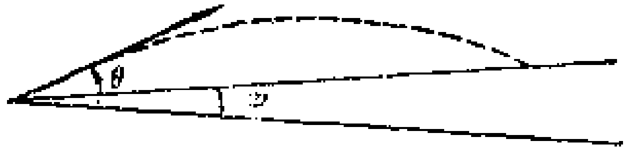


图 1-88

1-89 一个人站在一平滑的山坡上，山坡与水平线成恒定角度α，他扔出一个初速率为v_0、与水平线成θ角(向上)的小石子(如图1-89)。证明：

(1) 如果空气阻力可以忽略，小石子落在斜坡上距离为

$$S=\frac{2v_0^2\sin(\theta+\alpha)\cos\theta}{g\cos^2\alpha};$$

(2) 对于一定的v_0和α来说，S在$\theta=45°-\frac{\alpha}{2}$时有最大值其值为

$$S_{\max}=\frac{v_0^2(1+\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha}。$$

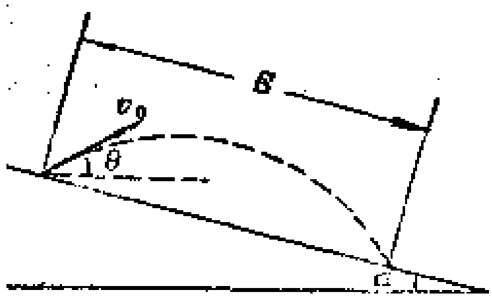


图 1-89

图 1-90

1-90 一击球手在$t=0$时刻棒击垒球，垒球以与地面夹角为θ、大小为v_0的初速度飞离A点，最终击中B点。在与B点相距x_0的C点上，站有一外野手，当球打出时，即开始以匀速率v_1向B跑去，并与球同时到达B点。证明：对于奔跑着的外野手来说，球的$\mathrm{tg}\alpha$随时间线性地增加，α是球对他的仰角(如图1-90所示)。

1-91 一轰炸机离地面10公里，以240公里/时的水平速度，向其轰炸目标的正上空飞行。问当瞄准角(瞄准器到目标的视线与竖直线所成的角)φ为多大时投下炸弹，才能正好击中目标？(略去空气阻力。)

1-92 一轰炸机离海面10公里，以240公里/时的水平速度追击正前方一鱼雷艇，鱼雷艇的速度是95公里/时，不计空气阻

力，问飞机应在艇后多少距离投弹才能正好击中目标？

1-93 一俯冲轰炸机沿与竖直成37°方向俯冲，在800米高度投弹，炸弹离飞机5.0秒钟时着地。不计空气阻力，试问：

(1) 飞机的飞行速度是多少？

(2) 炸弹离开飞机后在水平方向前进多远？

(3) 炸弹着地时，速度的大小和方向如何？

1-94 一小孩以16米/秒的速度把一皮球抛到墙上，墙离小孩5.0米远。问小孩应以什么方向抛球，才能使球在反射后的轨道的最高点刚好在小孩的头顶上方？(设球与墙的碰撞为完全弹性碰撞，略去空气阻力。)

1-95 1977年中国男子铁饼的最好纪录是54.28米，这纪录是在北京创造的，北京的重力加速度 $g=980.12$ 厘米/秒^2。设投掷点比落地点高1.5米，略去空气阻力，问在北京投掷至少要用多大的初速度，才可达到这个距离？

1-96 在小山上安一靶子，由炮位所在处观测靶子的仰角为 α，炮与靶子间的水平距离为 L，向目标射击时，炮身的仰角为 β。略去空气阻力，求能射中靶子的子弹的初速度 v_0。

1-97 炮弹的出膛速度是400米/秒，要射中水平距离为1000米、高度为330米的目标。不计空气阻力，试求炮的仰射角。

1-98 设火箭引信的燃烧时间为6.0秒，在与水平成45°角的方向把火箭发射出去时，欲使火箭在弹道的最高点爆炸，不计空气阻力，问应以多大的初速度发射火箭？

1-99 一个球从楼梯顶上以2.0米/秒的水平速度滑下，所有阶梯恰好都是20厘米高，20厘米宽，问球首先撞在哪一级阶梯上？用草图画出。

1-100 若抛射体的初速度为 v_0，抛射角为 θ，略去空气阻力。

伽利略说："抛射角为 $45°+\delta$ 和 $45°-\delta$ ($\delta<45°$) 的

两个抛射体初速率相同时，射程是相等的"。证明他的话。

1-101 一个足球，沿与水平成45°仰角，以19.5米/秒的初速率被踢出去。这时离开55.0米远的守门员，迎着球的方向奔来接球，如果他要在球落地前抓住球，他至少用多大的速度奔来？(不计空气阻力。)

1-102 用枪瞄准空中一靶，当子弹射出枪口时，靶同时自由下落。如果略去空气阻力，不论子弹速率多大，总会击中下落的靶，这叫百发百中，说明其理由。

1-103 从同一点先后抛出两个小石块，初速率相同，抛射角不同(轨道都在同一竖直平面内)，结果到达与抛出点等高的同一地点，若一个石块的飞行时间是另一个石块的2倍，它们的抛射角各是多少？(不计空气阻力。)

1-104 一弹性球竖直向下落在一斜面上，与斜面发生完全弹性碰撞，落下高度为$h=20$厘米，斜面对水平的倾角为$\alpha=37°$，若不计空气阻力，问它第二次碰到斜面的位置距原来的落下点多远？

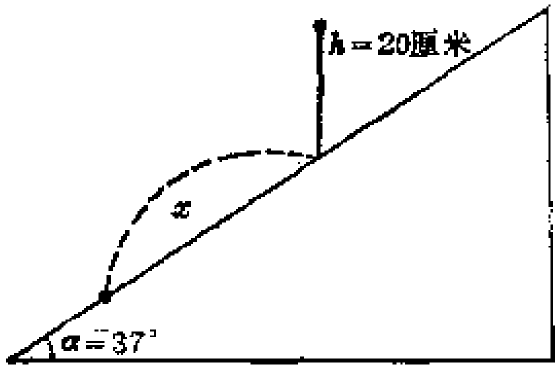


图 1-104

1-105 如图1-105所示，在一高地上安放一门炮，高地边缘是一陡壁，炮安放在距陡壁为$L=22.1$公里处，陡壁下的地平面低于炮位100米。以炮轰击掩蔽在陡壁后面的目标，如果炮弹出口速

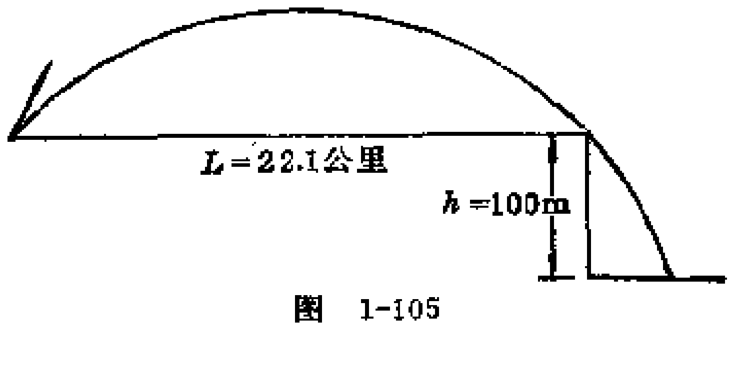


图 1-105

度为500米/秒. 略去空气阻力，问离陡壁最近的炮弹着点在何处？(比这再近的地带称为"死角"。)

1-106 (1) 从距地面高19.6米处的A点，沿水平方向投出一小球，初速度为5.0米/秒，在距A点5.0米处有一光滑的墙，小球与墙发生完全弹性碰撞(即入射角θ_1=反射角θ_2，$v_1=v_2$)，弹回后掉到地上B点，问B点与A点水平距离为多少？(略去空气阻力。)

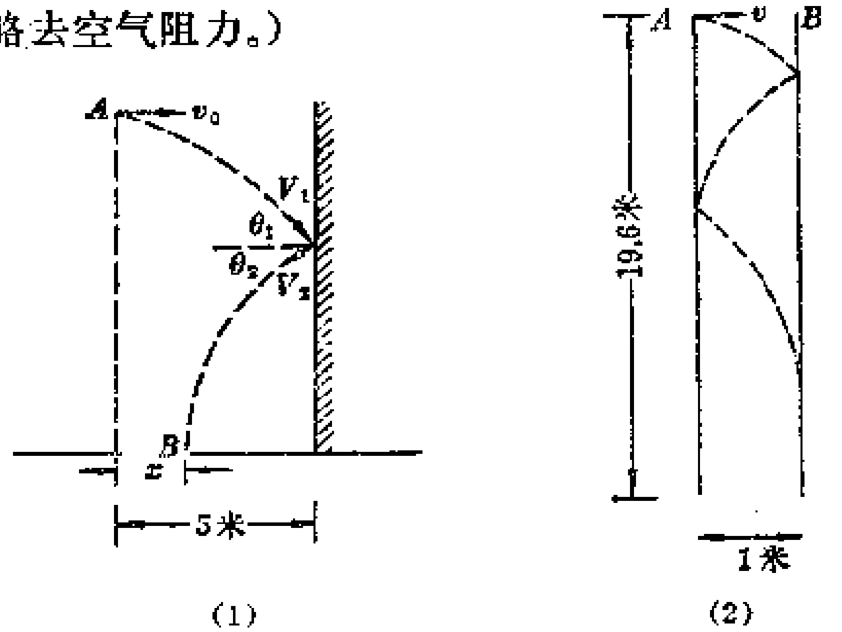


图 1-106

(2) 设有垂直于地平面且相互平行的两堵墙A和B，两墙的水平距离为1.0米，从距地面高19.6米处的A点沿水平方向投出一小球，初速度为5.0米/秒，球与墙的碰撞都是弹性碰撞。问小球落地点距A墙水平距离多远？落地前与墙发生了几次碰撞？(略去空气阻力。)

1-107 两小孩在过道中玩球，过道天花板的高度为H。设球出手时和到手时的高度都是h，如果两人持球后出手时的速率都是v_0，问他们之间最远的距离是多少？就$(H-h)>\frac{v_0^2}{4g}$和$(H-h)<\frac{v_0^2}{4g}$两种情形进行讨论。(略去空气阻力。)

1-108 炮弹在轨道的最高点发生爆炸，炸成两块质量相等的弹片，其中一块沿原轨道回到出发点，设最高点距出发点水平距离为 S，略去空气阻力，试问：

(1) 另一块弹片的落地点与出发点之间的距离是多少？

(2) 两块弹片是否同时到达地面？

1-109 炮弹在其轨道的最高点($h=19.6$ 米)爆炸为质量相等的两块弹片，在爆炸后 1.00 秒，第一块弹片落到正对着爆炸点的地面上，设此处与炮位所在处距离 $S_1=1.00$ 公里，问第二块弹片落在与炮位相距多远的地方？(略去空气阻力。)

§5. 圆 周 运 动

1-110 两千多年前，埃拉托色尼就通过卓越的分析求出地球的半径。他住在尼罗河口的亚历山大城，在仲夏日的中午观察到太阳光线与当地的竖直线成 7.2°角。他还知道，住在亚历山大以南 804.5 公里地方的居民，在同一时间看见太阳正在头顶。根据这些资料，他推算出地球的半径。他的结果是什么？

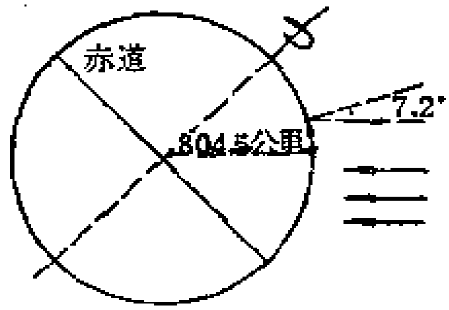


图 1-110

1-111 一汽车在半径为 $R=400$ 米的圆周上作变速运动，已知它的切向加速度的大小为 $a_t=0.20$ 米/秒^2，方向与速度方向相反，速度的大小为 10 米/秒，求这时它的法向加速度和总加速度。

1-112 一质点沿半径为 $R=10$ 厘米的圆周作匀速圆周运动，速率为 $v=1.0$ 厘米/秒。

(1) 求 $t=0$ 秒至 $t=1$ 秒的时间间隔内，平均加速度矢量与 $t=0$ 秒时的加速度矢量间的夹角；

(2) 求 $t=0$ 秒至 $t=0.1$ 秒的时间间隔内，上述两个矢

量间的夹角；

(3) 若 $\Delta t\to 0$，问上述夹角趋于多少？

1-113 一物体从静止出发沿半径为 $R=3.0$ 米的圆周运动，切向加速度为 $a_\tau=3.0$ 米/秒。试问：

(1) 经过多少时间它的总加速度 $\boldsymbol{a}$ 恰与半径成 45° 角？

(2) 在上述时间内物体所通过的路程 s 等于多少？

1-114 匀速圆周运动的速度和加速度是否都恒定不变？切向加速度总是等于零的运动是怎样的运动？法向加速度总是等于零的运动又是怎样的运动？

1-115 详细讨论一下匀加速的圆周运动的速率 v、切向加速度 a_τ、法向加速度 a_n 以及总加速度 $\boldsymbol{a}$ 各如何变化？

1-116 一个人造地球卫星在地球表面以上 640 公里的圆形轨道上运动，今测得它绕地球一周的时间为 98 分钟，求它在轨道上的向心加速度。(取地球半径 $R=6400$ 公里。)

1-117 某物体从静止开始以匀角加速度 $\beta=0.4$ 弧度/秒^2 加速转动，问经过多少时间后，它上面任何一点的加速度与该点速度夹角为 $\alpha=76°$？

1-118 一飞轮的角速度在 5 秒钟内由 900 转/分均匀地减至 800 转/分。求

(1) 角加速度；

(2) 在此 5 秒钟内的总转数；

(3) 问再需几秒钟后，轮停止转动？

1-119 一个转动的飞轮，当断开电源后由于轴承的摩擦力而使转动渐渐变慢。在第一分钟末的角速度为初角速度 ω_0 的 0.9 倍。假设摩擦力恒定不变，求此飞轮在第 2 分钟末时的角速度。

1-120 (1) 一飞轮以匀角速度转动，问它边缘上一点有切向加速度吗？有法向加速度吗？

(2) 一飞轮以匀角加速度转动，在它边缘上一点有切向加速度吗？有法向加速度吗？这些加速度是否大小不变？

1-121 测量光速的方法之一是旋转齿轮法，一束光线通过轮边齿间空隙到达远处的镜面上，在反射回来时，刚好通过相邻的齿间空隙。假设这齿轮的半径为5.0厘米，在轮边共有500个齿。当镜与齿的距离为500米时，测得的光速为3.0×10^5公里/秒。试问：

(1) 这齿轮的(匀)角速度为多大？

(2) 在齿轮边缘上一点的线速率为多大？

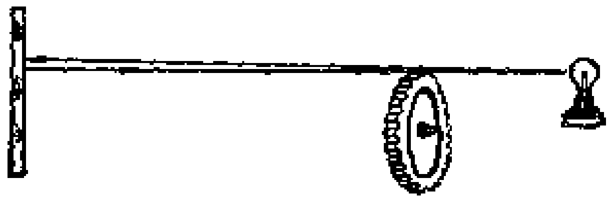


图 1-121

1-122 一俯冲轰炸机以不变的速率450公里/时俯冲后，急离俯冲线而改为沿一竖直平面内的圆形路线飞行。试问：

(1) 要使飞机在圆的最低点的加速度不超过$7g$，问此圆形路线的最小半径是多少？

(2) 设驾驶员的体重为60公斤，问当飞机在圆形路线最低点时，他的视重是多少？(视重是此时飞行员对坐位的压力)

1-123 一质点沿半径为10厘米的圆周运动，其角位移θ(以弧度表示)可用下式来表示

$$\theta=2+4t^3$$

其中t的单位是秒。试问：

(1) 在$t=2$秒时，它的法向加速度和切向加速度各是多少？

(2) 当θ角等于多少时，其总加速度与半径成45°角？

1-124 一物体以40米/秒的初速率，与水平成53°仰角投出。

求轨迹上以下各点处的曲率半径 ρ:

(1) 最高点;

(2) 投出后 4 秒末物体到达的那一点;

大致作一草图表明 ρ-t 的关系。(略去空气阻力。)

1-125 地球 24 小时自转一周，地球的平均半径为 6378 公里。试求:

(1) 地球自转的角速度，分别以弧度/秒和弧度/时表示;

(2) 赤道上一点的切向速度和法向加速度;

(3) 北京(北纬 40°)的切向速度。

1-126 已知赤道上物体的向心加速度约为 3.4 厘米/秒^2。设在赤道上的重力加速度为 980 厘米/秒^2。试问:

(1) 地球自转快到什么程度时(即相当于现有的自转速度多少倍)赤道上物体的重量为 0?

(2) 再快些会怎样?

1-127 一轮子有 12 根等距相间的细辐条，在转动时对它作曝光 0.04 秒的摄影。在照片上看到：每根辐条都转过两相邻辐条间的夹角之半。求转动的角速度。

1-128 (1) 一圆盘上有一黑色的扇形(圆心角为 40°)，圆盘绕通过圆心而与其平面垂直的轴转动(如图 1-128)，转数为 $n=1500$ 转/分。若在暗室中以每秒钟闪 100次的光照射它，而每次闪光延续的时间为 0.003 秒，问在圆盘上将可看见什么现象?

(2) 如(1)中圆盘的 $n=1470$转/分，则结果如何?

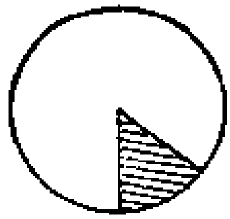


图 1-128

1-129 飞机以 360 公里/时的速度由东向西飞行。

(1) 在什么地理纬度处飞机上的人可以看见太阳不动

地停在空中？

（2）若在极地附近沿纬线以圆轨道由东向西飞行，可以看见什么现象？

1-130 一质点在半径为R的光滑球面上运动，轨道在竖直平面内，它在某点的速度为$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{v}$与水平面的夹角为θ。证明：

（1）当$v^2<Rg\cos\theta$时，它在该点就不会离开球面。

（2）当$v^2=Rg\cos\theta$时，它在该点正离开球面。

§6. 相 对 运 动

1-131 一人向东前进，其速率为$v_1=50$米/分，觉得风自正南方吹来；假若他把速率增大至$v_2=75$米/分，便觉得风从正东南方吹来。求风的速度$\boldsymbol{v}$。

1-132 以不同的速率同时向不同方向抛出两物体。证明：在运动的时候，若不计空气阻力，它们的相对速度固定不变（即大小和方向都固定不变）。

1-133 甲乙两船，甲以10公里/时的速度向东航行，乙以15公里/时的速度向南航行。问坐在乙船上的人看来，甲船的速度如何？坐在甲船上的人看来，乙船的速度又如何？

1-134 有一汽车尾部敞开，顶蓬只能盖到A处（如图1-134），乘客可坐到车尾B处，AB联线与竖直方向成$\varphi=30°$角。这汽车正在平直公路上冒雨行驶，当它的速率为$v_1=6$公里/时时，C点刚好不被雨点打着；若它的速率为$v_2=18$公里/时时，则B点就刚好不被雨点打着。求雨点的速度$\boldsymbol{v}$。

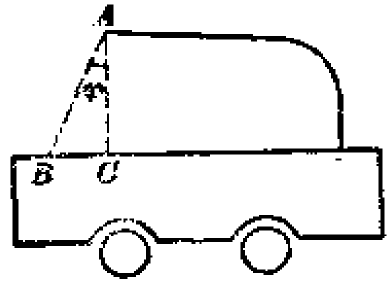


图 1-134

1-135 有一水平飞行的飞机，速度为v_0，在飞机上安置一门大炮，炮弹以水平速度v向前射击。略去空气阻力，

(1) 以地球为参考系，求炮弹的轨迹方程；

(2) 以飞机为参考系，求炮弹的轨迹方程；

(3) 以炮弹为参考系，飞机的轨迹如何？

1-136 两艘军舰分别以速率 v_1 和 v_2 平行相向航行，相互距离在大炮射程之内。其中之一向另一舰开炮射击，欲使炮弹击中对方必须怎样瞄准？设射击时两舰恰位于垂直于航行方向的直线上，炮弹的速度 v_0 可认为是不变的，忽略空气阻力。

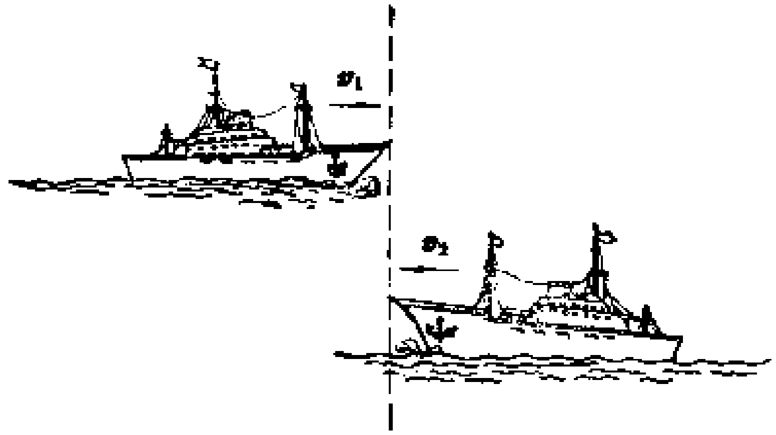


图 1-136

1-137 长江北岸两个码头甲和乙相距 $L=100$ 公里，甲在上游，有快艇来往于其间。快艇从甲到乙需时间 $t_1=4.0$ 小时，从乙到甲则需时间 $t_2=10$ 小时，求水流速速度 v_1 和快艇相对于河水的速率 v_2。

1-138 渔人在河中乘舟逆流航行，经过某桥下时，一只水桶落入水中，半小时后他才发觉，即回头追赶。在桥的下游 5.0 公里处赶上。设渔人顺流及逆流相对水的划行速率不变，求水流速率。

1-139 甲乙两列火车在相邻的轨道上相向开行，甲的速率为 v_1，乙的速率为 v_2。从甲车上投一物到乙车上。设投掷速率为 v_0，v_0 在物体运动的全部时间内可认为是不变的，其方向在水平面内，从甲车上看与列车行驶方向垂直，试问：

(1) 物体的轨迹在路基上的投影与铁轨所成的角 $\varphi_1=$？

(2) 物体的轨迹在乙车上的投影与乙车边缘所成的角 $\varphi_2=?$ (乙车边缘和甲车行驶方向平行。)

(3) 物体相对于路基的速度 v' 和相对于乙车的速度 v''。

1-140 摄影师到铁路的距离为 L,现欲拍摄以速度 v 行驶着的火车头的像，拍照时从摄影师到火车头的视线与铁路的夹角为 α,设相机物镜的焦距为 f,在底片上所容许的模糊距离(即在底片上像运动的距离,不能超过 d,求曝光时间的最大值 t_{max}。

1-141 假定一架飞机从 A 向东飞到 B,而后又向西飞回到A。设气流相对于地面的速率为 u, AB 间的距离为 L, 飞机相对于空气的速率 $|\boldsymbol{v}'|=v'$ 保持不变。

(1) 假定 $u=0$(空气静止),证明:来回飞行的时间为

$$t_0=\frac{2l}{v'};$$

(2) 假定气流的速率向东(或向西),证明:来回飞行的总时间为

$$t_E=\frac{t_0}{1-\frac{u^2}{(v')^2}};$$

(3) 假定气流的速率向北(或向南),证明:来回飞行的总时间为

$$t_N=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{(v')^2}}}。$$

1-142 一架飞机以相对于空气的匀速率 u 直线飞行,从 A 飞到B 再飞返，从 A 到 B的距离是 L。如果速率为 v 的风的吹向有下列三种情况:

(1) 沿着从 A 到 B的直线;

（2）垂直于从 A 到 B 的直线；

（3）与 A 到 B 的直线成 θ 角。

计算往返一次各需要的时间。证明，由于风的存在，往返时间总是比无风时增加。

1-143 一轮船以速率 $v_1=25$ 公里/时匀速直线地行驶，另有一小汽艇在其前方以速率 $v_2=40$ 公里/时垂直于其航线行驶，问在轮船上看小汽艇是怎样运动的？

1-144 在 12:00 时，船 A 在某港口之东 10 公里和之北 20 公里处，以 40 公里/时的速度沿北偏东 30° 的方向航行。在同一时间，船 B 在港口之东 50 公里和之北 40 公里处，以 20 公里/时的速度沿北偏西 30° 的方向航行。

（1）画出情况图，并求 B 相对于 A 的速度。

（2）如果两条船各按原速度继续运动，问它们相互间的最近距离是多少？出现在什么时候？

1-145 一条船平行于平直海岸线航行，船离岸的距离为 D，船速为 V_0，一艘速率为 $v(v<V_0)$ 的海上警卫小艇从港口出发沿直线航行去拦截这条船。

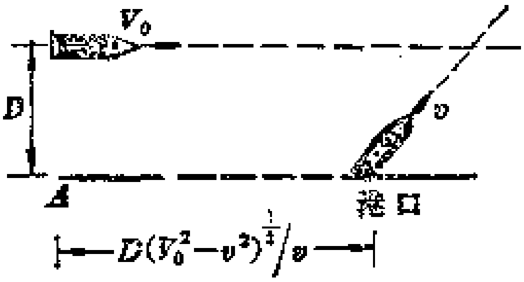


图 1-145

（1）证明：小艇必须在这条船驶过海岸线的某一特定点 A 之前出发，这点在港口后边 $D(V_0^2-v^2)^{\frac{1}{2}}/v$ 处。

（2）如果快艇在尽可能迟的瞬间出发，它在什么地方和什么时候截住这条船？

1-146 一个人在静水中的划船速率是 4.0 公里/时，

（1）现在他在一江中划行，江水速率是 2.0 公里/时。如果他想从岸边出发，到达正对面的江岸，他应当以怎样的方向划行？

（2）设江阔4.0公里，按上述选定的方向，他要多少时间才能渡过去？

（3）如果他希望用最短时间渡江，他应当以怎样的方向划行？

1-147 一飞机在海上布雷，当它在水面上高为 h 的地方，以速率 v 沿水平方向飞行时，要想使鱼雷入水时，鱼雷不与水面发生拍击，即相对于鱼雷来说，水的速度完全沿鱼雷的轴线方向。设鱼雷从投下到入水，它的轴线与水平面的夹角 θ 不变。略去空气阻力，问这飞机投下鱼雷时，应使 θ 等于多少？

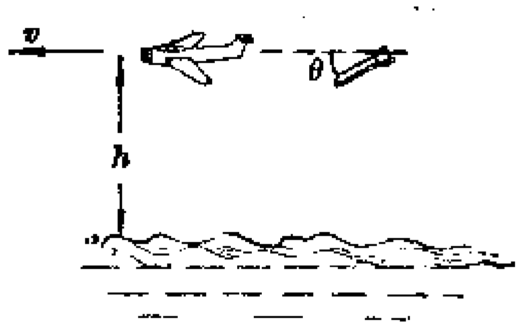


图 1-147

第二章　力　牛顿定律

§1.　力

2-1　用正交分解法求图 2—1 所示诸力的合力。(1)$F_1=200$ 公斤力，沿 X 轴向右；(2)$F_2=300$ 公斤力，向右，与 X 轴正方向成 $60°$ 夹角；(3) $F_3=100$ 公斤力，向右，与 X 轴正方向成 $45°$ 夹角；(4)$F_4=200$ 公斤力，铅直向下。

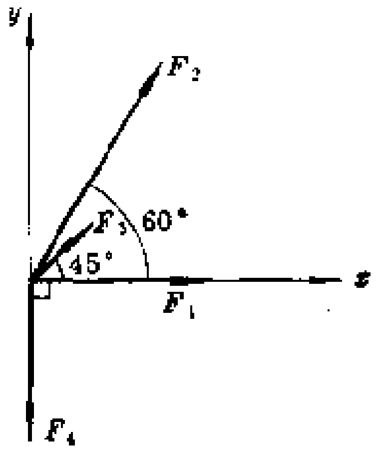


图　2-1

2-2　把一个 5 公斤的重物挂在一根绳的中间。你能否把绳拉成水平？

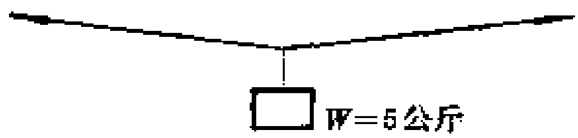
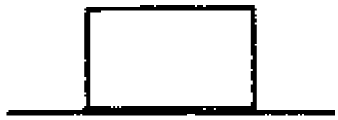
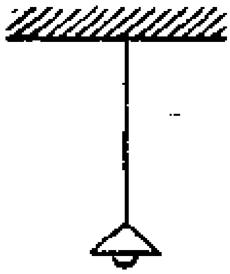
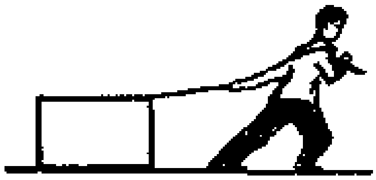


图　2-2

2-3　分析图 2-3 中所示的物体所受的力和这些力的反作用力，指出它们的方向和施力物体。

(1)  静止放在水平地面上的木箱；

(2)  挂着的电灯；

(3)  粗糙地面上被拖着走的重物；

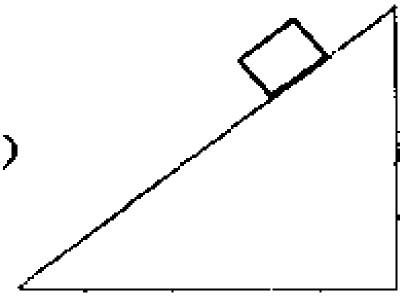
(4)  在粗糙斜面上下滑的重物。

图 2-3

2-4 某一倔强系数为 k 的弹簧受力 F 后，长度改变为 ΔL，而后达到平衡。如果施力改为 $F+\Delta F$，由于力 ΔF 的作用弹簧又伸长 ΔL_2，试证明：

$$\Delta F = k\Delta L_2。$$

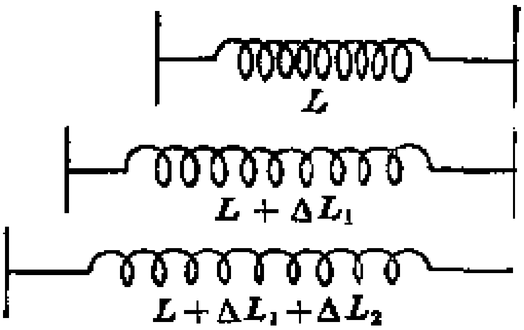


图 2-4

2-5 自然长度相同、倔强系数分别为 k_1 和 k_2 的两个弹簧。证明：

(1) 这两弹簧串联其倔强系数 k 满足 $\dfrac{1}{k}=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}$；

(2) 这两弹簧并联其倔强系数 k 满足 $k=k_1+k_2$。

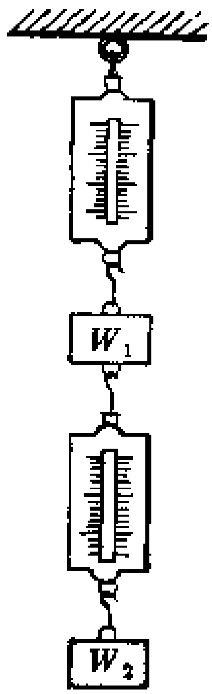


图 2-6

2-6 用倔强系数分别为 k_1 和 k_2 的两个弹簧秤把两个重量分

别为 w_1 和 w_2 的物体串联吊起来，如图 2-6 所示。若略去弹簧秤的自重，问这两个弹簧秤的读数各为多少？

2-7 倔强系数分别为 k_1、k_2 和 k_3 的三个弹簧，自然长度分别为 l_1、l_2 和 l_3。把它们的三个端点联在一起，另外三个端点分别拴在同一平面上的 $M_1(x_1, y_1)$、$M_2(x_2, y_2)$、$M_3(x_3, y_3)$ 三点。平衡时三个弹簧的长度都大于它们的自然长度。设弹簧的质量可以略去不计，求联在一起的 P 点的坐标 x, y 所满足的方程。

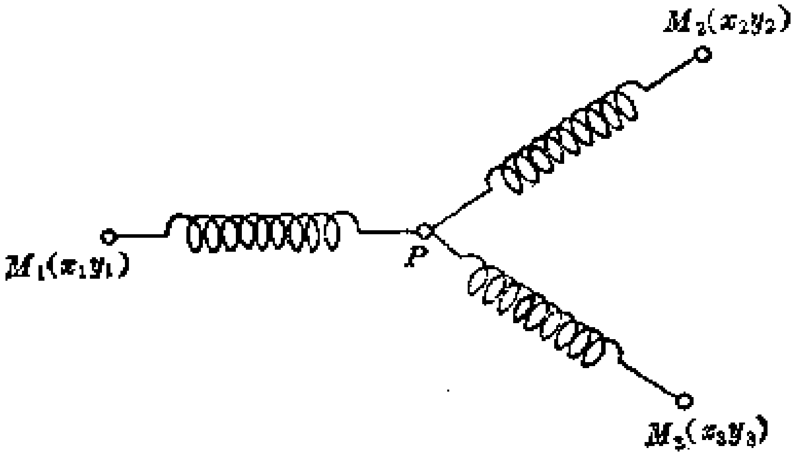


图 2-7

2-8 把一弹簧秤放在一光滑的水平桌面上，一端固定在墙壁上，如图 2-8 所示，另一端用 $F=2$ 公斤的力向左拉它，这时弹簧秤的读数为 2 公斤。如将固定端由墙壁取下，改为由人去拉，拉的力也是 2 公斤。问这时弹簧秤指示为多少公斤？

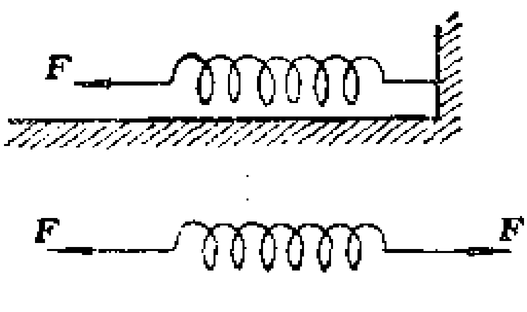


图 2-8

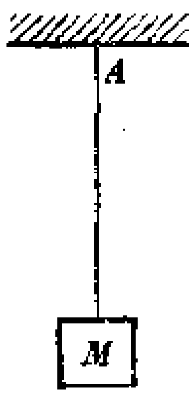


图 2-9

2-9 一绳的上端系在天花板上的 A 点，下端系一物体 M，整

个系统静止不动。有人说：绳子拉M向上的力和M所受向下的重力是一对作用力和反作用力，所以它们大小相等而方向相反，因此M静止不动。这个分析对吗？

2-10 欲使静止在湖中的船靠岸，将绳的一端拴在岸边的树上，船上的人用力F拉绳；或绳的一端拴在船上，岸上的人用同样的力F拉绳；或岸上船上各一人，同时用同样大小的力F拉绳。问在上述三种情况下船靠岸所需的时间哪一种最短？

2-11 甲乙两队拔河比赛，甲队赢了，甲队拉乙队的力是否比乙队拉甲队的力大些？为什么？如果甲队拉乙队的力等于乙队拉甲队的力，为什么还会有输赢？若是考虑绳子的质量呢？

2-12 两只相同的拖船，每只质量为m，在一平直河道里，前后排列着，并由一汽船牵引着前进。设每只拖船受到的阻力为恒力f，问在汽船以匀速前进和以加速度a前进时，牵引绳中的张力各等于多少？

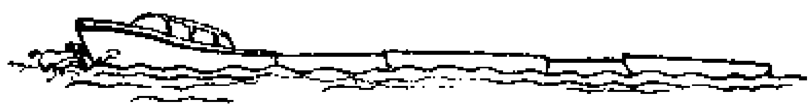


图 2-12

2-13 质量为m_1、m_2和m_3的三个物体放在水平桌面上，其间用水平的细绳相连。物体与桌面间的摩擦系数为μ。设一水平力F作用在m_1上。若物体保持静止，试求A、B、C三点绳子中的张力。

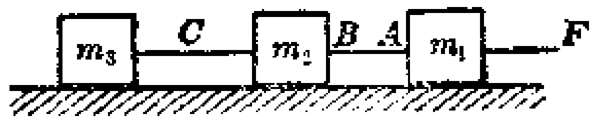


图 2-13

2-14 在光滑的水平桌面上放有三个相互接触的物体，它们的质量分别为$m_1=200$克、$m_2=300$克、$m_3=1.00$公斤。若用一个$F=5.00$公斤的力沿水平方向作用于m_1的左方，如图2-14(1)所示。试问：

(1) m_2和m_3的左边所受的力各等于多少？

（2）若 m_3 的右方紧靠着墙(不能动)，如图 2-14(2) 所示，这时 m_2、m_3 的左边所受的力各等于多少？

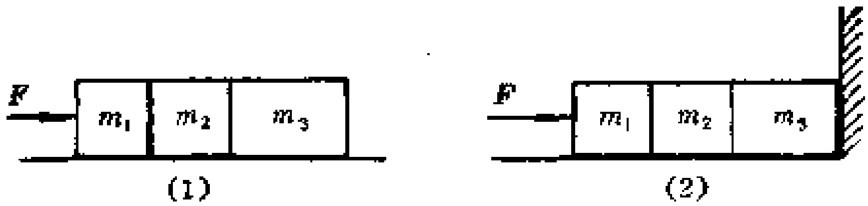


图 2-14

2-15 两个相同的物体，分别拴在一根细绳的两端，放在光滑的水平桌面上。绳子能承受的最大拉力为 2 公斤。欲使绳子被拉断，沿绳的方向至少要用多大的力作用到其中的一个物体上？如果桌面不是光滑的，问这个力的大小是否要改变？

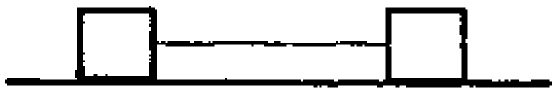
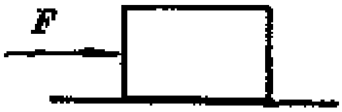


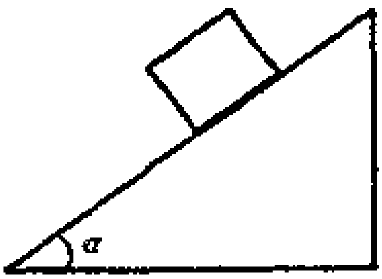
图 2-15

2-16 说明下列情况下摩擦力的大小和方向。已知静摩擦系数为 μ_0，滑动摩擦系数为 μ。

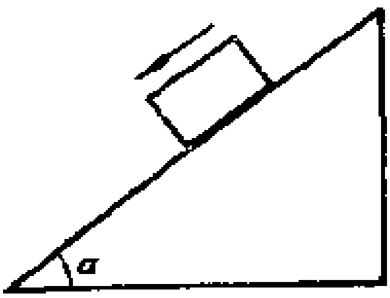
（1）  在水平地面上静止的木箱；

（2） 

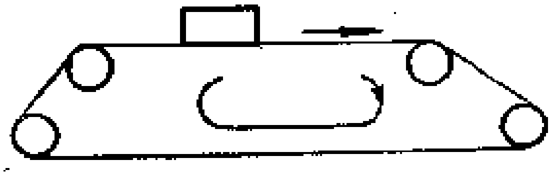
用水平方向的力推水平地面上放着的木箱，木箱不动；

（3） 

物体在斜面上静止不动；

（4） 

物体在斜面上向下滑；

(5) 

在传送带上被传送的物体，物体与传送带之间无相对运动。

图 2-16

2-17 一物体重 20 公斤，静止在水平桌面上。物体与桌面间的静摩擦系数为 0.40，滑动摩擦系数为 0.20。试问：

(1) 如果用 5.0 公斤的力沿水平方向推这个物体，这个物体所受到的摩擦力是多少？

(2) 如果(1)中的水平力增大一倍，摩擦力是多少？

(3) 用水平方向的力推这个物体，使它开始滑动的最小力是多少？

(4) 当物体开始运动后，维持物体匀速运动的力是多少？

图 2-17

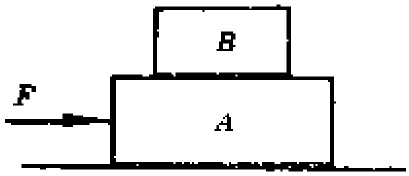


图 2-18

2-18 物体所受摩擦力的方向是否必定和它的运动方向相反？

设物体 A、B 叠放在水平光滑桌面上，A、B 间的摩擦系数 $\mu \neq 0$。一力 F 沿水平方向作用在物体 A 上，使两物体在桌面上一起运动，求物体 B 所受的摩擦力。

2-19 为了演示质量为M的木块与水平桌面间的摩擦力，做了如图 2-19 所示的装置。设滑轮轴承处光滑，滑轮和绳子的质量可略去不计，且绳子不会伸长。开始时木块在桌面上静止不动，逐步加大 A 处吊着的砝码，当砝码加大到质量为m时，木块开始滑动。经 t 秒后木块滑过距离 s。求木块与桌面间的静摩擦系数 μ_0

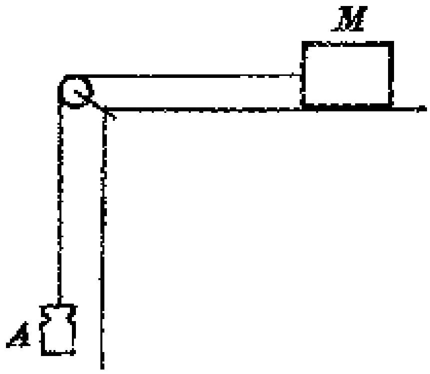


图 2-19

和滑动摩擦系数 μ。

2-20 一个物体静止在一个倾角可变的斜面上，当倾角增大到 θ_0 时，物体开始滑动。问此物体与斜面间的静摩擦系数是多少？当 $\tan\theta<\mu$ 时，物体如何运动？

2-21 两本书 A 和 B 逐页交叉地叠放在一起，放在水平桌面上，如图 2-21 所示。设每页书的质量为 5.0 克，每本书共 200页，纸与纸之间的静摩擦系数为 0.3。A 固定不动，用向右的水平力 F 把 B 抽出，求 F 的最小值。

图 2-21

2-22 两人各自将两个相同的物体推上同一斜坡。一人推力 f' 的方向与斜面平行，另一人的推力 f 沿水平方向，设已知滑动摩擦系数为 μ 和斜坡的倾角为 α，求这两人的推力之比。

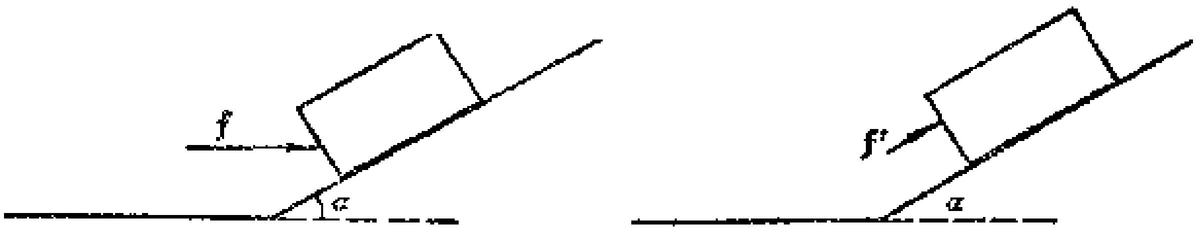


图 2-22

2-23 重 6.0 吨的汽车拖着一个 2.0 吨重的拖车，它们以 0.20 米/秒^2 的加速度自车站开出。若所受的摩擦力为车重的 0.01 倍，问汽车的牵引力和汽车拉拖车的力各为多少？

2-24 A、B 两物体叠放在水平桌面上，A 在上，B 在下。A 与 B 间的静摩擦系数为 μ_1，B 与桌面间的滑动摩擦系数为 μ_2。今有一与水平面夹角为 α 的推力作用在 A 上，使 A 和 B 一起运动，求 A 对 B 的作用力。讨论 F 等于多大时，物体 A、B 间才开始发生相对

运动？

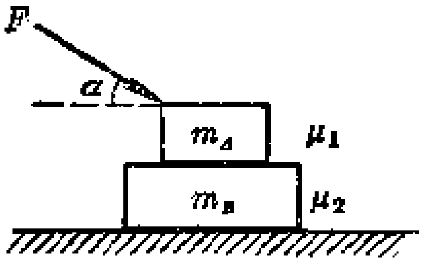


图 2-24

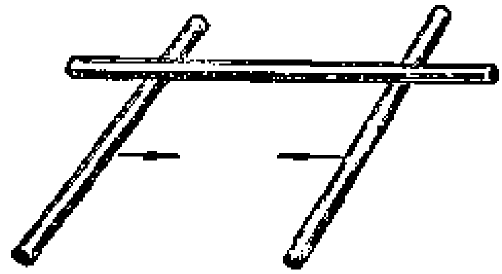


图 2-25

2-25 在同一水平面内，有两相同的棒互相平行放置，上面放有一长为L的棒，然后用力使下面的两个棒往一起并拢。如图 2-25 所示。实验发现，上面的棒相对于它们的运动不是单向地而是交替换向地进行，直到两棒并拢为止，而并拢处刚好是上面的棒的重心。请定性地说明其理由。

2-26 一甲虫在一半球形碗内向上爬。已知球面半径为R，甲虫与碗内表面的摩擦系数为0.25。问它可以爬到多高？

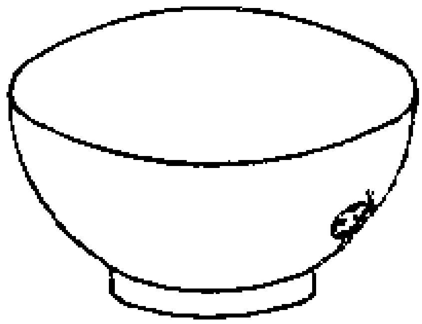


图 2-26

2-27 一自重为2.0吨的汽车，载4.0吨重的货物，设汽车和货物的重心都在前后轴之间中点的正上方，欲使它以0.2米/秒^{2}的加速度运动，问在忽略其它阻力的情况下，汽车主动轮的外胎和路面间的摩擦系数最小应是多少？分别就下面两种情形进行讨论：

(1) 全部车轮都起主动作用；

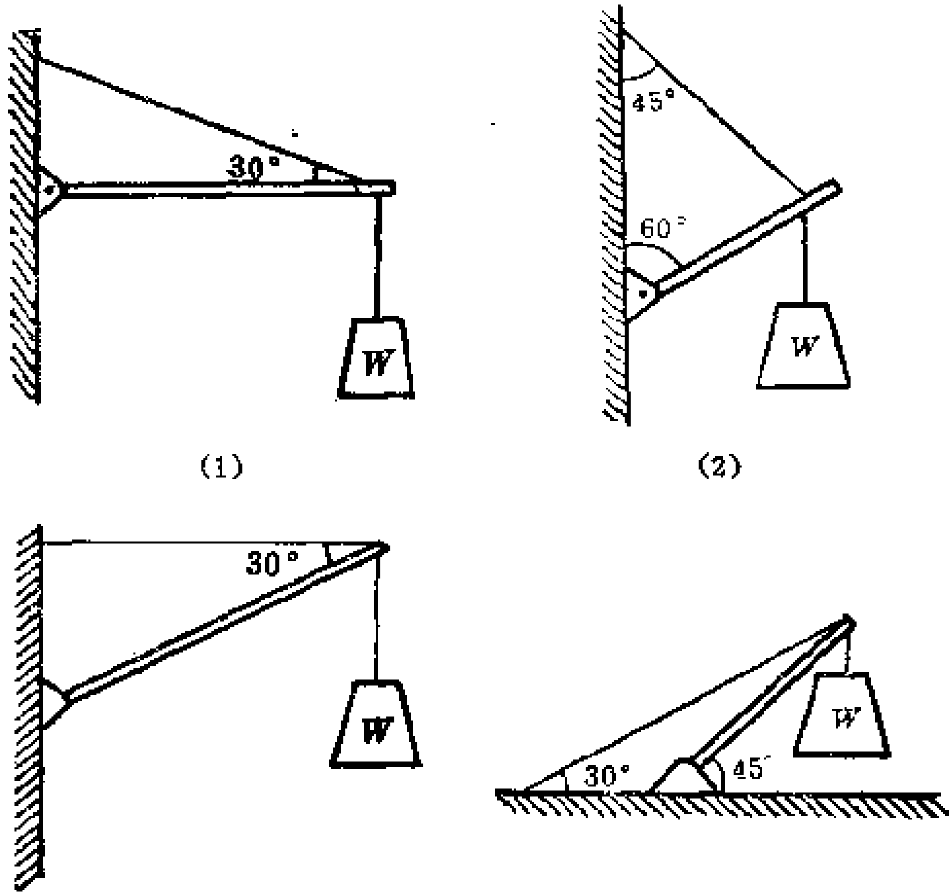
(2) 只有后边两个车轮起主动作用。

2-28 某卡车载货重为卡车自重的三倍，卡车的前后轴相距3.0米，货和车的共同的重心在前后轴之间中点的正上方。现发现该卡车驶上一个10° 的斜坡时其主动轮(后轮)开始打滑，若要使这卡车驶上15° 的斜坡，应把货物往后移动多少距离？(设两斜坡

的摩擦系数相同。)

§2. 静 力 学

2-29 如图 2-29 所示，悬挂物体的重量均为$W=100$公斤。设物体都静止不动，撑杆和吊绳的质量不计，求各吊绳中的张力的大小和方向以及撑杆中的力的大小和方向。



(1) (2) (3) (4)

图 2-29

2-30 一个半径为 20 厘米、重量为 4.0 公斤的光滑球，用细绳将其挂在光滑墙壁上，如图 2-30 所示。AB 间距离为 40 厘米，略去绳子质量，求球对墙壁的压力。

2-31 用穿过钢管的绳索起吊钢管，如图 2-31 所示。已知钢管重 1.8 吨，长 2.0 米，厚度可略去不计。钢索能承受的最大拉力为 1.5 吨重，问钢索全长至少应为多少?

2-32 一重为W的均匀球，静止在倾角分别为α和α'的两光滑斜面之间，求球对这两斜面的压力。

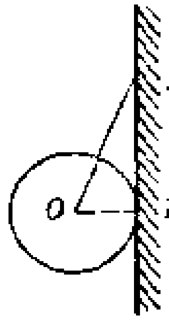


图 2-30

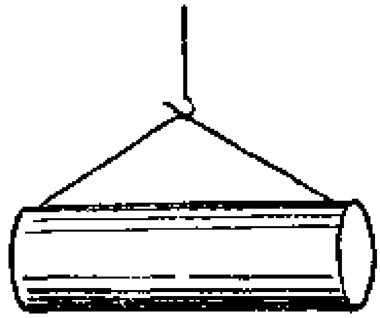


图 2-31

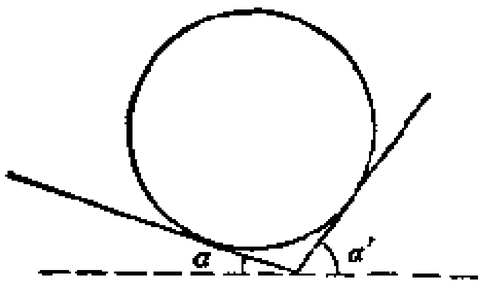


图 2-32

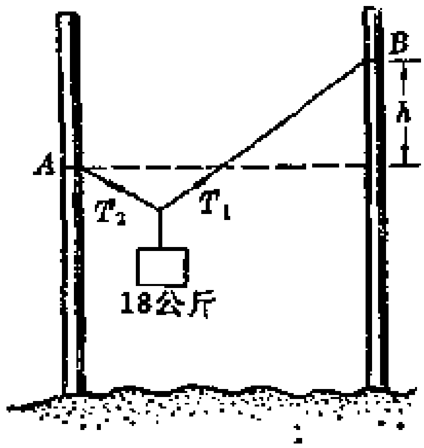


图 2-33

2-33 在相距 4.0 米的两根竖直立着的柱上拴一 5.0 米长的绳子 AB，绳子的两端点的高度差为 h，绳上挂一个 18 公斤的重物，挂勾可在绳上无摩擦地滑动，如图 2-33 所示，略去绳子的质量，当重物静止时，

(1) 求两段绳中的张力 T_1 和 T_2；

(2) 张力与 h 的关系如何？

2-34 一细绳（质量可略去不计）全长为 8.0 米，两端分别固定在两个高度相同、相距 5.5 米的柱子上。两个重物挂在绳子的两点，一点距绳子的一端为 3.0 米，另一点距绳子的另一端为 2.0 米，如图 2-34 所示。若两物体之间的绳子处于水平状态，问此两物体重量之比是多少？

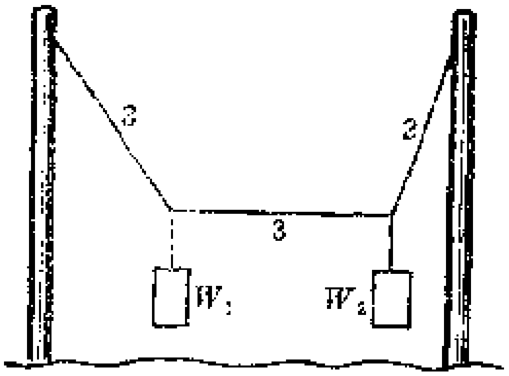


图 2-34

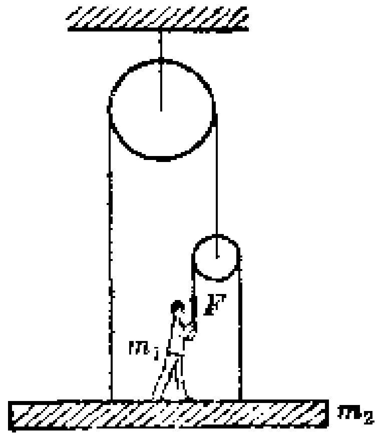


图 2-35

2-35 一机械装置如图 2-35 所示，人的质量为 $m_1=60$ 公斤，人所站着的底板的质量为 $m_2=30$ 公斤。设绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力都可略去不计，若想使所站着的底板在空中静止不动，此人应以多大的力量 F 拉住绳子？

2-36 将一个用弹簧秤吊着的重量为 20 公斤的均匀球，放在倾角为 30° 的光滑斜面上静止不动，如图 2-36 所示。如果秤的读数为 10 公斤。当弹簧秤的重量略去不计时，试问：

（1）弹簧秤与铅直方向的夹角 α 等于多少？

（2）球对斜面的压力等于多少？

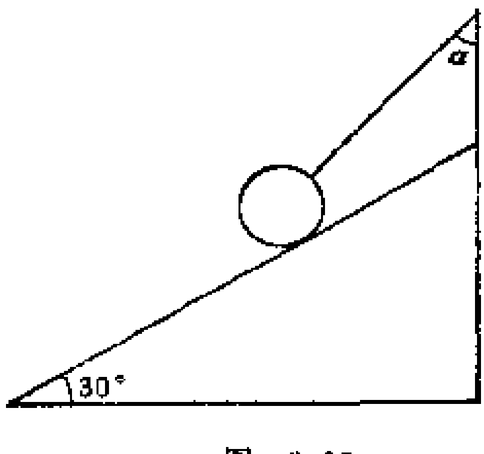


图 2-36

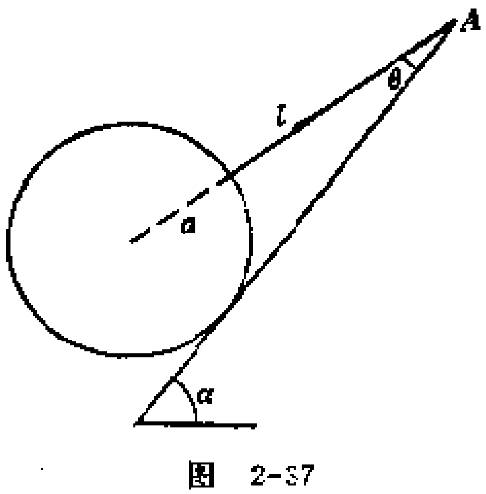


图 2-37

2-37 长为 l 的绳子一端拴着半径为 a、重量为 W 的球，另一端拴在倾角为 α 的光滑斜面的 A 点上，如图 2-37 所示。证明：绳子中的张力 T 为：

$$T=\frac{W(a+l)\sin\alpha}{\sqrt{l^2+2al}}。$$

2-38 重量分别为P和Q的两个小环，套在一光滑的均匀大圆环上。长为 l 的细绳(质量可略去不计)的两端分别拴住P和Q、然后挂在光滑的钉子O'上，静止时O'在圆环中心的正上方，P和Q到钉子的距离分别为r和r'。证明：r和r'满足下式：

$$\frac{r}{Q}=\frac{r'}{P}=\frac{l}{Q+P}。$$

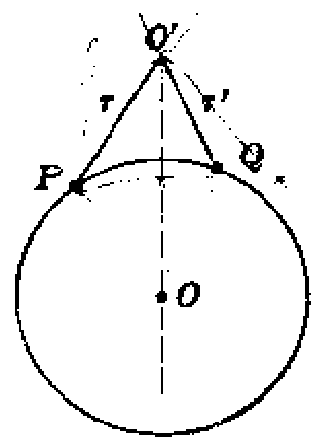


图 2-38

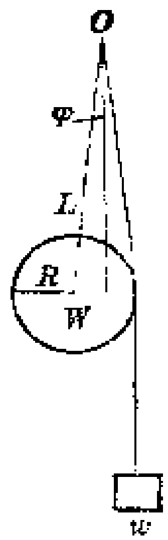


图 2-39

2-39 用细绳把半径为R、重量为W的均匀球体和重量为w的物体挂在一钉子O上，设球心到O的距离为L，如图 2-39 所示。若绳子质量以及绳子和球面间的摩擦均略去不计，求L与竖直方向间的夹角φ。

2-40 两个重量相等而粗糙程度不同的物体m_1和m_2，分别固定在一细棒的两端，放在一倾角为α的斜面上，设m_1和m_2与斜面的摩擦系数为μ_1和μ_2，并满足$\tan\alpha=\sqrt{\mu_1\mu_2}$，细棒的质量可略去不计，细棒不与斜面接触。如图 2-40 所示。证明：系统静止时，棒与斜面上最大倾斜线AB的夹角为

$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2\sqrt{2\mu_1\mu_2}}\right)。$$

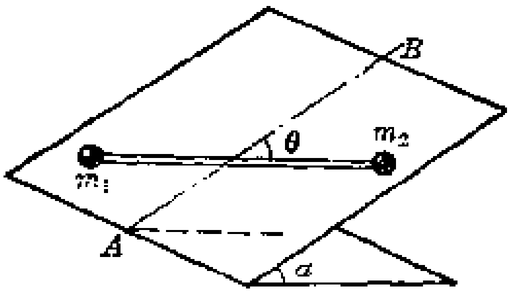


图 2-40

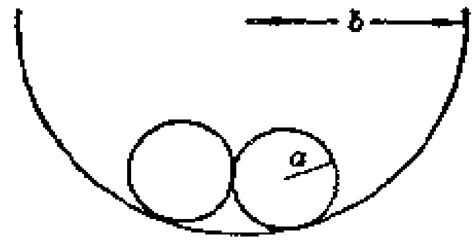


图 2-41

2-41 两个半径为 a、重量为 W 的相同的光滑球，放在半径为 b 的光滑半球壳里静止不动，如图 2-41 所示。求两球之间和每个球对大球壳的压力。

2-42 在倾角为 α 的光滑斜面的上端有一定滑轮，一条细绳跨过该滑轮，一端穿过小车上的滑轮 P_1 后固定在斜面上边的 a 点，另一端吊着一动滑轮 P_2，如图 2-42 所示。如果跨过动滑轮 P_2 的绳子吊着的重物为 w，斜面上小车的重量为 W，绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及整个系统中的摩擦力均可略去不计，问当整个系统静止时，重物 w 和小车重量 W 的关系如何？

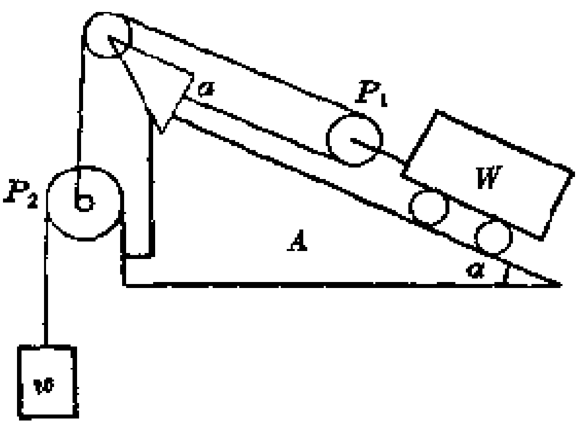


图 2-42

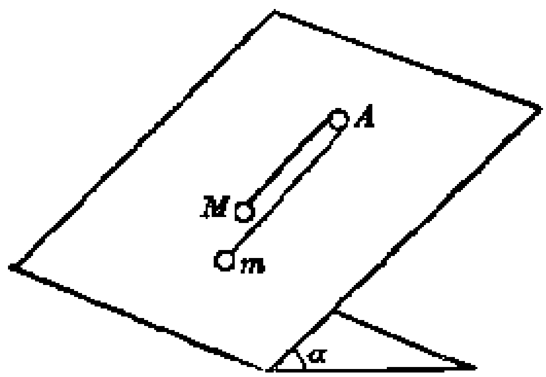


图 2-43

2-43 倾角为 α 的光滑斜面上钉着一光滑钉子 A，A 上挂着一条绳子，绳子两端分别系着质量分别为 m 和 M（$M>m$）的两个物体，如图 2-43 所示。设 m 和 M 与斜面之间的静摩擦系数均为 μ，且 $\mu=\tan\varepsilon$，而 $\alpha>\varepsilon$，绳子不与斜面接触且长度不变。证明：当物体静止时，m 与 M 质量之比为：

$$\frac{m}{M}=\frac{\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sin(\alpha+\varepsilon)}。$$

2-44 用与水平面成α角的传送带为货车装煤，如图 2-44 所示。

(1) 设传送带匀速运动，求煤在传送带上不往下滑所需的最小静摩擦系数 μ_0;

(2) 设传送带匀加速运动，加速度为 a，求煤在传送带上不往下滑动所需的最小静摩擦系数 μ_0。

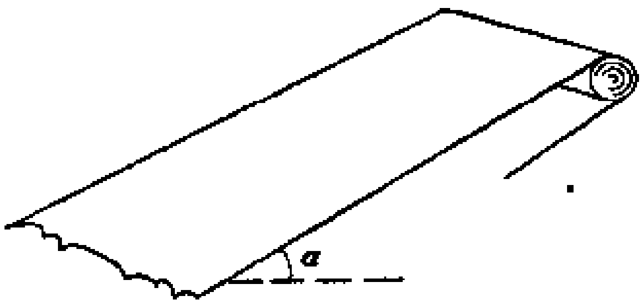


图 2-44

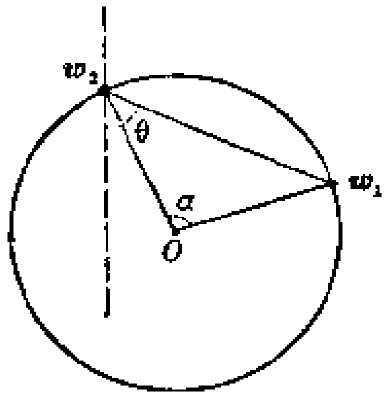


图 2-45

2-45 两个重量分别为 w_1 和 w_2 的小环，用细线连着套在一个竖直固定着的大圆环上，如果连线对圆心的张角为 α，如图 2-45 所示，当小圆环与大圆环之间的摩擦力和线的质量都略去不计时，求证：连线与竖直方向的夹角 θ 满足：

$$\tan\theta=\frac{w_1+w_2}{w_2-w_1}\cot\frac{\alpha}{2}。$$

2-46 用细绳拴住两个重量分别为 w_1 和 $w_2(w_2>w_1)$的质点，放在一表面光滑的圆柱面上，圆柱的轴是水平的，绳长为圆柱横截面周长的$\frac{1}{4}$。如图 2-46 所示。若绳的质量和摩擦力都略去不计，当 w_1 和 w_2 静止时，w_1 处的细绳与水平面的夹角 α 等于多少?

2-47 用 1.5 米长的绳子 AB 把质量为一公斤的物体拴在一

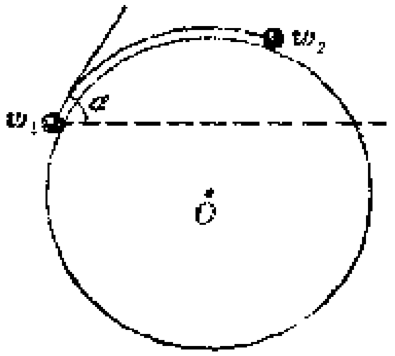


图 2-46

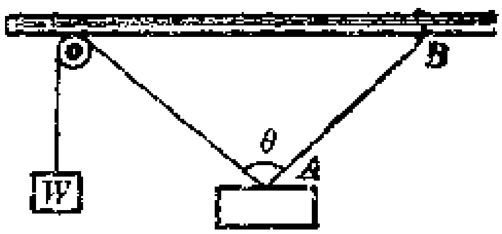


图 2-47

个环上，环可以在一水平杆上自由移动，环与杆之间的静摩擦系数为0.75。第二根绳子的一端也拴在这个物体上，另一端则跨过定滑轮后吊着一重量为W的物体，如图 2-47 所示。若滑轮在环的左边 2.4 米的地方，W刚要使环沿杆滑动，设环、绳子及定滑轮的质量，定滑轮轴承处的摩擦力均略去不计。试问：

(1) 物体的重量W等于多少？

(2) 绳子 AB 中的张力T等于多少？

(3) 两根绳子间的夹角 θ 等于多少？

2-48 一长为 l 的细线，两端各系一个重量为W的小环，小环套在一水平杆上。线的中点挂一重为 $2W$ 的物体，如图 2-48 所示。设环与杆之间的静摩擦系数为 μ，不计细线的质量，问两环在杆上不动时，它们之间的最大距离是多少？

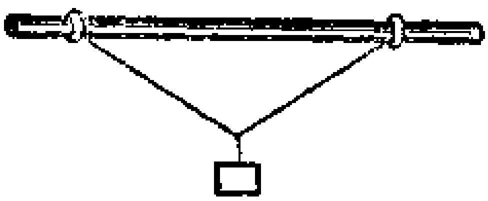


图 2-48

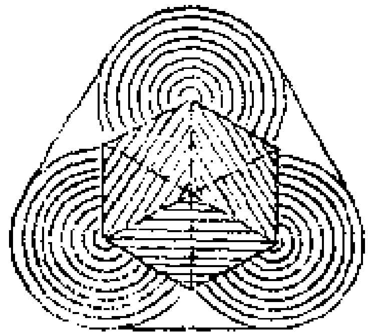


图 2-49

2-49 三个相同的光滑刚体球，用细绳捆着放在光滑水平面上，一重量为W的立方体放在三球中间的空档里，立方体的对角线

竖直，其俯视图如图 2-49 所示。假定球与球之间无作用力，求证：物体平衡时绳中的最小张力T为：

$$T=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}W。$$

2-50 把一段单位长度的质量为λ的绳子AB放在平放着的光滑的圆木上，A端固定在圆木的最高点，绳长等于该圆木的$\frac{1}{4}$周长，如图 2-50 所示。圆木的半径为R。

(1) 画出θ与$\theta+\Delta\theta$之间这一小段绳子的受力图，求出绳中张力T的表示式。并证明，绳子上端的张力$T_A=\lambda Rg$；

(2) 写出圆木作用在θ与$\theta+\Delta\theta$之间小段绳子上的法向力N的表示式。对这个力的水平分量求积分（对整段绳子），其结果等于T_A，试说明这个结果的物理意义。

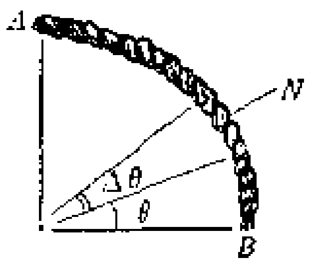


图 2-50

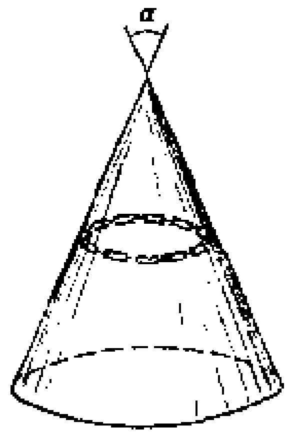


图 2-51

2-51 如图 2-51 所示，一长为L、质量为M的均匀链条套在一表面光滑、顶角为α的圆锥上，当链条在圆锥面上静止时，链条中的张力是多少？

2-52 把用金属丝做成的直角三角形框架ABC竖直地放在水平面上，直角边AC上套一小环Q，斜边AB上套一小环P，P、Q的质量分别为m_1和m_2，中间用细线连结着，如图 2-52 所示。设

环与框架间的摩擦系数为零，细线的质量可略去不计，当环在框架上平衡时

(1) 求连线与斜边间的夹角及连线中的张力；

(2) 证明：不论是 m_1 还是 m_2 套在斜边上，斜边上的环的位置一定高于直角边的环的位置。

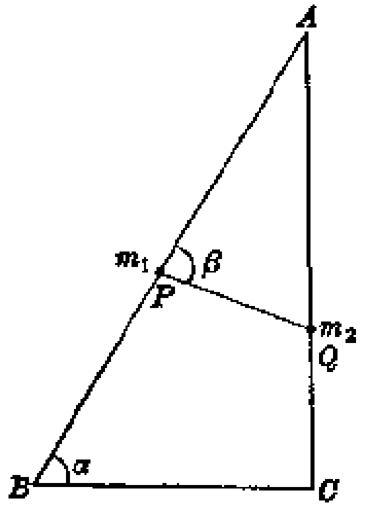


图 2-52

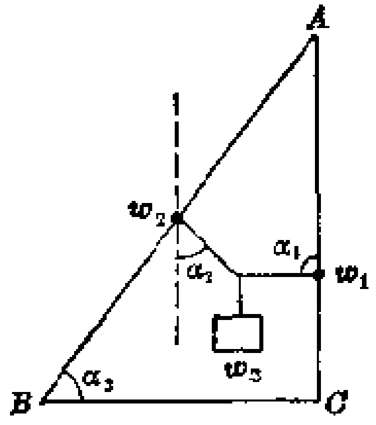


图 2-53

2-53 垂直于水平面放着一直角三角形框架 ABC，在直角边 AC 和斜边 AB 上各套一重量分别为 w_1 和 w_2 的小环，两环用质量可以忽略不计的细绳相连接，线的中点挂一重量为 w_3 的物体。如图 2-53 所示。求证：当 w_1、w_2 和 w_3 平衡时，若绳子与垂直方向夹角分别为 α_1、α_2，则有

$$\frac{\cot\alpha_1}{w_1}=\frac{\cot\alpha_2}{w_1+w_2}=\frac{\cot\alpha_3}{w_1+w_2+w_3}。$$

2-54 沿斜面方向用力支持一重物，使其在斜面上静止不动。若斜面倾角为 α 时的最小支持力恰好等于斜面倾角为 β 时的最大支持力，证明：该重物与斜面间的静摩擦系数 μ 满足关系式：

$$\mu=\tan\frac{\alpha-\beta}{2}。$$

2-55 一长为 L 的细杆，质量可略去不计，两端固定着重量分别为 W_1 和 W_2 的两个小球，杆和球一起放在一半径为 $R>L/2$ 的

光滑的半球面内，静止不动，如图 2-55 所示。试求：

(1) 两小球对半球面的压力；

(2) 杆所受的压力；

(3) 杆与水平面的夹角 θ。

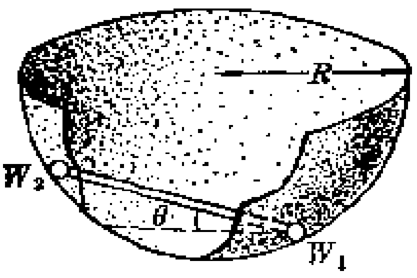


图 2-55

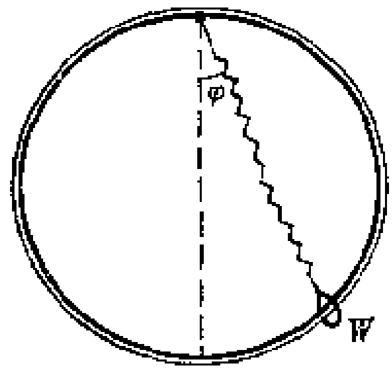


图 2-56

2-56 一个重量为 W 的小环套在竖直的半径为 R 的光滑大圆环上。如图 2-56 所示。一倔强系数为 k、自然长度为 $l(l<2R)$ 的弹簧的一端固定在小环上，另一端固定在大圆环的最高点。当小环静止时，略去弹簧的自重和小环与大环间的摩擦力，求弹簧与竖直方向间的夹角 φ。

2-57 一光滑的刚体球，重为 W，半径为 R，靠着墙静止在水平地面上，现在用一厚为 $h(<R)$ 的木块塞在球的左下边，如图 2-57 所示。若用一水平力 F 推木块，略去各接触面间的摩擦力，问 F 多大时，才能将球从地面上顶起？

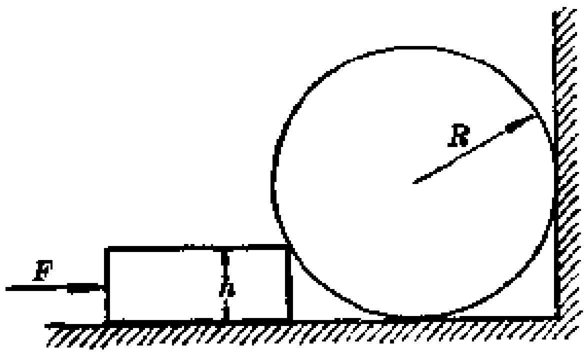


图 2-57

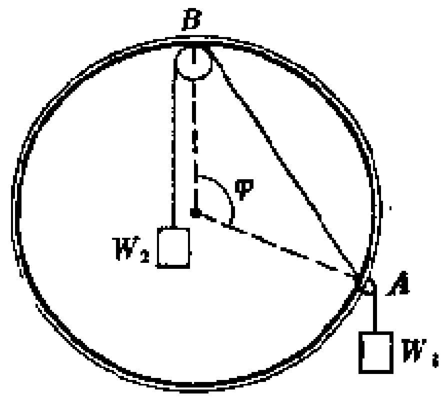


图 2-58

2-58 小圆环 A 吊着一重 W_1 的砝码套在另一竖直放着的大

圆环上。有一细绳其一端拴在小环 A 上，另一端跨过固定在大圆环最高点 B 处的定滑轮后吊着砝码 W_2，如果小环、滑轮、绳子的质量和环与环之间、滑轮轴承处的摩擦都可略去不计，绳子又不伸长，求平衡时 AB 弦所对应的圆心角 φ。

2-59 一绳以 $\Delta\theta \ll 1$ 弧度的偏转角垂直地擦过一固定圆柱的表面。如图 2-59 所示。设绳与圆柱之间的摩擦系数为 μ，试问：

(1) 若柱的一边绳中的张力为 T，另一边绳中的张力为 $T+\Delta T$ 时，绳子刚好不能在圆柱面上滑动，问这时的 ΔT 等于多少？

(2) 若绳子以一定的角度 α 绕过固定的圆柱，刚好能拉动绳子时，绳两端的张力之比 T_A/T_B 等于多少？

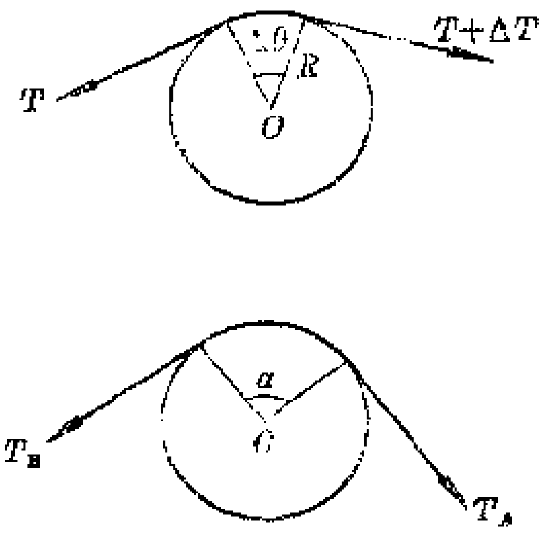


图 2-59

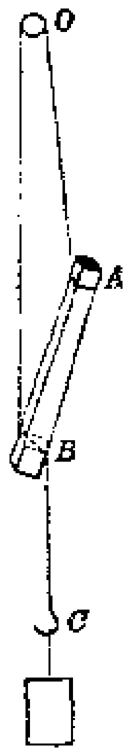


图 2-60

2-60 一根细绳，一头固定在一个小长木条的 A 端，另一头穿过木板的另一端的孔 B 后系着一挂勾 C。如果把绳子挂在 O 处，在挂勾上吊着重物 W，那么除非人为地搬起木板，绳子自己不会在 B 处滑动，成为一个可以调节悬挂重物高度的自由伸缩挂勾，如图 2-60 所示。设绳子与木板之间的静摩擦系数 $\mu_0=0.3$，证明：要

使绳在 B 处滑动，孔两边绳子的张力之比为 2.57。

2-61 一根绳子，一端被水平地拉着，另一端绕水平棒一周后竖直地吊着质量为 m 的物体，设绳子的质量可略去不计，绳子和棒之间的摩擦系数 $\mu=\frac{1}{4}$，如图 2-61 所示。问当物体处于静止状态时，拉绳子的水平力 F 是多少？

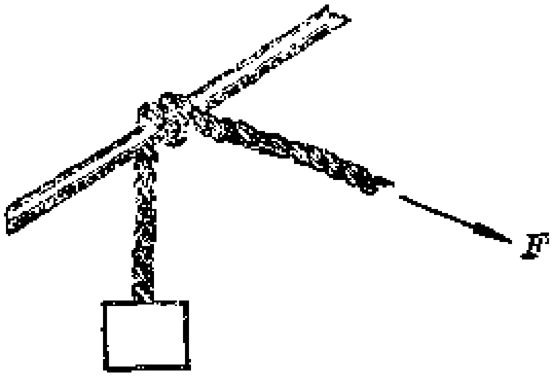


图 2-61

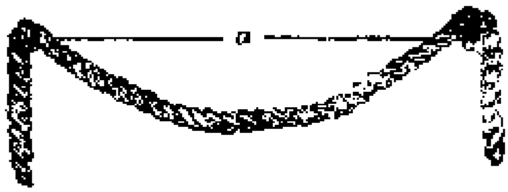


图 2-62

2-62 一条绳子挂在两个光滑的钉子上，钉子间的距离为 a、高度相同，绳两端自由下垂，两钉子中间部分的绳子形成悬链状，如图 2-62 所示。证明：若绳子处于平衡状态，则绳子的总长度不能小于 ae。（e 为自然对数的底。）

2-63 一根重量为 W 的绳子，两端固定在高度相同的两个钉子上，在其最低点再挂上一重为 W' 的物体，设 α、β 分别是绳子在最低点和悬点处的切线与竖直方向的夹角。证明：

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=1+\frac{W}{W'}。$$

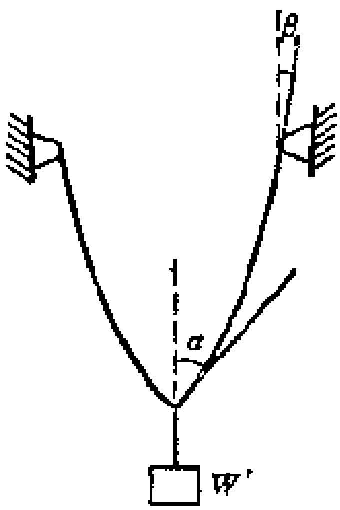


图 2-63

§3. 质点动力学

2-64 伽利略曾做过一个实验：在天平的一边放两个容器 A

和 B, B 是空的，A 盛满水，A 的底部有一个可以开启的小孔。开始时天平另一边放上适当的砝码以保持天平平衡，然后，开启小孔让水漏到 B 中，如图 2-64 所示。问在实验中天平往哪边倾斜？

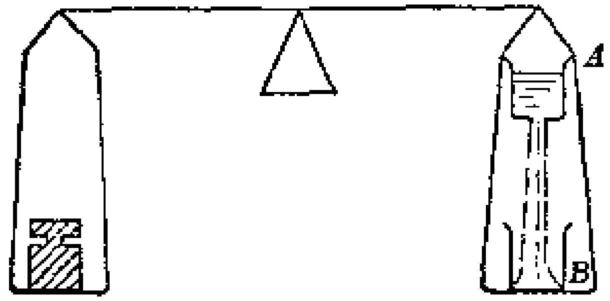
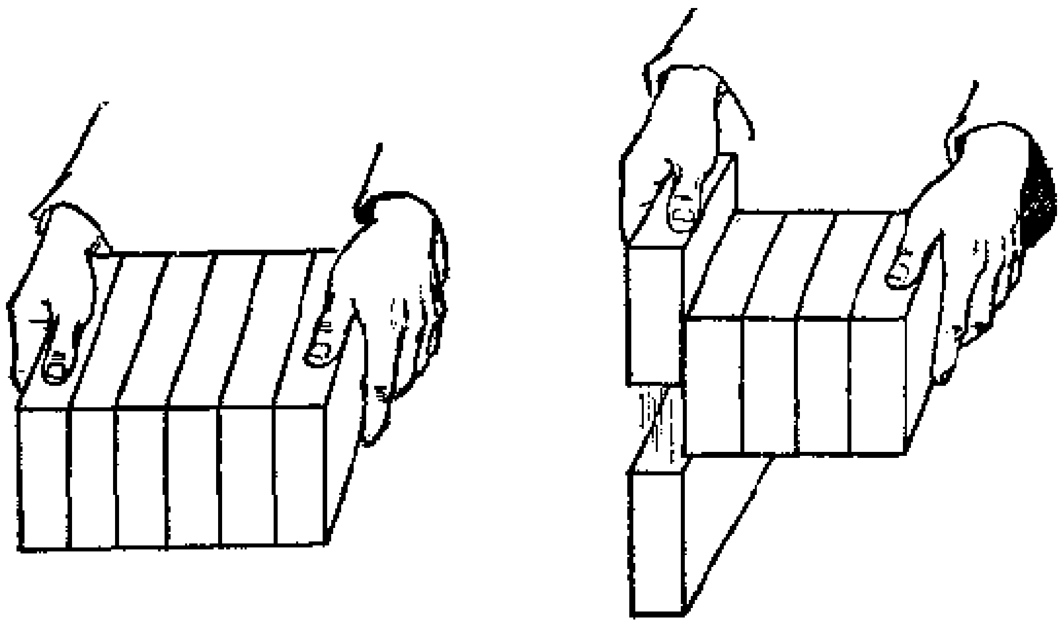


图 2-64

2-65 你见过杂技演员砍木块的表演吗？他每只手拿着一木块，中间夹着若干木块，如图 2-65(1)所示。突然他把右手拿着的那一块拿起来，自上向下砍掉原来与之相邻的那一块，如图 2-65(2)所示。在他做这些动作时，其它木块仍然整齐地靠着左手上的那一木块不掉下来，这是为什么？



(1)　　　　(2)

图 2-65

2-66 大力士能从地上搬起比自己体重还重的东西。但是，当他用一只脚站在地上，自己用力拔站着的这只脚，即使用尽平生的

力气，也绝对拔不起来。这是为什么？

2-67 一个质点在外力作用下沿某一曲线运动，例如，从 A 到 B。如果力突然变为方向相反的力，如图 2-67 所示，$\boldsymbol{F}$ 变为 $\boldsymbol{F}'$，而大小不变，问质点是否会沿原路往回运动？

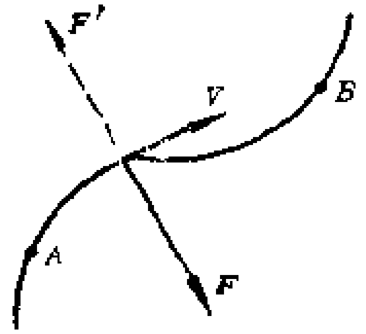


图 2-67

2-68 有人认为牛顿三定律都不对，他的理由如下：

(1) 根据日常经验事实，要维持一个物体的运动，必需有动力。任何运动的物体，如果没有动力，它就会趋于停止。(这个事实远在两千多年前亚里斯多德就指出过。) 所以第一定律与事实不符。而且，宇宙间根本就不存在不受力的物体，所以牛顿第一定律的条件根本就不存在，不存在这个条件，就不存在由它决定的运动状态。

(2) 汽车停在路上，一个人用力推不动；小孩拉大人，拉不动；搬一般物体力小了就搬不动。这些都是力不为零而加速度为零的事实，可见 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ 不成立。

(3) 大人能拉动小孩，而小孩不能拉动大人，可见，大人拉小孩的力比小孩拉大人的力大。还有，用手打人，总是被打的人感到痛，甚至受伤。可见，作用力大于反作用力。因此，牛顿第三定律不成立。

你觉得这些看法对不对？为什么？

2-69 如图 2-69 所示，依次吊着三个相同的物体 1、2 和 3，相邻两物体间的距离相等，因此，三个物体的重心与第二个物体的重心相重合。现在，把系着物体 1 的线割断，系统开始下落，整个系统的重心的加速度为 $\frac{3\,mg}{3\,m}=g$，但是，弹簧 I 拉物体 2 向上的力为 $2mg$，弹簧 II 拉物体 2 向下的力为 mg，所以，物体 2 的加速度小

于 g。

（1）解释这个看起来矛盾的结论；

（2）求开始时刻各物体的加速度；

（3）若不割断系着物体 1 的线，而割断系着物体 3 的弹簧，求各物体起始时刻的加速度。

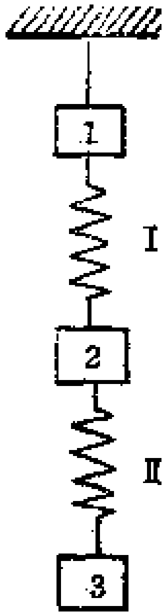


图 2-69

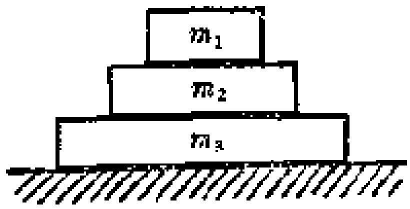


图 2-70

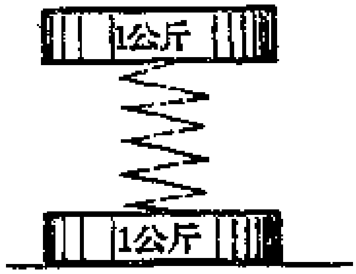


图 2-71

2-70 设有质量为 $m_1=50$ 克、$m_2=500$ 克、$m_3=5000$ 克的三个物体，叠放在一起，如图 2-70 所示。试问：

（1）它们一起匀速下降时或一起匀速上升时，每个物体所受的合力各是多少？

（2）它们一起自由下落时，每个物体所受的合力各是多少？

（3）它们一起以匀加速度 $a=4.9$ 米/秒^2 上升或以 $a=4.9$ 米/秒^2 匀加速度下降时，每个物体所受的合力是多少？

（4）当它们静止在地面上时，每个物体受力的情况如何？每个物体所受的合力各是多少？

2-71 质量都是 1 公斤的两个物体分别固定在倔强系数为 k 的弹簧两端，竖直地放在水平桌面上，如图 2-71 所示。若突然把

桌面移开，在移开的一瞬间，两物体的加速度各为多少？（弹簧自重略去不计。）

2-72 质量均为100克的甲、乙两木块并排地放在光滑的水平面上，甲由一水平弹簧与墙壁连结着，弹簧的倔强系数为 $k=2\times10^6$ 达因/厘米。假若把甲、乙两木块向墙推进使簧压缩2.0厘米，使之静止，然后放手，弹簧便将两木块向外推开。试问：

(1) 在什么地方乙将与甲脱离？乙得到的速度等于多少？

(2) 甲、乙脱离后，甲将继续向外移动多少距离开始反向运动？

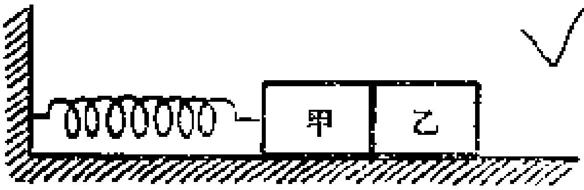


图 2-72

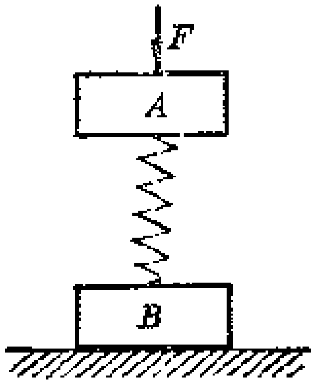


图 2-73

2-73 质量分别为 m_A 和 m_B 的两物体 A、B，固定在倔强系数为 k 的弹簧两端，竖直地放在水平桌面上。如图2-73所示。用一力 F 垂直地压在 A 上，并使其静止不动。然后突然撤去 F，问欲使 B 离开桌面 F 至少应多大？

2-74 一质量为 $m=6.0$ kg 的物体沿 x 轴在一无摩擦的路径上运动，$t=0$ 时物体的位置 $x_0=0$，速度 $v_0=0$。试问：

(1) 在力 $F=(3+4x)$ 牛顿的作用下，物体移动了3.00米（x 以米作单位）时，

a. 它的速度是多少？

b. 它的加速度是多少？

(2) 在力 $F=(3+4t)$ 牛顿的作用下，物体移动了三秒

钟(t 以秒为单位)，

a. 它的速度是多少？

b. 它的加速度是多少？

2-75 一个力 $\boldsymbol{F}=1.5y\boldsymbol{i}+3x^2\boldsymbol{j}-0.2(x^2+y^2)\boldsymbol{k}$ (牛顿)作用在一质量为1.00 公斤的质点上。$t=0$ 时质点的速度为 $\boldsymbol{V}=2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$ 米/秒，位置为 $\boldsymbol{r}=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$ 米。

(1) 求 $t=0$ 时作用在质点上的力和质点的加速度；

(2) 近似地求 $t=0.01$ 秒时质点的位置、速度和加速度。

2-76 质量为1吨的汽车沿着一条平直公路行驶，速度为28米/秒，当司机突然看到前面100米处有一棵倒下的树挡住去路时，在允许的反应时间(0.75秒)内立即使用刹车，

(1) 假设刹车引起的是匀减速运动，结果车在离树9.00米处停了下来。问减速力有多大？这个力是汽车重量的几分之几？(取 $g=9.80$ 米/秒^2。)

(2) 如果汽车沿倾角为 $\theta=\sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ 的斜面向下行驶，而刹车的减速力与(1)相同，问汽车撞树时的速率有多大？

2-77 一条细绳跨过滑轮 A 后两端各系一物体，两个物体的质量分别为 $m_1=10.0$ 克和 $m_2=5.0$ 克，如图2-77所示。设滑轮和绳子的质量、滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变。试求：

(1) m_1 和 m_2 的加速度；

(2) 滑轮两边绳子的张力；

(3) 滑轮轴承 O 所受的压力。

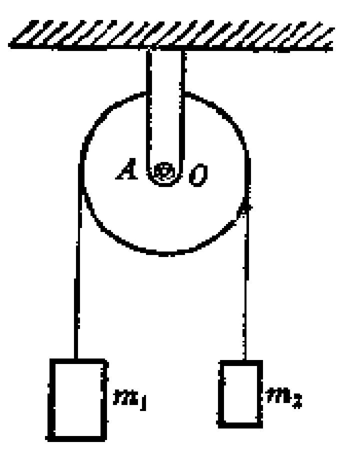


图 2-77

2-78 一质量为M的光滑小滑块平放在光滑桌面上。一细绳跨过此滑块后两端各挂一物体，物体质量分别为m和m'，绳子跨过桌边竖直朝下，如图 2-78 所示。绳子质量以及绳子和桌面间的摩擦力都可以略去。证明：滑块的加速度为

$$a=\frac{4mm'}{M(m+m')+4mm'}g。$$

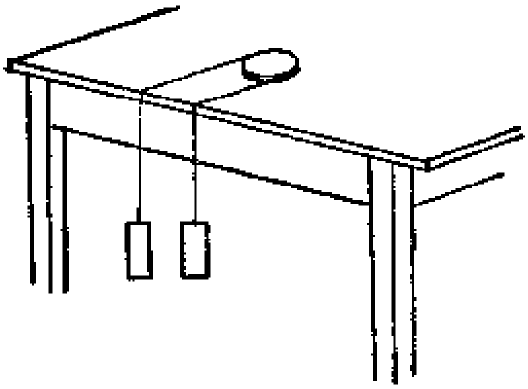


图 2-78

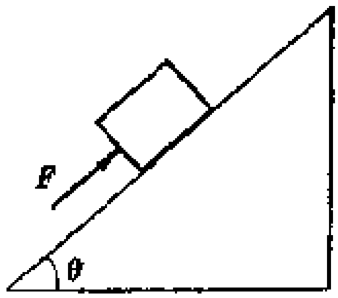


图 2-79

2-79 一质量为m的木块，在一倾角为θ的固定斜面上，如图 2-79 所示。如果木块和斜面间的静摩擦系数为$\mu<\tan\theta$，试问：

(1) 木块沿斜面开始向上滑时；

(2) 木块沿斜面开始向下滑时；

(3) 不让木块滑动时，

需给木块沿斜面方向的向上推力至少各为多少？

2-80 质量为 10 吨的一节车厢被机车甩下后以 0.3 米/秒的匀速率在铁轨上滑行。一工人想使它在 1.0 米的距离内停下来，问他至少必须用多大的水平方向的力拉这节车厢？（设车厢所受的其它阻力可略去不计。）

2-81 一质量为m的小物体在倾角为θ的固定斜面上的h高度处，由静止开始下滑，设物体与斜面间的摩擦系数为μ。

(1) 求t秒钟后，物体的速度和走过的距离；

(2) 当$\tan\theta<\mu$时物体将如何运动？

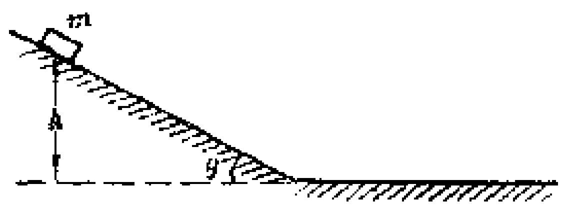


图 2-81

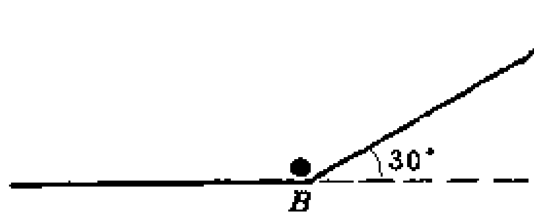


图 2-82

2-82 如图 2-82 所示，一个石块以某一初速度自斜面底边 B 处沿斜面上滑，斜面的倾角为 $\alpha=30°$，2 秒钟滑了 $s=12$ 米的距离又回头下滑。问石块由最高处滑回到 B 处需多少时间？(设石块与斜面间有摩擦，但摩擦系数在向上和向下滑动过程中保持不变。)

2-83 已知固定斜面在水平方向的投影长为 l，物体 m 和斜面间的摩擦系数为 μ。试问：

(1) m 由静止开始从斜面顶端滑到斜面底边所需的时间与斜面倾角 α 的关系如何？

(2) 若此斜面的倾角 α 分别为 60° 和 45° 时，物体从顶端滑到底边所用的时间相同，物体与斜面间的摩擦系数等于多少？

(3) 设斜面体的质量是 M，在 m 下滑过程中，M 对水平面的作用力等于多少？

2-84 一固定斜面 $AB=130$ 厘米，$AC=50$ 厘米，如图 2-84 所示。滑块 $m_1=200$ 克，$m_2=60$ 克，静置在斜面上。两滑块间静摩擦系数 $\mu_0=0.50$，m_2 与斜面间的摩擦系数 $\mu=0.33$，今用平行于斜面的力 F 向上拉 m_2，试问：

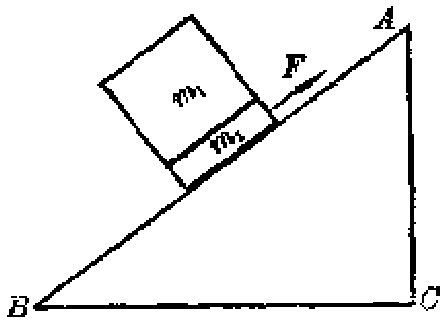


图 2-84

(1) 当 m_1 开始在 m_2 上滑动时，m_2 的加速度等于多少？

(2) 上述滑动开始时的 F 等于多少？

2-85 在加速运动的升降机中，用天平和弹簧秤秤同一物体的重量，所得结果是否相同？为什么？

2-86 一气球和它下面所载物体的总质量为 M，在空气中匀加速下落。欲使这气球以同样大小的加速度上升，须去掉多少负荷？

2-87 有两滴相同的雨点由同一高度自由下落，但下落时间相差 t。设空气阻力正比于雨滴的速度，求此两雨滴间的距离与时间的关系。

2-88 用同一种质料做成的两个实心小球，在空气中下落。其中一球的直径是另一球直径的二倍。假设空气阻力与运动物体的横截面积成正比，也与运动物体的速度平方成正比，问两小球收尾速度之比等于多少？

2-89 一个半径为 r、以速度 v 在空气中运动的小球，所受到的空气阻力可以表示为：

$$f(v)=3.1\times10^{-4}rv+0.87r^2v^2,$$

这是一个对很宽的速度区间都有效的公式。其中 $f(v)$ 的单位为牛顿，r 的单位为米，v 的单位为米/秒。把雨滴看做在空气中运动的小球，求雨滴下落的收尾速度表示式，并计算一个半径为 2 毫米的雨滴的收尾速度。

2-90 重为 W、牵引力为 F 的一列火车所受阻力为 R。当它从静止出发由一车站沿直线走过距离 s 到另一站停止时，如果途中不用刹车，证明：该列车行驶时间最少为

$$t_{\min}=\sqrt{\frac{2s}{g}\,\frac{WF}{R(F-R)}};$$

途中最大速度为

$$V_{\max}=\sqrt{2gs\frac{R(F-R)}{FW}}。$$

2-91 火车行驶时作用在列车上的合外力等于车重的$\frac{1}{50}$，刹车时列车受到的阻力为车重的$\frac{1}{15}$。若两车站海拔高度相同，水平距离为 10 公里，求第一站上的列车由静止出发，沿直线驶到第二站停止所需的最短时间。

2-92 已知吊索的破坏张力为 T，今用它起吊地面上的重物，想使重物在 t 秒时间内吊高 h 米，问能吊起的最大重量应小于多少？

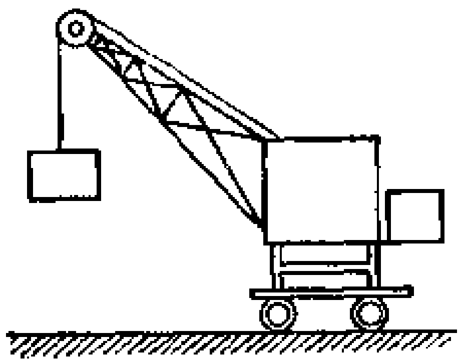


图 2-92

2-93 设一运动质点所受的阻力 f 与速度的立方成正比，即 $f=m\dot{V}=-CV^3$，其中 C 是一常数。初始时刻质点的位置为 $x=0$、速度为 V_0。沿 x 方向直线运动。

(1) 求 $v(t)$、$x(t)$；

(2) 求 $v(x)$。

2-94 吊车缆绳的最大承受重量为 P，用它竖直起吊地面上重量为 w 的物体并送到高为 h 的地方。问最少要用多少时间？

2-95 一质量为 m 的小船，在湖水中扬帆前进，速度为 v_0，设水对它的阻力与它的速度的平方成正比，试问：

(1)当把帆降下后，小船运动的速度如何随时间变化？

(2) 到小船完全静止时，它走过多少路程？

2-96 一弹簧秤挂在升降机中，下端吊一重物。试问：

(1) 若升降机以 245 厘米/秒^2 的加速度上升，秤的指针指着 45 公斤。这物体的实重（即在地面上静止时的重量）是多少？

(2) 在什么情况，指针指在 35 公斤处？

(3) 若升降机缆绳突然断了，弹簧秤的指针指在何处？

2-97 某人用定滑轮把质量为m的重物往高处送。人的质量为M，设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计。问在下述两种情形下，人对地面的压力是多少？

(1) 物体以匀速上升；

(2) 物体以加速度a上升。

2-98 一充满氢气的气球，总质量为M，用绳系着一质量为m的沙袋从静止以加速度a上升。上升t秒后绳子突然断了。试问：绳子刚断时，

(1) 气球的加速度变为多少？

(2) 沙袋如何运动？

2-99 对于竖直上抛的物体来说，如果空气阻力略去不计，在运动轨迹的哪一点物体具有最大的加速度？如果空气阻力随物体运动速度而增加，在运动轨迹的哪一点物体具有最大的加速度？

2-100 跨过定滑轮的绳子的两端拴着两个物体，质量分别为m_1和m_2($m_1>m_2$)，如果两物体从静止开始运动，经t秒后m_1下降的距离正好等于它在同样时间内自由下落走过的距离的一半，两物体质量之比是多少？如果m_1下降的距离恰好等于它在同样时间内自由下落距离的$1/n$，两物体质量之比是多少？(设定滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力都可略去不计，绳子长度不变。)

2-101 如图2-101所示的天平，一边的滑轮上挂有两物体，质量分别为m_1、m_2，$m_1>m_2$，先卡住滑轮，使m_1和m_2不动，并使天平处于平衡状态。试问：

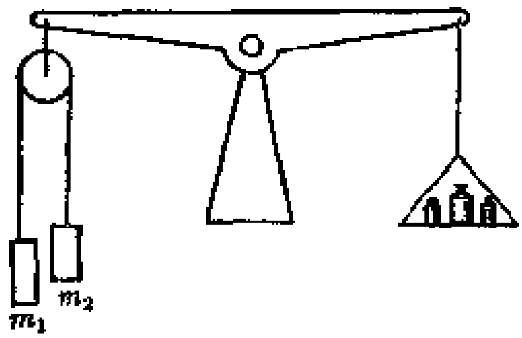


图 2-101

（1）松开滑轮使其转动时，天平往哪边倾斜？

（2）在滑轮转动时，要使天平平衡，则需要在砝码盘上增加（或取去）多少砝码？（设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力都可略去不计，绳子长度不变。）

2-102 一消防队员要从距地面15米高的窗口处下到地面，他把一根绳子的一端拴在窗口处的钩子上，绳子的另一端不着地面，然后他顺着绳子由静止出发匀加速下滑。若消防队员的体重为70公斤，绳子能够承受的最大张力为600牛顿。试问：

（1）若略去绳子的质量，消防队员到达地面时，速度应大于多少？

（2）若绳子的质量为10公斤，消防队员到达地面时，速度应大于多少？

2-103 一质量为65公斤的宇航员，如果（1）在650公里的高空（此处的重力加速度为$g \doteq 8.1$ 米/秒^2）；（2）在距地球中心10个地球半径的地方，相对地球处于静止状态。他的视重各为多少公斤？又，在上述两个地方，如果宇航员在航天飞行器中的视重与他在地面上的视重相同，当航天飞行器沿径向向地球飞来时或者离地球飞去时，飞行器的加速度各是多少？

2-104 在升降机中，以相对于升降机为u的速度竖直向上抛一物体，物体不触及天花板便返回手中，在空中的时间为t。证明：升降机向上的加速度为$\dfrac{2u-gt}{t}$。

2-105 一细绳两端分别系着质量为M_1和M_2的两物体，M_2放在水平桌面上，绳子跨过固定在桌边的滑轮吊着M_1，如图2-105所示。当它们自由运动时，加速度为a。若把吊着的物体的质量增加一倍，即$M_1'=2M_1$，这时的加速度为a'。设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可略去不计，试问：

（1）在 M_2 与桌面间没有摩擦的情况下，加速度 a' 是否为加速度 a 的二倍？

（2）在 M_2 与桌面间有摩擦的情况下，摩擦系数 μ 等于多少，a' 才是 a 的二倍？

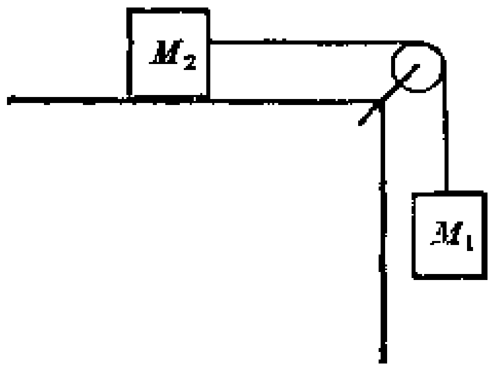


图 2-105

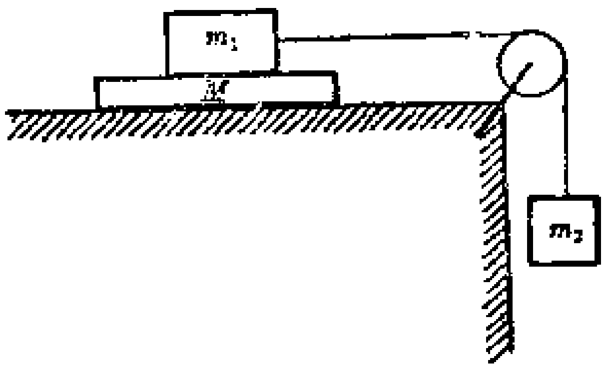


图 2-106

2-106 如图 2-106 所示，m_1 和 M 之间的摩擦系数为 μ_1，M 与固定的水平桌面间的摩擦系数为 μ_2。设滑轮、绳子的质量和滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，分析 m_1、m_2、M 的运动状态，并对 $\mu_2=0$ 和 $\mu_2\neq0$ 的情况进行讨论。

2-107 一细绳拴着三个物体，它们的质量分别为 m_1、m_2 和 m_3，如图 2-107 所示。m_2 与固定的水平桌面间的摩擦系数为 0.20，设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承上的摩擦力均可以略去不计。求物体的加速度和绳中 A、B、C、D 各处的张力。

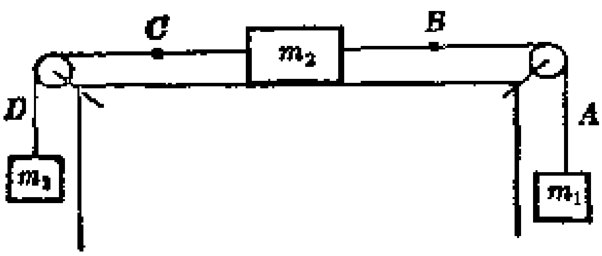


图 2-107

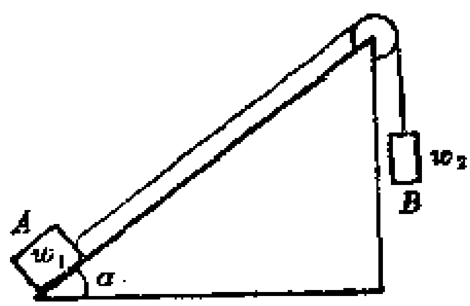


图 2-108

2-108 如图 2-108 所示，在倾角为 $\alpha=30°$ 的固定光滑斜面的上端装一定滑轮，一细绳跨过滑轮拴着两个物体 A 和 B，A 和 B

的重量分别为 w_1 和 w_2，如果绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，由静止开始，w_2 拉 w_1 到斜面上端所需时间为其位置互换后 w_1 拉 w_2 到斜面上端所需时间的一半。求证：$w_2=\frac{2}{3}w_1$。

2-109 如图 2-109 所示。A 为一固定斜面体，其倾角为 $\alpha=30°$，B 为固定在斜面下端与斜面垂直的木板，P 为动滑轮，Q 为定滑轮，两物体的质量分别为 $m_1=400$ 克和 $m_2=200$ 克，m_1 与斜面间的摩擦系数 $\mu=0$，斜面上的绳子与斜面平行。如果绳子长度不变，绳子、滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可略去不计，求 m_2 的加速度和各段绳中的张力。

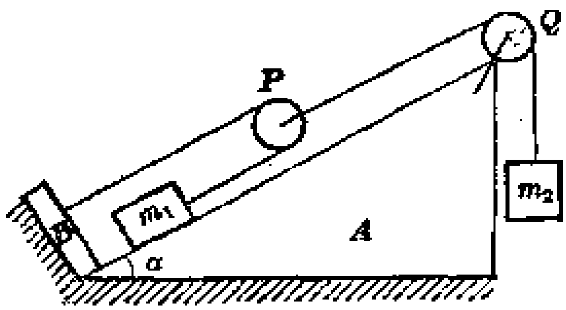


图 2-109

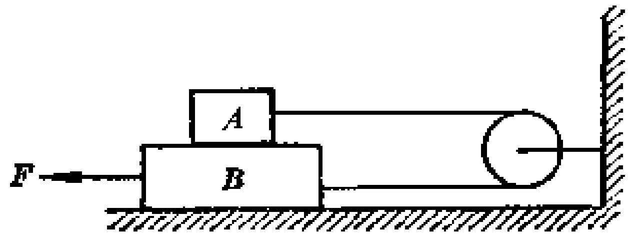


图 2-110

2-110 4 公斤重的物体 A，放在 8 公斤重的物体 B 上，B 放在水平桌面上。一细绳绕过定滑轮连接物体 A 和 B，如图 2-110 所示。A 与 B 之间、B 与桌面之间的静摩擦系数均为 0.25，若使物体 B 向左运动，并保持细绳始终水平，滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可以略去不计，绳子长度不变，求所需最小水平拉力 F 是多少？

2-111 一长为 a、重为 w 的均匀细绳挂在一钉子上自由下滑。证明：当绳长一边为 b，另一边为 c 时，它对钉子的压力为

$$F=4w\left(\frac{bc}{a^2}\right)。$$

2-112 如图 2-112 所示，两个楔子的质量 $m_1=m_2=8.0$ 公斤，物体的质量 $M=384$ 公斤，作用在 m_1 楔子上的水平方向的力 $F=592$ 公斤力。假设所有的接触面的摩擦系数均为 $\mu=0$，m_2 与墙固定不动。试求：

(1) m_1 的加速度的大小和方向；

(2) M 的加速度的大小和方向；

(3) m_2 作用在 M 上的力的大小和方向。

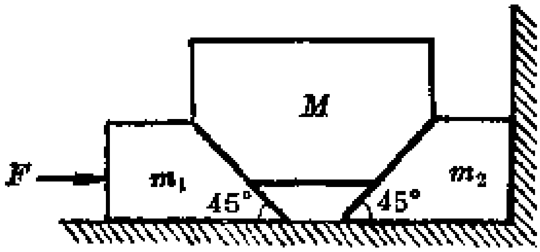


图 2-112

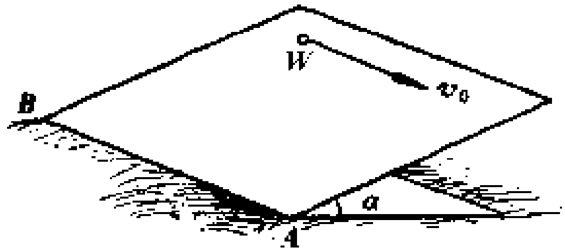


图 2-113

2-113 一重为 W 的质点在光滑的固定斜面上以初速度 v_0 运动，v_0 的方向与斜面底边的水平线 AB 平行，如图 2-113 所示。求这质点的运动轨迹。

2-114 一质量为 M 的楔形物体放在倾角为 α 的固定的光滑斜面上，楔形物体的上表面与水平面平行，再在这个面上放一质量为 m 的质点(如图 2-114 所示。)

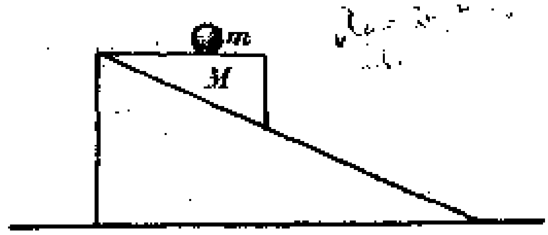


图 2-114

(1) 若质点与 M 间的摩擦系数为 $\mu=0$，证明：当 m 在 M 上运动时，它相对于斜面的加速度为

$$a=\frac{(M+m)g\sin^2\alpha}{M+m\sin^2\alpha};$$

(2) 求楔形物体与斜面间的作用力。

2-115 在水平桌面上放一质量为 M 的劈形体，劈形体的斜面倾角为 α，在斜面上放一质量为 m 的物体，设物体和斜面之间的

摩擦系数为 $\mu=0$，劈形体和桌面间的摩擦系数为 μ'，且 $\mu\neq 0$，问 μ' 等于多少时，m 下滑而 M 保持不动。

2-116 水平桌面的边上安一定滑轮，一细绳跨过滑轮两端各系着重量分别为 w_1 和 w_2 的物体。桌子重量为 w_3，如图 2-116 所示。设桌子不动，绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及各处摩擦均可略去不计，当 w_1 和 w_2 运动时，桌子对地面的压力是多少？

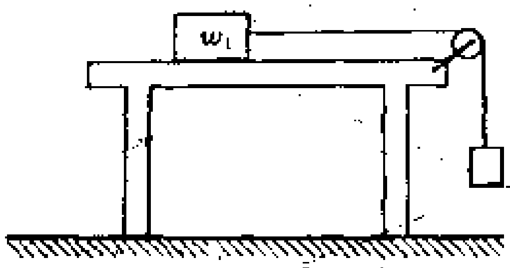


图 2-116

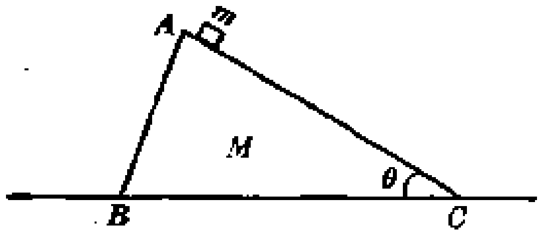


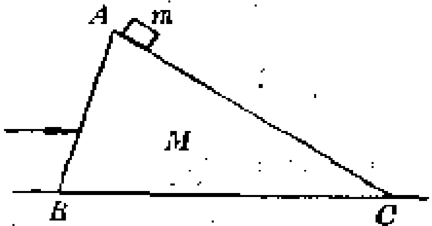
图 2-117

2-117 如图 2-117 所示，ABC 是质量为 M 的劈形物体，静止在固定的水平桌面上。斜面 AC 的倾角为 θ，其上放一质量为 m 的小物体，自静止向下滑动。略去各面之间的摩擦，求 m 和 M 相对于桌面的加速度。如果因为 BC 面与桌面间有摩擦力，M 在桌面上不动，求这时桌面所受的力。

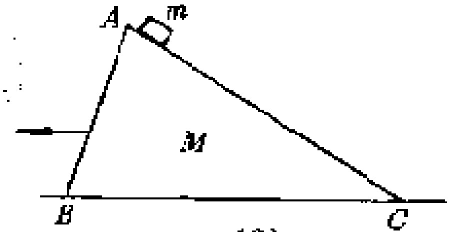
2-118 上题中：

(1) 若以向右的水平力 F 作用在 M 上，问 m 和 M 的运动状况如何？

(2) 若以向左的水平力 F 作用在 M 上，问 m 和 M 的运动状况如何？



(1)



(2)

图 2-118

2-119 水平面上放一质量为M的三棱柱体，其上又放一质量为$m=\frac{1}{2}M$的小三棱柱。两横截面都是直角三角形，M的水平直角边的边长为a，m的水平直角边的边长为b。如图 2-119 所示。若它们由静止开始自由滑动，略去各接触面之间的摩擦力，求当m的下边缘滑到水平面时M移动的距离。

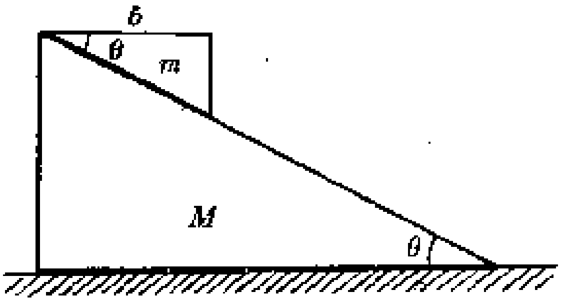


图 2-119

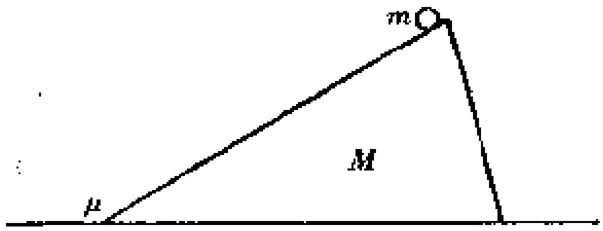


图 2-120

2-120 一质量为M、斜面倾角为α的劈形物体，放在粗糙的水平面上，如图 2-120 所示。劈形体与水平面间的摩擦系数为μ。若将一质量为m的光滑质点轻轻地放在斜面上，证明：如果M运动，它的加速度将是

$$a=\frac{m\cos\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)-\mu M}{m\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+M}g。$$

2-121 一个三棱柱平放在水平桌面上，形成两个倾角分别为α和$\beta(\beta>\alpha)$的斜面，在顶角处有一个滑轮，一绳子跨过这个滑轮拴着质量相等的两物体A和B。如果绳子和滑轮的质量和所有摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，问棱柱体应以多大的加速度沿水平方向运动(如图 2-121 所示)才能使斜面上的两物体与斜面之间不发生相对运动？

2-122 在水平桌面上有一质量为M的劈形物体，它的斜面的倾角为α，在这斜面上放一质量为m的物体，今用一水平推力F作用在M上，如图 2-122 所示。设各面之间的摩擦系数均为零，问推

力F等于多少时m与M之间才没有相对运动？

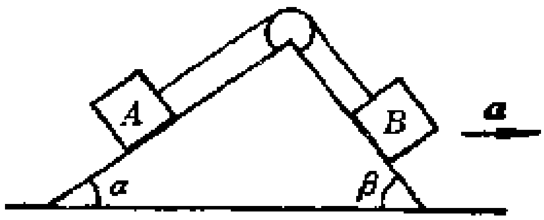


图 2-121

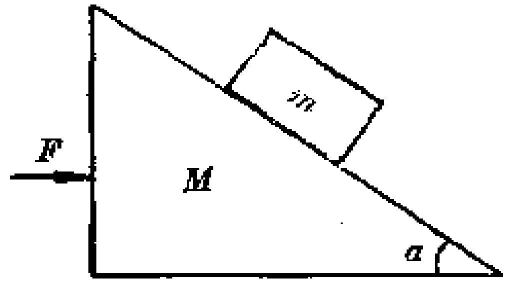


图 2-122

2-123 上题中，设水平桌面与劈形物体间的摩擦系数$\mu_1=0$，物体与斜面间的摩擦系数$\mu_2\neq0$，当用水平方向的力F推斜面体M时，μ_2等于多少时物体和斜面间才没有相对运动？

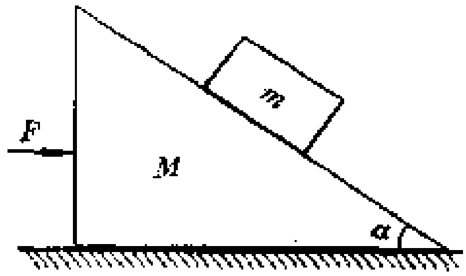


图 2-123

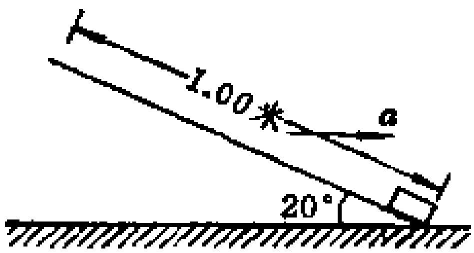


图 2-124

2-124 一物体静止在一光滑的、倾角为20°、长为1.00米的斜面的底部，然后斜面以$a=4.00$米/秒^{2}的加速度由静止开始沿水平方向运动，如图2-124所示。问斜面走多远距离，物体滑到斜面的顶端？

2-125 在一质量为M的水平工作台的边缘处装一滑轮，一细绳跨过滑轮，两端各拴着质量分别为m_1和m_2的物体。m_1放在工作台上，m_2吊在下边，在m_2的靠工作台一边装有小轮，使得m_2即使靠在工作台上，其摩擦力也可略去不计，如图2-125所示。设绳子和滑轮的质量以及各接触面间的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，今用一水平力F推工作台，问F等于多大时物体m_1和m_2才能对工作台相对静止？

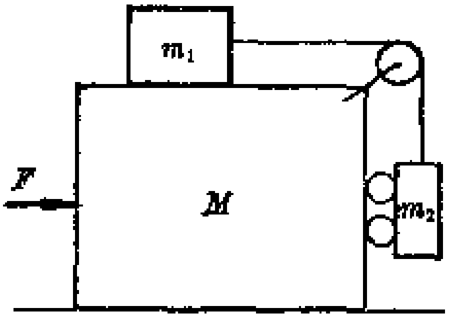


图 2-125

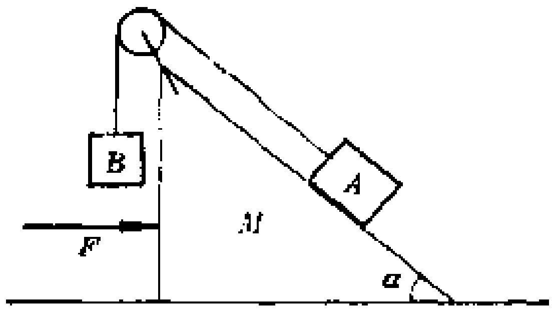


图 2-126

2-126 一质量为M的光滑斜面体放在光滑的水平面上，斜面的顶端装一滑轮，一条细绳跨过滑轮拴着两个质量分别为m_1和m_2的物体A和B，如图 2-126 所示。设绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，问在A下滑过程中欲使M不动时作用在M上的水平方向的力F需要多大？

2-127 两根相同的细绳跨过两个相同的定滑轮。其中一根绳子的两端分别系着质量为 5.0 公斤和 10 公斤的两个物体，另一根绳子一端吊着一质量为5.0 公斤的物体，另一端作用着一个向下的恒力 $F=10$ 公斤力。如图 2-127 所示。设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量均可略去不计，滑轮轴承处光滑。分别求两种情形下 5.0 公斤物体的加速度。

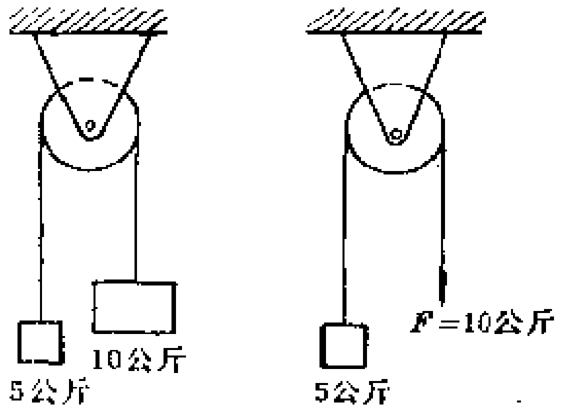


图 2-127

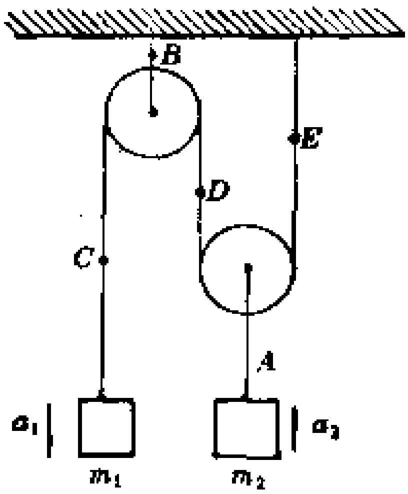


图 2-128

2-128 今有一如图 2-128 所示的滑轮组，设滑轮和绳子的质

量、滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，求 m_1 和 m_2 的加速度 a_1、a_2 和绳中的张力 T_C、T_E、T_D 和 T_A、T_B。当 $m_1=$ 1.5 公斤、$m_2=1.2$ 公斤时计算上述 a_1、a_2、T_A、T_B、T_C、T_D、T_E 的数值。

2-129 如图 2-129 所示，质量为 m_1、m_2 的两个物体分别系在一跨过滑轮 A 的细绳的两端。滑轮 A 又与质量为 m_3 的物体系于另一跨过定滑轮 B 的细绳的两端。设滑轮的质量、绳子的质量和滑轮轴承处的摩擦均可略去不计，绳子长度不变，试求：

(1) m_1、m_2 和 m_3 相对地面的加速度；

(2) 绳子中的张力 T_1、T_2、T_3 和 T_3'。

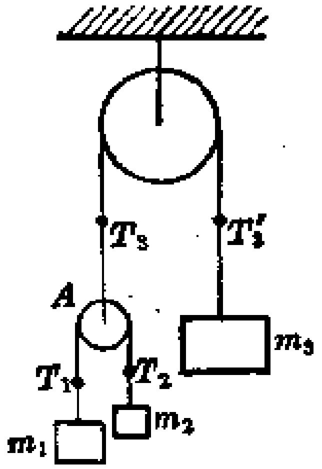


图 2-129

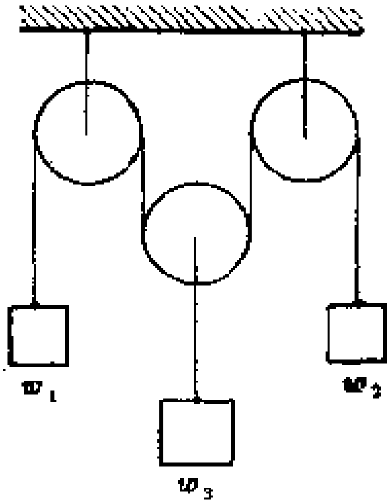


图 2-131

2-130 上题中，初始时 $m_1=m_2=250$ 克、$m_3=500$ 克，系统静止，后来在 m_1 上加 $\Delta m=5$ 克的砝码，物体开始运动，当 m_1 下降 1.0 米时。

(1) 求 m_1 运动的时间和速度；

(2) 问 Δm 对 m_1 的压力是多少？

2-131 如图 2-131 所示，一质量可以忽略且长度不变的绳子跨过两个等高的定滑轮，两端各系着一个重量分别为 w_1 和 w_2 的重物，这绳子在两定滑轮之间的一段又兜着一动滑轮，动滑轮下边吊

着一重量为 w_3 的物体。略去滑轮的质量和滑轮轴承处的摩擦力，

(1) 求每一物体的加速度和每段绳中的张力；

(2) 证明：若 w_3 静止或作匀速运动，则

$$\frac{1}{w_1}+\frac{1}{w_2}=\frac{4}{w_3}。$$

2-132 如图 2-132 所示，一复杂的滑轮组，吊着的物体质量分别为 m_1、m_2、m_3、m_4，设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，且绳子长度不变，求每个物体的加速度和每段绳子中的张力。

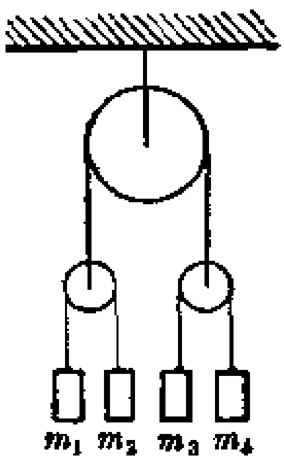


图 2-132

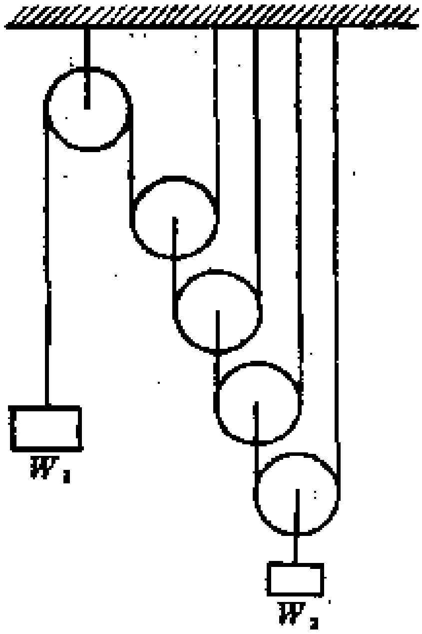


图 2-133

2-133 如图 2-133 所示，一滑轮组由一个定滑轮和 n 个动滑轮组成。设所有的滑轮大小相同，下垂的绳子彼此平行，定滑轮的绳子下吊着一重为 W_1 的物体，最右边的一个动滑轮下吊着一重为 W_2 的物体，如果滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承上的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变。

(1) 当整个系统平衡时，证明：$W_2=2^nW_1$；

(2) 当 W_1、W_2 加速运动时，设 W_1 的加速度为 a_1、W_2 的加速度为 a_2，证明：$a_1/a_2=-2^n$；

(3) 求各段绳子中的张力。

2-134 在 2-132 题中，如果在跨过定滑轮的绳子的两端再挂上质量分别为 m_1' 和 m_2' 的两个物体，而滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力仍可略去不计，且绳子长度不变。每个物体的加速度和各段绳中的张力如何？

2-135 一细绳的一端固定在天花板的 A 点上，另一端跨过一定滑轮吊着一重量为 W_1 的物体，又在 A 点和定滑轮之间的绳子上兜着一动滑轮，动滑轮下吊着一物体，物体重量为 W_2，且 $W_1=W_2$。在动滑轮和定滑轮之间的绳子上拴一重物 W_3，如图 2-135 所示。假设滑轮和绳子的质量及滑轮轴上的摩擦力均可忽略不计，绳子长度不变。问当系统静止时 W_3 等于多少？

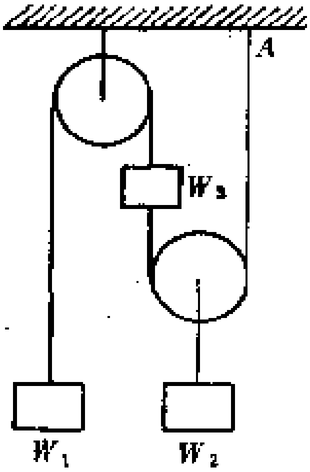


图 2-135

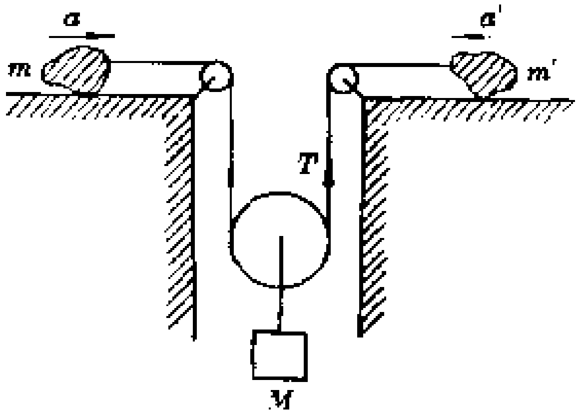


图 2-136

2-136 一细绳的两端分别拴着质量为 m 和 m' 的物体，这两个物体分别放在两个水平桌面上，m 与桌面的摩擦系数为 μ，m' 与桌面的摩擦系数为 μ'。绳子跨过桌边滑轮吊着一个动滑轮，动滑轮下吊着一质量为 M 的物体（如图 2-136 所示）。设整个绳子在同一竖直平面内，吊着动滑轮的两段绳子相互平行。若绳子和滑轮的质量以及滑轮轴上的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变。

(1) 证明：m 与 m' 均运动时，绳中的张力为

$$T=\frac{2+\mu+\mu'}{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m'}+\dfrac{4}{M}}g;$$

（2）若 $\mu m > \mu' m'$，只有

$$\frac{1}{m'}+\frac{4}{M}<\frac{2+\mu'}{\mu m}$$时物体 m 才会运动。

2-137 一根绳子跨过一定滑轮，一端拴在爬绳人的身上，另一端握在爬绳人的手里，人以自身体重的 2/3 的力量往下拉绳。略去滑轮和绳子的质量以及它们之间的摩擦，绳子长度不变，求人的加速度和绳中的张力。

2-138 跨过定滑轮的一根绳子，一头系着 50 公斤重的石头，一头握在一 60 公斤重的人的手里，如果人不把绳子握死，而是相对于地面以 $a=\frac{1}{18}g$ 的加速度下降，如图 2-138 所示。设绳子和滑轮的质量、滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变，试问：

（1）绳子相对于人手运动的加速度是多少？

（2）石头如何运动？其加速度是多少？

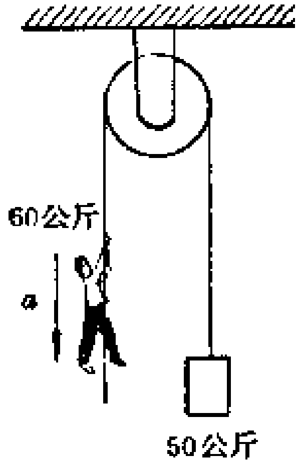


图 2-138

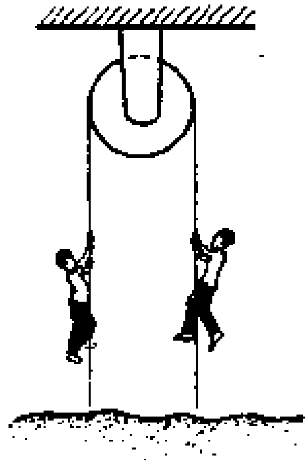


图 2-139

2-139 质量分别为 M 和 $M+m$ 的两个人，如图 2-139 所示，分别拉住定滑轮两边的绳子往上爬。开始时两人与滑轮的距离都是 h。设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变。证明：如果质量轻的人在 t 秒钟爬到滑轮，这时质量重的人与滑轮的距离为

$$\frac{m}{M+m}\left(\frac{gt^2}{2}+h\right)。$$

2-140 某人体重60公斤，一物体重50公斤，分别吊在一个定滑轮的两边。人握住绳子不动，则他落地的时间为 t_1；人沿绳子向上攀爬，则他落地时间为 $t_2=\sqrt{2}\,t_1$。若滑轮、绳子的质量和滑轮轴承处的摩擦均可不计，求此人往上爬时相对于绳子的加速度。

2-141 一跨过滑轮的绳子两端各吊着一只猴子，两猴体重相同。开始时两猴都静止不动，且距地面高度相同，后来有一只猴子往上爬，另一只猴子抓住绳子不爬。问那只爬的猴子是否首先到达滑轮？又若两只猴子同时爬，但其中一个力气大些，相对于绳子爬得快些，它是否先到达滑轮？（设绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计）。

§4. 曲线运动中的力

2-142 一摩托车在水平地面上沿半径为 $R=90$ 米的圆弧行驶，如果车胎与地面间的摩擦系数为 $\mu=0.40$，问最大的行驶速率可达多少？

2-143 长为 l 的一均匀细杆，质量可略去不计，一端固定，另一端装置一质量为 m 的小球，小球的大小与 l 相比很小。令小球以速率 v 绕杆的固定端在竖直面内旋转，如图 2-143 所示。

(1) 求杆在水平位置时，小球所受的切向力和法向力以及小球对杆的作用力的大小和方向；

(2) 当杆在竖直位置时，要使杆对小球的力为推力或拉力，则 v 各应如何？

2-144 用长度为 r 的细绳竖直地悬挂一质点，起初静止不动，然后以水平力冲击这质点，使它获得初速度 $\sqrt{6gr}$。若绳子的

质量可略去不计，证明：绳子成水平时，绳子中的张力 T_1 与质点在悬点正上方最高处绳子中的张力 T_2 之比为 4:1。

2-145 一质量为 m 的小车，以速率 v 通过一路面，分别求下述情况下车对路面的压力：

(1) 路面是水平的；

(2) 路面是凸的，曲率半径为 R，车在路面的最高点；

(3) 路面是凹的，曲率半径为 R，车在路面的最低点。

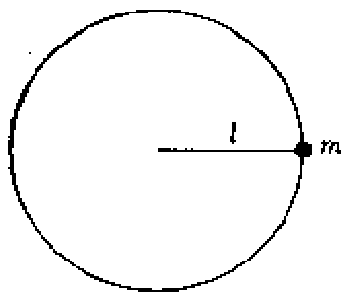


图 2-144

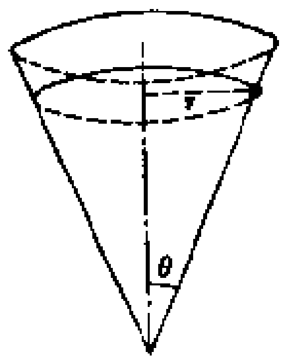


图 2-146

2-146 一顶角为 2θ 的空心光滑圆锥，底面向上倒置着，轴与地面垂直。证明：在此圆锥内表面上绕圆锥轴作圆周运动的质点与轴的距离为 $r=\dfrac{g\cot\theta}{4\pi^2n^2}$，其中 n 是质点每秒钟绕轴旋转圈数。

2-147 一水平弯道的倾角为 α，半径为 R。若车胎与路面间的摩擦系数为 μ，求车沿此弯道行驶的速率范围，若车的速率超出此范围，车会怎样？

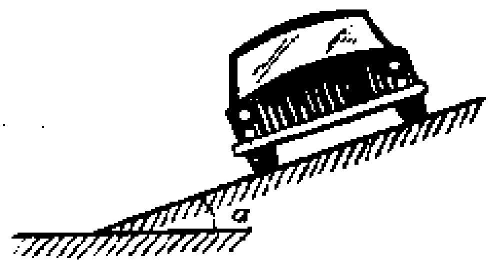


图 2-147

2-148 一质量为 M 的火车，以速率 v 沿水平的、半径为 R 的一段圆弧轨道匀速前进。试问：

(1) 作用在铁轨上的侧压力等于零时，路面的坡度 θ_0 等于多少？

(2) 当 $\theta>\theta_0$ 及 $\theta<\theta_0$ 时，内轨和外轨所受的力各等

于多少？

2-149 一天车以水平速度 v 前进时突然停止，重物因惯性而向前摆动。已知：重物重量为 1.0 吨，$v=1.0$ 米/秒，钢丝绳长 $L=2.0$ 米。问天车刚刚停止时，钢丝绳所受的拉力增加了多少？

2-150 在水平转台上离转轴 50 厘米的地方放一个重为 1 公斤的物体，物体与转台间的摩擦系数为 $\mu=0.25$，设转台的角速度为 $\omega=12$ 转/分。问这物体相对于转台动不动？

2-151 一质量为 $m_1=100$ 公斤的小车装着质量为 $m_2=20$ 公斤的货物，以每秒 3.0 米的速率经过一座半径为 $R=30.0$ 米的圆弧形拱桥。求这小车经过桥顶时它对桥面的压力 f_1 和货物对小车的压力 f_2。

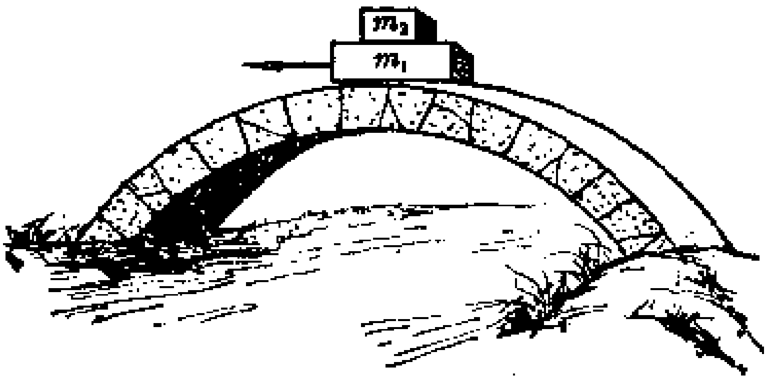


图 2-151

2-152 一重量为 P 的汽车以速率 v 过一拱桥，桥的纵截面为一抛物线 $y=ax^2$，如图 2-152 所示。求汽车经过桥的最高点时对桥面的压力。

2-153 一长为 a 的细线系着一小球悬挂在 O 点静止不动。若使小球获得一个水平初速度 $v_0=\sqrt{(2+\sqrt{3})ag}$，略去空气阻力，证明：

(1) 当线与铅垂方向夹角 $\theta=\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ 时，线中的张力为零；

(2) 小球的运动轨迹经过悬点 O。(如图 2-153所示。)

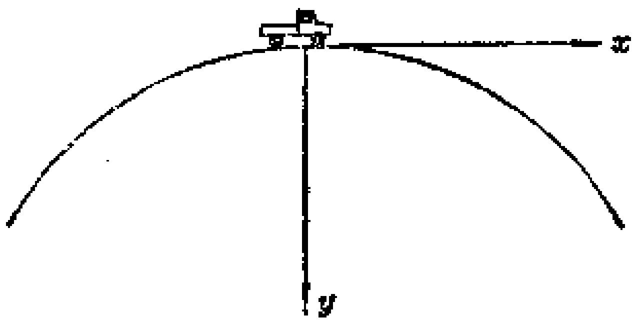


图 2-152

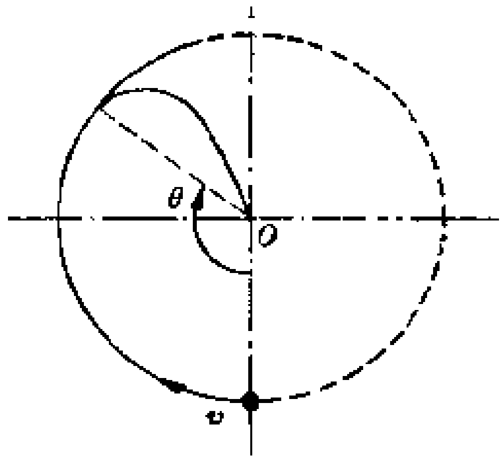


图 2-153

2-154 用一 50 厘米长的细线将一重物悬于点 O。开始时，细线与铅垂线成 60° 角。重物以初速度 $v_0=3.5$ 米/秒向下摆动，速度方向与线垂直，如图 2-154 所示。试求：

(1) 线开始松弛时重物的位置和速度的大小；

(2) 此后重物的运动轨迹和线松弛的时间。

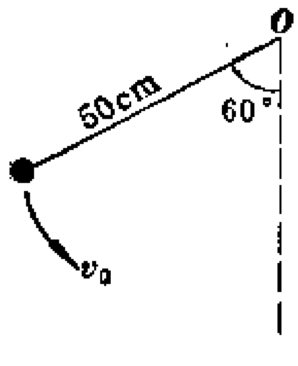


图 2-154

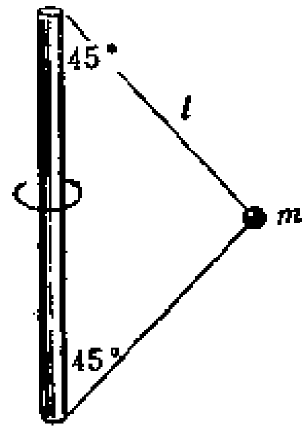


图 2-155

2-155 一质量为 m 的物体，由两根长为 l 的细绳拴在一竖直转轴上。当轴和物体都以匀角速度 ω 转动时，两根绳子与轴都成 45° 角，如图 2-155 所示。

(1) 画出物体 m 的受力图；

(2) 分别求出两根绳子中的张力。

2-156 一离心节速器如图 2-156 所示，有两个质量均为 m_1 的小球分别与长为 l 的两个杆相连，两杆的另一端与轴连接，另两杆与套在轴上可以在轴上滑动的环连接，环的质量为 m_2。设 m_1，m_2 和 l 都已知，当小球的线速度为 v 时，问 l 与轴的夹角以及 T_1 和 T_2 各等于多少？（除 m_1、m_2 外，系统其它部分的质量和摩擦力均可不计）。

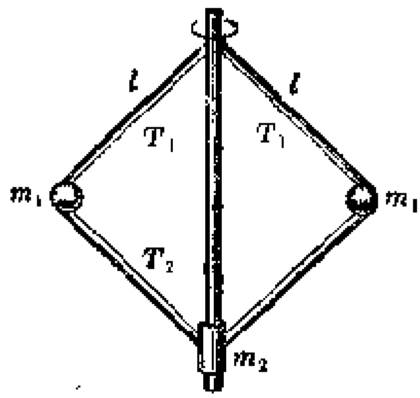


图 2-156

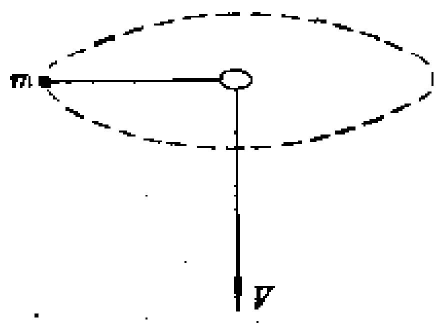


图 2-158

2-157 设想某天体自转很快，快到它的赤道上的物体的视重（用弹簧秤测出的重量）为零。问此时该天体上其它纬度处的物体的视重如何？在纬度 φ 的地方，当单摆静止时，悬线与当地竖直方向即半径方向的夹角如何？

2-158 一质量为 m 的质点拴在细绳的一端，细绳的另一端穿过光滑水平桌面中间一小孔，m 到孔的距离 r_0 比孔的半径大很多，让 m 在桌面上绕孔中心作圆周运动，如图 2-158 所示。开始时 m 到孔中心的距离为 r_0，旋转的角速度为 ω_0，从 $t=0$ 时刻开始以固定的速度 v 从桌面下拉绳子，略去绳子质量，画出物体 m 的受力图，写出 ω 满足的微分方程。并求：

(1) $\omega(t)$；

(2) 拉绳子所需要的力。

2-159 一质量为 m 的质点 A 拴在细绳的一端放在光滑的水平桌面上，绳的另一端穿过该桌面中间的一小圆孔吊着一质量为

M的物体。质点在桌面上作半径为R的匀速圆周运动。问质点的速率等于多少时才能使M静止不动？

2-160 一质量为m的质点，自半径为R的半球形碗的碗口处，由静止出发自由下滑，设质点与碗之间的摩擦系数$\mu=0$。

(1) 求质点经过碗底时对碗的压力；证明：若质点在碗内某处的速率为v，则质点在该处对碗的压力为

$$F=\frac{3}{2R}mv^2;$$

(2) 写出质点的法向运动方程和切向运动方程；

(3) 若质点在碗口的速度$v_0\neq0$，重复(1)的计算。

2-161 一根弯成如图2-161所示形状的金属丝，其上套一小环。当金属丝以匀角速度ω绕竖直对称轴转动时，若要求小环在金属丝上任何地方都能平衡，与金属丝无相对运动。设环与金属丝之间的摩擦力可略去不计，问这根金属丝要弯成什么形状？（即写出y与x的关系。）

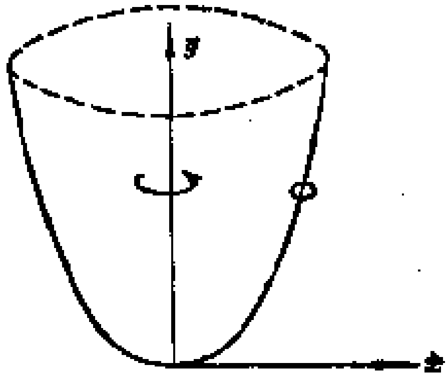


图 2-161

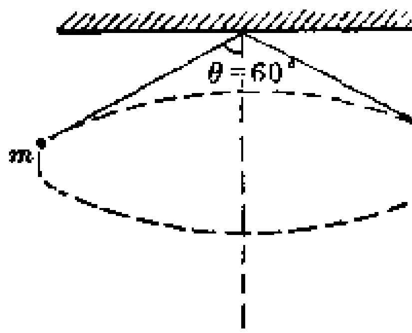


图 2-162

2-162 一绳长50厘米，上端固定，下端挂一质量为0.50公斤的小球。当小球在水平面内做匀速圆周运动时，绳子与铅直方向成$\theta=60°$角，如图2-162所示。

(1) 求小球受到的向心力、绳子的张力和小球的线速度；

(2) 为什么小球的速度愈大，绳子与铅直方向的夹角 θ 愈大？这个夹角能不能等于$\frac{\pi}{2}$？

2-163 一质量为M、均匀分布的圆环，其半径为r，单位长度的质量为ρ，几何轴与水平面垂直。

(1) 证明：当此环以角速度ω绕它的几何轴旋转时，环的张力为

$$T=\frac{M}{2\pi}r\omega^2;$$

(2) 如果圆环是$\rho=7.8$克/厘米^{3}的钢环，它能经受的最大张力为4.0×10^6达因，求此钢环可以绕几何轴旋转的最大角速度。

2-164 当单摆摆到最高点A处时，m所受到的切向力和法向力各等于多少？(如图 2-164 所示。)

2-165 铁轨相距$b=1435$毫米，火车以$v=12.0$米/秒的速度沿半径为300米的弯道行驶，问外轨应比内轨高多少，火车对两条

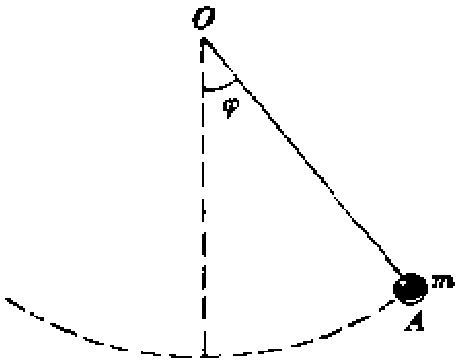


图 2-164

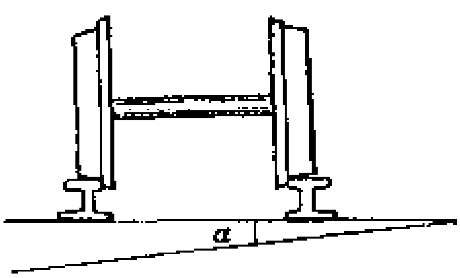


图 2-165

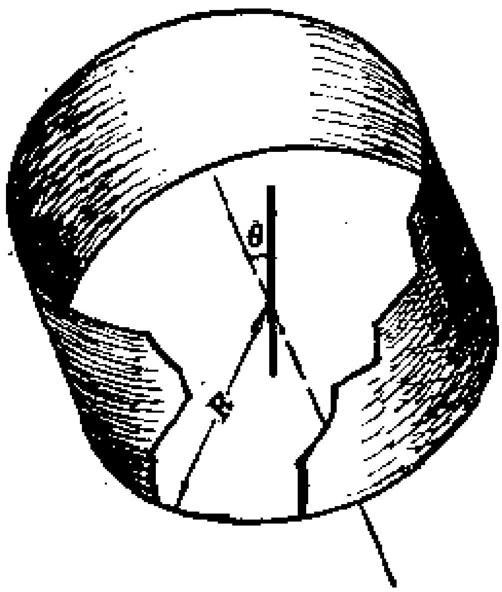


图 2-166

铁轨的压力才相同？

2-166 如图 2-166 所示，一个大圆盘，四周有与盘面垂直的壁，以匀角速度 ω 绕它的几何轴转动，这几何轴与竖直方向成 θ 角并在空间固定不动，当 ω 足够大时，圆盘中与圆盘一起运动的物体贴到盘边的壁上。

(1) 当物体运动到最高点和最低点时，求壁对物体的作用力；

(2) 当圆盘的半径为 $R=\frac{15}{4}$米、转一周的时间为 π 秒和 $\theta=53^{\circ}$ 时，求圆盘壁作用在物体上的力。这个力的水平分量和垂直分量、平行于圆盘和垂直于圆盘的分量各是多少？

(3) 如果略去摩擦力，对于任意的 R 和 θ，物体运动到最高点不滑下来的 ω 的最小值是多少？

2-167 两个质量各为 m_1 和 m_2 的质点分别固定在绳子的一端和绳子的中点，绳子的另一端固定在光滑的水平桌面上的 O 点。令两质点与绳子一起绕 O 点转动，并且使整个绳子成一条直线，证明：两部分绳子中的张力之比为 $T_2:T_1=2m_1-m_2:2m_1$。（若 $m_1=m_2$ 则两部分绳子中的张力之比为 3:2。）

2-168 一弹性绳圈，倔强系数为κ，每单位固有长度的重量为 w，使其伸长到固有长度的二倍（仍在弹性限度以内），将其套在一平放着的转轮上，转轮的半径为 a。问转轮在水平面内转动多快时，绳圈作用在转轮上的压力为零？

2-169 如图 2-169 所示，一药农在悬崖边想获得长在对面山顶上的药材，悬崖到山顶的水平距离为 9 米。悬崖边长着一棵树，于是他将一根 15 米长的绳子的一端拴在距地面 12 米高的树枝上，另一端系在自己的腰上，沿着半径为 9.0 米的圆弧猛跑。当他

的速率足够大时，他将飞越悬崖，沿圆弧运动取得药材后回到悬崖一边。

(1) 画出正在飞行的药农的隔离体图；

(2) 取 $g=10$ 米/秒^2，药农的体重为 60 公斤，计算绳子中的张力；

(3) 药农的加速度的大小是多少？所需速度是多少？

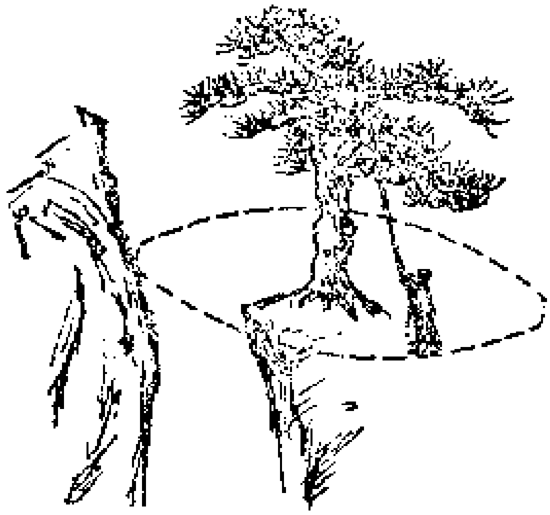


图 2-169

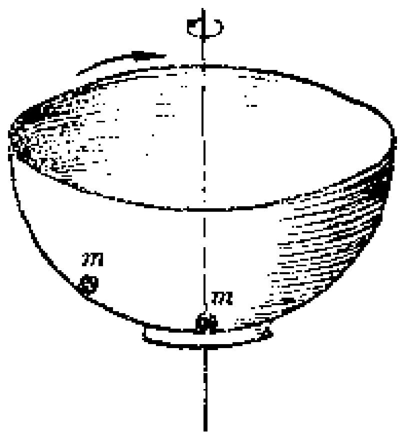


图 2-170

2-170 如图 2-170 所示，一质量为 m 的质点放在碗内，设碗的内表面是光滑球面的一部分，当碗以匀角速度 ω 绕通过球心的竖直轴转动时，质点将停在碗内什么地方？这地方比碗底高多少？(分别就 m 开始时静止在碗底和不在碗底两种情况进行讨论。)

2-171 如图 2-171 所示，在顶角为 60° 的圆锥形漏斗内，有一质量 $m=10$ 克的质点，当这漏斗绕它的几何轴以 $5/\pi$ 转/秒的匀角速度旋转时，质点在漏斗尖底以上 $h=15$ 厘米的高度处跟漏斗一起转动。问：

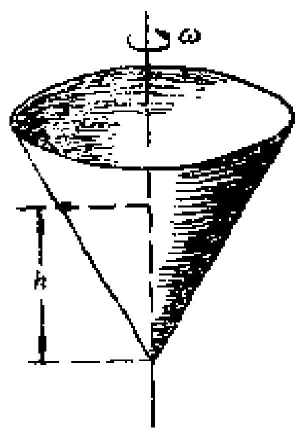


图 2-171

(1) 质点与漏斗间的摩擦力 f_μ 是多少？

(2) 静摩擦系数 μ 至少是多少？

2-172 一质量为m的质点被一长为 l 的细绳(质量可略去不计)吊着，悬点A与一光滑水平桌面的距离为$a(a<l)$。设该质点在桌面上绕过点A的垂直轴作匀速圆周运动，每秒钟的转数为n。

(1) 求桌面对质点的作用力的大小；

(2) 使质点与桌面维持接触的最大转数是多少？

2-173 在顶角为θ 的圆锥形漏斗内有一质量为m的小球，小球距尖底的高度为h。

(1) 如果小球与锥面间摩擦力等于零，要使m停在h高度随锥面一起绕其几何轴以匀角速度转动，问m应具有多大的速率？

(2) 如果小球与锥面间的摩擦系数为μ，要使小球稳定在h高度随锥面一起以匀角速度转动，但有向上或向下运动趋势，小球速率的范围如何？

2-174 如图 2-174 所示，一细绳穿过一光滑细管，两端分别拴着质量为m和M的小球。小球m到管口的绳长为l，$l\gg$细管半径，管子不动，当小球m绕管子的几何轴转动时，它的绳子与竖直方向夹角为θ。

(1) 求小球的速度和所受的向心力；

(2) 证明下列三式：

a) $\cos\theta=\dfrac{m}{M}$；

b) 小球所受的向心力 $F=Mg\sqrt{1-\dfrac{m^2}{M^2}}$；

c) 小球转动的周期$T=2\pi\sqrt{lm/Mg}$。

2-175 如图 2-175 所示，长为 l 的细绳，两端分别拴着质量为m_1和m_2的质点，一起放在半径为$R>l$ 的光滑球面上，m_1在球面的顶点，绳子在球面上。设绳子长度不变，绳子的质量可以略

去不计，让小球由球面上从静止开始自由下滑，求 m_2 离开球面时的 θ 角。

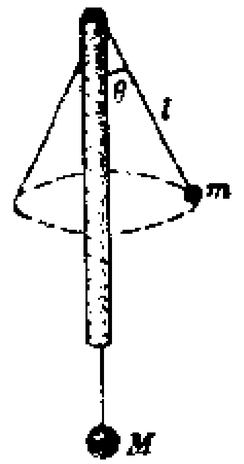


图 2-174

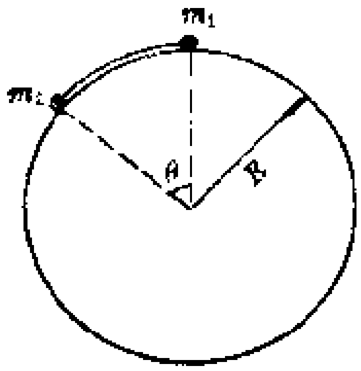


图 2-175

2-176 一个小环套在半径为 a 的竖直大圆环上，小环与大环之间的摩擦系数为 μ。证明：当大环以匀角速度 ω 绕它自己的水平轴线转动时，如果

$$\omega>\sqrt{\frac{g}{a}}\left(1+\frac{1}{\mu^2}\right)^{1/4},$$

则小环与大环之间无相对运动。如图 2-176 所示。（其中 g 为重力加速度）

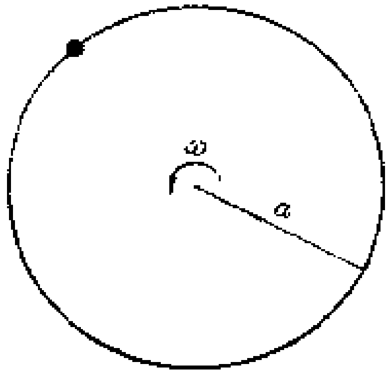


图 2-176

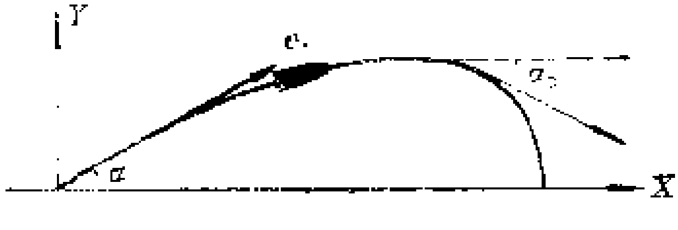


图 2-177

2-177 设一质量为 m 的炮弹，自炮筒射出时的速度大小为 $\boldsymbol{V}_0$，$\boldsymbol{V}_0$ 的仰角为 α_0 若此炮弹飞行中所受到的空气阻力的大小等于 RV，R 为常数，$\boldsymbol{V}$ 为炮弹的飞行速度。问从开炮到 $\boldsymbol{V}$ 的俯角为 α 时（如图 2-177 所示）所需时间是多少？

2-178 如图 2-178 所示，以速度 $\boldsymbol{V}$ 发射一质点，$\boldsymbol{V}$ 与水平方向夹角为 α，发射点处在一光滑斜面，斜面与水平方向夹角为 θ，质点与斜面的碰撞是完全弹性的。证明：如果 $\cot\theta\cot(\alpha-\theta)$ 为一整数，质点将逐点返跳到发射点。

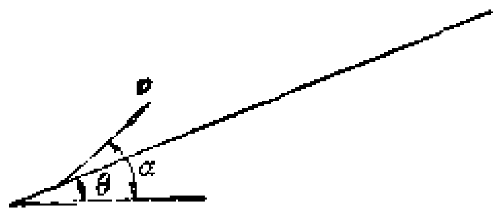


图 2-178

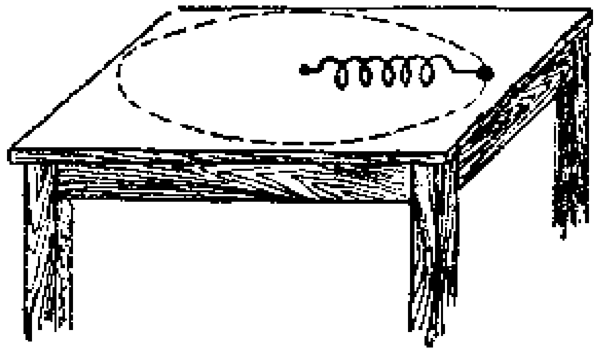


图 2-179

2-179 一质量为 2.0 公斤的小物体，放在光滑的水平桌面上。一质量可以忽略的弹簧，一端连着此物体，另一端连在无摩擦的轴承上，如图 2-179 所示。弹簧产生一大小为 $3r$ 牛顿的力作用在物体上。r 为轴承到物体的距离（以米计）。物体作圆周运动时，系统的总能量为 12 焦耳。设物体的大小比 r 小很多，可略去不计。

(1) 求此物体的轨道半径和速度；

(2) 设一沿半径向外的冲量作用在物体上，使物体得到一沿径向向外的速度 $v_r=1.0$ 米/秒。求出新轨道的 r 的极大值和极小值。

第三章　非惯性参照系

3-1　(1) 什么叫惯性系的等价性？举例说明。

(2) 惯性力的反作用力作用在什么物体上？

(3) 北半球南北向的河流总是冲刷右岸，是否因为科里奥利力作用在河岸上的结果？

(4) 科里奥利力做功吗？别的惯性力做功吗？

3-2　如果定义物体的重量为地球作用于物体上的万有引力，并把它叫做物体的"实重"，而把弹簧秤上测得的物体的重量叫做"视重"。试问：

(1) 视重是否等于实重？分别讨论在赤道上和在两极的情况；

(2) 一个人在赤道上静止时的视重为 100.00 斤，他的实重是多少？

(3) 当地球以什么角速度自转时，物体在赤道上的视重为零？又在此种情况下，一日的时间是多长？

3-3　设想地球绕自转轴旋转很快，使赤道上物体的视重为零。试问：

(1) 这时地球上其它纬度处物体的视重与实重相差多少？

(2) 此时挂在天花板下的单摆静止平衡的位置指向什么方向？

3-4　地球 24 小时自转一周，地球半径为 $R=6378$ 公里。一飞机沿赤道自东向西飞行。问它以相对地球表面多大速度飞行时，飞机上的一切东西的视重正好等于实重？

3-5 一体重为60公斤的人乘电梯上下楼，电梯的加速度为a，试求下列情况下他作用在电梯地板上的力：

(1) $a=327$ 厘米/秒^2，向上；

(2) $a=g$，向上；

(3) $a=g$，向下。

3-6 质量相等的两个物体，分别放在天平的两个托盘上，两盘平衡。当这天平放在一个升降机中，升降机向上或向下作加速运动时，问天平是否仍保持平衡？

3-7 用一根线把一物体悬挂在升降机中。

(1) 当升降机以3.0米/秒^{2}的加速度向上运动时，如果悬线的张力是10公斤，问此物的质量是多少？

(2) 当升降机以3.0米/秒^{2}的加速度下降时，悬线的张力又是多少？

3-8 一质量为m的小球用细线悬于一架子上，架子固定在小车上，如图(3-8)。在下述诸情况中，求静止平衡时线的方向(即α角)和线中的张力T：

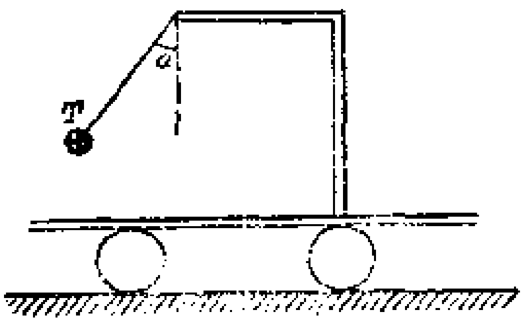


图 3-8

(1) 小车沿水平面作匀速直线运动；

(2) 小车沿斜面作匀速直线运动；

(3) 小车以匀加速度a沿水平直线运动；

(4) 小车自由地从倾角为θ的斜面上滑下；

(5) 用与斜面平行的加速度b把小车沿斜面往上推；

(6) 以同样大的加速度b把小车自斜面上推下来。

3-9 在上题诸情况中，若球m不是处于静止平衡，而是处于小振动时，分别讨论球m的受力、运动状况及振动周期。

3-10 车上有一弹簧秤，下挂一重物，当车静止或作匀速直线运动时，弹簧秤读数为P[如图 3-10(1)]，当车以匀速率 v 沿一圆轨道拐弯时，重物和弹簧也跟着拐弯，在这情况下，当弹簧秤稳定时的读数为 $P+\Delta P$[如图 3-10(2)]。求该处弯道的曲率半径 ρ。

图 3-10

3-11 在以匀加速度沿平直轨道行驶着的车厢中，有一单摆，摆长为 l，摆锤质量为 m，用手拿住摆锤，使悬线保持竖直且静止不动，然后突然放手。

(1) 求悬线偏离竖直线 α 角时，摆锤的位能 U；

(2) 求使摆锤偏离竖直线 α 角的力所做的功 A；

(3) 在实验的条件下，求悬线的最大偏离角 α_{max}；

(4) 证明：最大偏离角 α_{max} 是在此车厢中摆静止平衡时摆线与竖直线夹角的二倍。

(5) 摆锤被释放后，在车厢中的观察者看来，摆锤作什么运动？

3-12 当火车匀速前进时，挂在车厢中的摆保持竖直位置。当火车制动时，摆开始摆动，摆线与竖直线的夹角的最大值为 $\alpha_{max}=3°$。假设制动开始时火车速度为 47 公里/时，在车停止前加速度为恒量。问火车从制动开始到车停止所走过的距离 s 为多少。

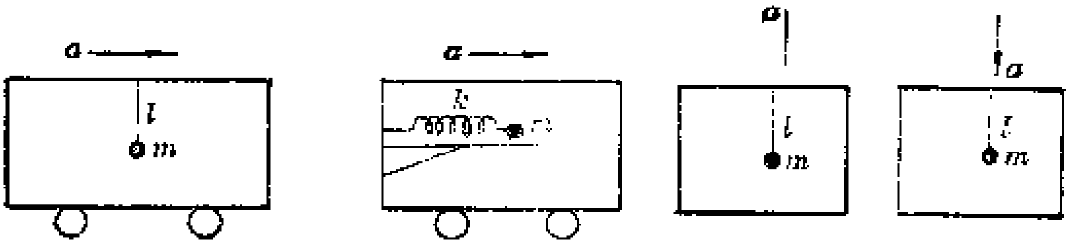
3-13 摆长为 $l=50$ 厘米的单摆在飞机舱中摆动，求下面三种情况下摆动的周期：

(1) 飞机匀速水平飞行；

(2) 飞机以加速度 $a=25$ 米/秒^2 沿水平直线飞行；

(3) 飞机与水平成 $\alpha=15°$ 的倾角匀速向下滑行。

3-14



(1)　(2)　(3)　(4)

图 3-14

图 3-14 中四情况分别为

(1) 以匀加速 a 沿直线运行的车厢中，有一摆长为 l 的单摆；

(2) 以匀加速 a 沿直线运行的火车，车厢内一个光滑的水平木板上，有一个一端固定的、倔强系数为 k 的轻质弹簧(弹簧的质量可忽略不计)，弹簧的另一端连着一个质量为 m 的小球；

(3) 在一向上作匀加速 a 运动的升降机中，一个摆长为 l 的单摆；

(4) 在一向下作匀加速 a 运动的升降机中，一个摆长为 l 的单摆。

分别求它们作小振动时的周期 T，并与 $a=0$ 时的 T 比较。

3-15 如图 3-15，ABC 是放在固定水平桌面上的楔形物体，其质量为 M，在它的斜面 AB(倾角为 θ) 上有一质量为 m 的物体自由向下滑动，设 m 与 M 之间和 M 与桌面之间的摩擦力均可不计，试求：

(1) m和M相对于桌面的加速度；

(2) m对M的压力；

(3) 桌面受到的压力。

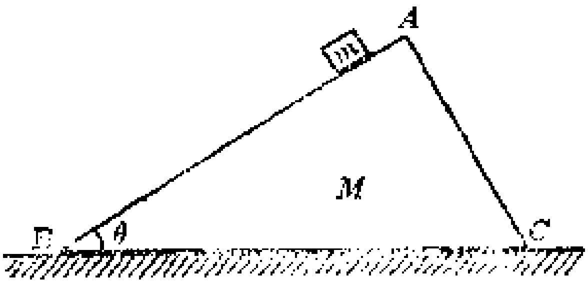


图 3-15

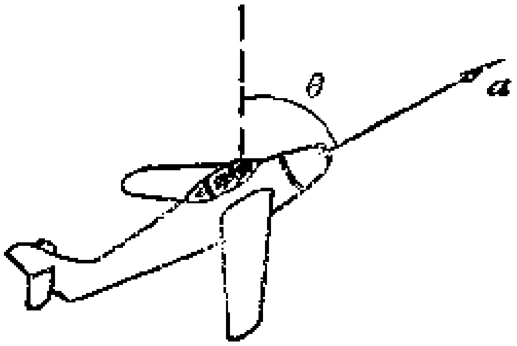


图 3-16

3-16 一飞机以加速度a飞行，a与竖直方向的夹角为θ(如图 3-16)，驾驶员在地面上重为P公斤。

(1) 求这时他作用在座位上的力；

(2) 当$\theta=0$时，情况如何？

(3) 当 $\theta=\frac{\pi}{2}$时，情况如何？

(4) 当$\theta=\pi$, $a=g$时情况如何？

(5) 当$a=0$时，情况如何？

3-17 如图 3-17 所示，升降机内有两物体，质量分别为$m_1=100$克和$m_2=200$克，用细绳连接后跨过滑轮。设绳子长度不变，绳和滑轮的质量以及滑轮轴上的摩擦均可不计，当升降机以匀加速度 $a=\frac{1}{2}g=4.9$ 米/秒^{2}上升时，

(1) 在机内的观察者看来，m_1和m_2的加速度a_1'，a_2'各是多少？

(2) 在机外地面上的观察者看来，它们的加速度a_1, a_2又各是多少？

3-18 如图 3-18 所示，用长为l的细绳，将质量为m的小球

悬挂起来，并令m以匀速率v沿一水平圆周运动，这时绳与竖直方向的夹角θ不变，这个装置叫锥动摆，求m绕行一周所需的时间(即周期T)。

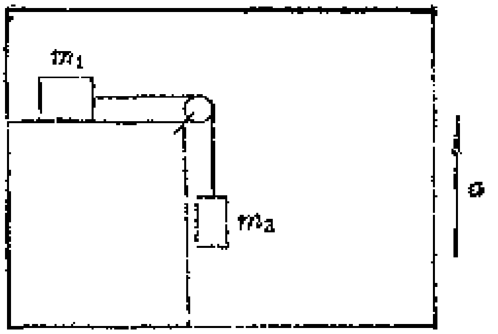


图 3-17

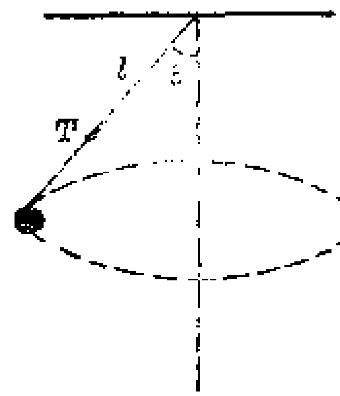


图 3-18

3-19 长为$l=40$厘米的细绳，一端固定于一点，另一端系一质量$m=100$克的小球，小球在竖直平面内作圆周运动。

(1) 设通过最高点时绳中张力$T=0$，求这时小球的速度v_0；

(2) 若通过最高点时小球的速度为$2v_0$，问这时绳中的张力T又是多少？

(3) 如果小球分别按(1)、(2)中确定的v_0、$2v_0$作匀速圆周运动，当小球通过最低点时，绳中的张力分别是多少？

3-20 一轰炸机以1000公里/时的速度俯冲后，即离开俯冲线而改沿一竖直圆周路线飞行，速度大小不变，若飞机在最低点的加速度不超过"$4g$"，

(1) 求此圆的最小半径？

(2) 当飞机在圆周路线的最低点时，一个60公斤的驾驶员的视重是多少？

3-21 飞行员和宇航员都要做承受加速度的试验。试验时，人被安置在一个"转子"(即一可绕竖直轴旋转的小箱子)中。

(1) 设人到转轴的距离为R，转子以角速度ω旋转，问质量为m的人承受多大的惯性离心力？

(2) 如果略去重力加速度，要使人承受“$10g$”的加速度试验，设此时 $R=5.0$ 米，问角速度 ω 应等于多少？

3-22 一杂技演员表演飞车技术，骑一快速摩托车冲上圆柱形房间的圆壁，沿着房间圆壁上的圆轨道以相当高的速度行驶，车就不会掉下来。试问：

(1) 设车与壁间的静摩擦系数为 μ_s，房间半径为 R，若将车与人整个视为质点，v 至少为多大时演员才不会掉下来？

(2) 设此房间的直径为 $D=18$ 米，车与人的重心离轮与壁接触点的距离为 $h=1.0$ 米，$\mu_s=0.4$，v 至少为多大？

(3) 若其速度 $v=20$ 米/秒，演员与水平面所成的角 α 应为多大？

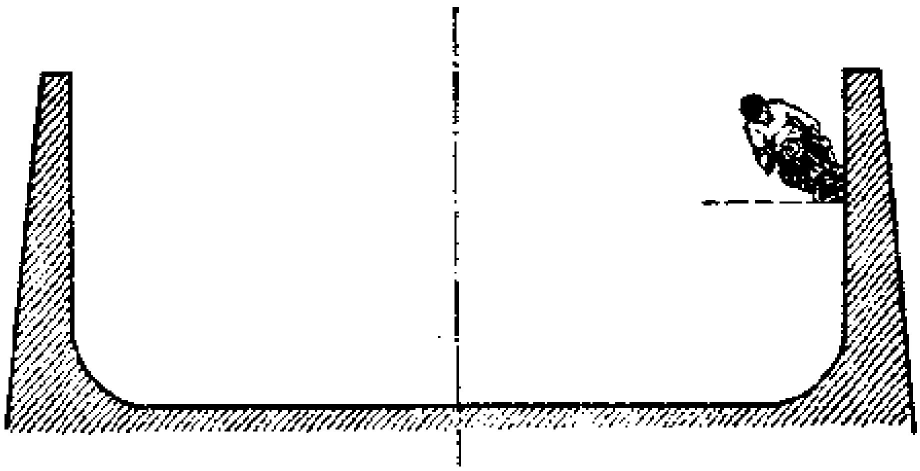


图 3-22

3-23 在平直路轨上加速行驶的火车上，固定一斜面，斜面倾角是 θ。有一物体静止在斜面上，物体与斜面间的最大静摩擦系数是 μ_s，如图 3-23 所示。

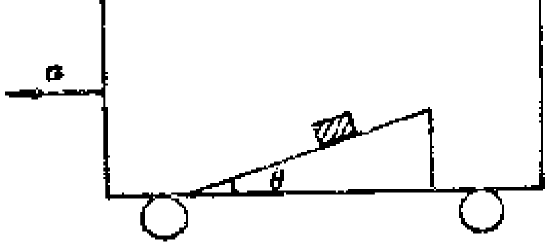


图 3-23

(1) 如果火车加速度小于某一值 a_1，物体就会下滑，求 a_1 的表达式。

(2) 如果火车加速度

大于某一值 a_2，物体就会上滑，求 a_2 的表达式。

3-24 一内半径为 R 的球壳以匀角速度 ω 绕本身的竖直的直径转动，球壳内表面是光滑的，它上面有一个质量为 m 的质点，问 m 能稳定在哪一个高度 h 的位置上随球壳一起运动？

3-25 一质量为 $m=200$ 克的小球用细绳悬于架子上，架子以匀角速度 ω 绕竖直轴转动。如图 3-25 所示，已知 $L=20$ 厘米，$a=10$ 厘米。试问：

(1) ω 是多少时，悬线与竖直方向的夹角 $\theta=45^\circ$？

(2) 当 $\theta=45^\circ$ 时，绳中的张力是多少？

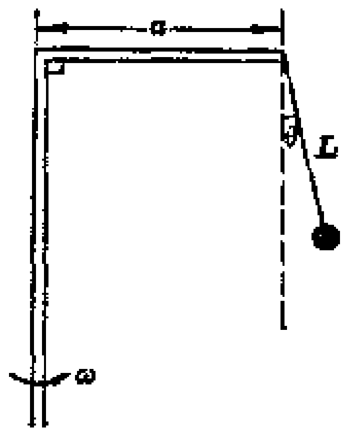


图 3-25

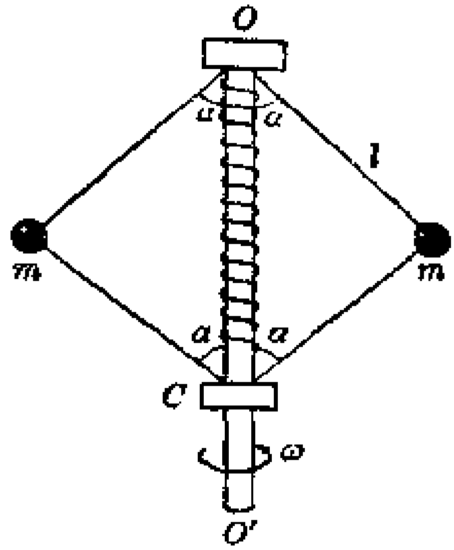


图 3-26

3-26 一离心调速器装置如图 3-26 所示，质量都是 $m=200$ 克的两个小球绕 OO' 轴转动，转动角速度为 $\omega=20$ 弧度/秒，C 套轴可以无摩擦地上下滑动，其中四个臂长都是 $l=10$ 厘米，且与轴 OO' 的夹角都是 $\alpha=45^\circ$，整个装置只计小球质量，其它部分质量都很小，可以略去不计，问轴上弹簧所受到的压缩力是多少？

3-27 (1) 手 A 提一筐，筐底有一蛋 B，蛋到手的距离 $AB=50$ 厘米，令筐绕经过 A 点的水平轴转动。问当蛋转过手的顶上时，蛋的速度至少等于多少，蛋才不会离开筐底？

(2) 如果换成一桶水，结果有变化吗？

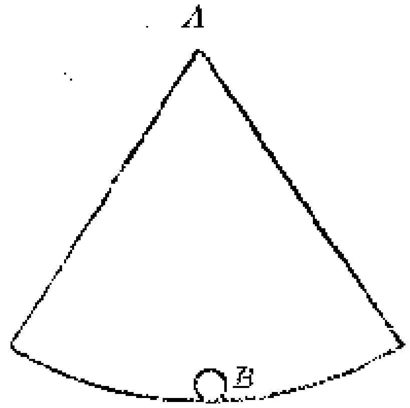


图 3-27

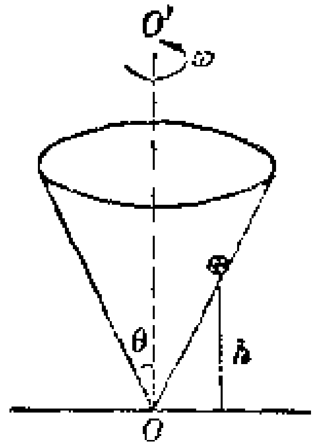


图 3-29

3-28 一圆环平放在水平面上，以匀角速度绕它的对称轴旋转，圆周上的速度为v，证明环中的胁强（即应力）为$\rho v^2/g$克力，ρ是单位长度圆环的质量。

3-29 图 3-29 为一圆锥面．以匀角速度ω绕竖直的对称轴OO'转动，圆锥的顶角为θ，在锥内面上放一质量为m的小球，m离锥顶的高为h，试问：

(1) 如果m与锥面间没有摩擦，要使m稳定在高为h处，且随锥面一起匀速旋转，这时m的速率v是多大？

(2) 如果m与锥面间的摩擦系数为μ，要使m稳定在高为h处，且随锥面一起以匀速率v转动，且有向上运动的趋势，这时m的速率v是多大？

(3) 如(2)，但有向下运动的趋势，这时m的速率v是多大？

［注：上面的题限定用非惯性系的概念解。］

3-30 一长为l的细绳，一端固定在光滑的水平圆盘的中心O，另一端系着一质量为m的小球，圆盘以匀角速度ω绕过O的竖直轴转动。欲使小球在盘上相对于盘以速率v作匀速圆周运动（与ω反向，如图 3-30），问绳中张力是多少？

3-31 一炮弹沿水平弹道（可近似看成是直线）以 900 米/秒

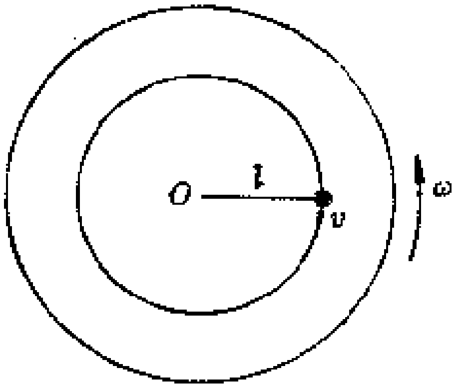


图 3-30

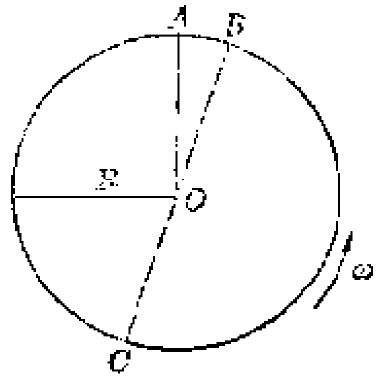


图 3-32

的速度飞行，炮弹是在北纬 60° 向着正北方向上距离为 18 公里处的目标发射的。地球自转角速度为 7.3×10^{-5} 弧度/秒，若不考虑地球的公转，略去空气阻力，不计惯性离心力，问因地球自转，炮弹打到目标附近时，在水平方向偏离多少？偏向什么方向？

3-32 一半径为 R 的水平大圆盘绕通过圆心的竖直轴旋转，旋转角速度为 ω。试问：

(1) 站在圆盘中心 O 的人用手枪射击盘边缘上一点 B (图 3-32)，子弹速率为 v，问直接对准 B 射出能否射中？若不能，应给什么样的提前量 AB，(即瞄准 A)，才能击中 B？

(2) 如果人站在盘边缘 C 处射击 B，BC 为直径，他应当怎样瞄准？

3-33 气象学中所用的非惯性活动坐标是按如下方法选取的：选地面上进行观测的点为原点，此点指向天顶的方向为 Z 轴，向上为正；通过原点的纬线为 X 轴，向东为正；通过原点的经线为 Y 轴，向北为正，对此非惯性活动坐标，空气速度的三个分量用 u、v、w 表示。设在北纬 30°，空气速度的三个分量分别为 $u=4.0$ 米/秒，$v=6.0$ 米/秒，$w=3.0$ 厘米/秒，求科里奥利加速度在 X、Y、Z 轴三个方向的分量。

3-34 在北纬 40°，一质量为 60 公斤的人向东以 9.0 米/秒的速度跑步，求他所受的科里奥利力。

3-35 两个分别在两个旋转坐标系中的观察者发现：如果将惯性力当作真实存在的某种场的力，则在这两个系统中，所有的物理规律都是相同的。他们能够判断哪一个转得快些吗？

3-36 一只盛水的圆桶，水中有一弹簧，它的一端固定在桶底的中心，另一端系一浮标，浮标浮在水面上并拉伸弹簧，如图 3-36 所示。开始时，桶、水和浮标都静止不动地放在一个高台子上，然后将支承桶的高台子突然撤掉，使它们作为整体自由竖直下落，问弹簧和浮标将会发生什么情况？

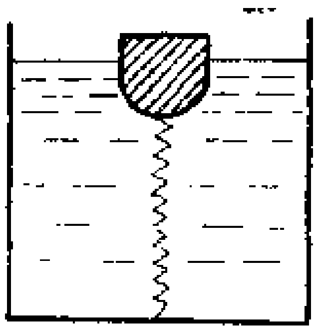


图 3-36

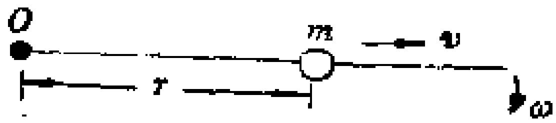


图 3-38

3-37 在非惯性系内，惯性力做功吗？

3-38 一光滑的细竿，在竖直平面内作匀角速度转动，转轴通过它的一端 O，竿上套有一个质量为 m 的小环。设 $t=0$ 时：竿在水平位置，m 到 O 的距离为 r_0，沿竿向外运动的速率为 v_0。

(1) 求 m 到 O 的距离 r 与时间 t 的关系；

(2) 是否当 r_0 和 v_0 取某值时，m 会作简谐振动？

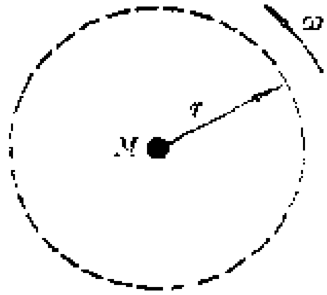
3-39 设有一加速系统，其中某些点可以没有万有引力。

(1) 一质点 m 以加速度 a 运动时，在以这个质点为参照系时，证明在距离它为 $r=\sqrt{Gm/a}$ 的点（在与 a 方向相反的一边），没有万有引力。

(2) 设一个质量为球对称分布的球或壳体绕本身直径旋转，角速度为 ω，则在与 ω 垂直的平面内，在与球心相距为 $r=\sqrt[3]{GM/\omega^2}$ 的点（$r>$ 球或壳体的外半径），没有万有引

力. 式中M为球的质量。你怎样理解上述说法?

(1)



(2)

图 3-39

3-40 有一倔强系数为k,质量可忽略的弹簧,两端分别固定两小球,两小球的质量各为m_1和m_2,开始时小球m_1拿在手中,弹簧沿竖直方向下垂,小球m_2在下方,都静止不动。然后突然放手,让m_1、m_2和弹簧自由下落。若略去空气阻力,试讨论这系统的运动情况。

第四章 功 和 能

§1. 功

4-1 在地面上有一固定斜面，斜面上装了一套滑轮组，一辆重 W 的车挂在动滑轮 B 上（如图 4-1），忽略滑轮轴上的摩擦力。问当 f 多大时，才能使车匀速上升？将 W 从地面匀速地拉到高为 h 的位置，要做多少功？

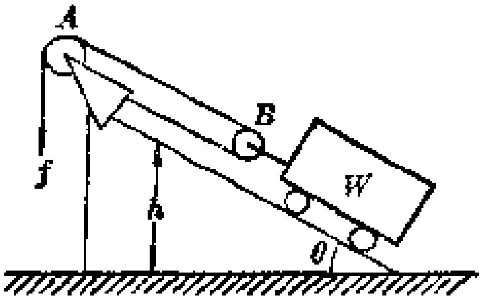


图 4-1

4-2 有两个质量相同的物体 A 和 B，分别放在粗糙的和光滑的水平面上。如果对 A 和 B 施以相同的力 F，推行了相同的距离 s，问两种情况下，力 F 所做的功是否相等？

4-3 用 100 公斤的牵引力沿水平方向拉一辆 1.0 吨重的大车，使它移动 10 米；用同样大小的牵引力拉一辆 50 公斤重的小车，也使它移动 10 米，问牵引力在两种情况下做的功是否相同？效果是否相同？若两车原来静止，不计摩擦，车的运动状态是否相同？

4-4 一物体在固定的桌面上滑行，所受的摩擦力为 f，滑行距离 s 后停止。问在这过程中桌面对物体做了多少功？物体对桌面做了多少功？对桌面所做的功产生了什么效果？

4-5 如图 4-5 所示，用 $F=1.0$ 公斤的水平力把 $m=1.0$ 公斤的物体沿斜面推 1.0 米，物体与斜面间的滑动摩擦系数 $\mu=0.10$，则 F 做的功为__焦耳；重力做的功为__焦耳；摩擦力做的功为__焦耳；斜面对物体的支持力做的

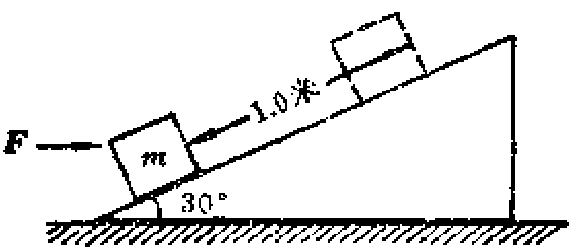


图 4-5

功为＿焦耳；物体动能的增量为＿焦耳；物体重力位能的增量为＿焦耳。

4-6 一盛水的桶共重 15 公斤，把它从 10 米深的井里匀速地提上来。提桶的人所做的功是多少尔格？多少焦耳？多少公斤·米？如果以0.10 米/秒^2 的匀加速度提上来时，人做的功又是多少？

4-7 矿井中的升降机质量为 m，从井下竖直上升到地面的整个过程中，其运动由三个阶段构成：

(1) 从静止匀加速上升，设此段上升高度为 h_1，末速为 v_0；

(2) 匀速 v_0 上升，设此段上升高度为 h_2；

(3) 匀减速上升，直到最后停止，设此段上升高度为 h_3。

如果三段中阻力都是 f，分别求三段中钢索对升降机的拉力所做的功(设 m、h_1、h_2、h_3、v_0 和 f 均为已知)。

4-8 一物体受到 $F=-6x^3$ 的力的作用，x 以米为单位，F 以公斤为单位。问物体从 $x=1.0$ 米移到 $x=2.0$ 米时，力 F 做了多少功？

4-9 一个质点在几个力同时作用下的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}=(4\boldsymbol{i}-5\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k})$ 米，其中有一个力是恒力，可表达成 $\boldsymbol{F}=(-3\boldsymbol{i}-5\boldsymbol{j}+9\boldsymbol{k})$ 牛顿，问这个力在这过程中做功多少？

4-10 一个质点在几个力的作用下，沿半径为 2.0 米的圆周运动，其中有一个力是恒力，大小为 $F=6.0$ 牛顿，方向为沿圆上 A 点的切线向右(如图 4-10 所示)。当质点从 A 点开始沿反时针方向走过$\frac{3}{4}$圆周时，问 F 在这过程中做了多少功？

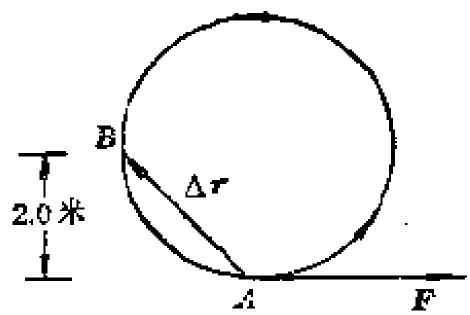


图 4-10

4-11 一质量为 $m=20.0$ 克的小石块从 A 点自静止开始下滑. 到达 B 点时速率为 $v_B=3.00$ 米/秒, 再沿 BC 滑行 3.00 米后停止。已知滑行轨道 AB 是圆周的$\frac{1}{4}$, 圆周半径 $R=1.00$ 米, BC 为水平面(如图 4-11)。试求:

(1) 在AB段, 摩擦力所做的功 W;

(2) 水平轨道 BC 与石块间的摩擦系数 μ_{BC}。

图 4-11

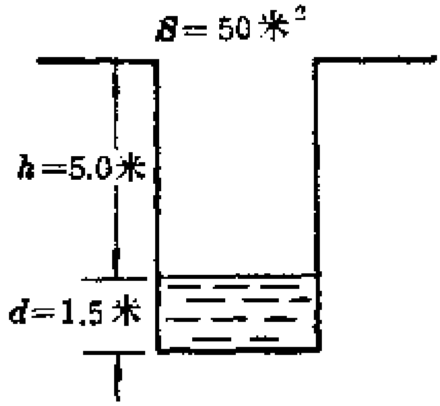


图 4-12

4-12 如图 4-12 所示, 一蓄水池, 面积为 $S=50$ 米², 所蓄的水面比地面低 5.0 米, 水深 $d=1.5$ 米。用抽水机把这池里的水全部抽到地面上, 问至少要做多少功?

4-13 1977 年我国男子田径的几次记录如下:

7.257 公斤的铅球　16.52 米

2.00 公斤的铁饼　55.20 米

假设投手们都是在 1.70 米的高度出手, 投掷角都是45°, 若忽略空气阻力, 取重力加速度 $g=9.80$ 米/秒², 计算运动员在创造上述记录时所做的功。

§2. 功　　率

4-14 人的心脏一昼夜做的功为 7.8×10^5 焦耳, 用马力表示它的功率。

4-15 根据现代生理学的测定，一个大学生平均每天大约消耗 2400 大卡的热量，其中大脑的消耗占 20%。问脑力劳动的平均功率 P 等于多少？脑力劳动平均每昼夜消耗多少能量 E？（1卡＝4.18 焦耳。）

4-16 一列火车以 72 公里/时的速度匀速前进，阻力等于列车自重的 0.0030 倍。若列车重 1800 吨，求机车的牵引功率。

4-17 一重为 2.0 公斤的物体静止在一光滑的水平面上，因受到一固定的水平力的作用开始运动，力的大小为 4.0 牛顿，分别求：

（1）第 1 秒末和第 5 秒末该力的瞬时功率；

（2）在开始运动后 1 秒钟内和 5 秒钟内该力作用于物体的平均功率。

4-18 总重为 5000 吨的火车在水平轨道上行驶，车轮与轨道间的摩擦系数为 0.01，设车头的牵引功率为 $P=4000$ 千瓦，并保持不变。试问：

（1）当火车的速度等于 1.0 米/秒和 10 米/秒时，火车的加速度各等于多少？

（2）火车最终能达到的速度为多大？

4-19 一小型水力发电站每分钟有 300 公升的水流过发电机的水轮机（每公升水约重 1.0 公斤），设水自 100 米高处的水库流下，流出水轮机时速度很小，水轮发电机组的效率为 80%，问这电站的发电量为多少千瓦？每年发电多少度？

4-20 有一瀑布，水从高为 h 米处流下，瀑布的流量为 T 米^3/秒。用它来作动力推动一个效率为 70% 的发电机，问发电机的功率最大为多少瓦，多少马力？

4-21 用水泵抽水，水面低于水泵喷口 $h_1=2.0$ 米；水泵喷口横截面为 $a=30$ 厘米^2，喷口仰角为 30°。喷射水流的顶点比喷嘴

高出 $h_2=4.0$ 米，如图 4-21 所示。假如水泵马达的效率为 60%，忽略空气阻力，问输电线供给的功率为多少？

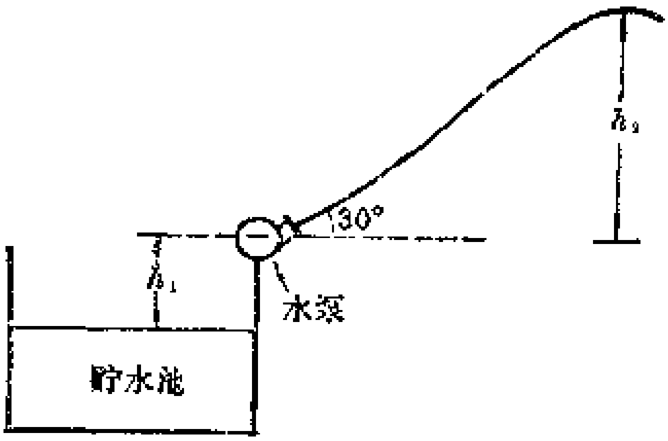


图 4-21

4-22 一个水平运动的皮带将砂子从一处运到另一处，砂子经一垂直的静止漏斗落到皮带上，皮带以恒定的速率 v 水平地运动着。忽略机件各部位的摩擦及皮带另一端的其他影响，试问：

（1）若每秒有质量为

$$\dot{M}=\frac{dM}{dt}$$

的砂子落到皮带上，要维持皮带以恒定速率 v 运动，需要多大的功率？

若 $\dot{M}=20$ 公斤/秒，$v=1.5$ 米/秒，水平总推动力多大？

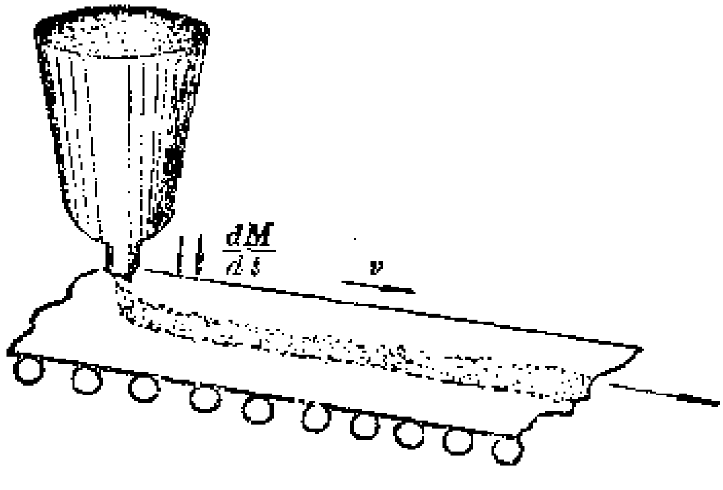


图 4-22

所需功率多大?

(2) 通过皮带提供的能量中有多少转化成砂子的动能?

§3. 动能及其转换

4-23 两个小孩在火车上玩接球游戏，球的动能是否与火车的速率有关? 参照系的选取是否会影响动能的数值?

4-24 证明: 动能定理 $\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{S}=\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$对任何惯性系都是正确的。

4-25 根据动能的定义可知: 静止在地面上的物体的动能为零。但有人对此提出下述异议:

(1) 物体虽对地面静止，但却跟着地球一起转动，所以它仍有动能。

(2) 物体虽然静止，但组成这物体的大量分子是在不断运动着的，它们的总动能显然大于零。

你怎样回答这些问题?

4-26 一辆重 7000 吨的列车，在 2.0 公里长的一段平直路轨上行驶，速度由 54 公里/时增加到 72 公里/时。已知阻力为车重的 0.0030 倍，求这一段路上机车做的功。

4-27 质子在直线加速器中被加速，它在每一节加速段，都沿直线方向得到 3.6×10^{13} 米/秒^2 的加速度。设质子最初以 2.4×10^5 米/秒的速率进入某一节加速段，而这一节的长为 3.5 米，已知质子的质量为 1.67×10^{-27} 公斤，试求:

(1) 在这一节加速段末，质子的速率;

(2) 由于加速而得到的动能增量。

4-28 一质量为 2.0 克的弹丸，其出口速度为 300 米/秒。设

弹丸在枪筒中前进时所受到的合力是 $F=400-\frac{8000}{9}x$，其中 F 以牛顿为单位，x 以米为单位，开枪时子弹在 $x=0$ 处，计算枪筒的长度。

§4. 保守力和重力位能

4-29 为什么说重力位能是物体和地球作为一个系统所具有的？如果两者之间没有吸引力，那么这个系统还有位能吗？如果物体还在原位置，而地球突然不存在，还有位能吗？

4-30 (1) 重力位能 mgh 中的 h 是否一定要从地面算起？地面以下的物体有重力位能吗？

(2) 如果选地面为重力位能的零点，问地面以下的重力位能是正的还是是负的？

(3) 如果选无穷远处为重力位能的零点，分别写出地面以上和地面以下的重力位能的表达式。

4-31 设用力 F 把一质量为 m 的物体提高 h，如图 4-31 所示。问 F 所做的功等于多少？是否等于重力位能的增加？为什么？

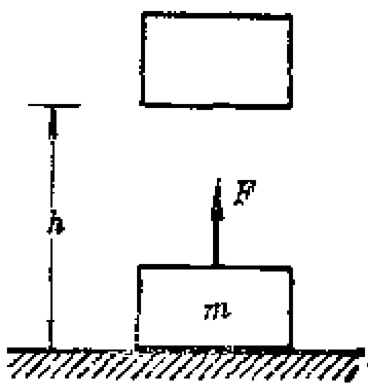


图 4-31

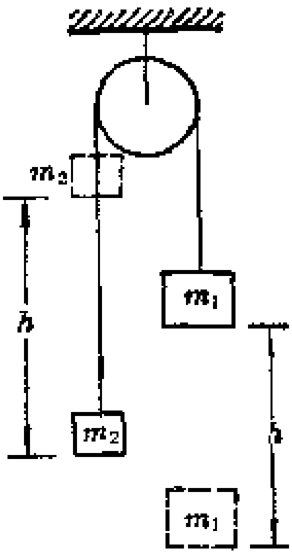


图 4-32

4-32 如图 4-32 所示，在一滑轮两边用细绳挂两重物，绳子

长度不变，滑轮质量很小，轮轴摩擦忽略不计，两重物质量分别为m_1和$m_2(m_1>m_2)$。在m_1下降h的过程中，重力对两物体共做了多少功？绳子的拉力对两物体共做了多少功？这系统的位能和动能各改变了多少？机械能改变了多少？

4-33 把竖直挂着的质量为M的、长度为h的均匀铁链的下端对折回来和上端挂在一起，如图 4-33 所示，要做多少功？

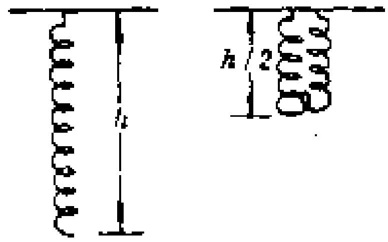


图 4-33

4-34 一质量为m的小物体从高为h的光滑斜面顶上、由静止开始下滑，斜面不动。求物体滑到斜面底时速度的大小。又如斜面是凹的或凸的，结果怎样？

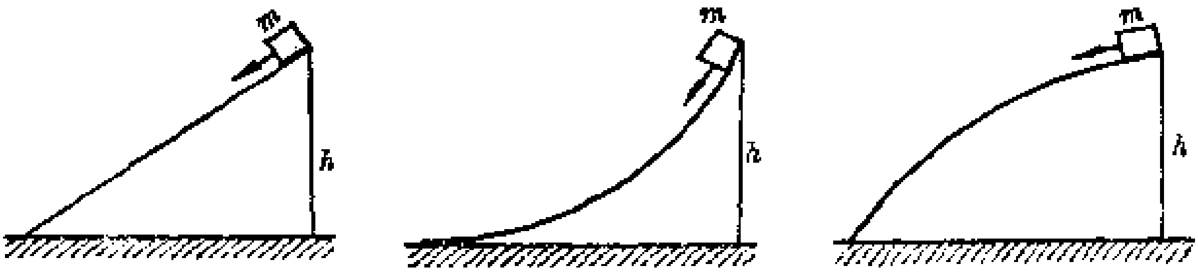


图 4-34

4-35 两根完全相同的均质杆AC和BC，质量都是m，长度都是l，在C点由铰链相联接，开始时静置于光滑的水平面上，如图 4-35 所示。由于A端和B端的滑动，杆会在竖直面内落下，求铰链C与水平面碰撞时的速度v_C。C点的初始高度为h，铰链质量可以忽略。

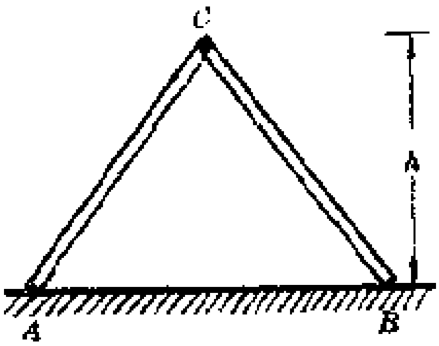


图 4-35

4-36 用 20 米/秒的初速度竖直向上抛一个重为 50 克的物体，达到的最大高度是 16 米，求空气的平均阻力。

4-37 如图 4-37 所示，设$h_0=10.0$米。一个$m=20$公斤的物体从山顶上由静止滑下，撞击到弹簧一端的挡板A上。弹簧的

另一端固定在墙上，弹簧的倔强系数为 $k=50$ 公斤/米，设所有表面都是光滑的，弹簧和挡板 A 的质量可略去不计。问弹簧最多可压缩多少？

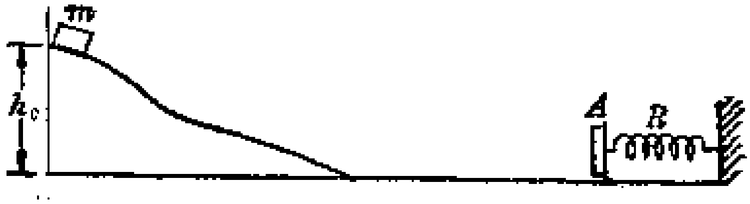


图 4-37

4-38 一质量为 m 的物体，从悬空固定的斜面 AB 上的 A 点由静止开始下滑，滑过 B 缘后便腾空下落，已知 AB 的高度差为 h_1，AB 与水平夹角为 θ（如图 4-38），m 与斜面间的摩擦系数为 μ。

（1）求 m 经过 B 时的速度 v_1；

（2）求 m 经过 B 后再落下高度 h_2 时的速度 v_2；

（3）求 m 从 B 再落下高度 h_2 所花的时间 t。

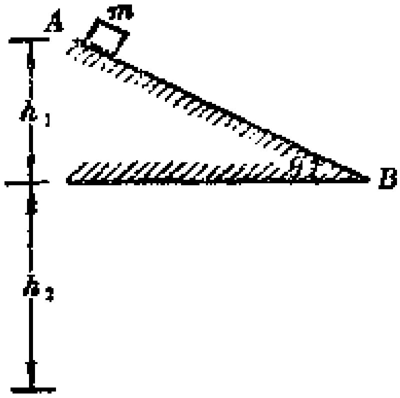


图 4-38

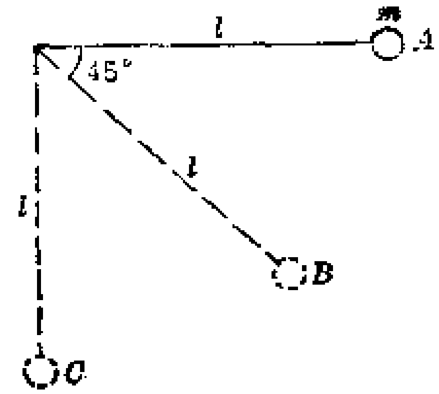


图 4-39

4-39 如图 4-39 所示，一根长为 l 的细绳(质量可略去不计)一端固定在 O 点，另一端系一个质量为 m 的小球，把绳拉成水平使小球静止在 A 处，然后放开手让它下落。试求下列时刻小球的速度、加速度、小球所受的力和绳子的张力：

（1）绳子转过 45° 时(图 4-39 中的 B 处)；

（2）绳子转过 90° 时(图 4-39 中的 C 处)。

4-40 人荡秋千，为什么能越荡越高？分别以

(1) 机械能，

(2) 作用力，

两种观点加以说明。

§5. 碰撞问题

4-41 如图 4-41 所示，两小球拴在两根细线上，线长都是 $l=1.0$ 米，小球的质量分别为 $m_1=800$ 克和 $m_2=200$ 克。m_1 吊着不动，把 m_2 的线拉成水平，然后放手让 m_2 下落，与 m_1 作完全弹性碰撞，求第一次碰撞后各自上升的高度。

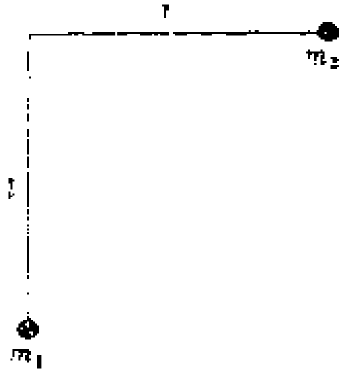


图 4-41

4-42 质量为 m_1 和 m_2 的两个小球，悬挂在长度各为 l_1 及 l_2 的线下，两球恰好相切。在两线所在的平面内把第一个小球拉到与竖直成 α 角的位置，静止后再放开，它摆下后与静止的第二个球发生弹性碰撞。求在碰撞后两小球分别偏离竖直方向的角度 α_1 和 α_2（设 α_1，α_2 和 α 都很小）。

4-43 一质量为 $M=100$ 克的木块放置在光滑的水平面上，今有一质量为 10 克的子弹，以速度为 200 米/秒水平射入木块。设木块对子弹的阻力为 5.0×10^{8} 达因，求子弹打入木块的深度。

4-44 一质量 $M=40.0$ 克的木块，静止在光滑的水平桌面上，一质量 $m=10.0$ 克、速度 $v=800$ 米/秒的子弹水平地射入木块，子弹进入木块后，就和木块一起平动。试求：

(1) 子弹克服阻力所做的功；

(2) 子弹作用于木块的力对木块所做的机械功。

(3) 失去的机械能。

4-45 北京火车站的自动电梯将两层楼连接起来，楼上比楼

下高出 10.0 米，梯长 20.0 米，以匀速率 0.5 米/秒向上运动。

(1) 设每分钟最多能运送 100 人，每个人的平均质量为 50.0 公斤，设上下电梯时人的速率不变，与电梯的速率同，问电动机的输出功率至少应为多少（假设没有其它耗损）？

(2) 一个质量为 70 公斤的人，沿电梯往上走，在 10.0 秒钟内走过此电梯，设他上下电梯保持原有速率，问电梯对它做了多少功？

(3) 如果他在电梯上相对电梯以 0.5 米/秒的速率向下走，这时电动机对他做的功为多少？

4-46 有一匀速竖直下落的升降机，它和乘客的质量一共为 M，若升降机速率为 v，不计其它损耗，求电动机的输出功率。

4-47 如图4-47所示，在光滑水平面上有一质量为 $M=200$克的静止木块。一子弹的质量为 $m=10.0$ 克，速度为 $v_0=300$米/秒，沿水平方向穿过木块之后，它的动能降为原来的 1/16。试求：

(1) 子弹穿过后木块的动能 E_k；

(2) 阻力对子弹所做的功 $A_{阻}$；

(3) 损失的机械能 $E_{耗}$。

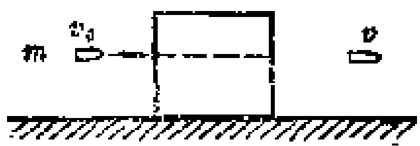


图 4-47

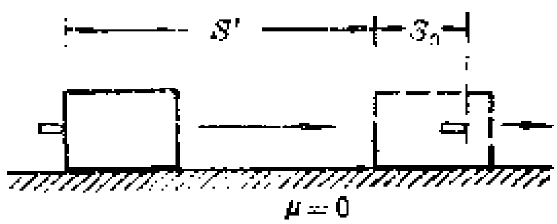


图 4-48

4-48 如图 4-48 所示，子弹水平地射入一静止放置在光滑水平桌面上的木块后，两者一起平动。设子弹射入深度为S_0，子弹在木块中达相对静止时木块位移为S'，木块对子弹的平均阻力为 F。问在此过程中，阻力对子弹做了多少功？对木块做了多少机械功？两者数值相同吗？

4-49 一个15克重的子弹，以200米/秒的速率打入一固定的木块。如阻力与射入木块的深度成正比地增加，即 $f_{阻}=-\beta x$，比例系数 $\beta=5.0\times10^3$ 牛/厘米，求子弹射入木块的深度。

§6. 落体问题

4-50 有如图4-50所示的阿脱伍德机。

(1) 用机械能守恒求出：从静止开始，m_2 下降一段距离 y 时，m_1 和 $m_2(m_2>m_1)$ 的速度 v；

(2) 从上面得出的速度表达式，求加速度 a。

(设绳子长度不变，滑轮轴上的摩擦与滑轮及绳的质量均可不计)

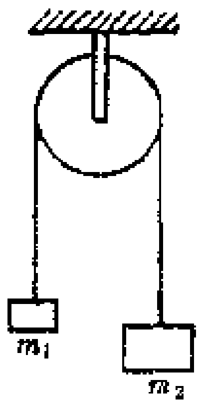


图 4-50

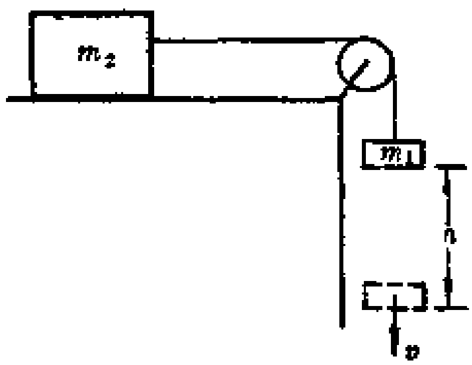


图 4-51

4-51 如图4-51所示，m_2 放在光滑水平桌面上，用细绳跨过一滑轮与 m_1 连接，先用手扶住 m_1，使之保持静止，然后撒手让 m_1 下落。用机械能守恒定律，求图中所示装置中当 m_1 落下 h 距离时，m_1 和 m_2 的速度 v，并由得到的结果说明两物体均作匀加速运动。(忽略滑轮质量及轮轴上的摩擦。)

4-52 图4-52的装置与上题同，只是桌面上 m_2 与 m_3 叠放起来，m_2 与 m_3 之间的摩擦系数为 μ，如果 $0<\mu<\infty$，问上题所使用的方法是否仍适用？分析何时机械能守恒，何时不守恒？(即讨论 m_1、m_2、m_3、μ 之间的关系。)

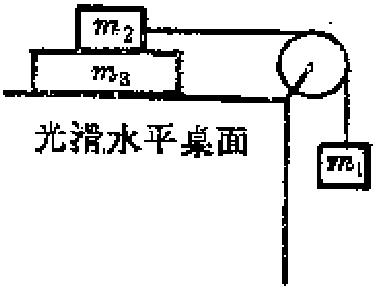


图 4-52

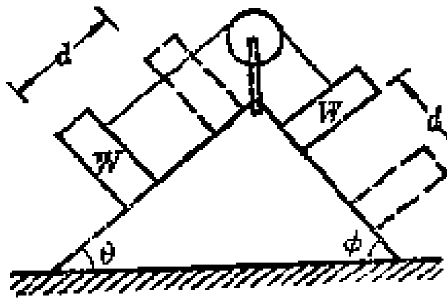


图 4-53

4-53 如图 4-53 所示，一个固定的斜面两边，通过定滑轮系着两个质量相等的滑块，设绳子长度不变，且绳子和滑轮的质量以及滑轮轴上的摩擦均可不计。若系统从静止释放，滑块开始运动。问当它们移动距离 d 时，速度多大？

4-54 如图 4-54 所示，一个固定的斜面，通过定滑轮系着两个质量不同的物体，$W_1>W_2$，设一切摩擦及滑轮质量均可不计，绳子长度不变。若系统从静止释放，滑块开始运动。问它们移动距离 d 时，速度多大？

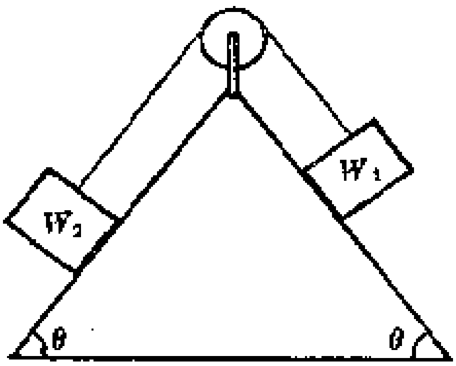


图 4-54

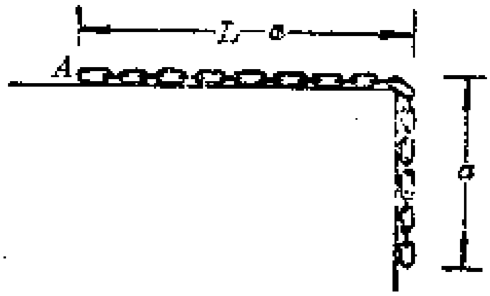


图 4-55

4-55 一长为 L、质量为 m 的一条均匀细铁链。开始时，长为 a 的一段垂在桌面下，用手拉住 A 端使整个铁链静止不动（如图 4-55），然后放手让它滑下。若不考虑摩擦力，问铁链上端离开桌面时，其下落的速度是多大？

4-56 一重 10 公斤、长 40 厘米的链条，一段 l_2 吊在桌面下，另一段 l_1 放在光滑的水平桌面上，其端点拴一细绳，绳子通过小滑轮悬着一个质量为 $m_1=10$ 公斤的物体（如图 4-56）。开始时

$l_1=l_2=l_3=20$ 厘米，速度为 0。设绳子长度不变，绳的质量和绳与滑轮间摩擦均可不计。问当链条全部滑到桌面上（$l_2=l_3=0$，$l_1=40$ 厘米）时，系统的速度是多少？加速度是多少？

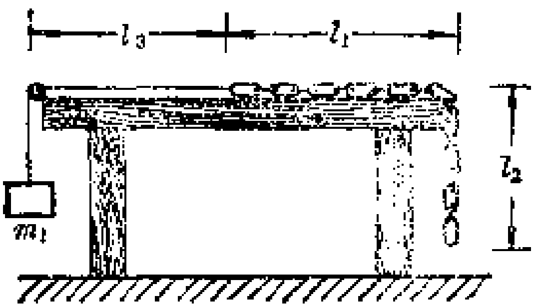


图 4-56

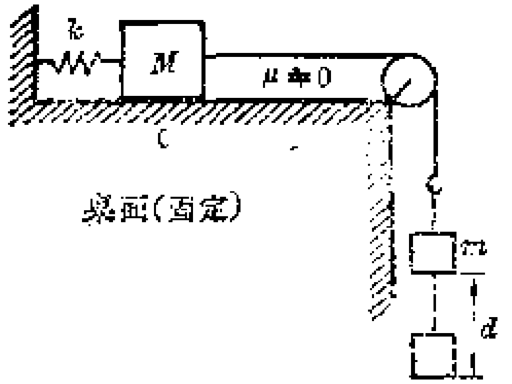


图 4-57

4-57 如图 4-57 所示的装置，开始时弹簧处于自由状态，M 静止在原点 0。然后把 m 轻轻地挂上钩子，使 M 运动。在 m 下降一段离距 d 的过程中，分别写出下列不同物体系的功能关系式：

（1）以 m 和 M 为物体系；

（2）以 m、M 以及弹簧 k 为物体系；

（3）以 m、M、k 以及桌子为物体系；

（4）以 m、M、k、桌子以及地球为物体系。

§7. 斜 面 问 题

4-58 重物在斜面上下滑时，受到哪些力的作用？哪些力做正功？哪些力做负功？哪些力不做功？如果重物在斜面上静止，做功情况又怎样？

4-59 一物体从高为 h 的斜面上由静止开始自由滑下，在离起点的水平距离为 s 的地面上停住（如图 4-59）。假定经过的地方摩擦系数 μ 都一样，证明：$\mu=h/s$。

4-60 一斜面倾角为 $\alpha=30°$，斜面上有一物体，开始时物体

以 $v_0=19.8$ 米/秒的速率沿斜面向上冲，走了 20 米远便停下来，然后下滑。

(1) 计算物体在开始时的动能和最高点的位能；

(2) 求作用于物体的摩擦力；

(3) 求物体回到原处时的速率；

(4) 物体来回共经过多少时间？

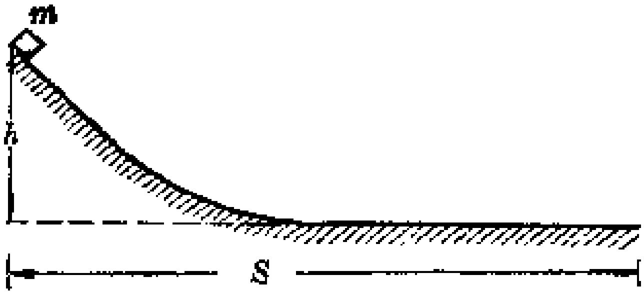


图 4-59

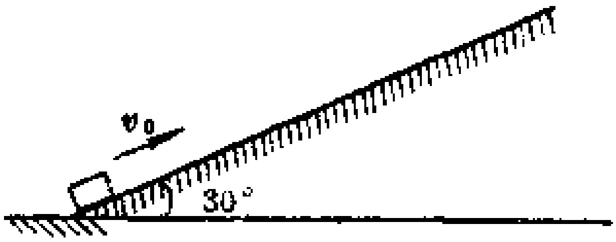


图 4-60

4-61 设汽车的引擎功率恒定。在一略为倾斜的斜坡上，汽车匀速向上行驶的速率为 $v_1=5.0$ 米/秒，匀速向下行驶的速率为 $v_2=20$ 米/秒。问汽车在水平路上匀速行驶时，它的速率 v_0 是多少？（在上述速度范围内，所需的牵引力可以认为与速度无关，斜坡和水平路面的摩擦系数都相同）。

4-62 一汽车质量为 1000 公斤，安装一个 85 匹马力的发动机，在水平路上以恒定速率 36 米/秒运行时，汽车须消耗的功率为 20 匹马力。设摩擦力相同，这辆汽车开足马力用相同的速率能爬上的最陡坡度是多少？（即求坡面与水平的夹角 θ 或 $\tan\theta$。）

4-63 一质量为 1000 公斤的汽车，发动机的功率 P 不变。在水平路面上，这汽车的最大速率为 36 米/秒，但在爬坡度为每 20 米路面升高 1 米的山时，其速率仅为 30 米/秒。设摩擦阻力 F_μ 的大小不变，试从能量的角度考虑回答以下问题：

(1) F_μ 和 P 的大小各为多少？

(2) 这车子沿原路下山时速率为多少？

§8. 弹性位能及弹簧问题

4-64 在弹性限度内，把弹簧拉长 x_1 需做的功为 W_1，如果把弹簧拉长 $2x_1$，则需做的功为 W_1 的几倍？(弹簧质量可略去不计。)

4-65 如图 4-65 所示，一弹簧的自然长度为 $l=20$ 厘米，倔强系数为 $k=0.2$ 公斤/厘米。弹簧的一端固定在水平圆筒底上，另一端放置一小球，其质量为 $m=30$ 克。如果用手按住小球把弹簧压至10 厘米长时，突然放手，让弹簧把小球弹出，小球与圆筒的摩擦以及弹簧质量均可不计，求小球射出的速度。

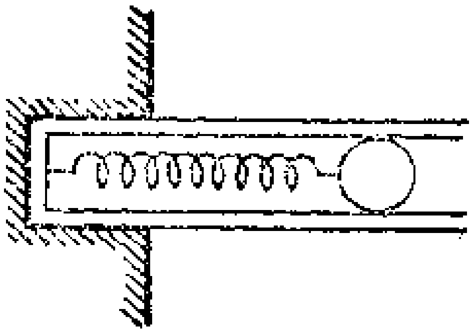


图 4-65

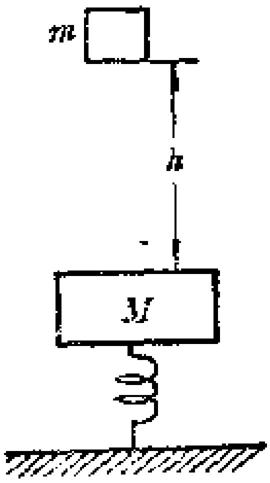


图 4-67

4-66 在一竖直悬挂的弹簧下端系上一物体，并设法让它慢慢下落到平衡位置静止不动。这时弹簧伸长的长度为 d。如果物体系住后，放手让物体自己下落，问这时弹簧伸长的最大长度是多少？

4-67 如图 4-67 所示，物体 M 和弹簧原来都处于静止状态，弹簧的倔强系数为 k。若有一质量为 m 的物体从 h 高度自由下落，撞在物体 M 上，设 m 与 M 作完全非弹性碰撞，求弹簧对地面的最大压力。(弹簧质量可略去不计。)

4-68 一个自然长度的轻弹簧(弹簧质量可略去不计)竖直悬挂着，它的下端在 $y=0$ 的位置。如将一质量为 m 的物体连接在弹

簧末端，然后让 m 自 $y=0$ 处由静止下落，弹簧因而伸长。设弹簧伸长 y 时达到新的平衡点，此时弹簧失去重力位能 mgy，但得到同量的弹性位能，所以

$$mgy=\frac{1}{2}ky^2$$

则平衡点的位置便为：

$$y=\frac{2mg}{k}。$$

以上的分析对吗？如果不对，错在哪里？

4-69 两个倔强系数分别为 k_1 和 k_2 的弹簧，串联在一起，它们的一端固定在墙上，另一端作用一力把弹簧拉长，如图 4-69 所示。在这种伸长状态下，两弹簧位能的比例等于多少？

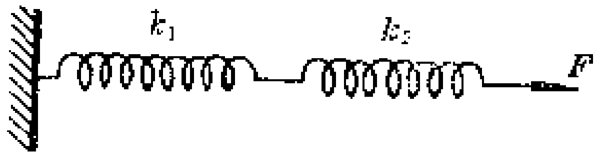


图 4-69

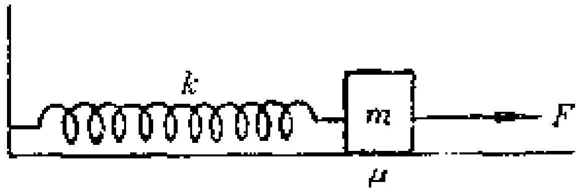


图 4-70

4-70 如图 4-70 所示，一倔强系数为 k 的轻弹簧（弹簧质量可略去不计），一端拴在墙上，另一端绕住质量为 m 的木块，m 与水平桌面间的摩擦系数为 μ。开始时 m 不动，然后以不变的力 F 向右拉 m，则 m 自平衡点开始向右运动，求 m 达到最远时系统的弹性位能。

4-71 如图 4-71 所示，一物体 m 放在光滑的水平面上，m 两边分别与倔强系数为 k_1 和 k_2（$k_1\neq k_2$，但相差不太悬殊）的两轻弹簧（弹簧质量可略去不计）相连。若在右面弹簧的末端用力 f 向右拉，试问：

（1）非常缓慢地拉长距离 l，f 做的功为多少？

（2）突然拉长 l 距离便不动，f 做的功为多少？

（3）在（2）的情形下，m 的最大动能为多少？

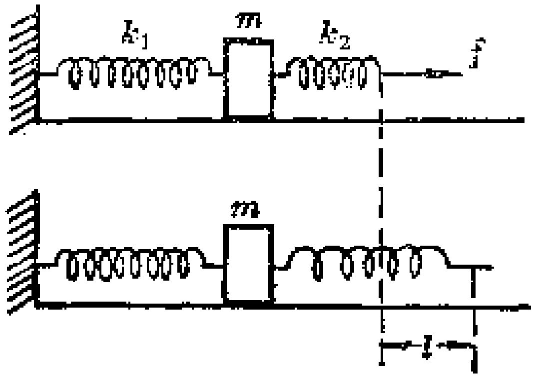


图 4-71

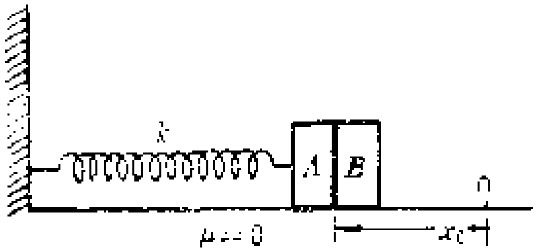


图 4-72

4-72 一倔强系数为 k 的轻弹簧(弹簧质量可略去不计)，一端固定在墙上，另一端系一质量为 m_A 的物体 A，放在光滑的水平面上。当把弹簧压缩 x_0 后，再靠着 A 放一质量为 m_B 的物体 B（如图 4-72)。开始时，由于外力的作用系统处于静止，若除去外力，试问：

(1) A 和 B 离开时，B 以多大的速度运动？

(2) A 最大能移动多少距离？

4-73 如图 4-73 所示，工程上卸车为了减小冲力，在停车处装一倔强系数为 k 的弹簧。质量为 m_A 的小车自高 h 处由静止沿光滑的轨道下滑。质量为 m_B 的挡板固定在弹簧上（相对 m_B，弹簧质量可以忽略），静置于停车处。若 m_A 滑到停车处时，m_A 与 m_B

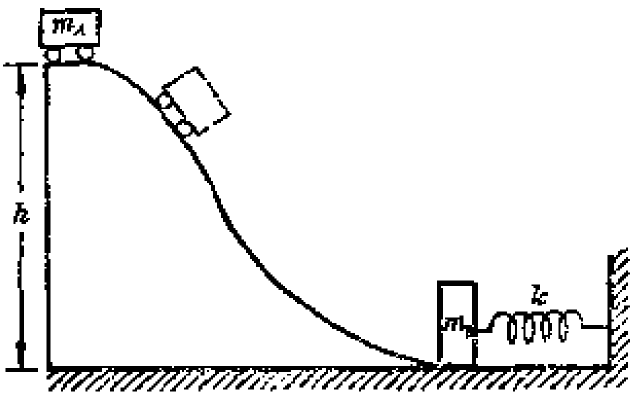


图 4-73

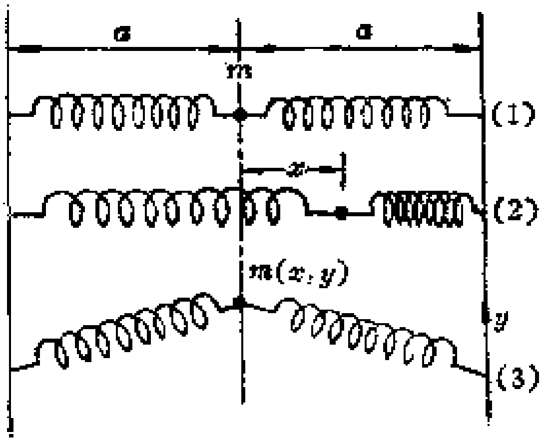


图 4-74

发生完全非弹性碰撞。求弹簧所受的最大压力。

4-74 在光滑的水平桌面上，有两个自然长度为 a、倔强系数为 k 的弹簧串联在一起，两端分别固定在点 $(-a, 0)$ 和点 $(a, 0)$ 上，另外两个端点共同联接在一个质量为 m 的小球上，弹簧质量可略去不计（如图 4-74）。假设任一弹簧都可以无扭曲地伸长或压缩。

（1）当联接点移到点 (x, y) 时，证明这系统的位能为

$$U=\frac{k}{2}\{[(x+a)^2+y^2]^{\frac{1}{2}}-a\}^2+\frac{k}{2}\{[(a-x)^2+y^2]^{\frac{1}{2}}-a\}^2;$$

（2）由于位能 U 是 x 和 y 的函数，所以求相关的力就必须用偏微商。求出分力 F_x，并证明 $x=0$ 时，$F_x=0$。

（3）求 $x=0$ 时，$F_y=$?

（4）在 x-y 平面上，画出位能 U 的曲线，并找出平衡点。

$$\left[\text{提示：}\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=\frac{d}{dx}f(x, y=\text{常数}),\quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}=\frac{d}{dy}f(x=\text{常数}, y)。\right]$$

4-75 一质量为 m 的小球，因受约束，只能沿着一无摩擦的杆（沿 x 轴）滑动。小球被两个质量可略去不计的弹簧拴住，它们的倔强系数都是 k，自然长度都是 L_0，弹簧的另外两端分别固定在 $x=0$，$y=\pm a$ 处的两个钉子上（如图 4-75），略去弹簧与钉子的摩擦。

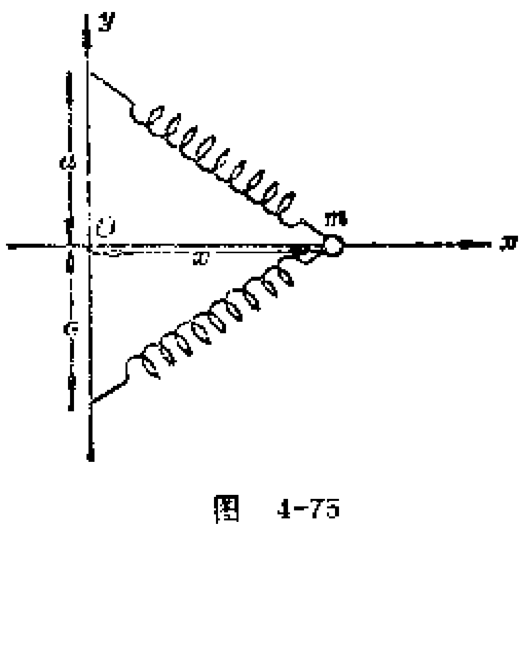


图 4-75

（1）当小球离原点为 x 时，求这系统的总势能；

（2）当 $L_0=a$ 并且小

球从 $x=\sqrt{3}a$ 处由静止开始运动，求它通过 $x=0$ 时的速率；

(3) 要使 $x=0$ 处分别是(a)稳定平衡位置；(b) 随遇平衡位置；(c) 不稳定平衡位置，L_0/a 各应为什么值？$\left(提示：用\left.\frac{d^2u}{d^2x}\right|_{x=0}检查\right)$。分别画出稳定和不稳定情况下势能函数的草图。

4-76 一个特殊的弹簧(非简谐力弹簧)，力的规律为 $F=-Dx^3$，其中 D 为常数、x 为离开平衡点的位移。试问：

(1) 选 $x=0$ 处的位能 $U=0$，试问：x 处的位能是多少？

(2) 缓缓地将它从零点拉伸至 x，要做多少功？

§9. 有心力场及引力场问题

4-77 假设一个质量为 m_1 的质点与一个质量为 m_2 的质点之间的相互作用力为

$$F=k\frac{m_1 m_2}{x^2},$$

式中 k 为正的恒量，x 为两质点间的距离。试求：

(1) 位能函数；

(2) 使两质点间的距离由 $x=x_1$ 增加到 $x=x_1+d$ 时所要做的功。

4-78 已知氢原子中原子核与电子间的相互吸引力为

$$F=-k\frac{e^2}{r^2},$$

式中 e 为电子电荷，k 为恒量，r 为电子与原子核之间的距离。假定原子核不动，电子在半径为 R_1 的圆轨道上绕核作匀速圆周运动，后来突然跃迁到半径为 R_2 ($R_2<R_1$) 的圆轨道上去，继续绕核作匀速圆周运动。

(1) 由牛顿第二定律，计算电子动能的变化；

(2) 用保守力做功与位能的关系式计算位能减少的值；

(3) 求在跃迁过程中，原子的总能量减小的值(这能量以辐射形式放射出去)。

4-79 (1) 选无穷远处为位能的零点，问质量为1公斤的物体在地球表面上的位能是多少？

(2) 选无穷远处为位能的零点，问质量为1公斤的物体在离地心距离 10^5 公里处的位能是多少？

(3) 将上述质量为1公斤的物体从地球表面移至离地心 10^5 公里处，我们至少要做多少功？

4-80 (1) 一个质量为 m 的人造地球卫星，以匀速率 v 绕地球作匀速圆周运动，圆心半径为 r，求作用在这卫星上的向心力；

(2) 上述向心力就是地球吸引卫星的万有引力，由此用 r、G 和 M 表示出 v (其中 G 为引力常数，M 为地球质量)；

(3) 设 $r=\infty$ 时位能 $U=0$，求这卫星的动能与位能之比。

4-81 假设你去访问一无大气的小行星(半径为 R_0)，发现一物体以速率 v_0 水平抛出后，恰好环绕该星体的表面作匀速圆周运动。试回答下列问题，并用 v_0、R_0 表出你的结论：

(1) 这小行星的逃逸速度是多少？

(2) 在该行星表面竖直向上抛一物体，要使它最高达到 R_0 的高度，则上抛速率应为多少？该物到达 $\frac{1}{2}R_0$ 高度时，其速率为多少？

(3) 一质量为m的物体，处在离该行星表面为y的高度上，其位能是多少？[展成y/R_0的级数，保留到$(y/R_0)^2$项。]

(4) 如$y \ll R_0$，要使物体从该行星表面升到y的高度，其上抛速率应为多少？[与前面一样，取同样近似，保留到$(y/R_0)^2$项。]

4-82 地震的里氏(Richter)震级公式如下：

$$\log E_M = 12.24 + 1.44M$$

式中E_M是某次地震释放出的能量（以尔格为单位），M是该地震的震级。康熙十八年七月二十八日（1679年9月2日），北京地区发生一次八级地震($M=8$)。试问：

(1) 该地震释放出来的能量是多少？

(2) 如果从地面上举起重物，这些能量能把多少质量的物体升高1公里？

4-83 一均匀球体，半径为R，质量为M。求离中心为r处的引力势U(即单位质量的位能)和引力场强F（即单位质量所受的力），画出U-r和F-r曲线。(应分别考虑$r<R$和$r>R$的情况。)

§10. 杂　　题

4-84 判断图4-84中各系统的机械能是否守恒：

(1)物体自由下落，以物、地为系统，不计空气阻力。

(2) 物体上抛，以物、地为系统，不计空气阻力。

(3) 如(2)中空气阻力不能忽略，结果如何？

(4) 物体沿固定斜面下滑，以物、地为系统，分别考虑有、无摩擦两种情形，不计空气阻力；

(5) 以拉力F使物体匀速上升，以物、地为系统，不计

空气阻力；

(6) 小球摆动，以物、地为系统，不计空气阻力。

(7) 子弹水平地射入放在光滑水平面上的木块，以子弹、木块为系统；

(8) 一球(或一圆盘)沿固定斜面无滑动地滚下，以物、地为系统。

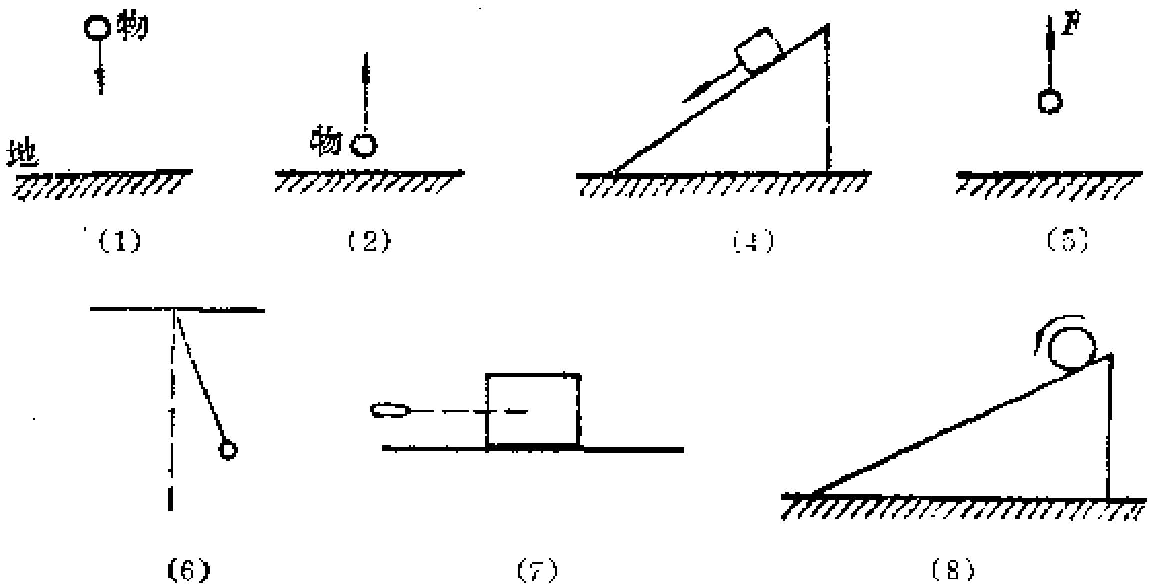


图 4-84

4-85 如图 4-85 所示，两个质量分别为 m_1 和 m_2 的木块都可以在光滑表面 PQR 上滑动。先用 m_1 压缩一个倔强系数为 k 的弹簧，压缩的长度为 x_0，然后由静止释放，m_1 被弹出与静止在 Q 处的 m_2 发生完全弹性碰撞。试问：

(1) 若 $m_1<m_2$，m_1 在与 m_2 碰撞之后，第一次回去能把弹簧压缩的长度 x 为多大？

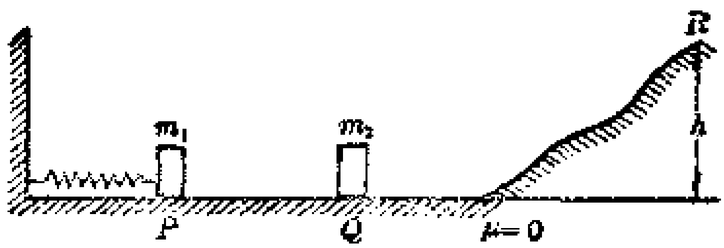


图 4-85

(2) 若$m_1=m_2$，则x为多大？

(3) 再设$m_1<m_2$，最初x_0必须多大，才能使m_2最高达到高为h的R处？

4-86 一架质量为500公斤的直升飞机停在空中，其螺旋桨把空气以10.0米/秒的速度向下推。求每秒钟螺旋桨所推下的空气质量以及该空气所得到的动能。

4-87 用铁锤把钉子敲入木板，设木板对钉子的阻力与钉子进入木板的深度成正比。在铁锤敲第一次时，能把钉子敲入木板1.0厘米深。若铁锤敲钉子的速度与第一次相同，问第二次能敲入多深？

4-88 力$\boldsymbol{F}=1.5y\boldsymbol{i}+3x^2\boldsymbol{j}-0.2(x^2+y^2)\boldsymbol{k}$牛顿，作用在质量为1.00公斤的粒子上。

(1) $t=0$时，粒子位置在$\boldsymbol{r}=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$米，运动速度为$\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$米/秒，试求此时：

(a) 作用在粒子上的力；

(b) 粒子的加速度；

(c) 粒子的动能；

(d) 粒子动能的变化率。

(2) $t=0.01$秒时，这个粒子的位置、速度和动能分别近似地为多少？

(3) 除上述力外，再在粒子上加一个约束力，使它沿一个无摩擦的轨道从点(0, −1, 0)移到点(0, 1, 0)。对于下述两种轨道分别求力$\boldsymbol{F}$做的功：

(a) 沿y轴的一条直线；

(b) 沿$z-y$平面内的圆轨道(圆心在原点)。

4-89 一质点由一半径为R的光滑大球面最高处自由下滑，初速度很小可略去不计，大球面固定不动，问质点下降的高度h等

于多少时，它离开大球面？

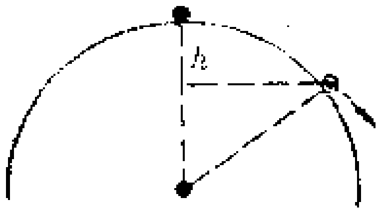


图 4-89

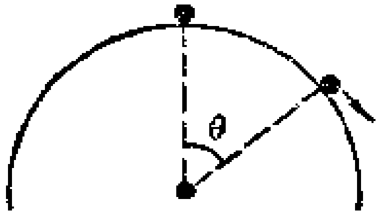


图 4-90

4-90 一质点由一半径为R的光滑圆柱面的最高处自由下滑，初速度很小可略去不计，圆柱体不动，问它滑到θ角（如图4-90所示）等于多大时离开柱面？

4-91 一质点在一半径为R的光滑固定球面上，在重力作用下，由静止出发下滑，出发点在球面最高点以下$\frac{R}{2}$高度处。证明：质点在球心上面高为$h=\frac{R}{3}$处离开球面。

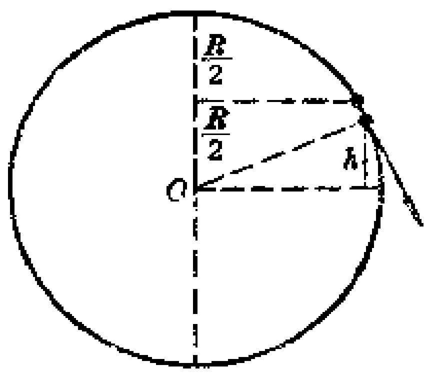


图 4-91

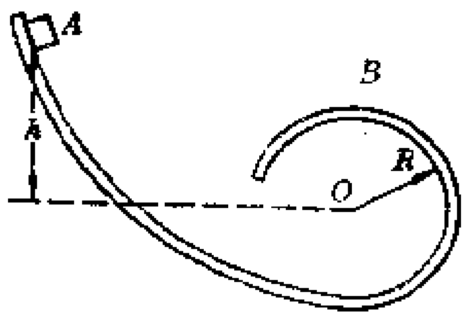


图 4-93

4-92 一质点在光滑固定球面上的任意点P在重力作用下由静止开始往下滑，在Q点离开球面。证明：PQ两点的高度差等于P点到球心的高度差的$\frac{1}{3}$。

4-93 一质量为m的小物体从一下坡轨道的A点由静止出发下滑，下坡轨道的下端接着一个以O点为圆心，半径为R的圆形轨道，设轨道都在竖直平面内，A与O的高度差为h，若略去摩擦。

(1) 求它到达圆形轨道最高点B时的速度和它所受的

力以及它作用在轨道上的力；

(2) 要使m不离开圆形轨道下落，h至少应为多少？

4-94 用一条细线把质量为M的圆环挂起来，环上有两个质量为m的小环，它们可以在大环上无摩擦地滑动（如图 4-94）。若两小环同时从大环顶部释放并沿相反方向自由滑下。

证明：如果$m>\frac{3}{2}M$，则大环会升起；求大环开始上升时的角度θ。

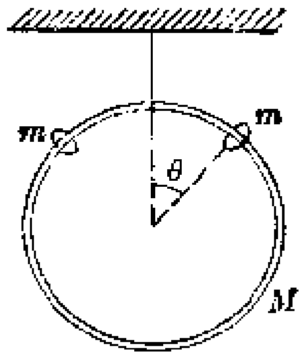


图 4-94

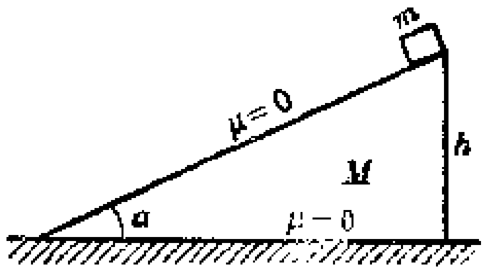


图 4-95

4-95 如图 4-95 所示，一劈形物体的质量为M，静止在光滑的水平面上，它上面有一个质量为m的小物体，在高度为h处自静止无摩擦地下滑到底。试求：

(1) 当m下滑到$\Delta h(\Delta h<h)$的高度时，m对M所做的功；

(2) 当m刚刚下滑到水平面上时，M走了多少距离？

4-96 如图 4-96 所示，一光滑的滑梯M，放在一光滑的水平面上，滑梯底部轨道与水平线相切，高为h，小物体m自滑梯顶部由静止下滑。试求：

(1) 当m滑到地面时M的速度V；

(2) 当m滑到地面时滑梯对m所做的功。

4-97 (1) 一升降机匀速下降，它的吊绳突然被卡住，这时绳内的张力将怎样变化？

（2）设升降机的质量为$M=3.0$吨，原来下降的速度为$v_0=1.0$米/秒，绳子的倔强系数为$k=1.0$吨/厘米。计算上述过程中绳上的最大张力和相应的伸长量。

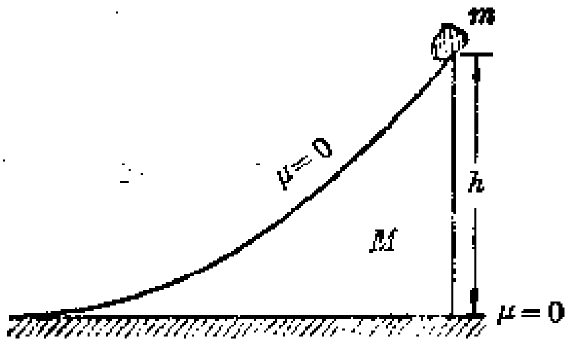


图 4-96

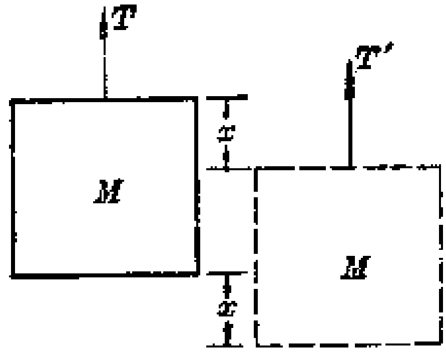


图 4-97

4-98 一质量为M的火车在平直轨道上匀速前进时，最后一节质量为m的车厢突然脱落，这车厢在走了l长的路程后停止。假设机车的牵引力和列车与轨道间的摩擦系数都不变。问当脱落的那节车厢停止时，列车距此车厢多远？

4-99 一喷气式飞机的质量为M，由一架抽气机来推动，抽气机把空气吸进来又由机尾喷出去。喷出的气流对于飞机的速度是不变的，等于u；每秒钟喷出去的气的质量也是不变的，等于m。设各处的摩擦阻力都可略去。若在$t=0$时飞机由静止出发并保持水平飞行。试求：

（1）飞机的速度v与时间t的关系；

（2）飞机的瞬时效率η与u和v的关系。何时这瞬时效率最大？最大值是多少？

4-100 一质量为6.0公斤的物体，在$t=0$时刻，从$x=0$处由静止出发，沿x轴在一个无摩擦的轨道上运动。

（1）在$F=3+4x$的力的作用下（x以米为单位，F以牛顿为单位），它移动了3.00米，问在这个位置

（a）它的速度是多大？

(b) 它的加速度是多大？

(c) 消耗在它上面的功率是多大？

(2) 在 $F=(3+4t)$ 的力的作用下（t 以秒为单位，F 以牛顿为单位），它移动了 3.00 秒，问在这个时刻，

(a) 它的速度是多大？

(b) 它的加速度是多大？

(c) 消耗在它上面的功率是多大？

4-101 有两个完全弹性的小球 A 和 B，A 的质量为 50 克，B 的质量为 100 克，如果 B 球原来静止在光滑的水平面上，A 球以 50 厘米/秒的速度与 B 球作对心碰撞，在碰撞过程中 A 球的速度渐减，B 球的速度渐增，试问：在两球速度相等的一瞬间，

(1) 两球动量之和是多少？

(2) 两球的动能之和是多少？

(3) 两球的弹性位能之和是多少？

4-102 如图 4-102 所示，在光滑水平面上有一个质量为 m_B 的静止物体 B 上，有一质量为 m_A 的静止物体 A；A、B 间的摩擦系数为 μ。今有一子弹从左边射到 A 上并被弹回，于是 A 因此向右

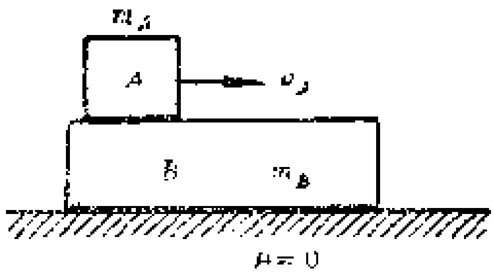


图 4-102

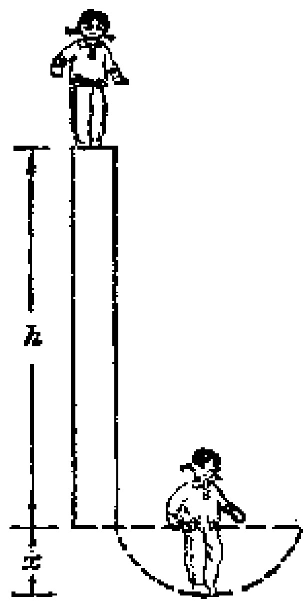


图 4-103

运动，开始时它相对于水平面的速度为 v_A。若 A 逐渐带动 B，最后与 B 以相同的速度 v 一起运动。问 A 从开始运动到相对于 B 静止时，在 B 上滑了多远？

4-103 一杂技演员从距网高 $h=10$ 米处跳到弹性网上。如果演员站在网上静止不动时，网的弯曲为 $x_0=20$ 厘米。问演员跳到网上给网的最大压力是演员本身重量的多少倍。(网的质量不计。)

第五章　动量　角动量

5-1　用线吊一砝码，砝码下再系一同样的线。若突然用力向下拉下边的线，则下边的线断而上边的线不断；若慢慢向下拉下边的线，则上边的线断而下边的线不断。试说明此现象的道理。

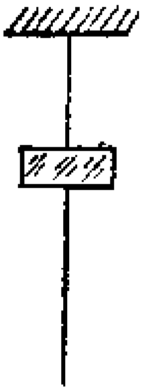


图　5-1

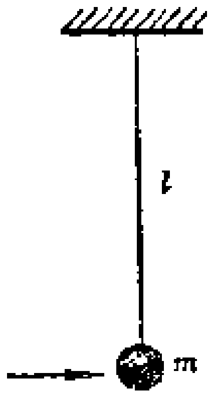


图　5-2

5-2　如图 5-2 所示，长为 $l=30.0$ 厘米、最大强度为 $T=1.00$ 公斤力的绳子，系一质量为 $m=500$ 克的小球，若 m 原来静止不动，要用多大的水平冲量作用在 m 上，才能把绳子打断？

5-3　用姆指往木头上按图钉比较费力，用螺丝刀往木头里拧螺钉也比较费力，而用铁锤往木头上敲铁钉则比较省力。为什么？

5-4　图 5-4 是一摆长为 $l=100$ 厘米、摆锤质量为 $m=10.0$ 克的单摆。初始时刻摆锤处于平衡位置。若突然给摆锤一向左的冲量，使摆锤达到的最高位置比平衡位置高 10.0 厘米，设冲力的作用时间为 0.001 秒，求此时间内的平均作用力。

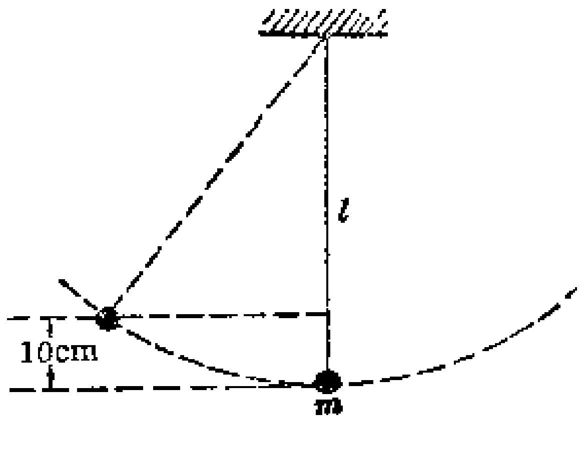


图　5-4

5-5 一颗子弹由枪口射出时速率为 300 米/秒，当子弹在枪筒里前进时，它受到的合力为

$$F=400-\frac{4\times10^5}{3}t,$$

其中 F 和 t 各以牛顿和秒为单位。

(1) 假设子弹走到枪口处合力刚好为零，计算子弹走完枪筒全长所用的时间；

(2) 求力的冲量；

(3) 求子弹的质量。

5-6 一质量为 50 克、速率为 350 米/秒的子弹，射入木桩 0.10 米深。设木桩牢牢地埋在地上不动，木桩对子弹的阻力为常数。试求：

(1) 子弹在木桩里的加速度的大小；

(2) 木桩对子弹的阻力的大小；

(3) 子弹在木桩里运动的时间；

(4) 木桩作用在子弹上的冲量；

(5) 如果你是用(2)和(3)的结果计算(4)，那么，所得出的冲量的值与子弹的初始动量是否相同？

5-7 一$F=30+4t$ 的力作用在质量为 10 公斤的物体上（F 和 t 的单位分别为牛顿和秒）。

(1) 在开始的两秒钟内，此力的冲量是多少？

(2) 要使冲量等于 300 牛·秒，此力的作用时间是多少？

(3) 如果物体的初速度为 10 米/秒，运动方向与 F 方向相同，在(2)问的时间末，此物体的速度是多少？

5-8 一重 150 克的棒球被球棒击中，击中前后的速度大小分别为 30 米/秒和 45 米/秒，方向相反。求棒球动量的变化和棒作用在球上的冲量。如果棒和球接触的时间为 0.002 秒，问棒对球的平

均冲击力是多少？

5-9 一质量为 50 克的石块，静止放在光滑的水平桌面上。另一质量为 2.5 克的子弹以 300 米/秒的速度沿水平方向朝该石块射击。击中石块后，子弹的速度仍在同一水平面内，但与原来方向成 $45°$ 角，其大小为 225 米/秒。试求：

(1) 石块速度的大小和方向；

(2) 子弹作用在石块上的冲量的大小和方向。

5-10 一质量为 250 克的锤子，以 1.0 米/秒的速率敲在钉子上。

(1) 分析锤头所受的力，画出它的隔离体图；

(2) 假设从锤头开始接触钉子到停止运动的时间为 1.0×10^{-3} 秒，每个力的平均值是多少？

(3) 假设从锤头开始接触钉子到停止运动的时间为 1.0×10^{-4} 秒，每个力的平均值是多少？

5-11 一质量为 10.0 克的小球，从 $h_1=25.6$ 厘米高度处由静止下落到一个水平桌面上，反跳的最大高度为 $h_2=19.60$ 厘米。问小球与桌面碰撞时给桌面的冲量是多少？

5-12 "一个物体系的动量守恒，如果其中某些物体的速度变大，则另一些物体的速度一定会变小；某些物体的速度变小，另一些物体的速度一定会变大。"这种说法对吗？为什么？

5-13 动量与参照系的选择有关吗？动量守恒定律在任何参照系中都成立吗？

5-14 物体系动量守恒的条件是作用在系统上的合外力等于零。一般讲来，碰撞、打击等过程都是在有外力的条件下发生的(摩擦力、重力等)。为什么对于碰撞、打击等过程又能运用动量守恒定律呢？

5-15 判断下述各过程中系统的动量是否守恒？为什么？

(1) 小球与墙壁相碰，把小球和墙壁当做一个体系；

(2) 静止在光滑水平面上的 A、B 两木块，由一弹簧连接着，先将两木块水平地拉开，再由静止释放。以 A、B 和弹簧作为一体系；

(3) 两小球在桌面上相碰，以两小球作为一系统，考虑小球和桌面有摩擦和没有摩擦两种情形；

(4) 人向上抛球接球的过程。以人和球作为一体系；以人、球和地球作为一体系。

图 5-15

图 5-16

5-16 两个质量分别为 m_A 和 m_B 的物体，中间用自然长度为 L、倔强系数为 k 的弹簧连接着，放在光滑的水平桌面上，如图 5-16 所示。现在用大小相等、方向相反的两个力 F_1、F_2 相向地推两物体，使它们达到平衡，弹簧仍在弹性限度内。

(1) 求弹簧长度的变化；

(2) 若突然同时撤去外力 F_1 和 F_2，问撤去 F_1、F_2 的瞬间作用在两物体上的力各是多少？

(3) 在 F_1 和 F_2 撤去后的整个运动过程中，两物体的运动状态如何？系统的动量等于多少？动量守恒定律对该物系统成立吗？

5-17 两个质量分别为 m_A 和 m_B 的物体，中间用自然长度为 L、倔强系数为 k 的弹簧连接着放在光滑的水平桌面上。又有两个质量为 m'_A 和 m'_B 的物体分别放在 m_A、m_B 上，m'_A 和 m_A 之间、m'_B 和 m_B 之间的摩擦系数分别为 μ_A 和 μ_B，如图 5-17 所示。现在用大小相等、方向相反的两个力 F_1 和 F_2 相向地推 m_A、m_B 两物体，使弹簧在弹性限度内压缩，系统达到平衡后，撤去 F_1 和 F_2 使物体

运动起来。问在物体运动过程中系统的动量守恒吗？系统的动量等于多少？机械能守恒定律在此过程中成立吗？(分别就m'_A和m_A之间m'_B和m_B之间有相对运动和没有相对运动两种情形回答上述问题。)

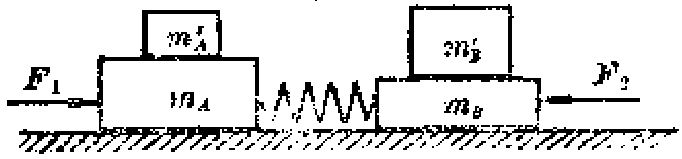


图 5-17

5-18 在用冲击摆测量子弹速度的过程中，子弹击中砂箱后陷入砂箱当中，使砂箱摆到某一高度 h。我们用测得的 h 的大小，根据机械能守恒定律，求出子弹陷入砂箱后子弹和砂箱一起摆动的速率，再根据动量守恒定律求出子弹的速度。问这样做的根据是什么？在整个过程中，机械能守恒定律和动量守恒定律都成立吗？

5-19 质量为 2.00 克的子弹，以 500 米/秒的速度射进一冲击摆。子弹穿出时的速率为 100 米/秒，设摆的质量为 1.00 公斤，摆长为 1.00 米。求摆达到的高度。

5-20 一质量为M的物体，通过倔强系数为 k 的弹簧与墙壁相连，放在光滑的平面上，静止不动，如图 5-20 所示。一质量为m的子弹以速度 v 水平地射入M内，同M一起作直线运动。弹簧质量可以略去不计，求M离开静止位置的最大距离 x_{max}。

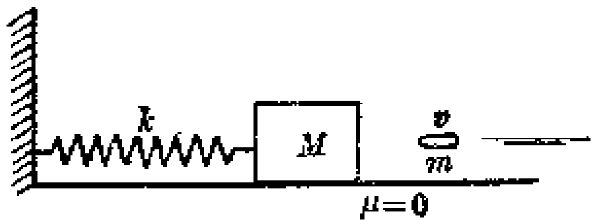


图 5-20

5-21 三只质量均为M的小船，一只跟着一只鱼贯而行，速率均为 v。由中间一只船上同时以速率 u (相对于中间船)分别把两

个质量均为m的物体(不包括在M之内)抛到前后两只船上。略去水与船之间的摩擦力,设v和u的方向都在同一直线上。试问:

(1) 当物体落入前后两只船上以后,三只船的速度如何?

(2) 两物体不同时抛,先向前抛,后向后抛,结果如何?

5-22 湖面上有一小船静止不动,船上有一渔人,质量为60公斤。设他在船上向船头走了4.0米,但相对于湖底只移动了3.0米,若水对船的阻力略去不计,问小船的质量是多少?

5-23 一子弹水平地穿过两个前后并排、静止地放在光滑水平面上的木块,木块的质量分别为m_1和m_2,设子弹穿过木块所用的时间分别为Δt_1和Δt_2。求子弹穿过两木块后两木块的运动速度。(设木块对子弹的阻力为恒力F。)

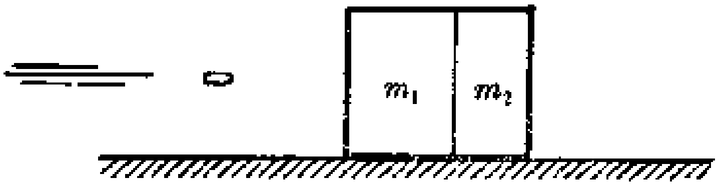


图 5-23

5-24 一厚而重的木板A竖直固定在地面上,如图5-24所示。设有一弹性球,以水平速度v_1与A作完全弹性碰撞,碰后弹回的速度v_2与v_1的大小相等。如若A不是固定在地面上,而是以速度v($v<v_1$)向右匀速运动。求碰撞后小球的速度。(设木板厚而重,故可以认为木板碰撞后速度不变。)

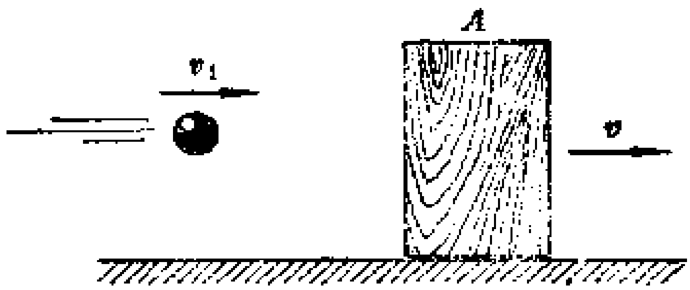


图 5-24

5-25 三个物体A、B、C,质量都是m,A、C靠在一起,中间

用一长为 $l=98$ 厘米的细绳连接着放在光滑水平桌面上，A 又通过一跨过桌边的定滑轮的细绳与 B 相连，如图 5-25 所示。已知 A、C 与桌面间的摩擦系数为 $\mu=0$，滑轮和绳子的质量以及滑轮轴上的摩擦均可不计，绳子的长度不变。问 A 和 B 运动后多长时间 C 开始运动？C 开始运动时的速度是多少？

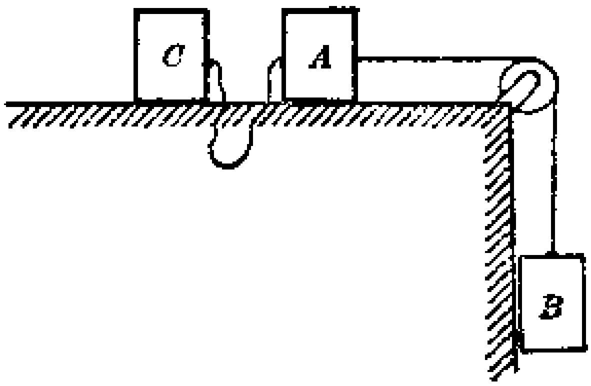


图 5-25

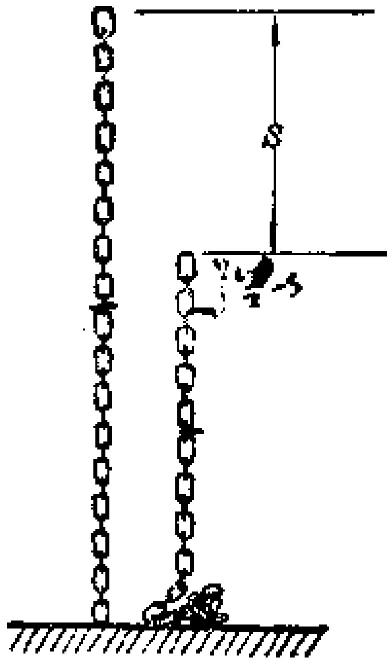


图 5-26

5-26 线密度为 ρ，长度为 L 的链条，用手提着一头，另一头刚好触及地面，静止不动。如图 5-26 所示。突然放手，使链条自由下落。求证：当链条的上端下落的距离为 S 时，链条作用在地面上的力为 $3\rho g s$。

5-27 两个质量都是 M 的冰车，并排静止在光滑的水平冰面上。一个质量为 m 的人，从第一个冰车跳到第二个冰车，再由第二个冰车跳回第一个冰车。证明：两个冰车的末速度之比为 $(m+M):M$。

5-28 两名身高都是两米的兰球运动员，质量分别为 M 和 $M+m$。若两人同时以相同的速率竖直向上起跳，在空中二人用力互推后，同时落地。若胖的一个落地处距他起跳点一米，问瘦的一个落在哪里？又问，他们的质心如何运动？

5-29 一条长度不变的绳子跨过一个质量可以略去不计的定

滑轮，两端各吊着质量相同的一只猴子。起初，猴子都停在距地面相同的高度上不动，后来他们同时往上爬。如果它们相对于绳子的速度一个是 v 一个是 $2v$，问谁先爬到顶？

5-30 一辆炮车停在水平路轨上。炮弹重 w，炮身和炮车共重 W，炮车可以在铁轨上自由反冲。设炮身倾角为 α，炮弹对炮身的相对速度为 V，求炮弹离炮身时相对于铁轨的速度的大小和方向。

5-31 如图 5-31 所示，一半径为 R 的光滑球，质量为 M，静止在光滑桌面上。在球顶点上有一质量为 m 的质点，m 自 M 球下滑，开始时速度非常小，可略去不计，求 m 离开 M 以前的轨迹。

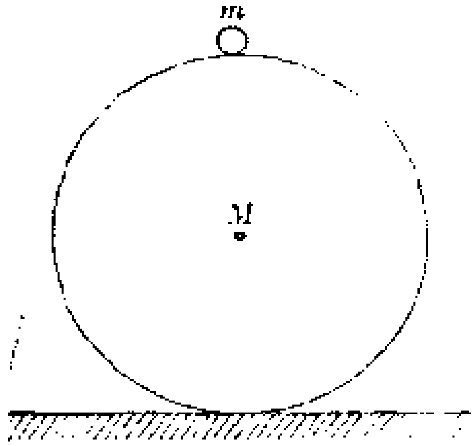


图 5-31

5-32 在放射性衰变中，处于静止状态的 ^{238}U 原子核放射出一个 α 粒子（^{4}He 核），α 粒子的速率为 1.4×10^{7} 米/秒（其动能为 4.1MeV），求衰变后的原子核（即 ^{234}Th 的原子核）的反冲速率。

5-33 一静止原子核，衰变时放出一电子和一个中微子，电子的动量为 9.22×10^{-15} 克·厘米/秒，中微子的动量为 5.35×10^{-16} 克·厘米/秒，电子和中微子的运动方向相互垂直。试问：

(1) 衰变后的原子核的运动方向如何？

(2) 它的动量有多大？

5-34 一个质量为 M 的球，自某高度水平抛出，落地时与地面发生完全弹性碰撞，在抛出一秒钟后又跳回原高度，速度仍是水平方向，大小也与抛出时相同，如图 5-34 所示。问在它与地面碰撞的过程中，地面给它的冲量是多少？方向如何？

5-35 如图 5-35 所示，一乒乓球与桌面作弹性碰撞。证明：乒乓球与光滑桌面碰撞时，它跳起时与桌面的夹角 θ' 等于它落下

时与桌面的夹角 θ。

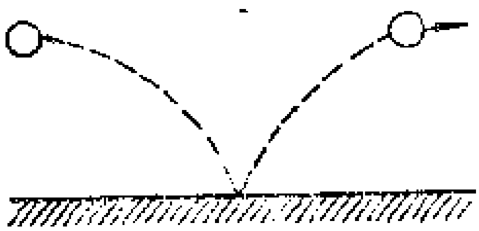


图 5-34

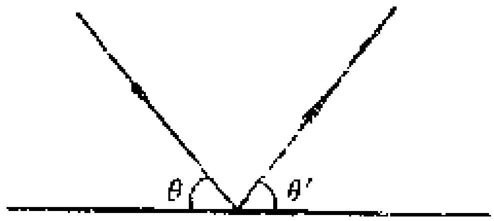


图 5-35

5-36 一质量为 $m=200$ 克的弹性球，以 $v=5.00$ 米/秒的速率碰在墙上，并由墙弹回。设碰撞前后速度的大小不变，而方向相反。球与墙碰撞的时间为 $\Delta t=0.05$秒，求碰撞时间内球对墙的平均作用力。

5-37 两个相同的弹性球发生碰撞，如果碰撞前它们的运动方向相互垂直。证明：碰撞后的运动方向也相互垂直。

5-38 两个弹性小球 A 和 B，A 的质量为 50 克，B 的质量为 100 克，B 球静止在光滑的水平面上，A 球以 50 厘米/秒的速率与 B 球作对心碰撞。在碰撞过程中，A 球的速率逐渐减小，B 球的速率逐渐增大。当两球的速率相等时，它们的动量之和是多少？动能之和是多少？弹性位能是多少？

5-39 一个速率为 v_0、质量为 m 的运动粒子，与一质量为 am 的静止粒子作完全弹性对心碰撞，如图 5-39 所示。问 a 的值多大时，靶粒子所获得的动能最大？

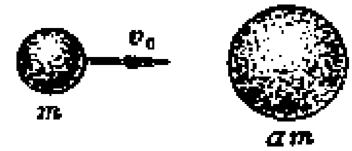


图 5-39

5-40 质量为 m_1 的运动粒子与质量为 m_2 的静止粒子发生完全弹性碰撞。证明：

(1) 当 $m_1<m_2$ 时，m_1 的偏转角可能取 0 到 π 之间所有值；

(2) 当 $m_1>m_2$ 时，$\theta_{\max}$ 满足如下公式

$$\cos^2\theta_{\max}=1-m_2^2/m_1^2;$$

$$0\leqslant\theta_{max}<\frac{\pi}{2}。$$

5-41 一运动粒子与一质量相等的静止粒子发生完全弹性碰撞。如果碰撞不是对心的，证明：碰撞后两粒子的运动方向彼此垂直。

5-42 两个可以在平直导轨上自由运动的滑块，质量分别为m_1和m_2，若m_1静止，m_2向m_1运动，且与m_1作完全弹性碰撞，碰后分开时它们的速度大小相等而方向相反，问这两滑块的质量之比是多少？

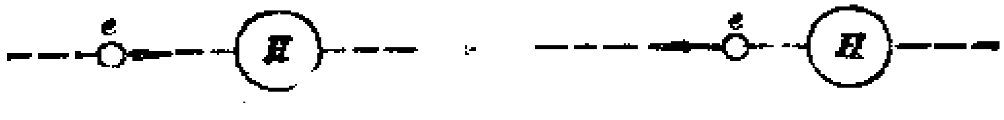
5-43 一质量为m_0、速度为$\boldsymbol{v}_0$的粒子与一质量为αm_0的靶粒子发生弹性碰撞。

(1) 碰撞后，靶粒子的速度$\boldsymbol{v}$与$\boldsymbol{v}_0$间的夹角β最大能等于多少？

(2) 写出碰撞后靶粒子在实验室坐标系中的动能K（以α，β和$\frac{1}{2}m_0v_0^2=K_0$表示。）

5-44 一个质量为m的中子与一质量为M的原子核发生完全弹性碰撞。证明：如果中子的初始动能为E_0，碰撞时中子可能损失的最大能量为$E_0\dfrac{4mM}{(M-m)^2}$。

5-45 如图 5-45 所示，一动能为E_e的电子与一静止的氢原子作完全弹性碰撞，电子碰撞后的速度正好与碰撞前的速度大小相等方向相反。已知氢原子的质量为电子质量的 1837 倍，问电子在碰撞中传递了多少动能给氢原子？



碰撞前　　　　碰撞后

图 5-45

5-46　在气垫实验中，有六个滑块在同一条直线轨道上。

(1) 假设这些滑块完全相同，每个质量均为M_0，证明：当一个滑块以速度v去碰其余五个静止地靠在一起的滑块时，如果碰撞是完全弹性的，这个滑块就把它的动量传递给最后一个滑块；当两个滑块合在一起去撞击其余靠在一起的四个静止滑块时，这两个滑块就把它们的入射速率v传递给最后两个滑块；当三个滑块合在一起去撞击其余靠在一起的三个静止滑块时，这三个滑块就把它们的入射速率v传递给其余三个滑块；

(2) 令右边最后一个滑块的质量m小于其余五个滑块的质量M，让一个质量为M的滑块从左边以速率v_0去撞击其余五个滑块。证明：如果碰撞是完全弹性的，则不可能只有m动而其他M都不动。如果只有最后两个滑块运动起来，它们的速率各为多少？

(3) 令右边最后一个滑块的质量M'大于其余五个滑块的质量M，让一个质量为M的滑块从左边以速率v_0去撞击其余五个靠在一起的滑块。求M'的速度以及左边第一个质量为M的滑块的速度。又，若$M' \gg M$时情况怎样？

5-47　证明：一个质量和M的运动的物体与一质量为m ($m \ll M$)的静止物体发生弹性的对心碰撞，碰撞后质量为m的物体的速率近似地等于质量为M的物体运动速度的二倍。

5-48　三个均匀球体A、B、C，质心都在同一直线上，C在中间，A、B在两侧。A、B的质量为m，C的质量为M。设A以速率v朝C运动与C发生对心完全弹性碰撞，碰前静止，碰后C又与B发生对完全碰撞，这次碰后C球速率恰好为零。求B原来的速率。

5-49　证明：一运动物体与一静止物体发生完全非弹性的对

心碰撞，若两物体的质量相同，则系统的动能损失一半。

5-50 如图 5-50 所示，一半径为 R 的半球形碗，碗底放一小球 m_2，另一小球 m_1 由碗边自静止下滑，与 m_2 发生完全非弹性的对心碰撞。设 m_1 和 m_2 与碗之间的摩擦力可略去不计。试求：

(1) 碰撞后 m_1 和 m_2 刚刚结合在一起运动时，它们作用在碗上的力；

(2) m_1 和 m_2 上升的最大高度。

图 5-50

5-51 一沿水平方向以 500 米/秒的速度飞行的质量为 2.0克的子弹击中在平面上静止的木块。木块的质量为 1.00 公斤。子弹穿出木块后，速度降为 100 米/秒，木块向前滑动了 20.0 厘米长的距离。试求：

(1) 木块与水平面间的摩擦系数；

(2) 子弹减少的动能；

(3) 在子弹穿出木块的瞬间，木块的动能。

5-52 如图 5-52 所示，一长为 l 的细绳跨过一定滑轮，两端分别挂着质量为 m 和 m' ($m>m'$) 的物体，物体距地面的高度都是 h，且 $2h<l$。让物体从静止开始运动，m 落地后，m' 将继续向上运动一段距离，而后 m' 向下运动通过绳子把 m 拉起。设 m 与地面的碰撞是完全非弹性的，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变，求 m 能上升的最大高度。

5-53 一质量为 M 的物体，放在光滑的水平桌面上，两根细绳分别挂着质量为 m 和 m' 的物体，跨过固定在桌边上的滑轮与 M 相连（如图 5-53 所示），且 $m'>m$，使 m' 从静止开始运动，经距离 x，m' 落到地面，与地面发生完全非弹性碰撞，而 m 在 m' 落地后将陆续上升一段距离后再下降把 m' 拉起。设绳子和滑轮的质量

以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计、绳子长度不变。求m'再上升时能达到的最大高度。

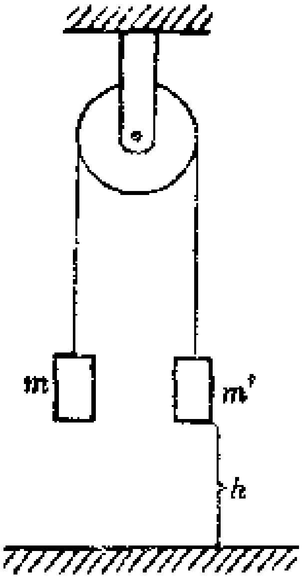


图 5-52

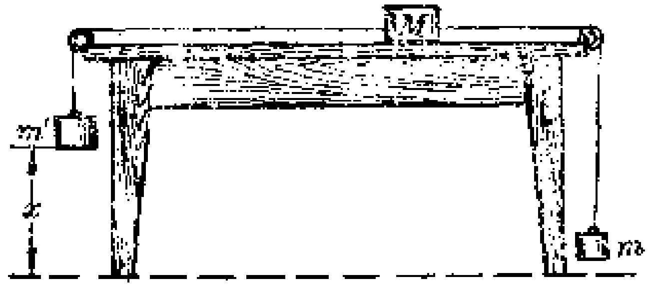


图 5-53

5-54 在铁轨上有一以1.0米/秒速率前进的10吨重的货车车厢，另一重20吨重的货车车厢在铁轨上静止不动，两车厢碰撞后接在一起。求碰撞后它们的速度和碰撞中损失的动能。又若相碰后两车厢的速度为零，问碰撞前20吨重车厢的速率如何？

5-55 某建筑工地上，一送料吊车以1.0米/秒的速度匀速上升，一物体由距吊车底板22米的地方由静止落下，落在吊车底板上。设物体和吊车底板间的恢复系数为0.20，问物体第一次回跳的最高点在物体开始落下的那点以下(或以上)多少距离处？

5-56 (1) 一质量为m的运动粒子与一质量为$M(>m)$的静止粒子发生完全弹性碰撞，碰撞后m的运动方向偏转了90°，问M的运动方向如何？

(2) 如果碰撞不是完全弹性的，碰撞中损失的动能与原来动能之比为$1-\alpha^2$，问M的运动方向如何？

5-57 两物体发生碰撞，碰后相互离开的速率与碰前相互接近的速率之比，叫做恢复系数，以e表示($0\leqslant e\leqslant 1$)。证明：

(1) 若一球与一木板间碰撞的恢复系数为$e=r$，则该球从h_0高处落下弹跳n次后能达到的高度$h=h_0r^{2n}$；

（2）质量为m_1和m_2的两物体发生对心碰撞，设恢复系数为r，则在质心系中碰撞时损失的动能为其初始动能的$(1-r^2)$倍。

5-58 如图 5-58 所示，两个相同的弹子A和B，开始时处在水平光滑圆槽的直径的两端，A沿圆槽运动，B静止，t时刻发生碰撞，设碰撞的恢复系数为e，证明第二次碰撞的时刻$t'=2t/e$。

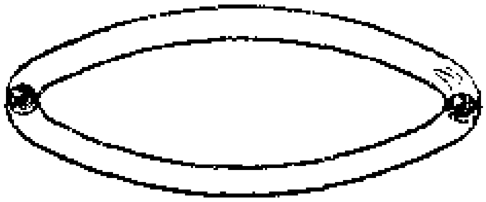


图 5-58

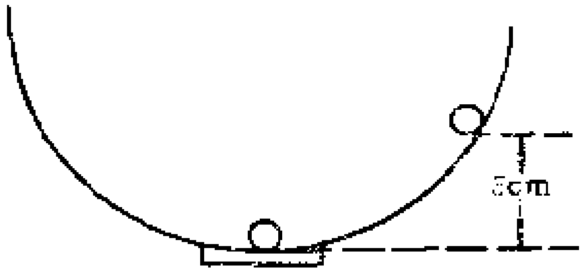


图 5-62

5-59 一个球赶上一个质量等于它的两倍、速率等于它的$\frac{1}{7}$的另一个球，并与之发生正碰，设它们的恢复系数为$\frac{3}{4}$。证明：两球碰撞后，后面那个球的速率为 0 。

5-60 一个球质量为m、速度为u，第二个球质量为em、速度为$-eu$，二球发生正碰。证明，如果恢复系数为e，则第二个球在碰撞后的速度等于第一球在碰撞前的速度。

5-61 在一水平导轨上有两个质量相等的滑块A和B，A静止，B以速度v向A运动。设两者发生非完全弹性碰撞，恢复系数为e，求碰撞后A相对于B的速度。

5-62 如图 5-62 所示，设有两个完全相同的光滑小球，质量都是 5.0 克，一个静止地放在光滑的碗底，一个自 5.0 厘米高处由静止出发，沿碗下滑。设两个球碰撞时的恢复系数为 0.5，问静止球被碰后升到多高？

5-63 一个球从h高处自由落下，掉在地板上，设球与地板碰

撞时的恢复系数为 e ($e<1$)。证明：球经过 $t=\frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 秒的时间停止回跳。在这段时间里，球所经过的路程为$s=\frac{1+e^2}{1-e^2}h$。

5-64 在光滑平面上一点，以速度 u 抛射一质点，u 的方向与水平面成 α 角。设质点与平面间的恢复系数为 e。证明：在质点停止反跳前经过的水平距离为$\frac{u^2}{g}\frac{\sin 2\alpha}{1-e}$。

5-65 如图 5-65 所示，一质量为 m 的重锤从质量为 M 的木桩上面 h 高处自由下落，打在木桩上，锤和桩一起下沉 s 距离。在求木桩下沉过程中地对木桩的平均阻力时，三人得到三个结果：

(1) $F=\frac{m^2}{M+m}\left(\frac{h}{m}\right)g$;

(2) $F=\left[(M+m)+m\left(\frac{h}{s}\right)\right]g$;

(3) $F=\left[(M+m)+\frac{m^2}{M+m}\left(\frac{h}{s}\right)\right]g$。

问哪个结果对，哪个结果错？错在哪里？

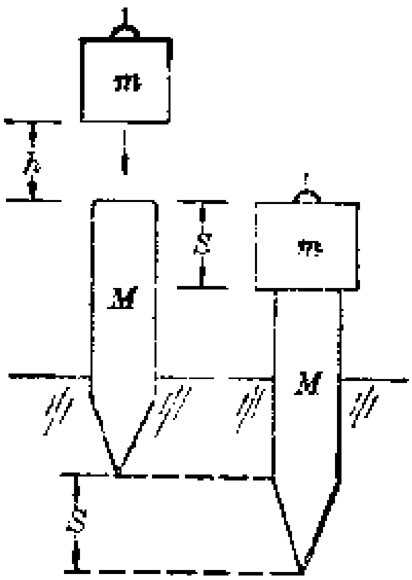


图 5-65

5-66 一火箭均匀地向后喷气，每秒钟喷出 90.0 克的气体，喷出的气体相对于火箭的速度为 $v=300$ 米/秒，设火箭开始时静止，火箭体和燃料的总质量为 $m_0=270$ 克。试问：

(1) 喷气后多少时间，火箭速度达到 40.0 米/秒？

(2) 若火箭的燃料是 $m=180$ 克，它能达到多大的速度？(本题不计重力和空气阻力。)

5-67 n 个体重均为 w 的人，站在重为 W 的铁路平板车上。车沿着平直路轨无摩擦地向前运动，速度为v_0。如果每个人都以相对于车的速率 v 向车后跑并跳下车，求下列两种情况下，人都跳下车

后，车的速度。(1)一个一个地跳(一个人跳下后，另一个人才起跑)；(2)全体同时跑，同时跳。

5-68 一个三级火箭，各级重量如下表所示，不考虑重力，火箭的初速度为0。

	发射总质量	燃　　料	燃料外壳
一　级	60吨	40吨	10吨
二　级	10吨	20/3吨	7/3吨
三　级	1吨	2/3吨	

(1) 若燃料相对于火箭喷出速率为2500米/秒，每级燃料外壳在燃料用完时将脱离火箭体，设外壳的脱离速率相对于火箭速率为零。求第三级火箭的最终速率。

(2) 若把48吨燃料放在12吨的外壳里组成一级火箭，问火箭最终速率是多少？

5-69 一初始质量为M_0的火箭，以恒定的比率$\frac{dm}{dt}=-r_0$公斤/秒向后喷出燃料，喷出气体的速率相对于火箭为V_0。

(1) 若不计重力，求火箭的初始加速度；

(2) 若$V_0=2.0$公里/秒，问每秒钟喷出多少公斤燃料，火箭的推力才能达到10^5公斤力？

(3) 写出表示火箭速度与其剩余质量的关系式。

5-70 一质量为$M=3.0$公斤的物体，被一根绳子拴着与绳子一起放在地上，绳子的长大于10米，线密度$\lambda=0.50$公斤/米。现在由地面向上抛出该物体，当物体高出地面10米时，速度为4.0米/秒，问此时它的加速度是多少？(设绳子堆在一起，被拉起时其余部分保持不动。)

5-71 一质量为M的宇宙飞船在星际空间飞行。它用一面积

为A的洞捕集静止的氢（每单位体积的质量为ρ），再将其排出，排气的方向与飞船飞行的方向相反，排气的速率相对于飞船为v，问飞船的速率V等于多少时，它的加速度最大？用M、ρ、A、v表示此最大加速度。

5-72 证明：若不计重力和空气阻力，火箭的初速度为0，则当火箭初始质量M_0与发射后某一时刻的质量M的比值M_0/M等于e（自然对数的底数）时，火箭的速率等于喷气速率；当$\dfrac{M_0}{M}=e^2$时，火箭的速率等于喷气速率的两倍。这里的喷气速率指喷出气体相对于火箭的速率。

5-73 一重为6000公斤的火箭从地面竖直向上发射，若火箭喷射燃料气体的速率相对于火箭为1000米/秒。试问：

(1) 每秒钟喷出多少气体，才能有克服火箭重量所需的推力？

(2) 每秒钟喷出多少气体，才能使火箭在开始时有19.6米/秒^{2}的加速度？

5-74 竖直向上发射一火箭，初始质量为M_0，其燃料消耗量β克/秒是可调的，燃料喷出的速度V_0竖直朝下。

(1) 要使火箭在地面以上某个高度保持静止，求作为时间函数的β的表示式；

(2) 若燃料每秒钟的消耗量α保持一常数，且使α比(1)中所求出的β大，求作为时间函数的火箭向上的速度；

(3) 已知一初始质量为M_0，每秒钟燃料消耗量α为一常数，燃料气体相对于火箭的喷出速率为V_0，略去重力，则火箭的上升速度公式为：

$$v=v_0+V_0\ln\frac{M_0}{M_0-\alpha t} \qquad (*)$$

其中 $v_0 = v|_{t=0}$ 为火箭初始时刻的速度。请将(2)中所得到的、当 $M=\frac{3}{4}M_0$ 时的火箭速率值与由(*)式所得到的速率值相比较；

(4) 如果 $V_0=1.65\times10^5$ 厘米/秒——五倍声速，计算(3)中的两个速率的大小。

5-75 一个下雨天，5.0 吨重的敞篷货车在一平直的轨道上无摩擦地靠惯性滑行，设雨滴是竖直下落的，如果货车空载时，其滑行速率为 1.0 米/秒。问当货车经过一段距离后，车上积了 0.5 吨雨水时，货车的滑行速率变为多少？

5-76 物体的动量在不同的惯性系中是不同的，问它的角动量在不同的惯性系中是否相同？

5-77 两个质量都是 m 的质点，中间用长为 l 的绳子连在一起，以角速度 ω 绕它们的质心转动。(设绳的质量可以略去不计。)

(1) 求它们的角动量；

(2) 绳突然断了，求绳断后瞬间它们的角动量；

(3) 绳断前后，它们的角动量相等吗？

5-78 已知地球的质量为 5.98×10^{27} 克，地球到太阳的距离为 1.49×10^8 公里，地球绕太阳公转的周期为 365.25 天，求地球绕太阳公转的角动量。

5-79 一质量为 m 的地球人造卫星在半径为 r 的圆轨道上运行，用 r、G、m、M 表示它相对于轨道中心的角动量。其中 G 是万有引力常数，M 是地球质量。若 $m=100$ 公斤，r 等于地球半径的两倍，此人造卫星的角动量的数值是多少？

5-80 一人造卫星的质量为 M，在一半径为 r 的圆轨道上运行，其角动量为 J，求它的动能、位能和总能量。

5-81 绳的一端系一质量为 $m=50$ 克物体的，绳的另一端穿过一光滑桌面上的小孔 A 用手拉着。如图 5-81 所示，物体原以角

速度 $\omega_0=3.0$ 弧度/秒在桌面上的半径为 $r_0=20$ 厘米的圆周上运动。现将绳往下拉 10 厘米，将物体作质点看待，求其角速度的变化和能量的变化。（绳子质量以及物体和绳子与桌面之间的摩擦力均可不计。）

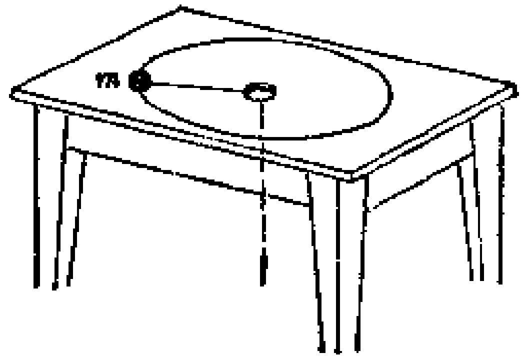


图 5-81

5-82 在一长度为 a 的棒的两端固定两个质点 A 和 B，形成一个“哑铃”。整个体系的质心在没有引力的空间静止不动。两质点绕其质心以 ω 角速度旋转。在旋转中其中一个质点与一静止的第三个质点 C 相碰，并粘在一起。已知质点 A、B、C 的质量都是 M，棒的质量可略去不计。

(1) 确定碰撞前那一瞬间三个质点共同的质心位置以及此时质心的速度；

(2) 碰撞前那一瞬间三个质点的体系绕其质心旋转的角动量是多少？碰撞后三质点体系绕其质心旋转的角动量是多少？

(3) 碰撞后系统绕质心的角速度是多少？

(4) 碰撞前后的动能各是多少？

5-83 两个滑冰运动员，体重都是 60 公斤，在两条相距 10 米的平直跑道上以 6.5 米/秒的速率相向地匀速滑行，当他们之间的距离恰好等于 10 米时，他们分别抓住一根 10 米长的绳子的两端。若将每个运动员看成一个质点，绳子质量略去不计。

(1) 求他们抓住绳子前后相对于绳子中点的角动量；

(2) 他们每人都用力往自己一边拉绳子，当他们之间距离为 5.0 米时，各自的速率是多少？

(3) 计算每个运动员在减小他们之间的距离时所做的

功。证明：这个功恰好等于他们动能的变化；

（4）如果在两运动员之间相距刚好等于 5.0 米时绳子断了，问此刻绳子中的张力多大？

5-84 设行星（或卫星）的公转方向与自转方向相同（太阳系的绝大多数行星和卫星都大致如此），则潮汐作用会使它们的自转变慢，而使它们的公转变快。

（1）用角动量守恒定律说明这一点；

（2）用牛顿第二定律说明这一点。即分析行星（或卫星）的受力，说明它自转变慢、公转变快。

5-85 证明：两个平动的物体发生非对心碰撞，若碰撞后结合成一个物体，则这物体必定有转动。

5-86 两根均匀细杆，质量都是m，长度都是l，都以速率v在垂直于长度方向平动，速度方向相反，如图 5-86 所示。当它们相遇时，相邻两端恰好相碰，而且粘接在一起形成一根长为$2l$的直杆。

（1）问碰撞后它们怎样运动？

（2）求碰撞后的角速度。

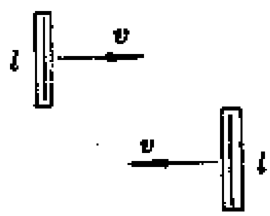


图 5-86

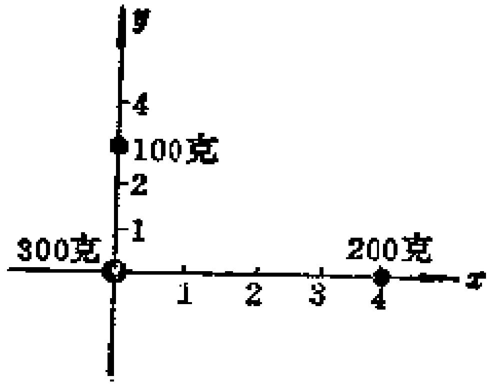


图 5-88

5-87 系统的质心位置与所选择的坐标系有关吗？设某系统的质心，在坐标系K中为$\boldsymbol{r}_c$，在坐标系K'中为$\boldsymbol{r}_c'$。有人说系统的质心移动了$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_c'-\boldsymbol{r}_c$，你的看法如何？

5-88 如图 5-88 所示，三个质量分别为 100 克、200 克、300 克的物体。求其质心位置$C(x,y)$。

5-89 有三个质点，$m_1=4$ 公斤，在直角坐标系中位于 (1, −3)，受一沿 x 方向的作用力 $F_1=14$牛；$m_2=8$ 公斤，位于(4, 1)，受一沿 y 方向的作用力 $F_2=16$ 牛；$m_3=4$ 公斤，位于(1, −1)，受一沿 $-x$ 方向的作用力 $F_3=6$ 牛。它们分别在所受的力作用下由静止状态开始独立运动。试求：

(1) 各自的加速度 $\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$ 和 $\boldsymbol{a}_3$；

(2) 初始时质心的位置；

(3) 质心的加速度。

5-90 已知 $m_1=12$ 公斤，$m_2=20$ 公斤的两个小物体，一同放在水平的光滑桌面上，原来静止，相距 0.4 米，其间无相互作用。在 m_2 上沿两物体的中心连线方向作用一力 $F=6.4$ 公斤，如图 5-90 所示。试求：

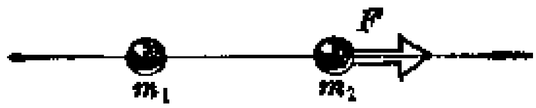


图 5-90

(1) 初始时体系质心的位置；

(2) 质心的加速度 $\boldsymbol{a}_c$；

(3) 三秒末质心移动的距离；

(4) 在地面坐标系里 3.0 秒末体系的动能；

(5) 在质心坐标系里 3.0 秒末体系的动能。

5-91 当两物体沿同一直线运动时，存在一特殊的坐标系，即质心坐标系，在这个坐标系里，一个物体的动量与另一物体的动量大小相等而方向相反。就是说，两物体的总动量为零。如果两物体的质量分别为 m_1 和 m_2，在实验室坐标系中运动速率分别为 v_1 和 v_2。证明：质心坐标系相对于实验室坐标系的运动速率为：

$$V_{CM}=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}。$$

5-92 如图 5-92 所示，在同一直线上有 N 个物体在运动着。它们的质量分别为 m_1、m_2、…、m_N，运动速度分别为 v_1、v_2、…、

v_N。求它们质心的速度。

图 5-92

5-93 (1) 两物体在同一直线上运动，总动能为T，在质心坐标系中它们的总动能为T_{CM}，证明：

$$T=T_{CM}+\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_{CM}^2;$$

(2) 把此结果推广到N个物体的情况。

5-94 (1) 两个质量分别为m_1和m_2的质点，在同一直线上运动，速率分别为v_1和v_2。证明：它们的质心的速率

$$V_C=\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)v_1+\left(\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)v_2;$$

(2) 设上述两质点发生弹性碰撞，碰撞后的速率分别为u_1和u_2，求碰撞后质心的速率。

5-95 一质量为$m_1=1.0$公斤、速度为$\boldsymbol{V}_1=6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$米/秒运动的物体与一质量为1.5公斤、速度为$\boldsymbol{V}_2=-4\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+8\boldsymbol{k}$米/秒运动着的物体发生完全非弹性对心碰撞，求碰撞前后两物体在质心坐标系中的动能。

5-96 质量为$m_A=1.0$公斤的物体在光滑的水平面上以6.0米/秒的速率向正北运动；质量为$m_B=2$公斤的物体静止在水平面上，两物体发生碰撞。碰后，m_A向东北方向运动，速率为$2\sqrt{2}$米/秒，试问：

(1) 碰撞后m_B的速度如何？

(2) 在质心坐标系中损失的动能是多少？

(3) 在质心坐标系中m_A的运动方向偏转的角度是多少？

5-97 一质量为m_0、速率为V_0的粒子撞击一质量为$2m_0$的

静止粒子，碰撞后，入射粒子的运动方向偏转了 90°，速率减小为 $\frac{4}{9}V_0$，

(1) 求碰撞后靶粒子在实验室坐标系中的速度；

(2) 在质心坐标系中描述此碰撞过程，并求出粒子在此坐标系中的散射角；

(3) 在碰撞过程中能量守恒吗？

(4) 相对于运动粒子的初始轨道上与靶粒子距离为 d 的一点 O，系统的角动量守恒吗？

5-98 一个质子从远处射向一个带电量为 Ze 的重核，但没有描准，偏离了一个距离 b（b 叫做散射参量），如图 5-98 所示。质子的动能为 $\frac{1}{2}M_p v_0^2$，重核的质量非常大，可以略去其反冲能量，即可以把重核当作是静止的。求质子能接近重核的最短距离 S。

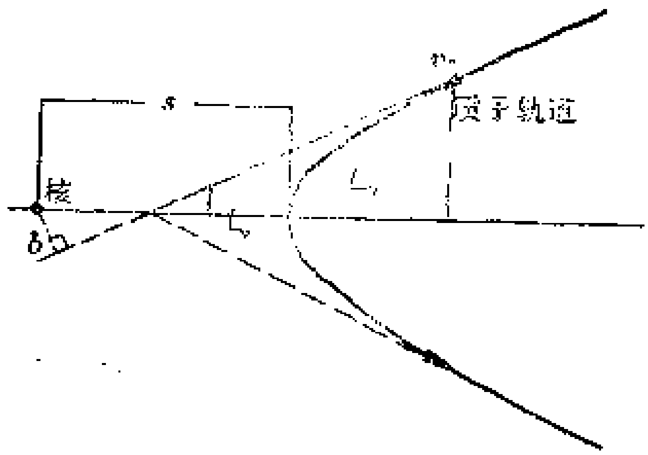


图 5-98

5-99 (1) 一陀螺，旋转方向如图 5-99 所示，其转轴与竖直方向夹角为 θ，说明陀螺进动的方向；

(2) 若陀螺为重 W、底半径为 r、高为 h 的圆锥体，求其进动周期。

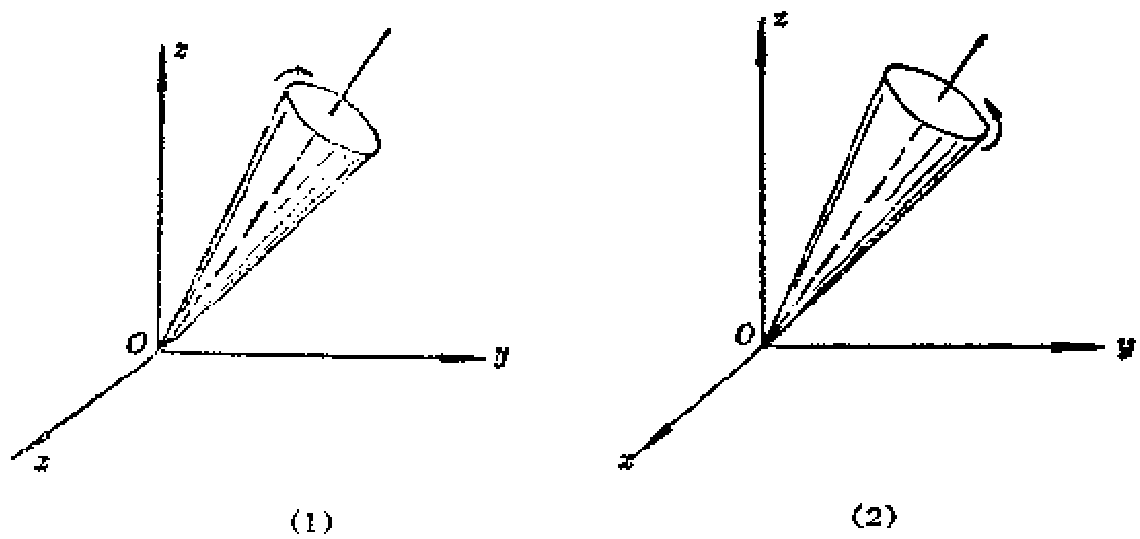


图 5-99

第六章　万 有 引 力

6-1　有人说："质量为M的物体作用在它外面任一质点P上的万有引力，等于把该物体的全部质量M都集中到它的质心c上形成的一个质点作用在P上的万有引力。"你能否证明他的说法是正确的还是错误的？

6-2　在卡文迪许测量万有引力常数的实验中，如图 6-2 所示，每个大球质量为 2.0 公斤，每个小球的质量为 20 克，连接两小球的杆长 20 厘米，小球球心与邻近的大球球心间的距离为 5 厘米，悬丝的扭转常数为 5.0×10^{-8} 米·牛/弧度，悬丝偏转角由离它 5.0 米远的标尺上的反射光斑的位移推算。

当两个大球由它们的初始位置移到另一位置（如图中虚线所示的位置）时，观察到光斑移动了 8 厘米。设光线入射角很小。

(1) 忽略较远处大球对小球的影响，根据给出的数据计算万有引力常数G的数值；

(2) 如果考虑较远的那个大球的影响，估算(1)的结果所需的修正。

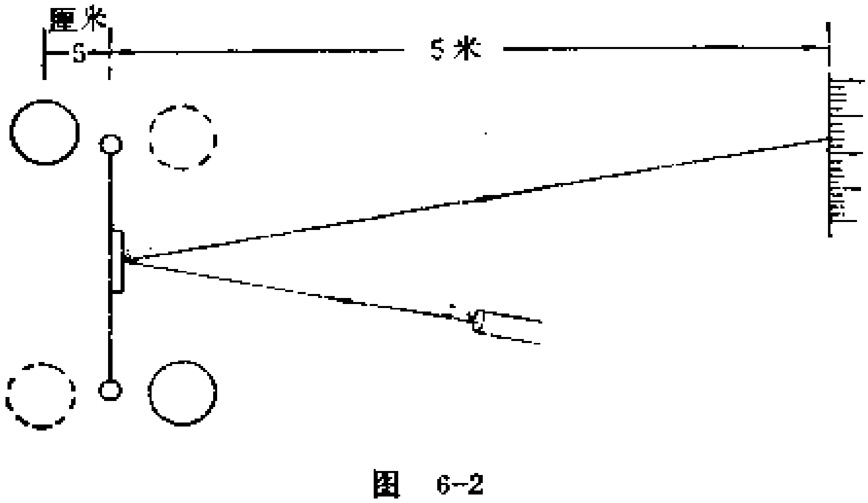


图　6-2

6-3 一宇航员降落在某一行星上，测得该星体的半径为地球半径的 0.71 倍，该行星表面上一长为 $l=1.00$ 米的单摆周期为 2.51 秒。问这个行星的质量是多少？

6-4 不计地球大气的阻力，计算星际空间一质点在地球万有引力作用下，自无穷远处由静止出发，落到地球表面时的速度。(注：此速度即第二宇宙速度，地球半径为 6.37×10^3 公里。)

6-5 两个均匀的球形天体，质量相同，半径不同，问哪个天体上的逃逸速度大？

6-6 在海拔为零的地面上有一圆锥形的高山，山顶海拔1500米，底边周长为 6000 米，山体岩石的密度为 4.5 克/厘米^3。在山脚有一铅锤，设万有引力近似通过高山的质心，估算铅锤线偏离竖直方向的角度。

6-7 根据牛顿第二定律，作用在一个物体上的外力与它产生的加速度之比，叫做该物体的惯性质量；根据万有引力定律，地球吸引该物体的万有引力与该物体的质量成正比，这个质量叫做该物体的引力质量。(1)你觉得这两个质量的概念相同吗？(2)如果你用 m 表示惯性质量，用 m' 表示引力质量，证明：任何两个物体若它们的引力质量与惯性质量之比不相等，即 $\frac{m_1'}{m_1}\neq\frac{m_2'}{m_2}$，则它们自由下落时，加速度便不相等。(3)你能想出一些判定两个物体的引力质量与惯性质量之比是否相等的实验吗？(高度精确的实验证明：任何两个物体，它们的引力质量与惯性质量之比都是相等的。)

6-8 已知月球到地球的距离为 3.84×10^5 公里，月球的质量为 7.35×10^{25} 克，地球的质量为 5.98×10^{27} 克。问地球吸引月球的万有引力是多少？

6-9 月球到地球的距离为 3.84×10^5 公里，地球到太阳的距离为 1.49×10^8 公里，地球的质量为 5.98×10^{27} 克，太阳的质量为

1.99×10^{33} 克。问太阳吸引月球的万有引力是地球吸引月球的万有引力的多少倍？

6-10 若有人把月球轨道的一部分画成如图 6-10 所示的样子，除去比例尺不合适以外，还有一个错误，你能找出来吗？

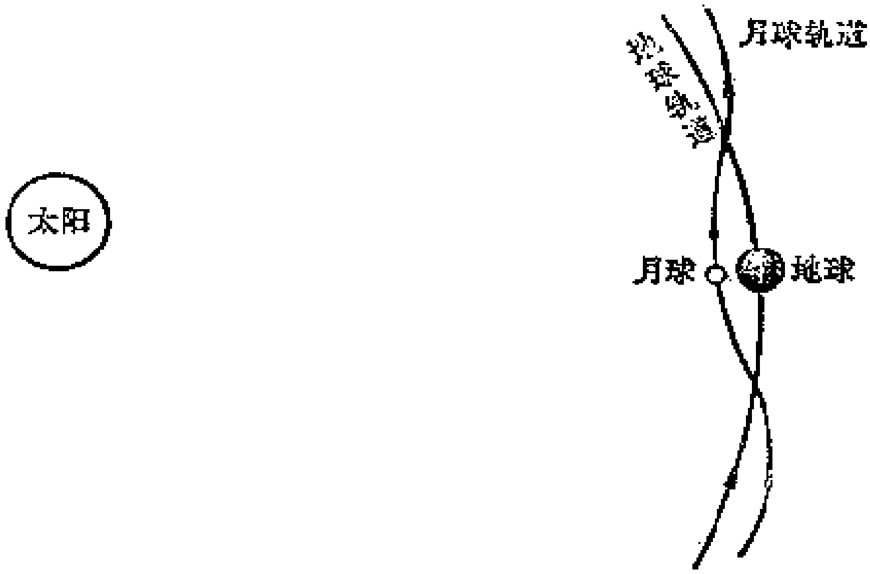


图 6-10

6-11 在地面上，任何物体如果没有东西支持它都会自动向下落，这是由于地球吸引它的万有引力所致。可是有些物体却正好相反，如氢气球、水中的气泡、火焰和烟等，它们都是向上运动的。万有引力适用于它们吗？为什么？

6-12 有人说："我就不相信地球是圆的。如果地球是圆的，下边的人不就掉下去了吗？那多危险！即使有万有引力吸住他，不掉下去，那人头向下倒吊着也够难受的。"你怎样回答他？

6-13 在地球上看来，太阳和月亮一样，都在星空里自西往东绕地球转，为什么书上都说月亮绕地球转，而太阳却不绕地球转，倒是地球绕太阳转呢？

6-14 地壳上某一板块到地心的距离为 6300 公里。试求：

(1) 若这板块正在黄道面内，正午和午夜太阳作用在这板块单位质量上的万有引力之差；

(2) 月球在该板块的上中天和下中天时作用在这板块单位质量上的万有引力之差。

6-15 若略去空气的影响，计算得地面上抛体的轨道是抛物线，这是因为假定抛体在任何地方，地球对它的引力方向都相同的缘故。实际上，由于地球是圆的，抛体所受的地球引力都指向地心，所以它在不同地方所受地球的引力并不平行。因此，严格说来，略去空气阻力的影响后(如在月球上)抛体的轨道也不是抛物线，你能说出抛体轨道是什么曲线吗？

6-16 牛顿在1666年曾进行过月球绕地球运行的计算。但由于当时他所利用的测地术的数据不够精确，因而地球半径及月、地距离的数值不准确，使得计算的结果与实际情况有较大的出入。1671年一法国天文学家测得地面同一经线上一纬度之间距离的较精确的数值，1675年英国皇家学会得知该数值，1682年牛顿用这个数值一度的距离计算了月球到地球的距离，此距离为地球半径的60倍。他根据这个新数据，重新计算了月球绕地球运行的向心加速度和地面上物体重力加速度的数值，结果与实际很好地符合，这两个加速度的值恰好和它们到地心的距离的平方成反比。于是证明了牛顿万有引力定律的正确性。

请你根据万有引力定律，由地月距离算出月球绕地球运行的周期，看与实际是否符合？

6-17 已知质子静止质量$m_p=1.67\times10^{-27}$公斤、带电荷1.6×10^{-19}库仑。铁原子核里面质子间的距离为4.0×10^{-15}米。(1) 计算铁原子核里两质子间的万有引力；(2)比较质子间的万有引力和库仑斥力的大小。由此你能得到什么启示？

6-18 A、B两个天体，质量分别为m_1和m_2，其间距离为r，求其中心连线上一质点所受引力为零的点的位置。如果A为地球，B为月球，地月距离约等于地球半径的60倍，月球质量约为地

球质量的$\frac{1}{81}$，求地月中心连线上一质点受地月引力之和等于零的位置。

6-19 已知月球的质量约为地球的$\frac{1}{81}$，其直径约为地球直径的$\frac{3}{11}$。略去地球和月球自转的影响，问在地球上重量为 60 公斤的人，在月球上用弹簧秤称得的体重是多少公斤？

6-20 已知地球绕太阳公转的周期约为 365 日，地球到太阳的距离为 $a=1.49\times10^8$ 公里，地球绕太阳公转的轨道可近似当作圆形，求太阳的质量。（万有引力常数 $G=6.67\times10^{-11}$ 牛顿·米^2/公斤^2。）

6-21 把地球当作一个半径为 $R=6.37\times10^3$ 公里、质量为 $M=5.98\times10^{27}$ 克的均匀球体，略去空气阻力，求贴地表面绕地球飞行的人造卫星的速度 v（叫做第一宇宙速度）、加速度 a 和周期 T。

6-22 已知万有引力常数为 $G=6.670\times10^{-8}$ 厘米^3/克·秒^2，地球半径为 6400 公里，地球表面处的重力加速度为 $g=980$厘米/秒^2，要使在地球上空环绕地球作圆周运动的人造卫星相对于地面保持不动（这样的卫星叫做同步卫星，是一种很重要的人造地球卫星，现在已广泛用于全球范围内的电视转播和通讯），求这种卫星离地面的高度。

6-23 一人造地球卫星以圆形轨道环绕地球飞行测得它的周期为 $T=90.0$ 分钟，已知地球的半径为 $R=6.37\times10^3$ 公里，质量为 $M=5.98\times10^{27}$ 克，万有引力常数为 $G=6.67\times10^{-8}$ 厘米^3/(克·秒^2)，求它离地面的高度。

6-24 求证：地球表面上高度为 h 的地方逃逸速度为

$$v=v_2\sqrt{\frac{R}{R+h}},$$

式中R是地球半径，v_2是地球表面上的逃逸速度，即第二宇宙速度。

6-25 在一半径为R_0的无空气的小行星表面上，以v_0的速度水平抛一物体使该物体正好在行星表面绕它作圆周运动。

(1) 用v_0、R_0表示该行星上的逃逸速度；

(2) 如在该小行星表面上把一物体竖直上抛，达到的最大高度恰好等于该小行星的半径R_0。问上抛速度应为多少？当这物体的高度为$\frac{1}{2}R_0$时，它的速度为多少？

(3) 质量为m的物体距离该小行星表面为y时其位能为多少？设$y<R_0$将答案展成y的级数(保留到y^2项)；

(4) 如$y \ll R_0$，要使物体从星体表面升到高度y，上抛速度应为多少？

6-26 一宇宙飞船到地心的距离等于10个地球半径，它内部的物体都处于失重状态，如果忽略太阳引力，问它的加速度的大小是多少？假设这时飞船朝地球飞来，加速度为a，方向仍指向地心，问挂在飞船舱顶的弹簧秤下的物体的视重是多少？

6-27 两个质量均为1.0克的质点，相距10米。开始时相对静止，如果它们之间只有万有引力作用，问它们何时相碰？

6-28 月球上一阿特伍德机，如图6-28如所示。绳子两端挂着物体A和B。A在地球上重1.0公斤，B的质量为M。已知月球上的重力加速度为地球上重力加速度的1/6，B在4.0秒钟内由静止下降了9.80米，问B的质量M等于多少？（设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可不计，绳子长度不变。）

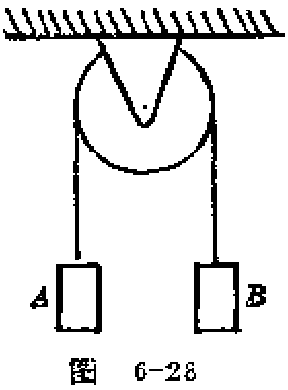


图 6-28

6-29 在地面上重量为16公斤的物体，在以$a=\frac{1}{2}g_0$（g_0为

地面处的重力加速度)上升的人造地球卫星里，视重(即该物体与支持物的作用力)为 9.0 公斤。问这时该人造地球卫星离地球多远?

6-30 月球绕地球转，它的一面总是向着地球(即它的自转周期等于公转周期)。如果希望地球上在一个月内看到月球所有的表面一次，月球的角动量必须改变多少?

6-31 已知地球的质量为 5.98×10^{27} 克，月球的质量为 7.35×10^{25} 克，地球的半径为 6.37×10^{3} 公里，月球到地球的距离为 3.84×10^{5} 公里，月球绕地球公转的周期为 27.3 天。先把地球当作质量均匀分布的刚性圆球，求出它自转的角动量，再算出月球绕地球公转的角动量。假定我们用力把月球拉到地球上来，月球和地球合在一起成为一个刚体球，半径仍为 6.37×10^{3} 公里，质量分布均匀，问它的自转周期将是多少?(设月球公转轴与自转轴之间的夹角为 0。)

6-32 已知地球表面的重力加速度为 $g=981$ 厘米/秒^2，地球半径为 $R=6370$ 公里，万有引力常数为 $G=6.67\times10^{-8}$ 厘米^3/克·秒^2。求地球质量。

6-33 设 g 为海平面上的重力加速度。把地球看作半径为 R 的均匀球体。问海拔 h 处的重力加速度是多少?

6-34 已知水星的半径为地球半径的 0.40 倍，质量为地球质量的 0.04 倍，求水星表面的重力加速度。

6-35 原来静止在地面上的物体，必须具有多大的竖直向上的初速度 v_0，才能上升到等于地球半径的高度?(略去空气阻力。)

6-36 假设有一条穿过地心的平直隧道，一质点由地面落入此隧道，其初速为零，略去空气阻力和地转效应。证明：

(1) 该质点将以地心为平衡点作简谐振动，振动周期与以第一宇宙速度沿地面运行的人造地球卫星的周期相同;

(2) 该质点过地心时的速度等于第一宇宙速度。

6-37 一密度均匀的球形天体，半径为 R，问它的质量至少为多大时，才能使它的第一宇宙速度大于光在真空中的速度？

6-38 一密度均匀的球形天体，它的质量等于太阳质量，$M=M_{\odot}=1.98\times10^{30}$ 公斤，它的第一宇宙速度大于光在真空中的速度 $C=3\times10^{8}$ 米/秒，引力常数 $G=6.67\times10^{-11}$ 牛·米^2/公斤^2，问它的半径最大是多少？

6-39 在目前的天文观测范围内，物质的平均密度为 10^{-30} 克/厘米^3。如果认为我们的宇宙是这样一个均匀大球体，其密度使得它的逃逸速度大于光在真空中的速度 C，因此任何物质都不能脱离宇宙。已知 $G=6.67\times10^{-11}$ 牛·米^2/公斤^2，$C=2.9979\times10^{8}$ 米/秒。问宇宙的半径至少有多大？

6-40 逃逸速度(第二宇宙速度)大于真空中光速的天体叫做黑洞。设某黑洞的质量等于太阳的质量 $M=M_{\odot}=1.98\times10^{30}$ 公斤，已知 $G=6.67\times10^{-11}$ 牛·米^2/公斤^2，$C=2.9979\times10^{8}$米/秒，求它的可能的最大半径(这个半径叫 Schwarzschild 半径)。

6-41 为什么发射人造卫星时必须用火箭把它竖直地送到离地面一定的高度，然后再转向，使其进入运行轨道，而不用大炮直接把人造卫星送人预定的轨道？在这个问题上，除了明显的技术上的困难以外，这样的人造卫星即使能穿出大气层达到第一宇宙速度，它也不能在绕地球的轨道上运行。你能否说明其原因？

6-42 已知地球到太阳的距离为 1.49×10^{11} 米，火星到太阳的距离是 2.28×10^{11} 米，求火星绕太阳公转的周期。

6-43 一行星沿椭圆轨道绕太阳运动，离太阳最近时(距离为 r)速度最大，为 V；离太阳最远时(距离为 R)速度最小，为 v。

(1) 证明：$$\frac{V}{v}=\frac{R}{r};$$

(2) 地球绕太阳公转，在远日点的速度为2.92×10^6厘米/秒。已知地球轨道的偏心率为0.01674，求地球在近日点公转的速度。

6-44 设某行星绕中心天体在圆轨道上运行，公转周期为T。用开普勒第三定律证明：一个物体从此轨道由静止落至中心天体所需的时间为$t=\frac{T}{4\sqrt{2}}$。

6-45 (1) 一物体在月球轨道上(距地球3.84×10^5公里)，设只受地球引力，由静止开始自由落向地球。不考虑地球大气阻力，求落到地面所需的时间t和落地时的速度v；

(2) 一物体在地球轨道上(距太阳1.49×10^8公里)，设只受太阳引力，由静止开始自由落向太阳，求落到太阳表面所需的时间T和到达太阳表面时的速度V。(不考虑太阳大气的阻力。)

6-46 哈雷彗星绕日运动的周期为76年，估计它的远日点到太阳的距离。

6-47 设有两个人造地球卫星M_1和M_2，沿同一椭圆轨道运动，地球中心在这椭圆轨道的一个焦点P上。又设M_1和M_2相距不远，因此，可将椭圆弧$\overset{\frown}{M_1M_2}$看作直线，已知直线M_1M_2的中点经近地点时$M_1M_2=a$，近地点到地心的距离为R_1，远地点到地心的距离为R_2。求直线M_1M_2的中点经远地点时这两卫星的距离，即在远地点处M_1M_2等于多少？

6-48 设一彗星在一抛物线轨道上运行，这抛物线与地球轨道相交，两个交点在地球轨道(设为圆形)直径的两端。

(1) 设地球半径为R_0，地球公转速率为v_0，写出此彗星轨道方程，并证明这彗星的最大速率为$2v_0$。

(2) 用开普勒第二定律证明彗星在地球轨道内的时间

为$\frac{2}{3\pi}$年。

6-49 一个宇宙飞船环绕一行星作圆轨道运动，轨道半径为R_0，飞船速率为v_0，一火箭突然点火，给飞船增加了向外的径向速度分量v_r($v_r<v_0$)。由此使它的轨道变为椭圆形。

(1) 证明行星作用在该飞船上的引力可写成

$$|F|=\frac{mv_0^2R_0}{r^2},$$

其中m是飞船的质量，r是飞船到行星中心的距离；

(2) 求出用R_0、v_0、和v_r表示的新轨道方程，画出$v_r=\frac{1}{2}v_0$时的轨道草图；

(3) 求新轨道的半长轴a，并证明，对于原轨道和新轨道，乘积Ea是相同的(其中E是总能量)。

6-50 一宇宙飞船环绕一行星作匀速圆周运动，轨道半径为R_0，飞船速率为v_0。飞船的火箭发动机突然点火，使飞船的速率v_0变到βv_0，加速度方向与速度方向相同。

(1) 求用R_0和β表示的新轨道方程。证明：当$\beta<\sqrt{2}$时，轨道为椭圆，总能量为负；当$\beta>\sqrt{2}$时，轨道为双曲线，总能量为正；

(2) 在双曲线情形下，设α为火箭发动机点火时飞船速度方向与飞船逃逸时速度方向（逃逸时速度方向为飞船离行星无穷远时的速度方向）之间的夹角，求α与β的关系。画出$\beta=\sqrt{3}$时的草图。

6-51 一人造地球卫星在圆轨道上绕地球飞行，轨道距地面的高度为500公里，在飞行中开动附加火箭，使其速度大小增加10%，而速度方向不变。求新轨道的远地点与地面的距离以及卫星在远地点处的速率。

6-52 宇宙飞船绕一行星作圆轨道飞行，轨道半径为 R，飞行速率为 v_0。船长想把轨道改为经过 B 点的椭圆形轨道，B 点距行星中心为 $3R$。

(1) 写出这个椭圆轨道的方程。令飞船在 A 点，为了使飞船进入这个椭圆轨道，它的速率必须增加多少？

(2) 从 A 到 B 的航程要用多少时间？

(3) 求飞船的位矢 $\boldsymbol{r}\perp AB$ 时速度的径向分量和切向分量 $\dot{r}$ 和 $v_\perp$。

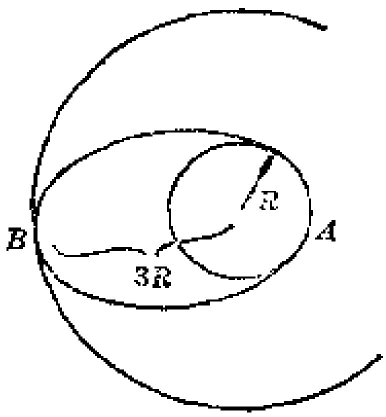


图 6-52

6-53 一个质点绕力心作椭圆运动，P_1、P_2 为过椭圆中心 O 的直径的两端点，v_{p1}、v_{p2} 分别为质点在此两端点处的速率。求证：$v_{p1}v_{p2}=$ 常数。

第七章　刚 体 力 学

§1. 刚体的静力平衡

7-1　有人说：如果作用在一个物体上的合外力为零，则该物体所处的状态与不受外力时完全一样。你认为他说的对不对？为什么？

外力矩不为零则会转动

7-2　力 $\boldsymbol{F}=30\boldsymbol{i}+40\boldsymbol{j}$ 牛，作用在 $\boldsymbol{r}=8\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$ 米处的一点上。试求：

(1) 力 $\boldsymbol{F}$ 绕原点的力矩 $\boldsymbol{L}$；

(2) 力臂 d；

(3) 力 $\boldsymbol{F}$ 垂直于 $\boldsymbol{r}$ 的分量 $F_{\perp}$。

7-3　一条均匀的细棒 AB 重 $P=10$ 公斤，水平地放置，其上各处所受力 F_1、F_2、F_3、F_4 的大小和方向如图所示。各力都在一竖直平面内。试求：

(1) 各力对于与 AB 垂直的水平轴 O 的力矩；

(2) 这些力对于轴 O 的合力矩；

(3) 要使 AB 维持平衡，在 B 点应加一个多大的垂直向下的力 F_5？轴 O 固定。

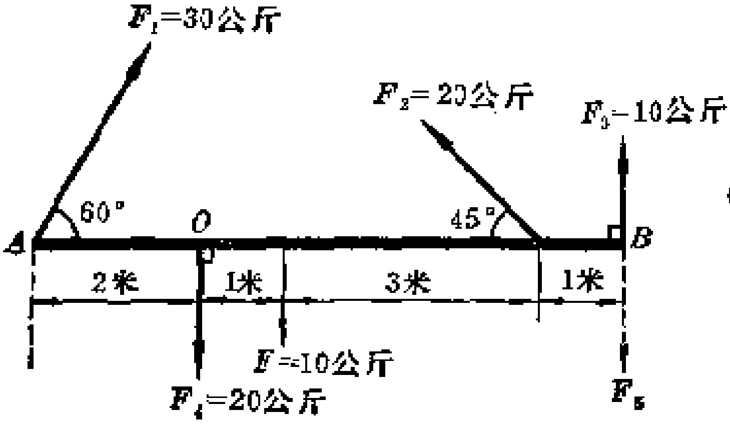


图 7-3

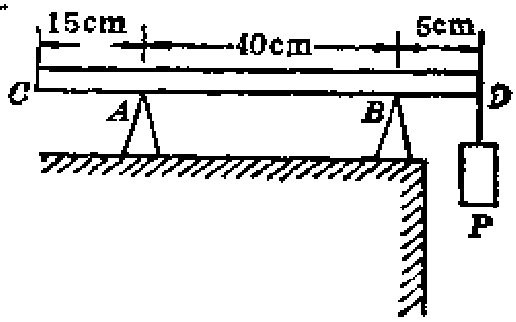


图 7-4

（4）这时轴 O 所受力 F 的大小和方向如何？

7-4 一长 60 厘米、重 800 克的均匀横梁 CD 架在两个同样高度的刃口 A 和 B 上，在 D 端吊一个 400 克重的物体 P，如图 7-4 所示。求两刃口所受梁的压力 P_A 和 P_B。

7-5 一手刹车如图 7-5 所示。O 点是一固定的轴（与纸面垂直），A 点连接一水平的制动杆，在把手 B 上施一水平的力 $F=30$ 公斤。当刹住车时，把手从竖直方向转过 5°，制动杆仍保持水平，求这时的制动力 f。

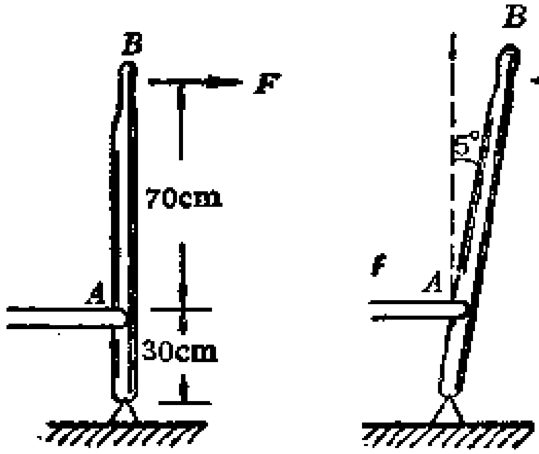


图 7-5

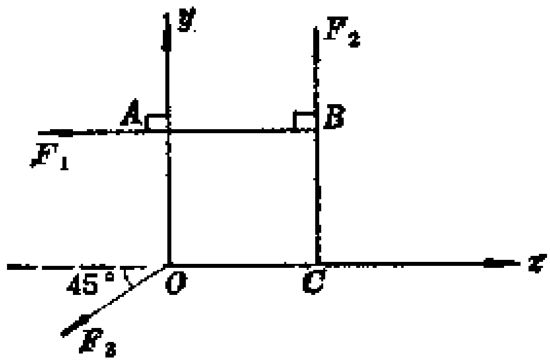


图 7-6

7-6 一块边长为 a 的均匀正方形木板漂在水面上，它的三个角 O、A、B 上都受水平力作用，力的大小都是 1.0 公斤，方向分别如图 7-6 中 F_1、F_2、F_3 所示。木板与水面之间的摩擦力可略去不计。若要使这木板稳定不动，问应在木板的沿 x 轴的边 OC 上何处作用一多大的力？其方向如何？

7-7 一根均匀的细杆长为 l、质量为 2.0 公斤，一端可绕壁上的固定水平轴 O 旋转，另一端吊一个 $m=10$ 公斤的物体，并有一根水平的绳子拉着。绳的质量忽略不计。平衡时杆与竖直的墙壁成 60° 角，如图 7-7(1)所示。试求：

（1）绳子张力 T_1 的大小；

（2）如果水平绳子不是系在端点，而是系在杆的中点，

如图 7-7(2)所示，绳中张力 T_2 的大小。

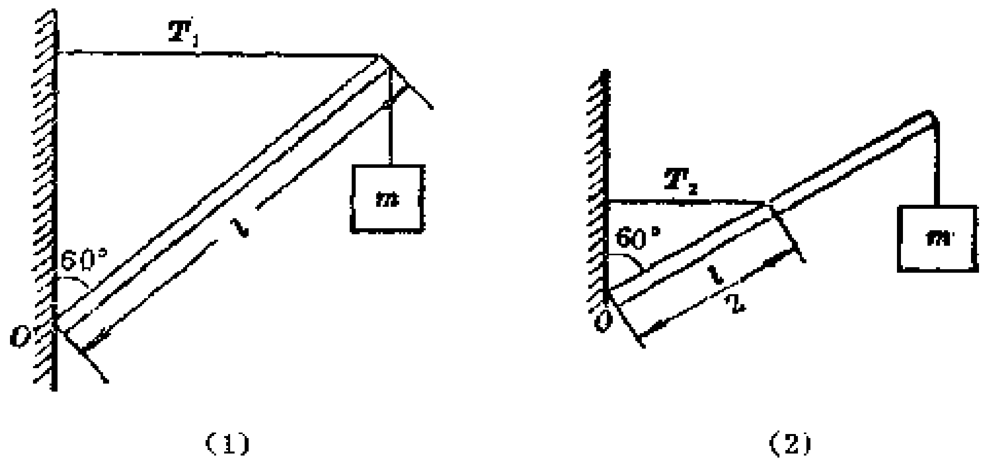


图 7-7

7-8 一个重 100 公斤的人坐在一架重量为 10 公斤、两边对称并均匀分布的木制人字形梯子顶部。梯子顶角为 30°、每边长 3.0 米，在正中间用一根水平的绳子相联接，如图 7-8(1)所示。梯子与地面之间的摩擦力可略去不计。试问：

(1) 绳子中的张力 T_1 为多大？

(2) 如绳子的位置靠下一些，如图 7-8(2)所示，则绳子中的张力 T_2 为多大？

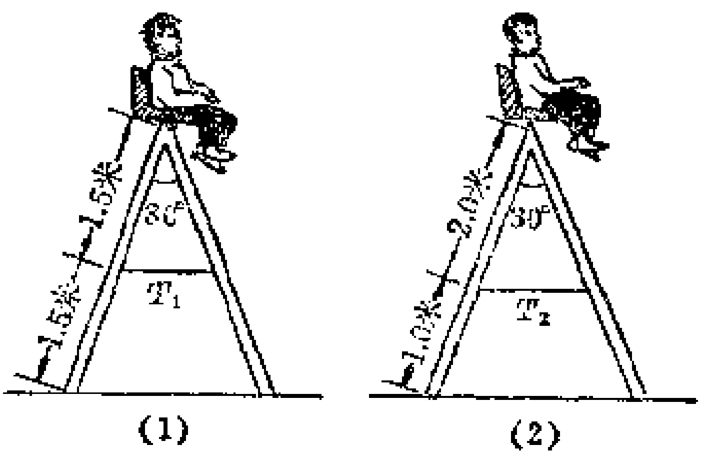


图 7-8

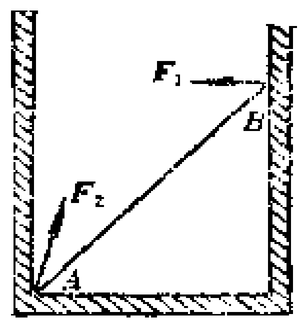


图 7-9

7-9 如图 7-9 所示，一根均匀的细木棒 AB 放在光滑的圆柱形玻璃杯中，杯的直径为 10 厘米，棒长 15 厘米、重 50 克。求杯壁对木棒的作用力 F_1 和 F_2。

7-10 如图 7-10 所示，一重量均匀分布的 10 公斤梯子，等分为二十级，以 60° 的倾斜度架在一面光滑的竖直墙上。当一个体重为 60 公斤的人沿梯子向上很慢地爬到第十五级时，梯子开始滑动，求此时地面给予梯子的摩擦力 f 为多大？

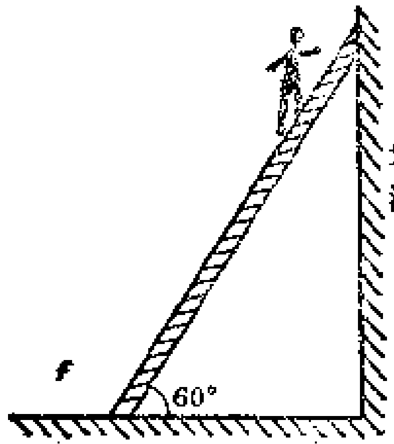


图 7-10

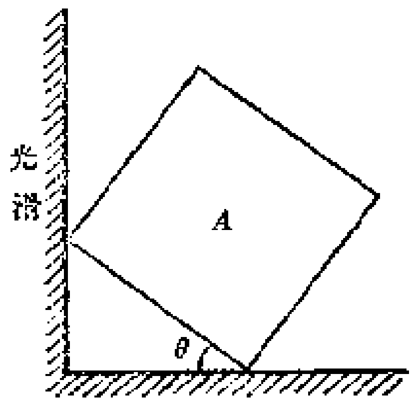


图 7-11

7-11 一质量为M的均匀正立方体A斜靠在光滑的竖直墙上。A与地面之间的摩擦力刚好足以阻止它滑动。求 μ 与 θ 的关系，μ 是 A 与地面之间的静摩擦系数，θ 是 A 的一边与水平的夹角，如图 7-11 所示。设 $0<\theta<45°$。

7-12 一灵敏天平两臂不等长，但两盘的质量完全相等，因此用它测量物体的质量时，要用复称法才能测得准确。设砝码在左盘、物体在右盘时，测得该物的质量为 m_1；砝码在右盘、该物在左盘时测得质量为 m_2。证明：这物体的真实质量是 $m=\sqrt{m_1m_2}\cong\frac{1}{2}(m_1+m_2)$。设砝码是标准的。

7-13 一架灵敏天平，它的两臂长度都是 L，支点刃口 a 比两端刃口 b、b' 高，秤梁的重量为W，其重心C位于 b 和 b' 的下方，距支点 a 的距离为 h，$\angle abb'=\alpha=\angle ab'b$，如图 7-13 所示。求天平灵敏度 S_P。天平的灵敏度 S_P 定义为在负载为 P、天平达到平衡的条件下，将单位质量置于一个盘中，横梁中间指针针尖偏转的距

离，即 $S_P=\dfrac{R\operatorname{tg}\varphi}{q}$，式中 R 为指针长度，q 为加放的质量。

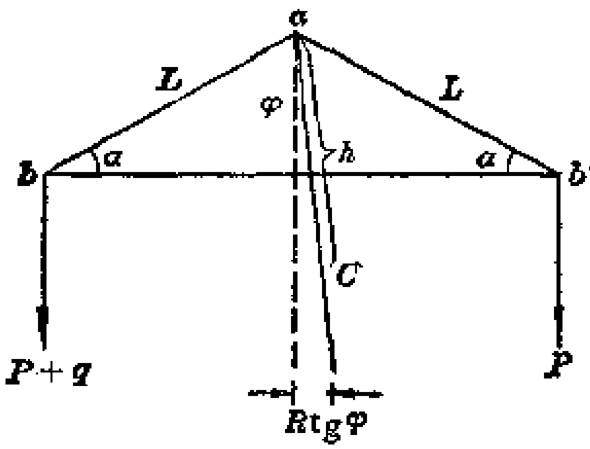


图 7-13

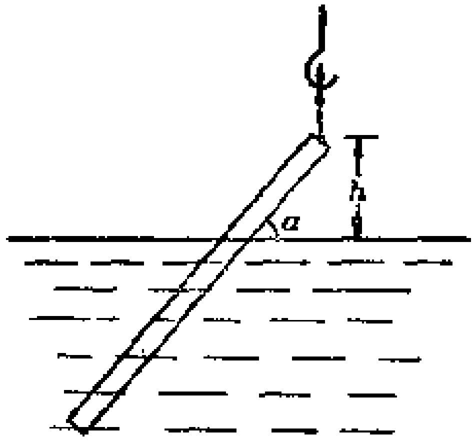


图 7-14

7-14 在海边，用起重机吊起一根浮在海水中的木材，如图 7-14所示。设木材为重量均匀分布的圆柱体，长为 $l=10$ 米，密度为 $\rho=0.85$ 吨/米^3，已知海水密度 $\rho_0=1.03$克/厘米^3。当吊索把木材吊起，静止于离水面 $h=3.0$ 米时，木材与水面所成的角 α 为多少？又当 h 高于多少时，木材与水面垂直？

7-15 用手扳子慢慢上紧一个螺母，如图7-15 所示，其中 $d=20$ 毫米，$D=30$ 厘米，F 的方向与扳子把手垂直，大小为 20 公斤力，求扳子作用于螺母上的一对力 f_1 和 f_2 的大小。设扳子对螺母的作用力集中作用于 A、B 两点，且 f_1 与 f_2 大小相等，方向相反。

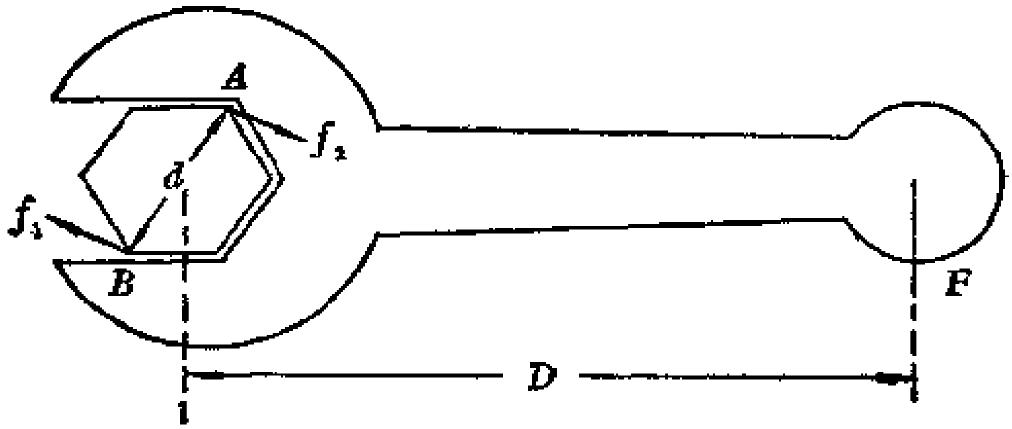


图 7-15

7-16 如图 7-16所示，两个均匀的球，半径分别为 r_1 和 r_2，重

量分别为 P_1 和P_2，用细绳系着吊在小滑轮O下面。两球光滑，彼此相切，平衡时系绳长为 l_1 和 l_2。设绳子与滑轮的质量及滑轮轴上的摩擦力均可不计，绳子长度不变。求平衡条件。

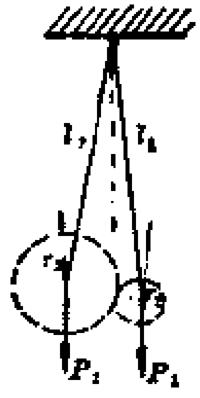


图 7-16

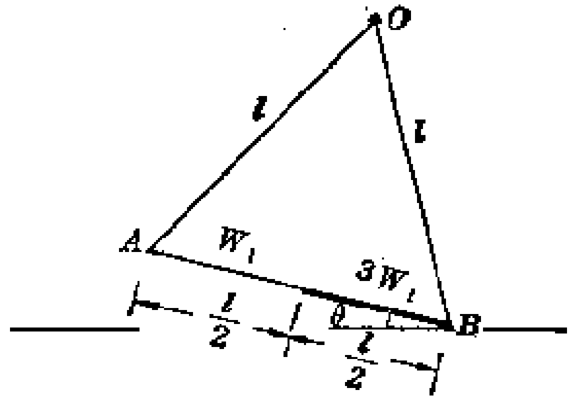


图 7-17

7-17 一根细直棒 AB 长为 l，由两段连接在一起制成，每段长$\frac{l}{2}$，各段都是均匀的，其重量之比为 1:3。把它的两端分别系在长为 l 的两根细绳上，挂在同一点O处，如图 7-17 所示。设绳的质量可略去不计，绳子长度不变。求平衡时棒与水平面所成之角度 θ。

7-18 两个表面光滑的均匀球，半径分别为 r_1 和 r_2，质量分别为 m_1 和 m_2，用两根细绳 AB 和 AC 挂在同一点 A 上，如图 7-18 所示。其中 AB 长 l_1，AC 长 l_2，又

$$l_1+r_1=l_2+r_2,\ \angle BAC=\alpha。$$

试求：

(1) 绳子 AC 与水平面之间的夹角 θ；

(2) 绳中的张力 T_1；

(3) 两球之间的压力 N。

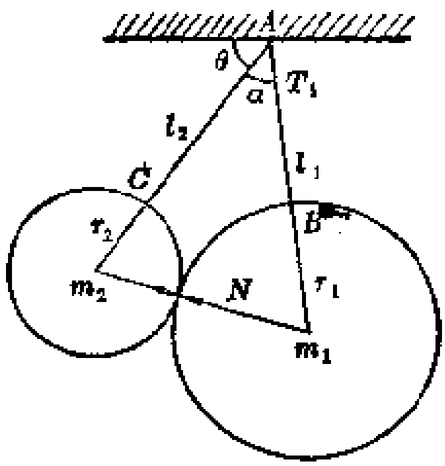


图 7-18

7-19 说明不倒翁不倒的道理。

7-20 图 7-20 所示的三种情况，那一种是稳定平衡状态？那

一种是不稳定平衡状态？设绳子的质量和所有的摩擦力均可不计，并两边的情况完全对称。

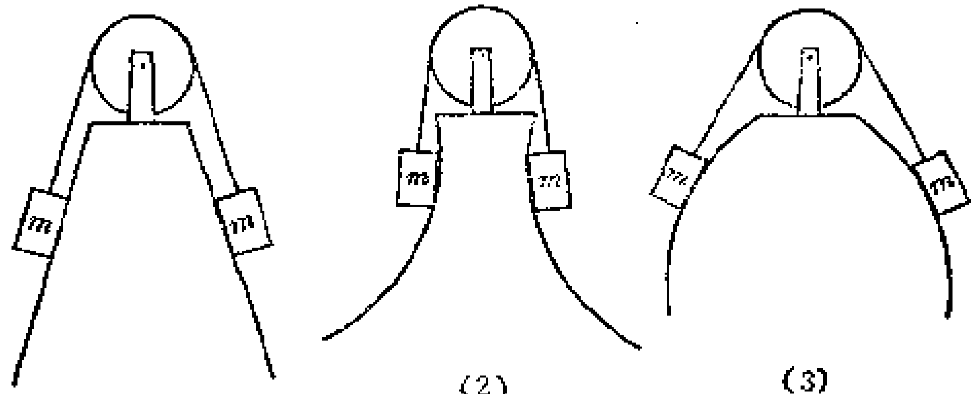


图 7-20

7-21 如图 7-21 所示，在水平面上叠砖，每块砖都是均匀的，长都是 L。每叠一块砖都往同一边移过 $\frac{L}{a}$ 距离，a 是整数。问最多能叠几块而砖堆不倒？

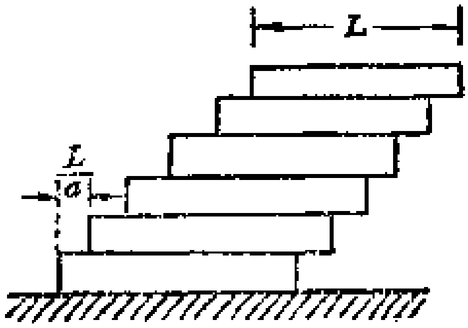


图 7-21

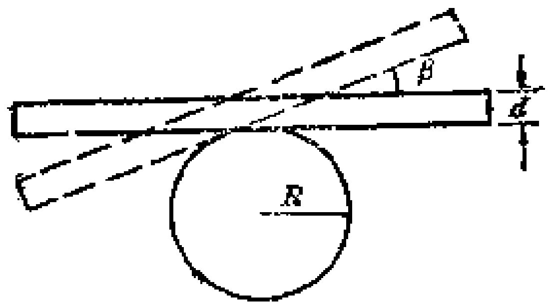


图 7-22

7-22 如图 7-22 所示，一块厚度为 d 的平板放在一个半径为 R 的固定圆柱上。板的重心刚好在圆柱竖直轴的上方。证明：当板的倾角小于 β 时，板处在稳定平衡状态，β 满足两个条件：

$$(1)\ \tan\frac{\beta}{2}<\sqrt{1+\left(\frac{d}{2R\beta}\right)^2}-\frac{d}{2R\beta};$$

$$(2)\ \tan\beta<\mu,$$

式中 μ 是柱面与板之间的滑动摩擦系数。

§2. 刚体运动学

7-23 如图 7-23 所示，一个机车车轮的直径为 1.5 米，当机车以 $v=15$ 米每秒的水平速度向前行驶时，设车轮没有滑动，求轮面上下列各点相对于地面速度的大小和方向：

(1) 轮轴中心 A;

(2) 轮与轨道的接触点 B;

(3) 轮的顶点 C;

(4) 水平直径上最前方一点 D;

(5) 轮面上离轴正下方 0.5 米处 E。

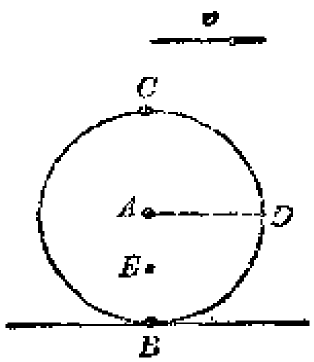


图 7-23

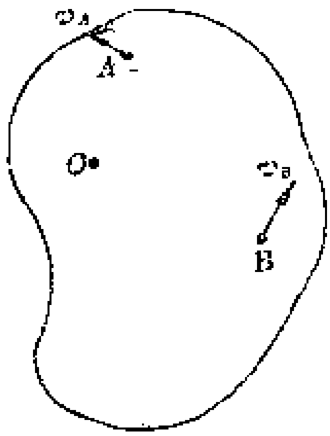


图 7-24

7-24 证明：刚体绕定轴 O 转动时，

在垂直于轴的平面上任意两点 A 和 B，它们的速度 $\boldsymbol{v}_A$ 和 $\boldsymbol{v}_B$ 在 AB 连接线上的分量相等。

并说明这结果的物理意义。

7-25 证明：刚体绕定轴转动时，在垂直于轴的平面上，任意两点 A、B 的速度 $\boldsymbol{v}_A$、$\boldsymbol{v}_B$ 与加速度 $\boldsymbol{a}_A$、$\boldsymbol{a}_B$ 之间有下列关系：

$\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_A$ 之间的夹角等于 $\boldsymbol{v}_B$ 与 $\boldsymbol{a}_B$ 之间的夹角。

7-26 有人说："一个半径为 r 的刚体球沿斜面以角速度 ω 滚下，则球面上任一点的速率 $v=r\omega$"，这种说法对吗？

7-27 某物体从静止开始以匀角加速度绕固定轴转动，其角加速度为 0.10 弧度/秒^2。问从开始转动后多少时间，这物体上任一点的加速度与这点的速度方向成 45° 角？

7-28 半径为 R 的圆盘绕它的几何中心轴转动，要使其边线上一点的速度方向与加速度方向之间的夹角 φ 保持不变，求它的转动角速度 ω 随时间 t 变化的规律。已知开始时角速度为 ω_0。

7-29 如图7-29所示，一个皮带传动装置共有四个轮子，它们的直径分别为：$d_1=300$ 毫米，$d_2=500$ 毫米，$d_3=100$ 毫米，$d_4=200$ 毫米。轮 2 和轮 3 共轴并固定连结为一体。如果轮 1 以 500 转/分的角速度旋转，问轮 4 的转速是多少？

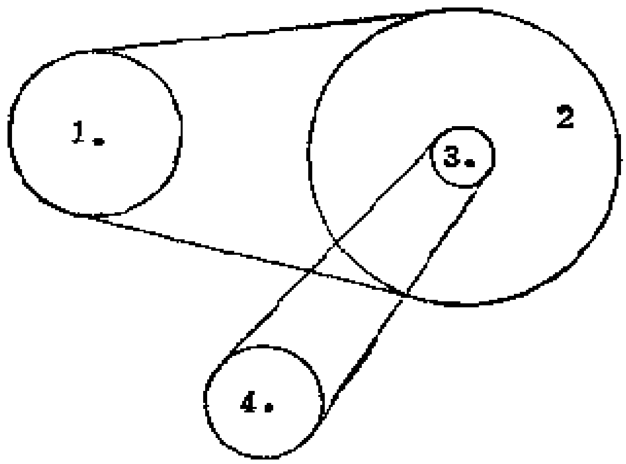


图 7-29

7-30 一飞轮转速为 300 转/分，半径为 100 厘米，受制动后均匀减速，50 秒后停止。试求：

(1) 角加速度；

(2) 制动后到飞轮停止时，飞轮转过的圈数；

(3) 制动后 25 秒时，飞轮的角速度；

(4) 制动后 25 秒时，飞轮转过的圈数；

(5) 制动后 25 秒时，轮边一点的速度 v_t、切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n；

(6) 制动后 25 秒时，轮边一点的加速度与速度所夹的

角度。

7-31 一个转动的轮子由于轴承摩擦力的作用渐渐变慢。第一分钟末的角速度是起始角速度 ω_0 的 0.90 倍，求下述两种情况下，第二分钟末的角速度：

(1) 摩擦力矩不变；

(2) 摩擦力矩在数值上与转动角速度成正比。

7-32 半径为 R 的一个圆盘以匀速 v_0 沿水平槽 CD 无滑动地滚动。长为 $l(l>2R)$ 的连杆 AB 的一端 B 连接在盘的边缘上，另一端 A 则沿 CD 作直线运动。求 A 点的速度 v_A。（提示：用 φ 表示 v_A，φ 是盘心 O 到 B 点的连线与竖直方向之间的夹角，如图 7-32 所示。）

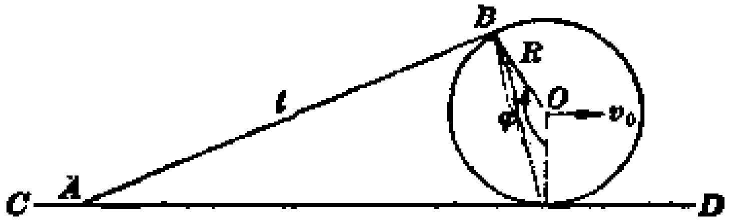


图 7-32

7-33 一个球的半径为 r，安装在水平轴 AB 上，球心以速度 v 在水平桌面上绕一固定轴 AC 运动，设球没有滑动，其轨迹是一半径为 R 的圆，如图所示。求球的总角速度 ω 的大小和方向。

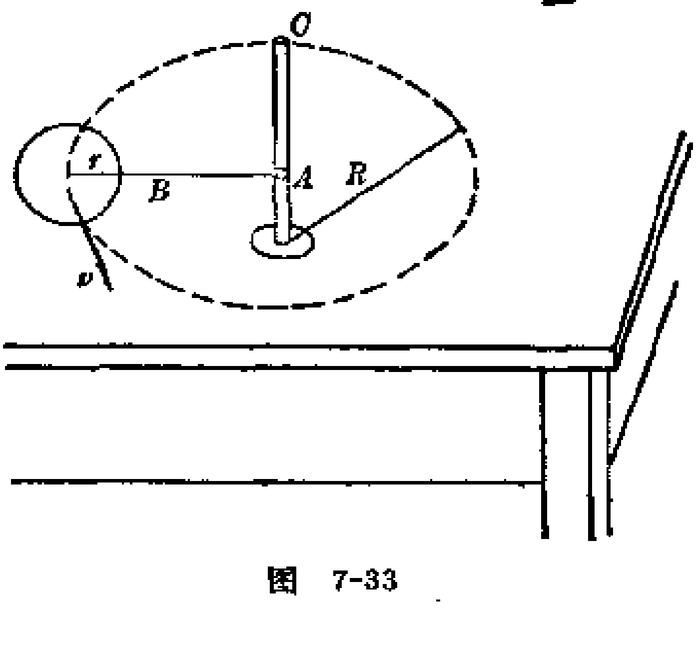
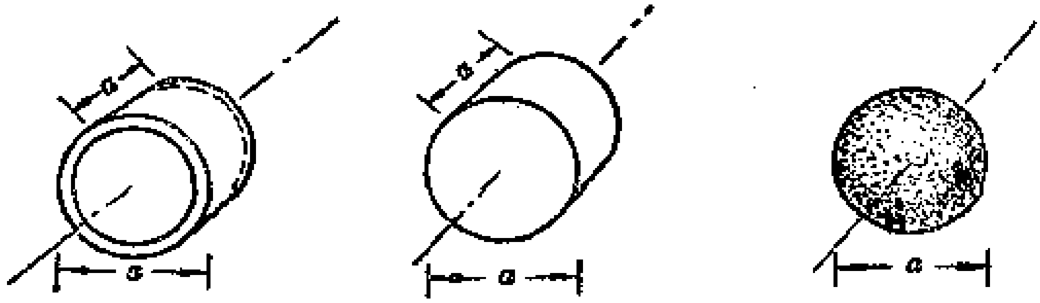


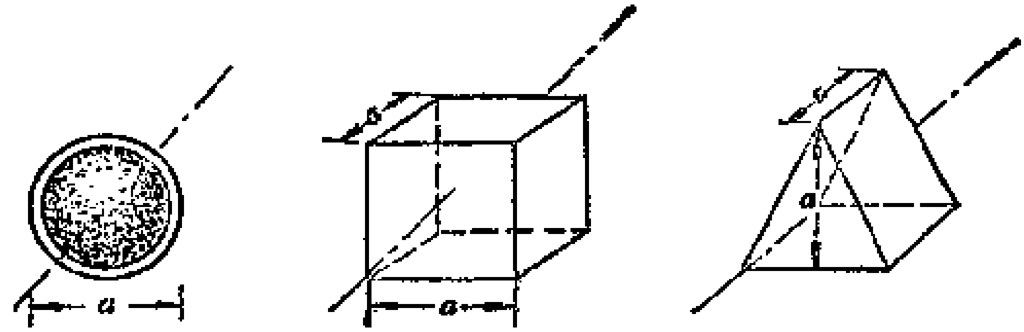
图 7-33

§3. 转动惯量

7-34 图 7-34 所示为六个形状不同的均匀物体，它们具有相同的质量、相同的线度。试问：对于几何轴(如图所示)的转动惯量哪个最大？哪个最小？



(1) 圆管　　(2) 圆柱体　　(3) 球



(4) 薄壁球壳　　(5) 立方体　　(6) 正三棱柱

图 7-34

7-35 已知电子质量 $m_e=9.11\times10^{-28}$ 克，电子绕核转动圆轨道的半径为 5.29×10^{-9} 厘米，求这电子绕核转动的转动惯量。

7-36 求图 7-36 所示的各均匀刚体的转动惯量，它们的质量都是 m，半径都是 R。

(1) 细圆环，对垂直于环面的中心轴；

(2) 薄圆盘，对垂直于盘面的中心轴；

(3) 圆柱体，对垂直于圆截面的中心轴；

(4) 实心圆球，对过球心的轴；

(5) 空心薄球壳，对过球心的轴；

(6) 薄圆盘，对通过直径的轴；

(7) 高为 h 的圆柱体，对过质心且与几何轴垂直的轴。

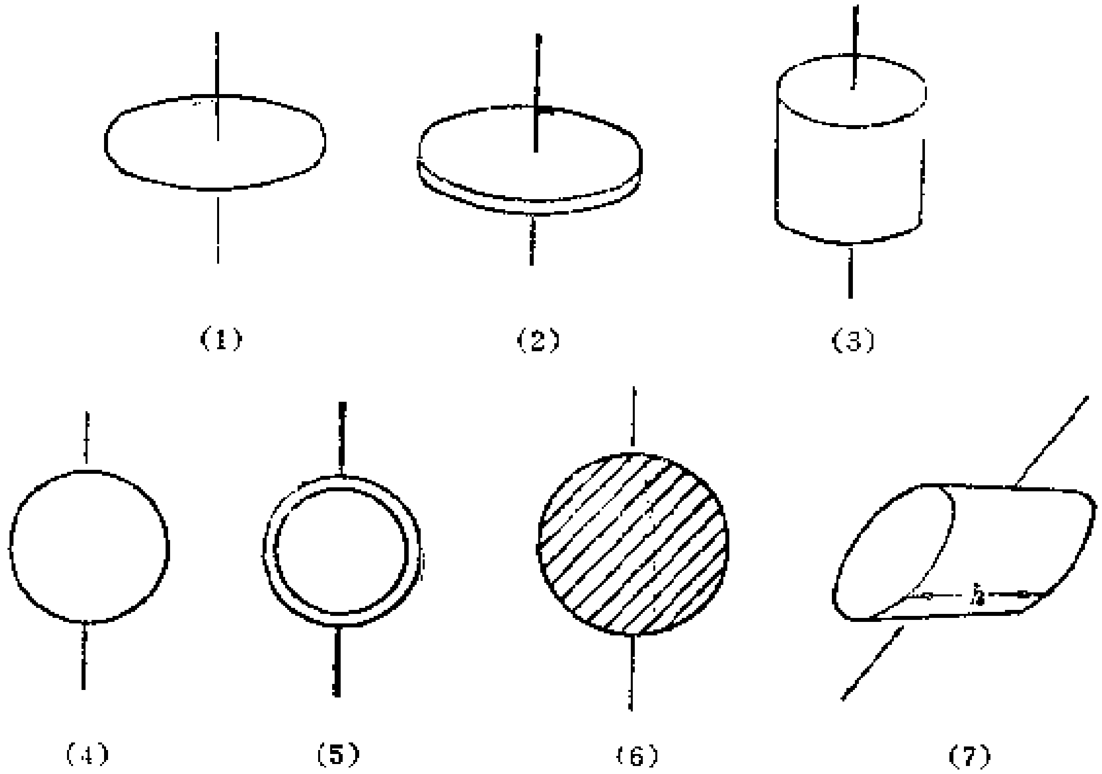


图 7-36

7-37 下列均匀刚体的质量都是 m，分别求它们对给定轴的转动惯量：

(1) 横截面为矩形的圆环，外径为 R_1、内径为 R_2，对几何轴；

(2) 球壳，内外半径分别为 R_1 和 R_2，对过中心的轴；

(3) 矩形薄板，长为 a、宽为 b，对垂直于板面且过中心的轴；

(4) 矩形薄板，长为 a、宽为 b，对过中心且平行于一边 a 的轴；

(5) 长方体，长为 a、宽为 b、高为 c，对过中心且平行于 c 边的轴；

(6) 细棒，对过中心且垂直于棒的轴，棒长 l；

(7) 细棒，对过一端且垂直于棒的轴，棒长 l；

(8) 细棒，对过一端且与棒成 α 角的轴，棒长 l。

7-38 用三根长度都是 a 的细钢杆焊成一个等边三角形，并在每个顶点上都焊一个质量为 m 的小球，设钢杆的质量相对球可略去不计，取坐标如图 7-38 所示。若 x、y 轴与三角形在同一平面内，试求：

(1) 对 z 轴（通过中心 C 且垂直于纸面）的转动惯量 I_z；

(2) 对 y 轴的转动惯量 I_y；

(3) 对 x 轴的转动惯量 I_x。

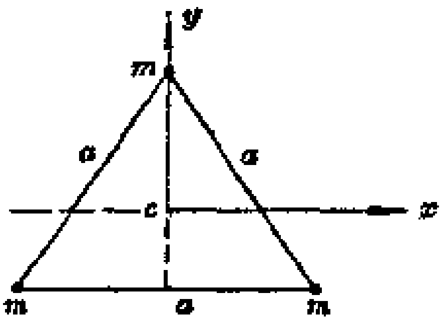


图 7-38

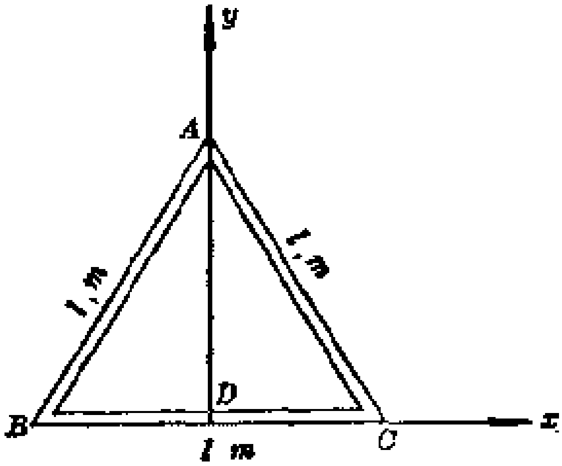


图 7-39

7-39 三根均匀的细杆长都是 l，质量都是 m，组成一个等边三角框，如图 7-39所示。分别求它对下列几个轴的转动惯量：

(1) 过顶点 A 且与框面垂直的轴；

(2) 过一边中点 D 且与框面垂直的轴；

(3) 以一边为轴；

(4) 以三角形的中垂线 AD 为轴。

7-40 图 7-40 所示的一个刚体由三根均匀的细杆 l_1、l_2、l_3 以及一个均匀的球体组成。已知 $l_1=16$ 厘米，$l_2=12$ 厘米，$l_3=20$ 厘米，它们的质量分别为 $m_1=400$ 克，$m_2=300$ 克，$m_3=500$ 克。球的半径 $r=5.0$ 厘米，质量 $m=4.0$ 公斤。若以 l_2 为轴，求这

刚体转动惯量。

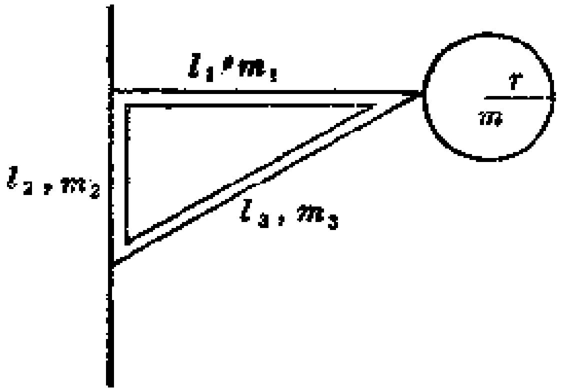
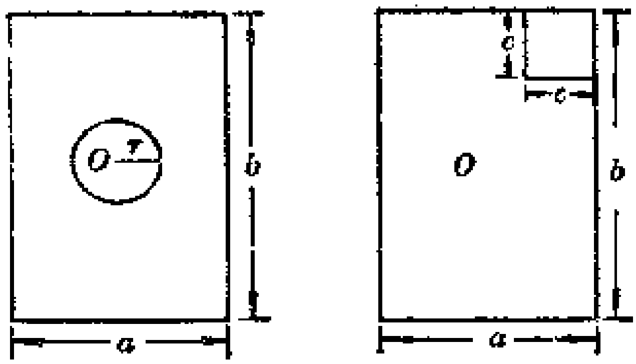


图 7-40



(1) (2)

图 7-41

7-41 一块边长为 a 和 b 的均匀矩形薄板，质量为 m，

(1) 中间挖去半径为 r 的圆形；

(2) 一角上挖去边长为 c 的正方形；

相应的形状分别如图 7-41(1)、(2)所示。分别求它们对于过中心 O 且垂直于板的轴的转动惯量。

7-42 两个小球看作质点，质量分别为 $m_1=40$ 克和 $m_2=120$ 克，固定在质量可以忽略的一根细直棒两端，已知棒长为 $l=20$ 厘米。试问：

对通过棒上一点并且垂直于棒的轴来说，轴在什么地方时这系统的转动惯量最小？

7-43 证明正方形均匀薄板对下述两轴的转动惯量相等：

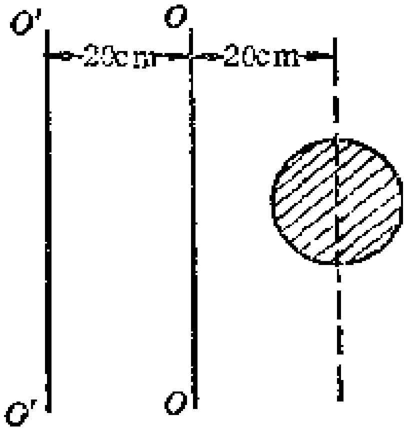
(1) 对角线；

(2) 通过中心且与一边平行。

7-44 如图 7-44 所示，一个重为 1.2 公斤的均匀球，对于离球心 20 厘米处的轴 OO 的转动惯量为 0.100 公斤·米^2。已知 OO 与 $O'O'$ 平行，两轴之间的距离为 20 厘米，求对于 $O'O'$ 轴的转动惯量。

7-45 图 7-45 所示为 65 型地震仪的摆，它主要由一均匀的

长方形黄铜块构成。已知黄铜块高 $AB=3.8$ 厘米，宽 $BC=5.0$ 厘米，长 $AE=7.0$ 厘米，转轴 OO 到长边的距离为 $OB=3.0$ 厘米。已知：OO 平行于 AE 且与 $BCGF$ 在同一平面内，黄铜的密度为 8.4 克/厘米^3，求这黄铜块对于 OO 轴的转动惯量。



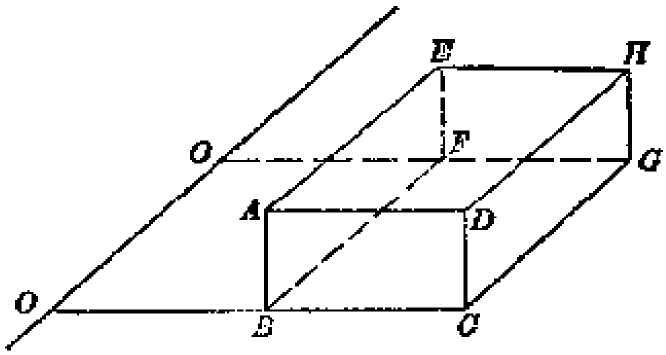


图 7-44　　图 7-45

§4. 转动定理

7-46 两个质量相同的飞轮，在外力矩作用下以同样的角速度绕其中心轴旋转，如图 7-46 所示。它们所受的阻力矩是一样的。轮 A 是一个圆盘形飞轮，轮 B 是一个中空的辐射状飞轮，它们具有同样的外直径。问当外力矩去掉以后，只在阻力矩作用下，下述哪一情况是正确的：

（1）A 先停止；

（2）B 先停止；

（3）A、B 同时停止。

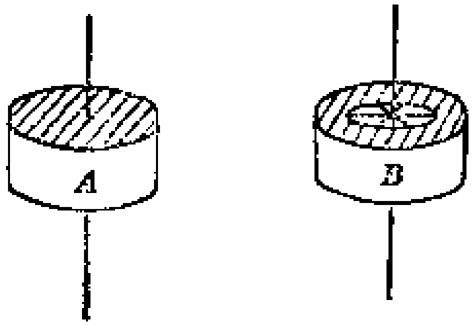


图 7-46

7-47 四个均匀的球：

（1）实心钢球，半径 5.0 厘米，

（2）实心轻塑料球，半径 10 厘米，

（3）钢球壳，半径 5.0 厘米，

（4）轻塑料球壳，半径 10 厘米，

从同一斜面上的同一高度由静止开始滚下，设空气的影响不计，设球没有滑动，试比较它们的快慢。

7-48 一个直径为 10 厘米的木质均匀实心柱体，可装在外径为 12 厘米的均匀空心铜柱中，恰好贴紧无隙，两者等长。已知铜柱的质量等于木柱的 3.5 倍，问从同一斜面的同一高度由静止开始滚下(设没有滑动)时，

(1) 木柱；

(2) 空心铜柱；

(3) 两者紧套在一起；

哪一个滚到底所需时间最短？

7-49 一质量分布均匀的盘状飞轮重 50 公斤，半径为 1.0 米，转速为每分钟 300 转，在一恒定的阻力矩 L 作用下，50 秒后停止。问 L 等于多少？

7-50 一门宽 80 厘米、重 5.0 公斤，在距门轴 70 厘米处以1.0 公斤的力推门，力的方向与门垂直，求门的角加速度。(不计阻力。)

7-51 如图 7-51 所示，一条细绳的两端分别拴有质量为 m_1 和 m_2 的两物体，$m_1 \neq m_2$，绳子套在质量为 m_0、半径为 r_0 的均匀圆盘形滑轮上，设绳子不在滑轮上滑动，绳子长度不变，绳子的质量以及滑轮与轴间的摩擦力均可不计。求 m_1、m_2 的加速度 a 以及绳子的张力 T_1 和 T_2。

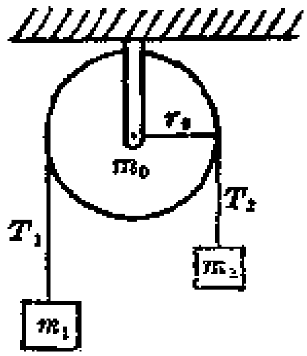


图 7-51

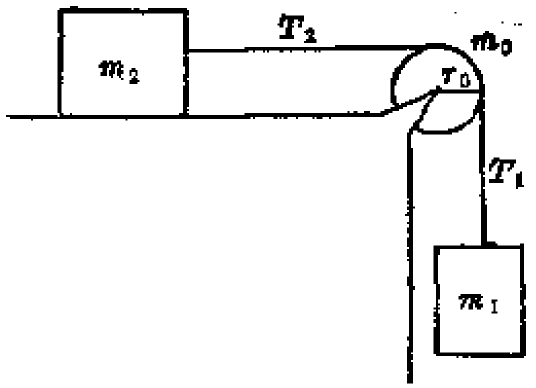


图 7-52

7-52 如图 7-52 所示，两个物体 m_1 和 m_2 用细绳相连，绳子套在质量为 m_0、半径为 r_0 的圆滑轮上，滑轮质量集中在边上，m_2 放在水平的光滑桌面上，m_1 吊着。已知 $m_1=100$ 克，$m_2=200$ 克，$m_0=50$ 克，$r_0=5.0$ 厘米。设绳子长度不变，绳子的质量及滑轮轴上的摩擦力均可不计，绳子与滑轮之间无滑动。求 m_1 的加速度 a 以及绳子的张力 T_1 和 T_2。

7-53 用细绳拴住两个物体 m_1 和 m_2，绳绕过滑轮 m_0 后，两物体分别置于光滑的双斜面的两个斜面上，双斜面固定不动，如图 7-53 所示。已知 $m_1=1.0$ 公斤，$m_2=1.5$ 公斤，$m_0=200$ 克，均匀盘状滑轮的半径为 $r_0=3.0$ 厘米，绳的质量和滑轮轴上的摩擦均可不计，绳子与滑轮间不打滑，绳子长度不变。求物体的加速度 a 的大小、方向以及绳的张力 T_1 和 T_2。

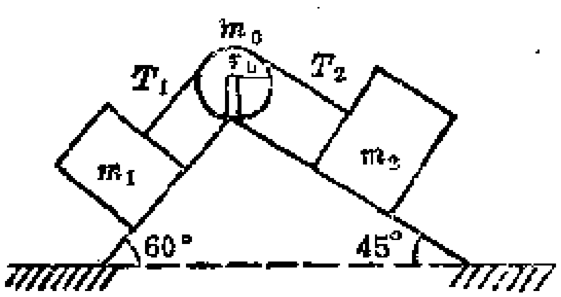


图 7-53

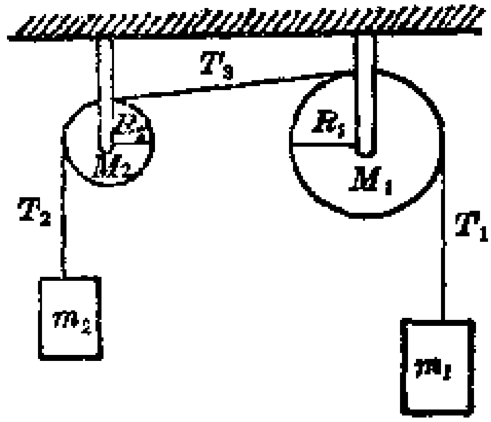


图 7-54

7-54 一个如图 7-54 所示的装置，其中 m_1、m_2、M_1、M_2、R_1 和 R_2 都已知，且 $m_1>m_2$，滑轮都是圆盘形的。设绳子长度不变，绳子的质量以及滑轮轴上的摩擦力均可不计，绳子与滑轮间不打滑，滑轮质量均匀分布。求 m_2 的加速度 a 以及绳子的张力 T_2、T_3。

7-55 固定在一起的两个同轴均匀圆柱体可绕一水平光滑轴 OO 转动，设大小圆柱体的半径分别为 R 和 r，质量分别为 M 和 m。绕在两柱体上的绳子分别与物体 m_1 和物体 m_2 相连，m_1 和 m_2 吊

在圆柱体的两侧，如图 7-55 所示。试问:

(1) 如 $r=10$ 厘米，$R=20$ 厘米，$m=2.0$ 公斤，$M=20$ 公斤，$m_1=m_2=2.0$ 公斤，则角加速度 α_1 为多大？

(2) 如把 m_1 和 m_2 都去掉，在两根绳的下端都用 2.0 公斤力垂直向下拉，则角加速度 α_2 为多大？

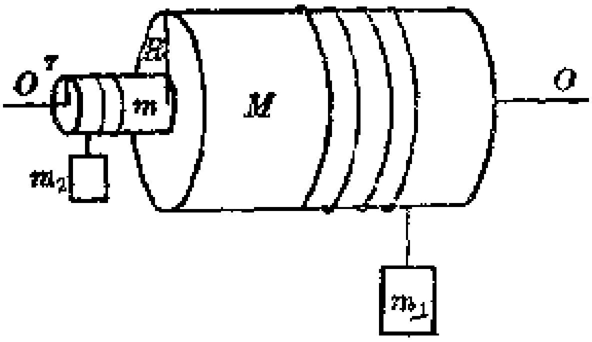


图 7-55

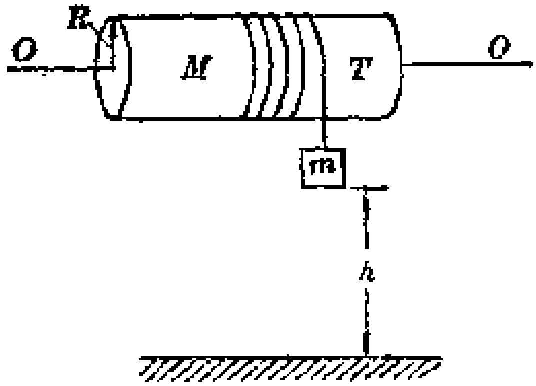


图 7-56

7-56 如图 7-56 所示，在质量为 M、半径为 R、可绕一水平光滑轴 OO 转动的均匀圆柱形鼓轮上绕有细绳，绳的一端挂有质量为 m 的物体，m 从高 h 处由静止下降。设绳子不在鼓轮上滑动，绳子长度不变，绳的质量可略去不计。试求:

(1) m 下降的加速度 a;

(2) 绳的张力 T;

(3) m 达到地面时的速度 v;

(4) m 达到地面所需的时间 t。

7-57 一密度均匀的水泥涵管的外径为 100 厘米、厚为 10 厘米，从倾角为 5° 的斜坡上面由静止开始滚下，设管子没有滑动。已知斜坡长 5.0 米，问滚到底部需多少时间？

7-58 在倾角为 θ 的固定斜面上，有四个均匀物体:

(1) 圆柱体(轴线水平);

(2) 薄壁圆筒(轴线水平);

(3) 实心球体;

(4) 空心球壳。

它们分别在斜面上的不同位置，都从静止开始下滚，设下滚时没有滑动，出发时间相同，且同时滚到底边。求它们出发时离斜面底边的距离之比。

7-59 一圆盘半径为 R，装在桌子边上，可绕一水平的中心轴转动。圆盘上绕着细线，细线的一端系一个质量为 m 的重物，m 距地面为 h，从静止开始下落到地面，需时间为 t，如图 7-59 所示。用这样一个实验装置测定圆盘的转动惯量 I，测得当 $m=m_1$ 时，$t=t_1$；$m=m_2$ 时，$t=t_2$。证明：

$$I=\frac{\left[(m_1-m_2)g-2h\left(\frac{m_1}{t_1^2}-\frac{m_2}{t_2^2}\right)\right]R^2}{2h\left(\frac{1}{t_1^2}-\frac{1}{t_2^2}\right)}。$$

在实验过程中，假定摩擦力维持不变，绳子质量可忽略，绳子长度不变。

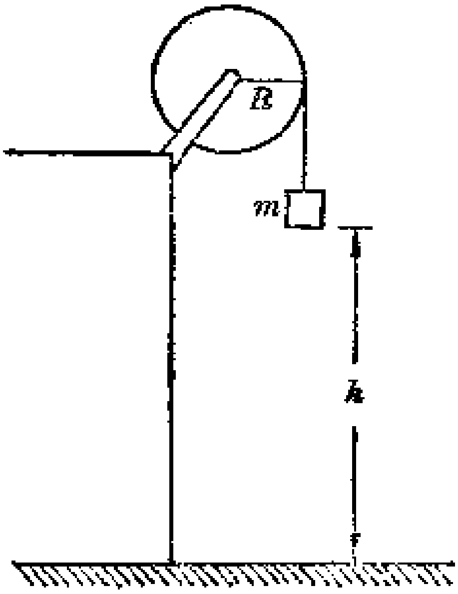


图 7-59

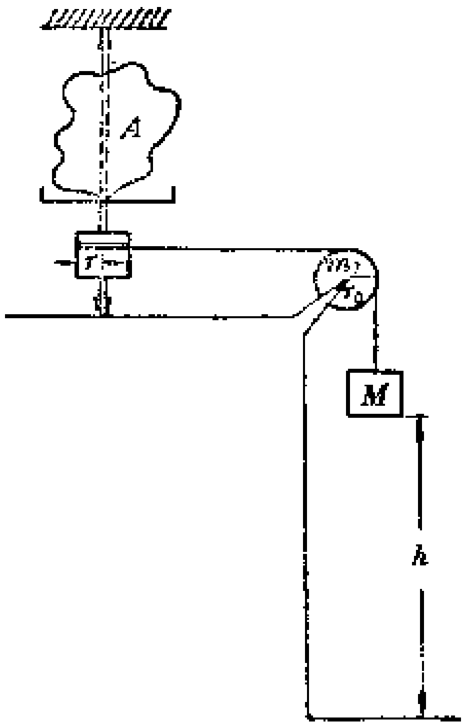


图 7-60

7-60 图 7-60 所示为一用落体法测量刚体转动惯量的实验

装置示意图。待测物体 A 装在转动架上，架的下部有一半径为 r 的鼓轮，绳子的一头绕在这鼓轮上，跨过质量为 m_0、半径为 r_0 的圆盘形定滑轮，另一头悬挂一质量为 M 的重物。今测得重物由静止开始下落一段距离 h 所用的时间为 t_2。将待测物体 A 去掉后，让空架在 M 的作用下转动，测得 M 下落同一距离 h 所用的时间为 t_1。设绳子长度不变，绳的质量以及各转轴上的摩擦力均可不计，绳与滑轮之间无滑动，滑轮的重量均匀分布。求 A 绕转动轴的转动惯量 I。

转动惯量的作用吗

7-61 用连杆连接起来的两个滚子，从倾角为30°的固定的斜面上滚下，如图 7-61 所示。两个滚子的质量都是 5.0 公斤、半径都是 $R=5.0$ 厘米，但转动惯量不相等，分别为 $I_1=80$ 公斤·厘米^2 和 $I_2=40$ 公斤·厘米^2。滚子的框架和连杆的质量都很小，可略去不计。试问：

(1) 滚子无滑动地从斜面上滚下来时，它们的角加速度等于多少？这时连杆受力的大小和方向如何？

(2) 如果滚子 2 在前面而滚子 1 在后，结果又如何？

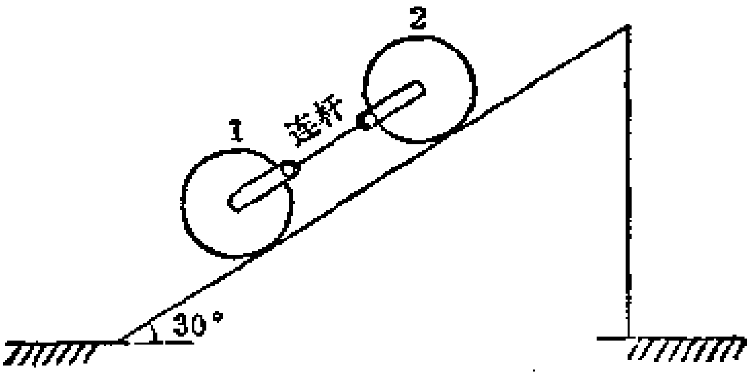


图 7-61

7-62 如图 7-62 所示，两直尺平行并列，其间相距 $d=2.0$ 厘米，与水平成 $\alpha=5°$ 角。半径为 $r=1.5$ 厘米的一个均匀小球，沿尺无滑动地滚下，问球心的加速度是多少？

7-63 两根长度相等、质量可以略去不计的细绳，上端都系在

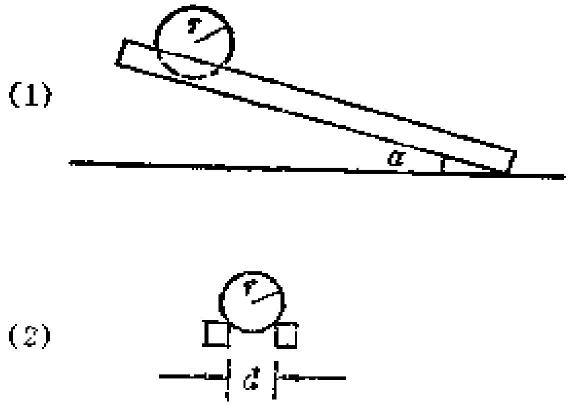


图 7-62

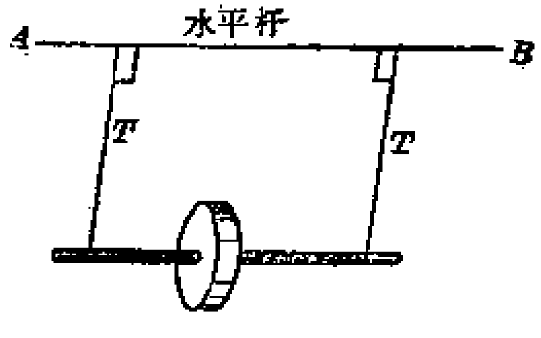


图 7-63

一根水平杆 AB 上，下端都系在一个轮轴上，把轮轴挂成水平，如图 7-63 所示。先使轮轴向上滚，把绳子缠在轮轴上；然后放手让轮轴向下滚，试问：

(1) 若轮与轴的质量共为1000克，对此轴中心的转动惯量为 2.5×10^3 克·厘米^2，轴的半径为 5 毫米，AB 不动，求每根绳子的张力 T_1；

(2) 当轮轴下降到最低点时，因为继续旋转而把绳子卷到轴上，从而轮轴又上升，求这时每根绳上的张力 T_2；

(3) 设在下落过程中，把 AB 水平地提升而正好使轮轴停在空中某一高度，求此时每根绳上的张力 T_3。

7-64 一个如图 7-64 所示的装置。四根绳子都缠绕在滚子的轴上，但上面两根与下面两根的缠绕方向相反，因此，当放手之后滚子下滚时，重物 m 比滚子下降得更快，设重物质量为 m，滚子的质量为 M，缠绳处的半径为 r，滚子对几何轴的转动惯量为 I，滚子下降时，它们的轴保持水平方向，而四根绳子则都保持竖直方向，且绳子质量可略去不计。求滚子下滚时对瞬时轴的角加速度 α。

7-65 一如图 7-65 所示的装置。质量为 m 的物体吊在滚子的中心轴上，而滚子又用绳子吊在天花板上，因绳子是绕在滚子的粗轴(半径为 r)上，故放手后滚子将滚下。设滚下时轴保持水平方向，而上面两根绳子则保持竖直方向，绳子质量均可不计，滚子的

质量为M、对几何轴的转动惯量为I，求m下落的加速度。

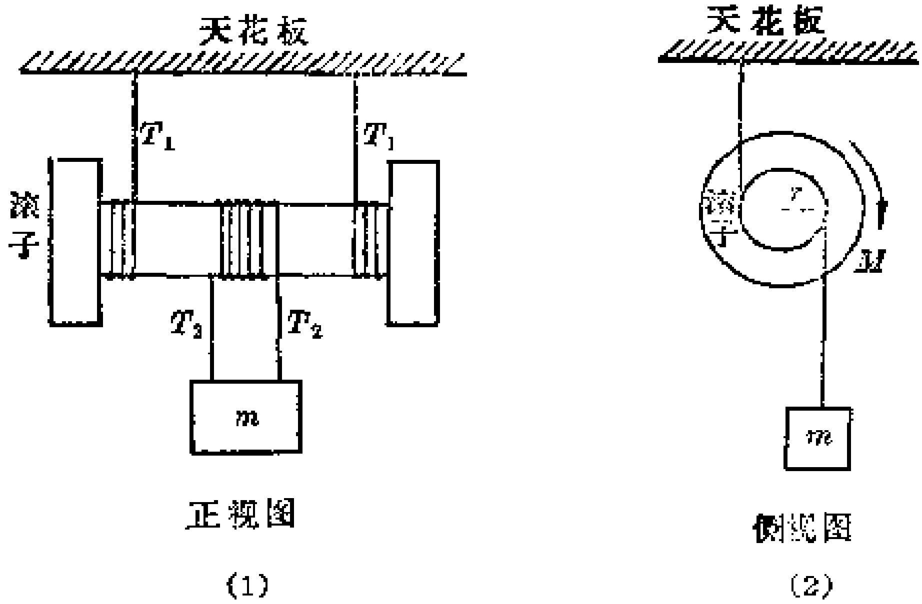


图 7-64

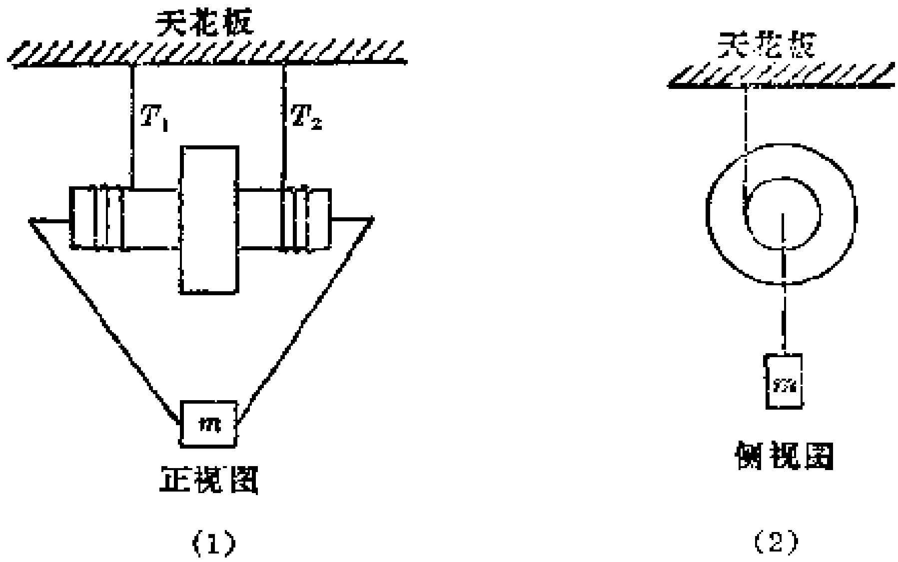
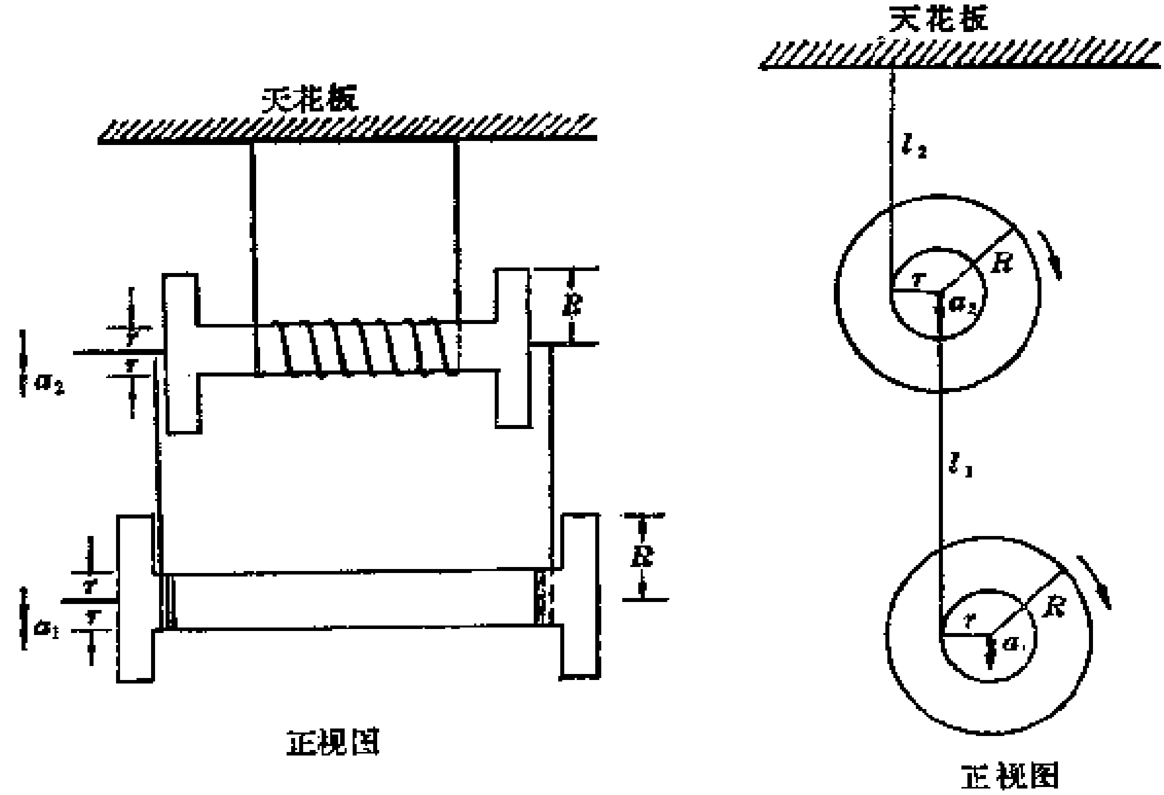


图 7-65

7-66 两个轮子，质量都是m，半径都是R，轴的半径都是r，对几何轴的转动惯量都是I，用细绳绕在它们的轴上悬挂，如图7-66所示，其绕线半径亦为r，线长l_1、l_2均$\gg r$。求当放手之后两轮滚下时，它们的轴线的加速度a_1和a_2。设绳子的质量均可不计。

7-67 一个装置如图7-67所示。其中滑轮A可随m下降而向上升。已知两盘状滑轮的质量都是M且均匀分布、半径都是R，



(1)　　　　　　　　(2)

图　7-66

绳子的质量和轴上的摩擦都可略去不计，绳子不在滑轮上滑动。求：

（1）m 下降的加速度 a_1；

（2）绳中的张力 T_3。

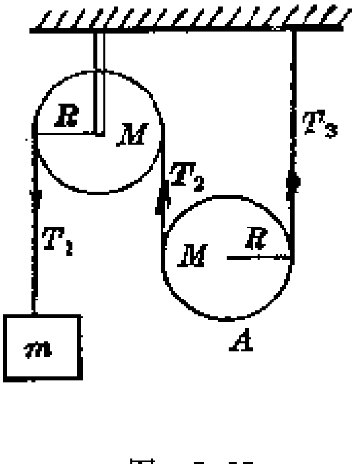


图　7-67

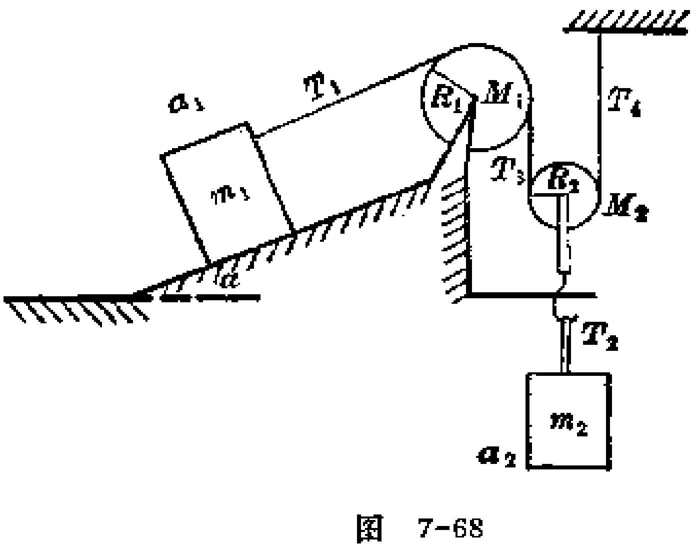


图　7-68

7-68　一个如图 7-68 所示的装置。已知 m_1、m_2、($m_2>2m_1$)、

M_1、R_1、M_2、R_2、α，m_1 与斜面之间摩擦系数 $\mu=0$，滑轮都是均匀圆盘，绳的质量以及轴上的摩擦均可不计，绳子在滑轮上不打滑。求 m_2 的加速度 a_2 以及绳中的张力 T_2。

7-69 一个如图 7-69 所示的装置。已知 m_1、m_2、m_3 以及均匀圆盘状滑轮的 M_1、R_1 和 M_2、R_2。略去绳的质量及轴上的摩擦力，绳子在滑轮上不打滑。求 m_1、m_2、m_3 的加速度 a_1、a_2 和 a_3。

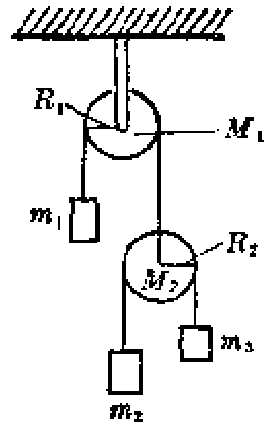


图 7-59

7-70 质量为 3.0 公斤的均匀实心圆球，沿着倾角为 30° 的固定斜面无滑动地滚下，求球与斜面间的摩擦力。

7-71 证明：要使一物体在斜面上滚动时不打滑，滑动摩擦系数 μ 必须满足：

$$\mu \geqslant \frac{\tan\alpha}{\dfrac{MR^2}{I_C}+1},$$

其中 α 是斜面倾角，I_C 是该物体绕质心的转动惯量，R 是滚动半径，M 是物体的质量。

7-72 有一个均匀细棒，质量为 m，长为 l，平放在滑动摩擦系数为 μ 的水平桌面上，一端固定，在外力推动下，绕此固定端在桌面上以角速度 ω_0 转动。今撤去外力，问从撤去外力开始到停止转动时需经过多长时间？（不考虑轴上的摩擦。）

7-73 如图 7-73 所示，一个均匀的实心圆柱体，质量为 m，半径为 R，放在两根平行的水平导轨上。圆柱体上缠绕着一根绳子，在绳子下端用力 $F=\dfrac{1}{2}mg$ 向下拉，使圆柱体在导轨上滚而不滑动，求它的轴线的加速度 a。要使圆柱体不滑动，它与导轨间的摩擦系数 μ 至少不得小于多少？

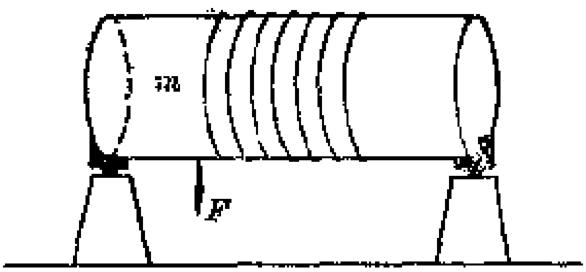


图 7-73

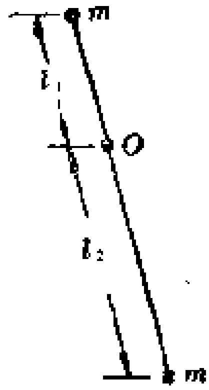


图 7-74

7-74 一根细棒两端各有一个质量为m的小球，棒上O处有一小孔，一根固定的水平轴穿过这小孔使带球的棒构成一个复摆。已知两个小球到轴O的距离分别为l_1和l_2，如图 7-74 所示。设棒的质量和轴上的摩擦均可不计，棒长不变，求这复摆作小角摆动时的摆动周期T和等值摆长l_0。

7-75 一个复摆的自由摆动周期为1.00秒，求它的等值摆长。

7-76 1.00 米长的均匀细棒，一端挂起，令其绕水平轴作微小的自由摆动，构成一个复摆，求摆动的周期。

7-77 证明：每个复摆都有两个支点，当摆动轴通过其中一个支点的摆动周期与通过另一点的摆动周期相等时，这两个支点到质心的距离l_1和l_2满足：

$$l_1 l_2=\frac{I_C}{M},$$

式中M是复摆的总质量，I_C是复摆对过质心的水平轴的转动惯量。

7-78 证明：用可逆摆测重力加速度g时，则有

$$g=\frac{4\pi^2}{T^2}(l_1+l_2),$$

式中l_1和l_2是在质心两侧的两个支点到质心的距离，两支点是这样的两点，当摆轴通过它们且相互平行时，摆的周期T相等。可逆摆的示意图如图 7-78 所示。

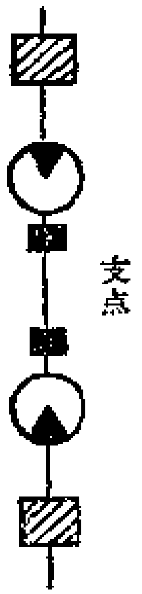


图 7-78

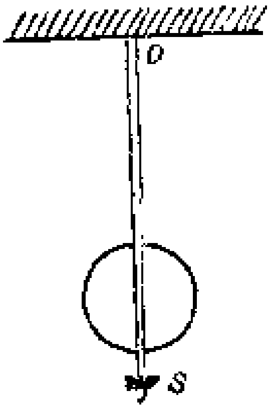


图 7-79

7-79 如图 7-79 所示，摆钟的摆由一金属杆和摆锤组成，在其下端有一可上下微调的小螺丝 s。当钟走得偏快时，要想把它调准，问应把 s 向上调还是向下调？

7-80 如图 7-80 所示，精密的天文摆钟的摆杆上部有一个小盘 D，可以向盘中加进或减少少量砝码，以调节钟的快慢。问当盘内加进砝码后，钟走得比以前快些还是慢些？

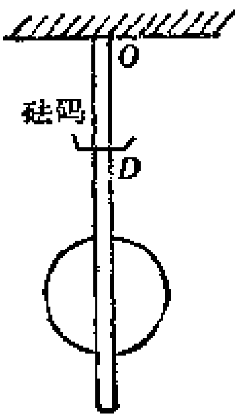


图 7-80

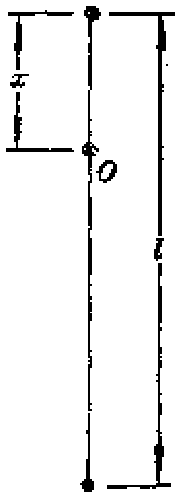


图 7-81

7-81 水平钢丝穿过一根长为 l 的均匀细棒上的 O 点，使这个细棒构成一个复摆，摆轴即钢丝。当摆角很小时，略去摩擦，问

O 点在棒上何处时摆动的周期最小？参看图 7-81。

7-82 一艘船的螺旋桨的转动惯量为 I，在不变的转动力矩 L 的作用下由静止开始转动，阻力矩 $L_{阻}$与角速度 ω 成正比，比例系数 κ 是常数。试问：

(1) 经过多少时间后角速度达到一规定值 ω_1？

(2) 这段时间里转过了多少圈？

7-83 一飞轮的转动惯量为 I，开始制动时的角速度为 ω_0。

(1) 设阻力矩与角速度的平方成正比，比例系数为 κ，求开始制动到角速度为 ω_1 的时间内的平均角速度 $\bar{\omega}$；

(2) 经过多少时间角速度减少为起始的三分之一？

7-84 一个直径为 10 厘米的均匀圆柱体在平地上滚动了 5.0 秒后停止，在停止前走过了 15 米，求滚动摩擦系数如 κ。κ 定义为对接触点的滚动摩擦力矩 L_R 与正压力 N 之比

$$\kappa=\frac{L_R}{N}。$$

7-85 一个半径为 r 的均匀小球放在一块水平的板上，平板以加速度 a 移动。球与板之间的滑动摩擦系数为 μ，滚动摩擦系数为 κ。试问：

(1) 什么情况下球将随板以加速度 a 运动？

(2) 什么情况下球只滚动而不滑动？

7-86 一个刚性小球放在倾角为 θ 的板上。设摩擦系数 $\mu=0.25$，

(1) 问平板倾斜到什么角度时球仍将保持滚动而无滑动；

(2) 如平板倾斜并以加速度 a 向前移动，定性说明球可能如何运动。如图 7-86 所示。

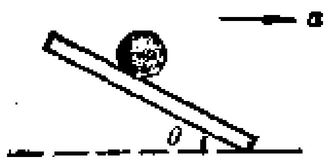


图 7-86

§5. 功 和 能

7-87 1959年7月18日，有人认为由于太阳色球层的爆发，使地球自转在那一昼夜慢了 8.8×10^{-4} 秒。已知地球的平均半径为6378公里，平均密度为5.5吨/米^3。问在这一昼夜间地球自转的转动能小了多少？假定地球是均匀球体。

7-88 一圆盘形的均匀飞轮重1000公斤，半径为 $R=0.50$ 米，绕几何轴转动，在半分钟内，由起始角速度 $\omega_0=3000$ 转/分均匀减速至1000转/分。问阻力矩做了多少功？

7-89 一车床电动机的功率为9.4千瓦。当切削半径为2.5厘米的工件时，车床转速为1000转/分，问车刀克服的阻力有多大？

7-90 为什么在纯滚动的情况下，使物体滚动的地面摩擦力不做功。

7-91 一块矩形均匀薄板边长为 $AB=90$ 厘米，$AC=160$ 厘米，重100公斤，以 AB 边着地竖立在地面上，如图7-91所示。今在 D 上加一个与 AD 垂直的力 $\boldsymbol{F}$，使板绕 A 点极缓慢地转动，从图7-91(1)的状态变到(2)的状态(此时 AD 与地面垂直，仍保持静止)。转动时维持 $\boldsymbol{F}$ 与 AD 垂直，并使板在竖直平面内运动。试问：

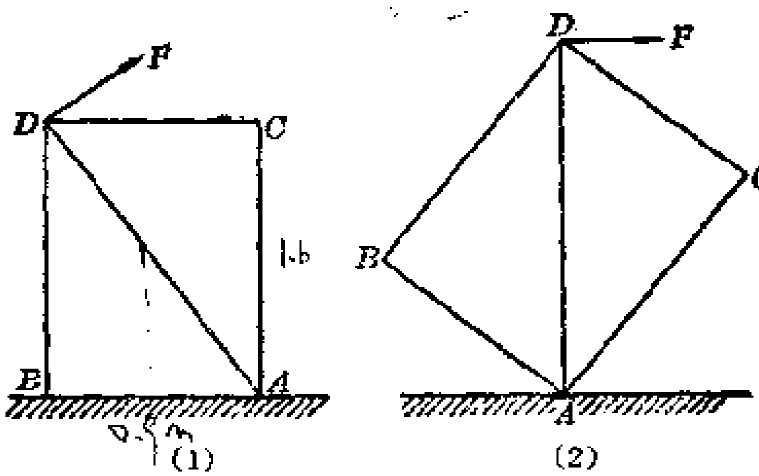


图 7-91

(1)力 F 做了多少功？

(2) 力 F 至少为多大？

7-92 一个正方形箱子沿着水平面移动了一距离 L，边长相等。一次是沿地面拖过去的，一次是绕箱子的边翻动过去的。箱子与地面间的摩擦系数为 μ，在绕箱边翻动时摩擦损耗可略去不计。问 μ 多大时，拖过去与翻过去做的功相等。设箱子的质量是均匀分布的，而且在翻过去以后重新往下落时已经撒手了。

7-93 一根长为 l、质量为 m 的均匀细直棒平放在地上，试问：

(1) 把它竖立起来，需做多少功？

(2) 如果让这竖立着的棒，以下端接地处为轴自由倒下，问上端达到地面时，速率是多少？

(3) 若当棒的上端刚到地面时，棒上某一点的速度与一质点从同样高度处自由落下时所获得的速度相等，求这点在棒上的位置。

7-94 一个圆柱形的均匀石滚子的质量为 m，在倾角为 θ 的斜面上高为 h 的地方，从静止开始滚下来，设下滚时没有滑动，并且它的轴线保持水平。试问：

(1) 滚到底所需时间 t_1 为多大？

(2) 如果它在一个光滑的斜面上，从同样高度，由静止开始自由滑下，维持滑动而没有滚动，则滑到底所需时间 t_2 为多大？

7-95 如图 7-95 所示，半径为 r 的均匀球在斜面上从静止开始滚下，设球没有滑动，轨道下部是一个半径为 R 的圆环。如不计阻力损耗，试问：

(1) 要使小球能滚到圆环最高点，问开始时它的质心至少要比圆环的顶高多少？

(2) 球沿圆轨道到达最高处的最小速度是多少?

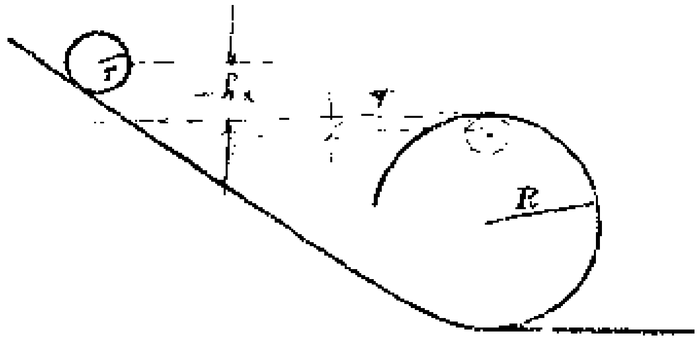


图 7-95

7-96 一铁路货车的轴承直径为27厘米，轮直径为180厘米，轮与轴承间滑动摩擦系数为0.01，轮子与轨道间滚动摩擦系数为0.05厘米。求使50吨重的货车匀速行驶1公里所需对它做的功。

§6. 质心和质心定律

7-97 把地球和月球都当做均匀球体。已知地球质心与月球质心之间的距离为地球半径R的60.3倍，地球质量为月球质量的81.5倍。求地球和月球两者的公共质心的位置。

7-98 一条均匀板长100厘米、重1000克，今在其上离一端10厘米处挖一重50克的圆孔，并将此挖下的圆块固定于板的另一端，如图7-98所示。求这时质心的位置。

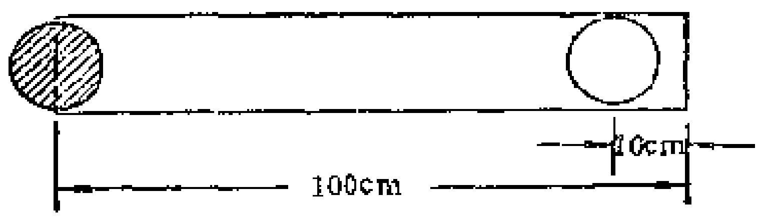


图 7-98

7-99 证明：等腰三角形状的均匀薄板的质心在它的中垂线上离顶点为2/3的地方。

7-100 一块半圆形的均匀薄板半径为R，求它质心的位置。

7-101 一刚体由三个质点用细棒联在一起，构成如图 7-101 所示的三角形，其中 $AC=30$ 厘米、$AB=50$ 厘米、$\angle CAB=60°$。三个质点的质量分别为 $m_A=5.0$ 公斤，$m_B=3.0$ 公斤和 $m_C=2.0$ 公斤。细棒的质量可略去不计。求这系统质心的位置。

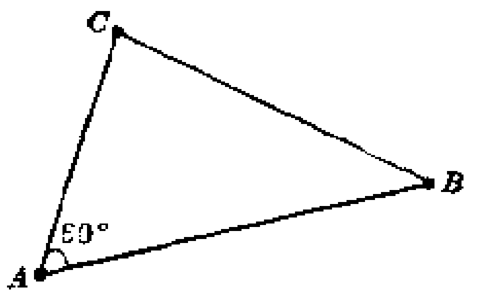


图 7-101

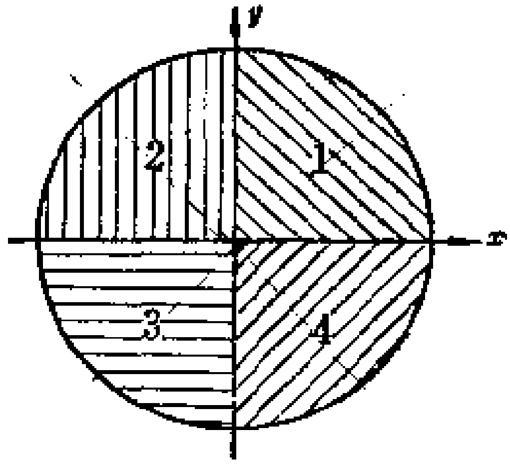


图 7-102

7-102 一个圆盘半径为 R，各处厚度一样，在每个象限里，各处的密度也是均匀的，但不同象限里的密度则不同，它们的密度比为

$$\rho_1:\rho_2:\rho_3:\rho_4=1:2:3:4$$

求这圆盘质心的位置。

7-103 在一块正方形形状的均匀薄板上，锯掉一个等腰三角形，其底边就是正方形的一边，顶点为 P，如图 7-103 所示。如果要使它以 P 点悬挂起来时，这块燕尾形板在任何位置都可以保持平衡，求切下的等腰三角形的顶角 α。

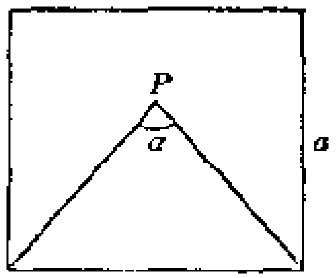


图 7-103

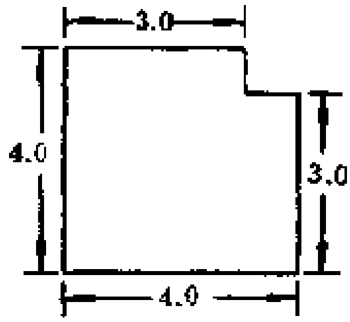


图 7-104

7-104 一块用均匀材料制成的正方形板每边长为 4.0 米，在它的一个角上切去边长为 1.0 米的正方形，如图 7-104 所示，求板的质心位置。

7-105 一个均匀圆盘半径为 R，

(1) 与圆周相切，挖去一个半径为 $r=R/4$ 的小圆；

(2) 如图所示，再挖去一个同样的小圆。

分别求上述两种情况下质心的位置。

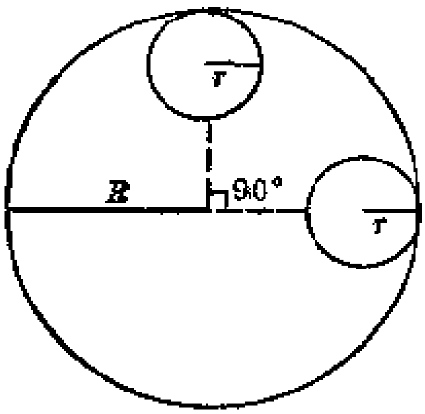


图 7-105

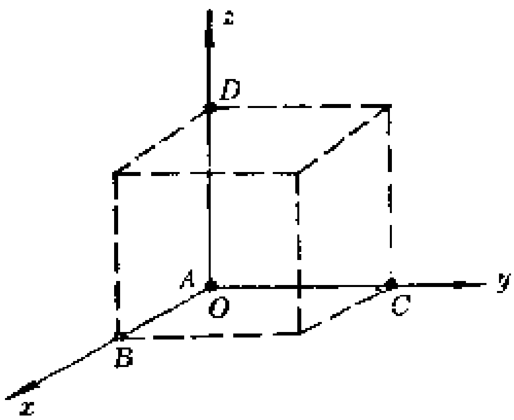


图 7-106

7-106 四个质点分别处在一立方形的四个相邻的顶点上，如图 7-106 所示。立方形边长为 a。分别求下列两种情况下的质心位置：

(1) 四个质点的质量都相同；

(2) $m_A:m_B:m_C:m_D=1:2:3:4$。

7-107 一个物体的重心定义为它所受的重力的合力的作用点。证明当物体所在处各点的重力加速度都相同时，物体的重心与质心重合。

7-108 一个均匀物体受另一质点作用于它的万有引力一定通过它的质心吗？为什么？一个非均匀物体受另一质点作用于它的万有引力一定不通过它的质心吗？试说明之。

7-109 证明：惯性力通过物体的质心。

7-110 光滑水平面上放一根细棒，受到一水平力F的作用，F与棒垂直。已知$F=1.0$公斤力，棒的质量$m=1.0$公斤，棒长$l=50$厘米。求在下列三种情况下质心的加速度，

(1) F 作用在棒中点；

(2) F 作用在棒一端；

(3) F 作用在距棒一端$\frac{l}{4}$处。

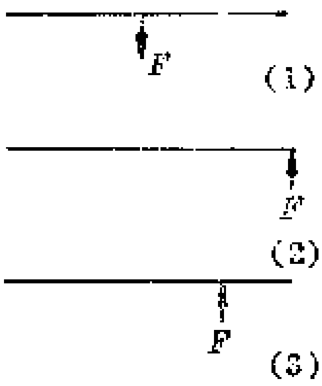


图 7-110

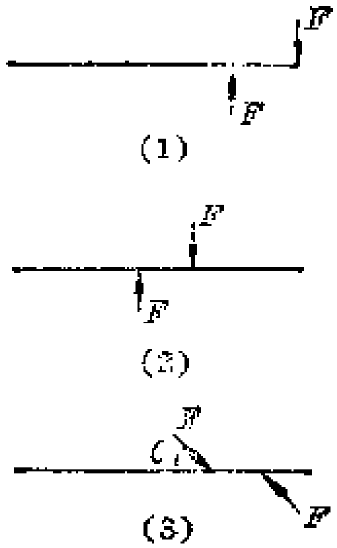


图 7-111

7-111 光滑水平面上放一根细棒，有一力偶作用于它，如图7-111所示，求下列三种情况下质心的加速度，

(1) 力偶作用于棒端，力垂直于棒；

(2) 力偶作用于棒正中部，力垂直于棒；

(3) 力偶作用的方向与棒成θ角。

7-112 如图7-112所示，一个L形物体，由两块形状相同的均匀矩形薄板胶合而成，卧放在光滑的水平桌面上，要使它受冲击后无转动地移动，冲击点P应距O点多远。设每块薄板的边长比为1:2，冲力与边垂直。

7-113 一个质量为m，半径为R的均匀圆柱体，受到通过中心的水平力F的作用，沿着水平桌面滚动，如图7-113所示。当

柱体没有滑动时，

（1）求质心的加速度；

（2）设 $m=500$ 克，$R=10$ 厘米，$F=4.0$ 公斤力，$t=0$ 时由静止开始运动，求 $t=3.0$ 秒时柱体前沿 P 点的速度值。

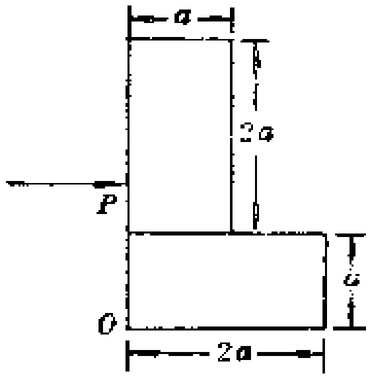


图 7-112

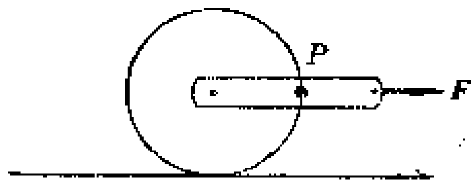


图 7-113

7-114 把一质量分布均匀的小球擦着地面水平地抛出，球的初速为 7.0 米/秒，抛出时球不转动。若球与地面间的摩擦系数为 $\mu=0.20$，问这个球开始作纯滚动时其质心的速率为多少？

7-115 一个绕线圆盘，半径为 R，质量为 m，质量分布均匀，绕线以后把线的上端悬挂在天花板上，在重力的作用下向下滚落，如图 7-115 所示。设绳子长度不变，绳子质量可略去不计。求盘心下落的加速度 a 和绳中的张力 T。

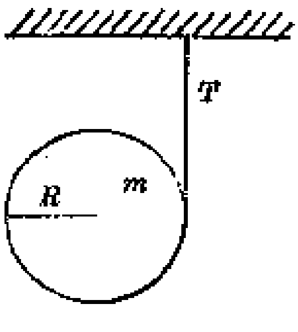


图 7-115

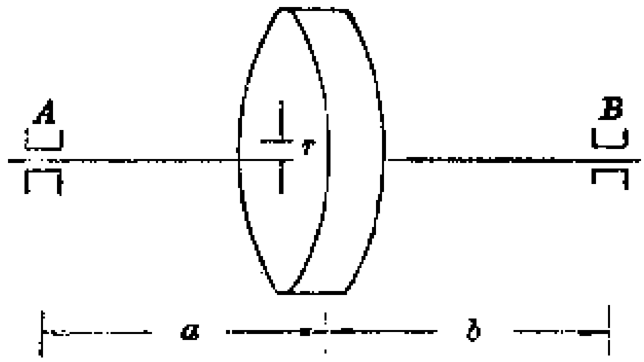


图 7-116

7-116 一个重 98 公斤的偏心轮绕水平轴 AB（几何轴）转动，其重心不在转轴上而在离转轴为 $r=0.5$ 毫米处，轮以每分钟 6000

转的转速转动。设 A、B 两轴承到飞轮质心的水平距离分别为 a、b，求下列两种情况下，两轴承所受的力各为多少：

(1) $a=b=50$ 厘米；

(2) $a=60$ 厘米，$b=40$ 厘米。

7-117 光滑的水平桌面上放一根长为 l 的均匀细棒，在棒上的某处 P 给棒以与棒垂直的水平冲力 F，则棒绕 O 点做瞬时转动。证明：O 点与 F 在质心 C 的两侧且距质心为 $a=\frac{l^2}{12b}$，b 为 P 点到质心的距离。

如冲力 F 作用在 O 点，则棒绕何点作瞬时转动？

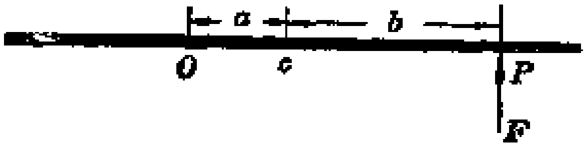


图 7-117

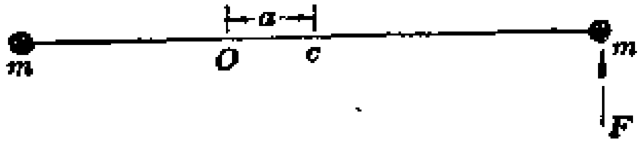


图 7-118

7-118 上题中，如物体是一个细棒两端各有一质量为 m 的质点，问在一端施以垂直于棒的力 F 时，瞬时转动中心 O 与质心 C 之间的距离 a 等于多少？设细棒的质量可忽略不计，棒长为 l。

§7. 杂 题

7-119 一根均匀的板条，重量为 W，水平并对称地放在三块相同的砖 1、2、3 上，静止不动，如图 7-119 所示。求每块砖所承受的压力。

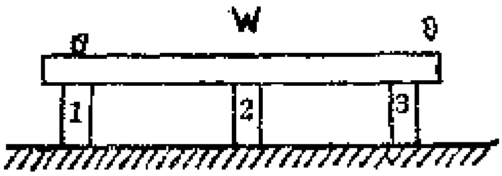


图 7-119

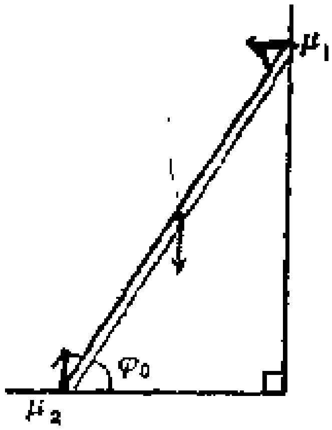


图 7-120

7-120 如图 7-120 所示，一架重量为 100 公斤、分布均匀的梯子靠在一面竖直的墙上，墙与梯子之间的静摩擦系数为 $\mu_1=0.25$，地面与梯子之间的静摩擦系数为 $\mu_2=0.30$。若要梯子不滑倒，梯子的最小倾斜角 φ_0 为多少？

7-121 一根长为 $2l$ 的均匀细棒，重为W，以匀角速度 ω 在水平面内旋转，转轴是通过中心的竖直轴。求棒内离中心为 x 处的张力。

7-122 水泥电线杆是截顶圆锥体(也叫做圆台)，两端的半径分别为 $r_A=20$ 厘米、$r_B=10$ 厘米，重 2000 公斤，密度均匀。粗端着地，在细端用向上的力 $\boldsymbol{F}_B$ 把它提起，问 $\boldsymbol{F}_B$ 至少应为多少？

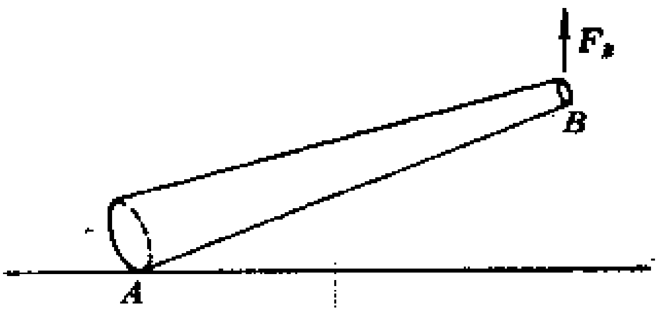


图 7-122

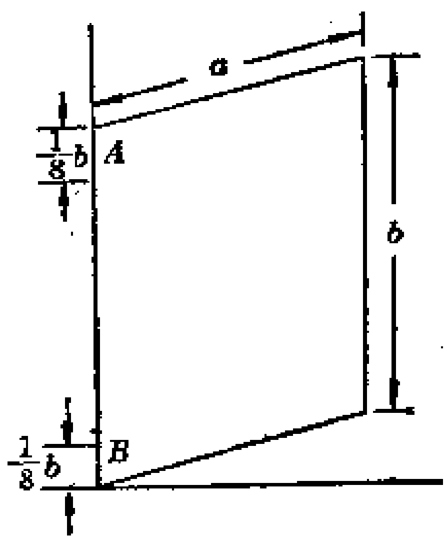


图 7-123

7-123 一宽为 a、高为 b、重为W的均匀门板由两个铰链 A 和 B 支在门轴上，上下铰链离门的上下两边的距离都是$\frac{1}{8}b$，如图 7-123 所示。当门不动时，

(1) 求作用在 A、B 两铰链上的力。设铰链与门之间的摩擦力可略去不计；

(2) 若门轴不垂直，则在什么情况下，当门自己静止时是关着的？什么情况下，门自己静止时是打开的？

7-124 两个质量都是m的质点，固定在长为 $2r$，质量可略去不计的棒的两端。另有一质量为M的质点，到棒的中点O的距离

为R, $R\gg r$, 棒与R的夹角为θ, 如图 7-124 所示。在M的万有引力作用下，试求：

(1) 两质量为m的质点所受的力对于棒中心O的转矩的近似值L;

(2) 设有两个均匀的半椭球体，每半的质量集中于各自的质心，求此转矩的大小。已知 $M=1.98\times10^{30}$ 公斤，$m=2.99\times10^{24}$公斤，$R=1.49\times10^{8}$公里，$\theta=23.5°$，地球半径$r=2400$公里。

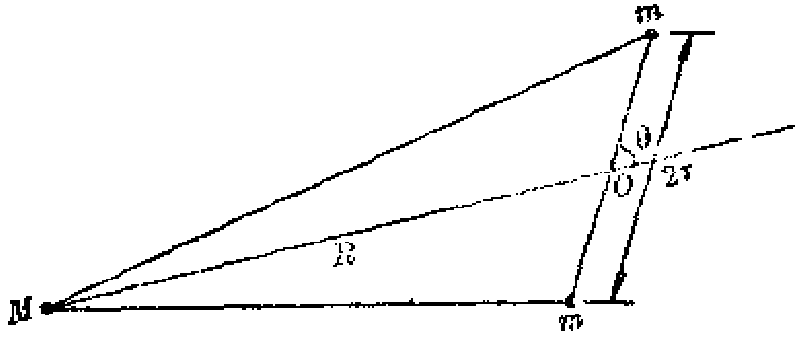


图 7-124

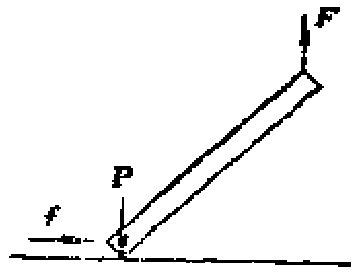


图 7-125

7-125 一根质量为 2.0 公斤的均匀棒的一端受一个竖直向上的力F，另一端放在地上，保持静止不动，如图 7-125 所示。试求：

(1) F 的大小；

(2) 棒对地面的正压力 P 的大小；

(3) 地面对棒的摩擦力 f 的大小。

7-126 一根均匀细棒的下端A放在光滑水平面上，上端受一竖直向上的力F，棒静止不动，如图 7-126 所示。当力F去掉后，棒就会向下落到地面上。问它下落的方式是下述情况的哪一种？

(1) A 点不动；

(2) 中点C竖直下落；

(3) B 点竖直下落；

（4）上述三种情况都不是，还要由其他因素决定。

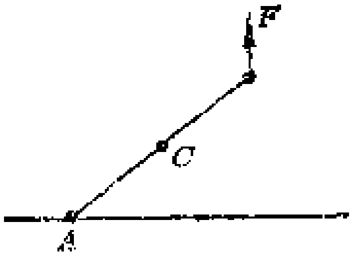


图 7-126

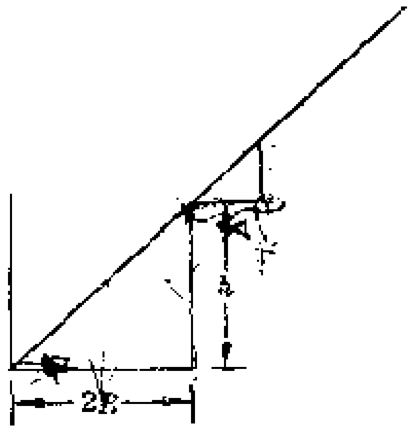


图 7-127

7-127 一长为 $2l$ 的均匀棒放在半径为 $R=5.0$ 厘米、高为 $h=10.0$ 厘米的杯中，如图 7-127。棒伸出杯口外，杯子固定不动。问在下述几种情况下，棒长不超过多长才不致滑出杯口？

（1）忽略一切摩擦；

（2）棒底与杯内壁之间的摩擦系数为 $\mu=0.20$，忽略其他地方的摩擦；

7-128 上题中，如果棒的质量为 $m=1.0$ 公斤，杯的质量为 $M=2.2$ 公斤，杯是轴对称形的，杯与地面间的摩擦力很大。问如果棒固定于杯内，棒长超过多长杯子就要翻倒？

7-129 一个均匀球壳，内半径为 R_1、外半径为 R_2，在倾角为 θ 的固定斜面上无滑动地滚下，试求：

（1）滚动的角加速度 α；

（2）设斜面高为 h，球壳从顶部由静止开始滚下而到达斜面底部时，球质心的速度 v。

7-130 一个均匀圆柱体从一倾角为 10° 的固定斜面顶端由静止开始无滑动地滚下 10 厘米后，另一个均匀球体也从此斜面顶端由静止开始无滑动地滚下，如图 7-130 所示。问在离开斜面顶端多远处球心赶上圆柱的轴？

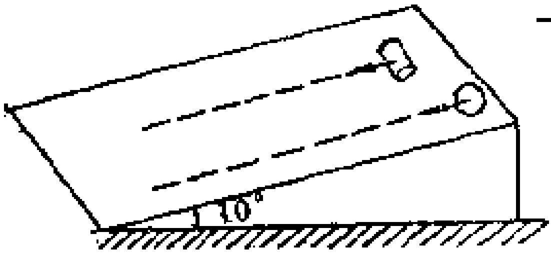


图 7-130

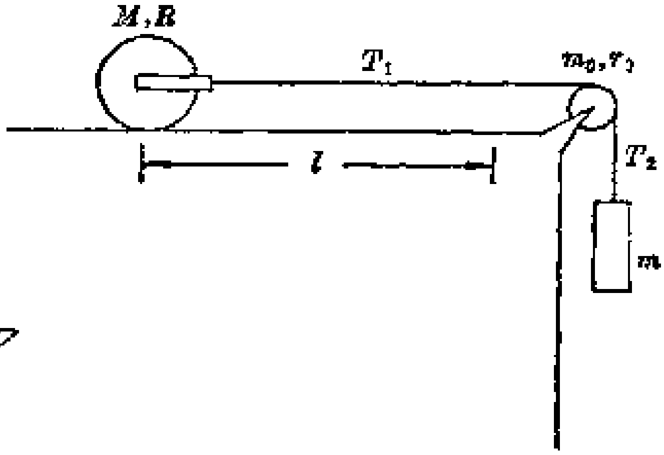


图 7-131

7-131 如图 7-131 所示，在水平的固定桌面上，有一个质量为$M=10$ 公斤、半径为$R=20$ 厘米的均匀圆柱体，绳子的一端系在这柱体的框架上，跨过一质量为 $m_0=0.5$ 公斤、半径为 $r_0=10$ 厘米的均匀盘状定滑轮后，另一端系一质量为 $m=5.0$ 公斤的重物。m 下落时，圆柱体沿桌面作纯滚动。设框架及绳子质量，各轴上的摩擦均可不计，绳子长度不变，试用下述方法求M从静止开始滚过距离 $l=1.0$ 米时的滚动角速度：

(1) 用质心定律或转动定理计算；

(2) 用能量关系计算。

7-132 一个质量为 $m_1=2.0$ 公斤的物体，放在固定的水平桌面上，物体与桌面之间的滑动摩擦系数为 $\mu=0.25$。绳的一端系在这物体上，跨过质量为 $m_0=250$ 克、半径为 $r_0=5.0$ 厘米的均匀的圆盘状滑轮后，缠在一质量为 $m_2=2.0$ 公斤、半径为 $r=20$ 厘米

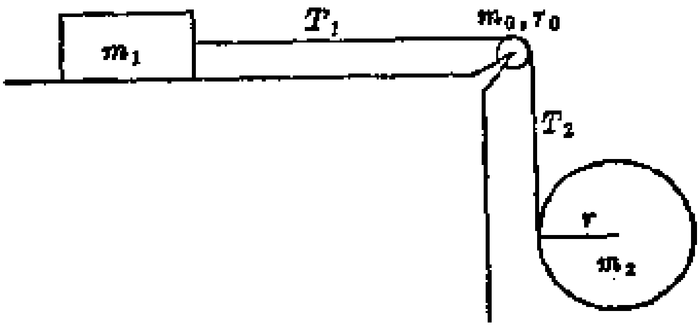


图 7-132

的均匀圆柱体上，如图 7-132 所示。当放手让圆柱体下落时，设绳子质量和轴间摩擦均可不计，绳子长度不变。求 m_1 的加速度 a_1。

7-133 一条长度不变、质量可略去不计的绳子，跨过均匀的圆盘状定滑轮 m_0 后，系在两个物体 m_1 和 m_2 上，m_1 和 m_2 分别放在一固定斜面的两边，这两边的倾角分别为60°和45°，如图 7-133 所示。已知 $m_1=1.0$ 公斤，$m_2=1.5$ 公斤，滑轮半径为 $r_0=5.0$ 厘米，物体与斜面间的摩擦系数 $\mu=0.15$。略去轴上的摩擦，分析 m_1 和 m_2 的运动情况。

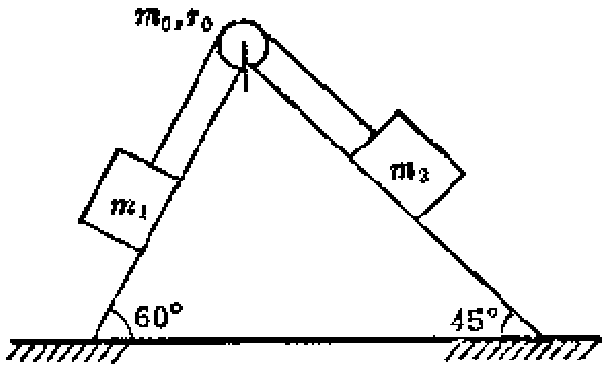


图 7-133

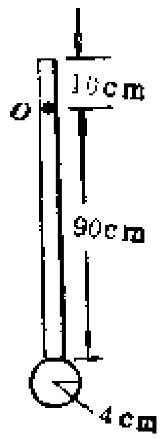


图 7-134

7-134 一根长 100 厘米、重 100 克的均匀细棒下端，焊有半径为 4.0 厘米、密度为 7.8 克/厘米³ 的钢球。在离棒上端 10 厘米处有一小孔，一水平光滑钢丝穿过这小孔把棒挂起，使棒在竖直面内作小角度摆动，如图 7-134 所示。求等值摆长。

7-135 一根均匀细棒的横截面为圆形，圆的半径 r 与距尖端的距离 x 成正比，即 $r=\beta x$，β 为比例系数。把这棒当作一个复摆，分别用两端 A 和 B 做悬点，使它绕水平轴作小角度摆动，如图 7-135(1)及(2)所示。设以尖端 A 为悬点时周期为 T_A；以另一端为悬点时周期为 T_B，求周期比 $\dfrac{T_A}{T_B}$（提示：细棒即 $r\ll$ 棒长，亦即 $\beta\ll1$）。

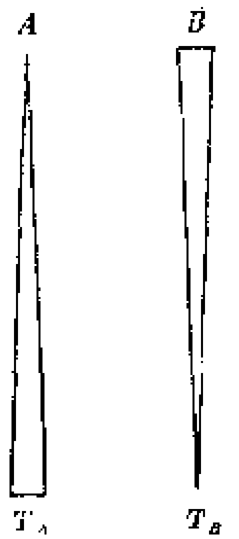


图 7-135

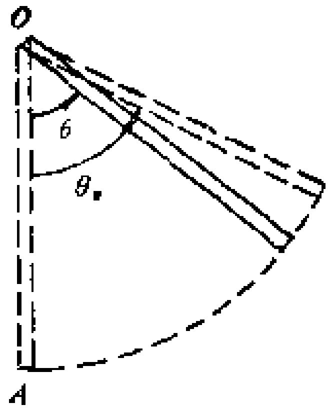


图 7-137

7-136 设地球是一均匀球体，密度为5.5吨/米^3，半径为6.4 $\times 10^3$公里。试求：

(1) 绕自转轴的转动惯量；

(2) 自转的转动能量；

(3) 自转的角动量；

(4) 北京(北纬40°)随地球运动的切线速度。

7-137 如图7-137所示，一根均匀的细棒长100厘米，重1.0公斤，上端O挂在一光滑的水平轴上，因而可以在竖直面内转动。先用手扶住让它静止在距离竖位置转角为θ_0的位置上，然后放手让它摆下。当它摆到$\theta=60°$时，转动角速度为$\omega=3.0$弧度/秒，试求：

(1) 起始时的角度θ_0；

(2) 下落到竖直位置时质心的速度v_C；

(3) 下落到竖直位置时下端A的切向加速度a和法向加速度a_n；

(4) 下落到竖直位置时，杆作用在轴上的力F；

(5) 设以最低点的重力势能为零，问下落到何处时，

其重力势能与转动动能相等？

7-138 如图 7-138 所示，一质量为 m、长为 l 的均匀细棒放在光滑的水平面上，一竖直轴 O 通过棒的一端，棒可以绕这轴自由转动。当棒静止时，在另一端加上一个垂直于棒的水平力 $\boldsymbol{F}$，问这时轴作用在棒上的力为多少？方向如何？

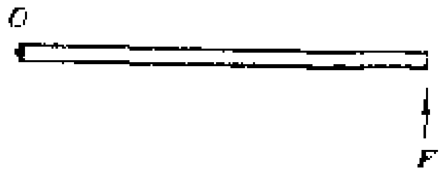


图 7-138

7-139 有一根均匀细棒在光滑水平面上静止不动，一端突然受到与棒身垂直的水平力的冲击。棒的另一端是(1)自由的，或(2)被一光滑的竖直轴拴住。证明两种情况下棒所获的动能之比为 4:3。

7-140 一根很轻的均匀细棒长为 $2l$，质量可以忽略，两端各拴着一个小球，质量分别为 m_1 和 m_2，且 $m_1>m_2$。棒中心 O 有一小孔，一水平的光滑钢丝穿过这小孔，使棒能在竖直面内转动，如图 7-140 所示。设棒在重力作用下由水平位置从静止开始转动，试求：

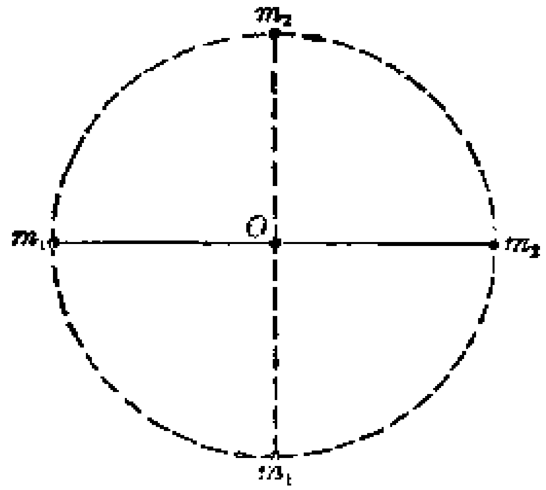


图 7-140

(1) 开始转动时 m_1 的加速度和棒作用在 O 轴上的力；

(2) 转过平衡位置时 m_1 的加速度和此时作用在 O 轴上的力。

7-141 一长为 40 厘米、质量为 100 克的均匀细棒的中心固定一个质量为 100 克的质点，它们静止在光滑的水平面上。棒的一端突然受到与棒身垂直的水平力的冲击，当棒转过一周时，求棒中心的位移。

7-142 如图 7-142 所示，一根均匀的棒长为 l、质量为 m，放在光滑的水平面上。当在距中心 C 为 x 的 P 点施一垂直于棒的冲量 $J=\int F dt$ 时，试问：

(1) 刚刚撞击以后质心的速度 v_C 为多大？棒绕通过质心的轴的角速度 ω_C 为多大？端点 A 的速度 v_A 为多大？

(2) 欲使 $v_A=0$，P 点的位置应于何处？（这时 P 点称为打击中心。）

(3) 如把棒的 A 端垂直挂起，冲击在何处才能使棒绕 A 转动而在支点无侧向的力？

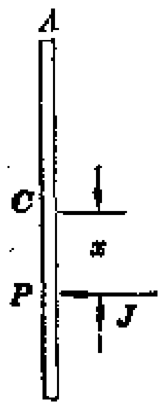


图 7-142

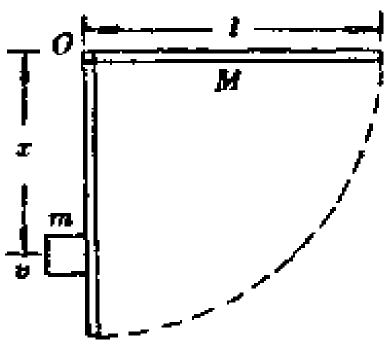


图 7-144

7-143 证明刚体转动惯量的平行轴定理：

$$I=I_C+md^2$$

其中 m 为刚体的总质量，I_C 为刚体对通过它的质心的轴 $O'O'$ 的转动惯量，I 为刚体对平行于轴 $O'O'$ 的轴 OO 的转动惯量，d 为这两个平行轴间的距离。

7-144 一根长为 l、质量为 M 的均匀细棒，可绕一端的水平光滑轴 O 自由转动。今棒从水平位置由静止开始放下，当它转到竖直位置时正好与另一边飞来的质量为 m 的小物体相碰，如图 7-144 所示。碰后两者正好都停下来，并知这时轴上不受侧向的力。试求：

(1) 小物体 m 的速度；

(2) 小物体 m 碰在棒上的位置 x；

(3) 两者质量之比 $\frac{m}{M}$。

7-145 用手抓住长为 $2l$ 的均匀细棒 AB 的两端，使它在水平方向静止不动。先放开 B 端的手，让棒绕 A 端转动，略去棒与手之间及空气的摩擦，当棒转到竖直位置时，再放开 A 端的手让它自由运动下落，如图 7-145 所示。试问：

(1) 在以后的下落过程中，质心的轨迹怎样？

(2) 质心的加速度怎样？

(3) 当棒从竖直位置落下高度 h 时，它绕质心转了几圈？

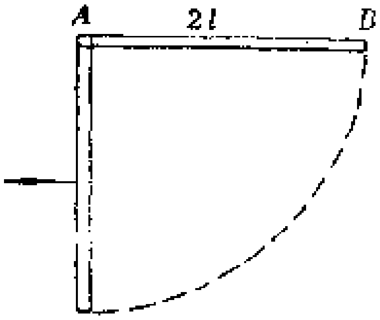


图 7-145

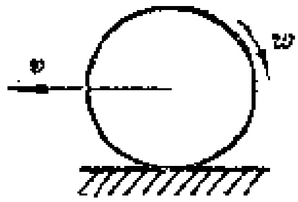


图 7-147

7-146 回答以下问题：

(1) 为什么骑自行车在冰上行驶时，刹闸就容易摔倒？

(2) 为什么骑自行车在路上快速前进时刹前闸则后轮有可能抬起，人和车向前滚翻？

7-147 将一个已按图 7-147 所示方向以角速度 ω 旋转、半径为 R 的圆盘切着地面向前扔出时，盘将有可能先是朝前，然后又向后滚，试说明这是什么道理？在什么情况下会发生这种现象？

7-148 一根长为 l、质量为 m 的均匀细杆，可以绕通过它一

端的水平轴 O 无摩擦地转动。当它静止地吊着时，由于受到外力的冲击，开始以角速度 $\omega_0=\sqrt{\frac{6g}{l}}$ 绕 O 轴转动，如图 7-148 所示。试求：

(1) 它转过的角度 θ 与时间 t 的关系；

(2) 它转到轴上竖立时(即 $\theta=\pi$)所需的时间。

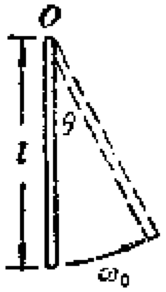


图 7-148

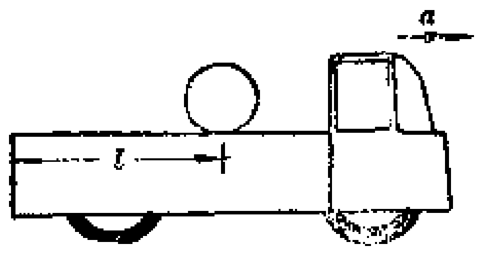


图 7-149

7-149 一个均匀的圆柱放在平板卡车上，车停在平路上．圆柱体的轴到车板后沿的距离为 l，如图 7-149 所示。现在车突然以匀加速度 a 向前开动，设圆柱体在车上滚动时没有滑动，问它滚下车时车跑了多远？

7-150 如图 7-150 所示，线轴的外半径为 R、总质量为 M，绕线部分的半径为 r、质量为 m。设各部分质量分布都是均匀的。今将绕线的一端以一与水平成 α 角的力 F 拉它，问线轴将如何运动？已知它与地面间的摩擦力为 f_μ。(假定无滑动，且 $F\sin\alpha<Mg$。)

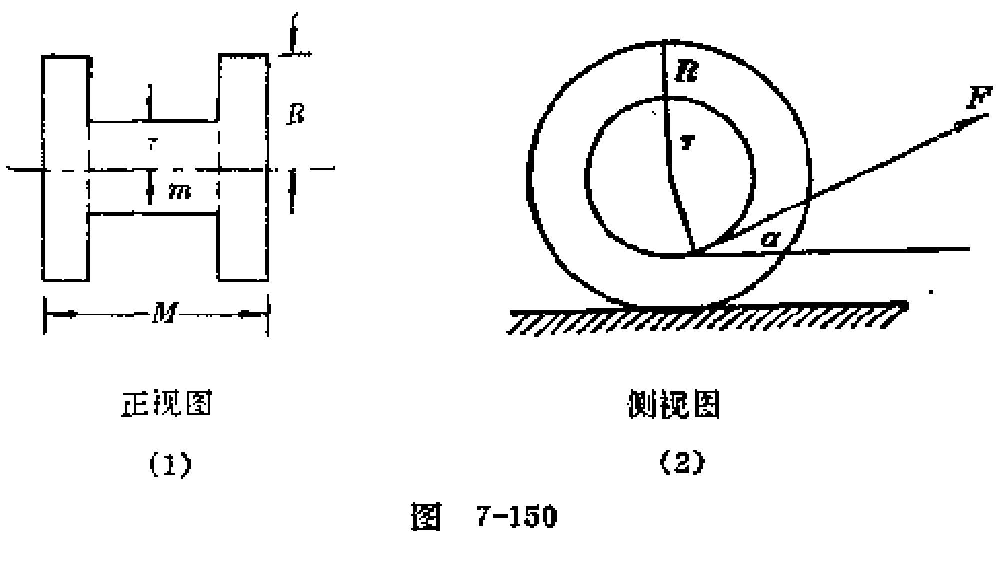


图 7-150

7-151 一均匀铅球从高为 h 的固定斜面顶上，由静止无滑动地滚下，求滚到底时球心的速度。试用下述几种方法求解：

(1) 转动定理，以通过球与斜面的接触点的水平轴为瞬时转动轴；

(2) 质心运动定律；

(3) 机械能守恒定律；

(4) 角动量定理。

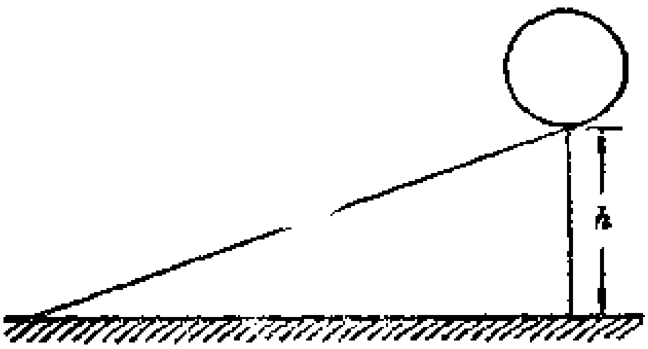


图 7-151

7-152 如图 7-152 所示，一个半径为 R 的半球固定在地面上，在它的顶部有一半径为 r 的均匀球从静止开始滚下，设滚下时没有滑动，问当 θ 等于多少时小球离开大球面？

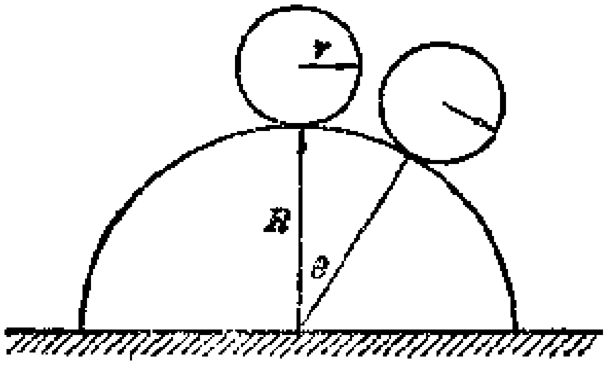


图 7-152

7-153 一个直角棱柱体的高为 h、质量为 M、倾角为 θ，静止在光滑的水平面上。一个半径为 r、质量为 m 的均匀球放在顶部，从静止开始无滑动地滚下，如图 7-153 所示。试求：

(1) 球滚到底部时，球心的速度 v；

（2）棱柱体的加速度 a 和球滚到底部时棱柱体移过的距离 S。

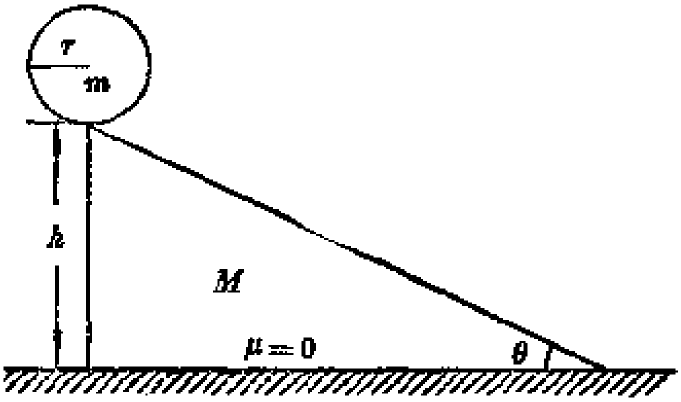


图 7-153

7-154 在水平路轨上有一台斗车，它的两轮轴相距 80 厘米，都比水平路轨高 20 厘米，如图 7-154 所示。当没有外力推它时，由于斗车的重量，两轮轴受到的压力分别为左轴 $P_1=100$ 公斤，右轴 $P_2=90$ 公斤。现在以 $F=4.0$ 公斤的水平力推车，F 的作用点比路轨高 140 厘米。如不考虑轮子的质量，试问：

（1）如果车在运动的方向上匀速前进，求这时轮轴所受的压力；

（2）如果在同一力的作用下，斗车作 $a=0.10$ 米/秒^2 的加速度运动，问两轮轴受力各为多少？已知斗车的重心 c 比路轨高 61 厘米。

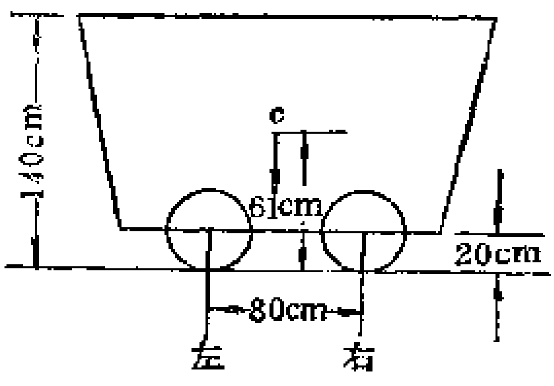


图 7-154

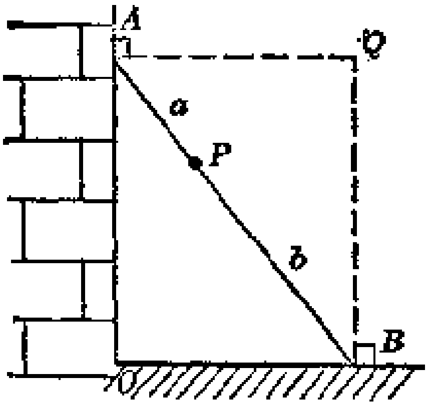


图 7-155

7-155 一直杆 AB 靠在墙上，如图 7-155。由于摩擦力不够大，它的上端沿墙滑下；在滑动过程中，此杆始终在既与墙垂直、也与地面垂直的平面内。证明：

(1) 这杆上任一点 P 的轨迹为一椭圆，P 到两端的距离 a 和 b 分别为椭圆的半长轴和半短轴；

(2) 杆的瞬时轴的轨迹是以墙脚 O 为圆心、杆长为半径的圆；

(3) 过 A 和 B 分别作墙和地面的法线 AQ 和 BQ，P 点的瞬时速度与 $\overline{PQ}$ 垂直。

第八章　机 械 振 动

§1. 简谐振动的描述

8-1　如图 8-1 所示，下列几种情况哪些是简谐振动，哪些不是？并说明理由。

(1) 织布机的梭子在光滑水平经线上，在两边冲力作用下作往返运动；

(2) 小球在地面上作完全弹性的上下跳动；

(3) 细线悬一小球在水平面上作匀速圆周运动；

(4) 浮在水里的均匀矩形木块，用力将它部分按入水中，然后松手，木块作上下浮动。不计水的粘滞阻力；

(5) 上述(4)中，如果是一个密度小于水的均匀正三棱

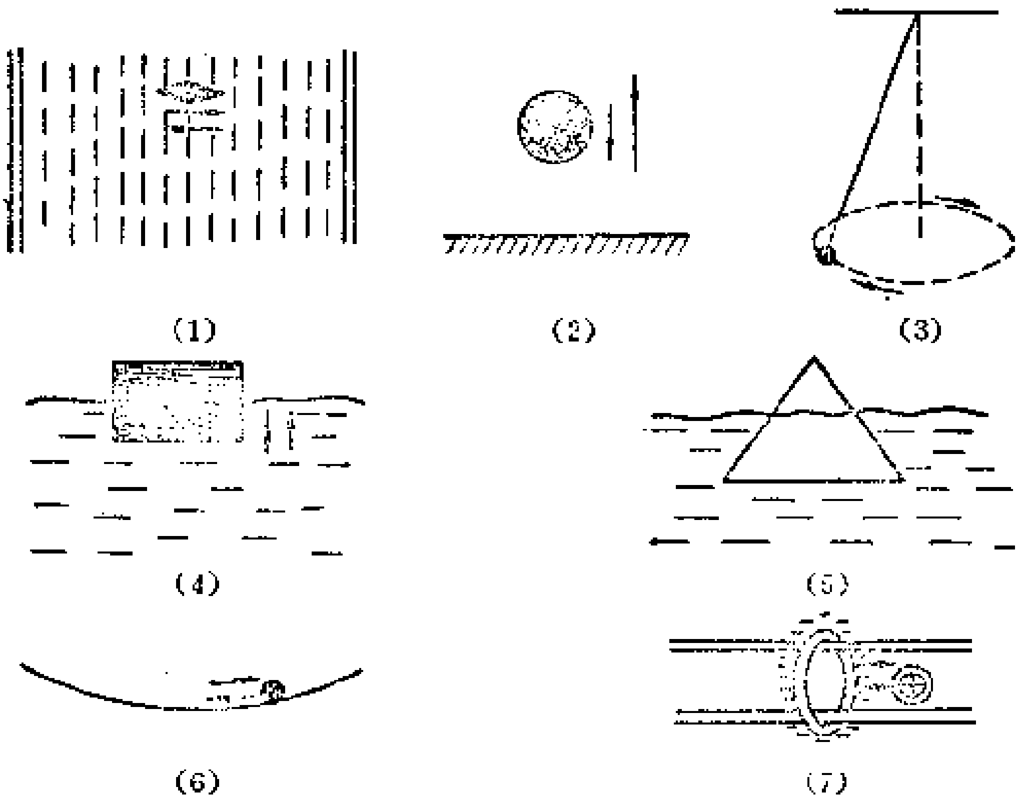


图　8-1

锥体，锥顶向上在水中上下浮动，浮动距离较大，又是怎样？

(6) 小球在半径很大的较光滑凹球面底部作短距离的往返滚动时球心的运动；

(7) 一个带负电荷的圆环套在光滑水平的薄玻璃管上，玻璃管内有一带正电荷的小球在静电力的作用下作往返运动，假定在运动过程中小球和圆环上的电荷分布都不变。

8-2 什么情况下，简谐振动的速度与加速度是同号的（即速度为正、加速度亦为正，速度为负、加速度亦为负）？什么情况下是异号的？

8-3 说明简谐振动 $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$ 的周期为什么是 $T=\frac{2\pi}{\omega}$。如果 $x_1=A_1\cos(n\omega t+\varphi_0)$，周期又是多少？

8-4 两个相同的弹簧各系一物体作简谐振动。不计弹簧质量，问在下列情况下其运动周期是否一样：

(1) 物体质量 $m_1=m_2$、振幅 $A_1=A_2$，一个在光滑水平面上作水平振动，一个在竖直方向悬挂作竖直振动；

(2) $m_1=2m_2$、振幅 $A_1=2A_2$，都在光滑水平面上作水平振动；

(3) $m_1=m_2$、振幅 $A_1=2A_2$，都在光滑水平面上作水平振动；

(4) $m_1=m_2$，一个在地球上，一个在月球上作竖直振动。

8-5 以下三个单摆，都以很长的摆长、很小的角度作简谐振动。它们的周期是否相同？如不相同则哪个大，哪个小？

(1) 摆长 $l_1=l_2=l_3$，摆球质量 $m_2=2m_1$、$m_3=3m_1$；

(2) 摆长 $l_2=2l_1$，$l_3=3l_1$，摆球质量 $m_1=m_2=m_3$；

(3) 摆长 $l_1=l_2=l_3$，摆球质量 $m_1=m_2=m_3$，振幅 $A_2=$

$2A_1$、$A_3=3A_1$；

(4) 摆长 $l_1=l_2=l_3$，摆球质量 $m_1=m_2=m_3$，第一个在地面上，第二个在匀速前进的火车上，第三个在匀加速水平前进的火车上；

(5) 摆长 $l_1=l_2=l_3$，摆球质量 $m_1=m_2=m_3$，第一个在匀速上升的升降梯中，第二个在匀加速上升的升降梯中，第三个在匀减速上升的升降梯中；

(6) 摆长 $l_1=l_2=l_3$，摆球质量 $m_1=m_2=m_3$，第一个在地球上，第二个在环绕地球的同步卫星上，第三个在月球上。已知月面的重力加速度是地面的重力加速度的1/6。

8-6 用细线 l_1 及 l_2 挂在一起的两个小球，其质量分别为 m_1 和 $m_2=2m_1$，悬点间距离正好等于两球半径之和 r_1+r_2，且 $l_1+r_1=l_2+r_2$，如图 8-6(1) 所示。将它们分别向左右拉开同一个小距离 d 后，同时由静止开始摆下，如图 8-6(2)所示。问它们将在何处相碰？

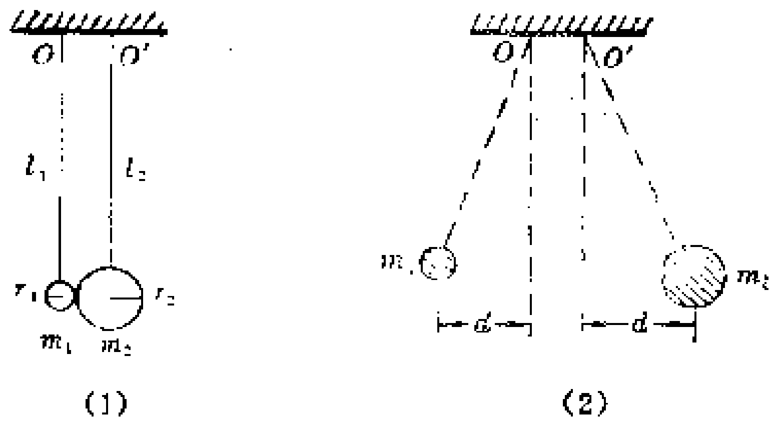


图 8-6

8-7 把简谐振动 $S=A\cos\left(\omega t+\dfrac{\pi}{3}\right)$，

(1) 写成正弦函数的表达式；

(2) 分别以周期 T 和频率 ν 代替 ω，写出两种表达式；

(3) 求速度 v 和加速度 a；

(4) 作 S-t、v-t、a-t 图(一个周期),时间轴分别以 t、T、ωt 表出。

8-8 简谐振动 $S=6\cos\left(5t-\frac{\pi}{4}\right)$厘米,试问:

(1) 振幅、周期、频率各是多少?

(2) 起始位移、速度、加速度各是多少?

(3) π 秒末的位移、速度、加速度各是多少?

(4) 作 S-t 图(一个周期),时间轴以秒为单位。

8-9 如图 8-9 所示,一质点作简谐振动,在一个周期内相继通过相距为 11 厘米的两点 A、B,历时 2.0 秒,并具有相同的速率;再经过 2.0 秒后,质点又从另一方向通过 B 点。求质点运动的周期和振幅。

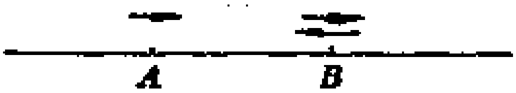


图 8-9

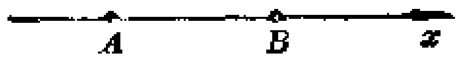


图 8-10

8-10 如图 8-10 所示,两个质点 A、B 相距 7.0 厘米,都沿 x 轴作简谐振动,它们的位置表达式为:

$$x_A=A_1\sin\left(\omega_A t-\frac{\pi}{2}\right);\quad x_B=A_2\sin\left(\omega_B t+\frac{\pi}{2}\right);$$

其中 $\omega_A=20$ 秒$^{-1}$,$\omega_B=21$ 秒$^{-1}$,$A_1=3.0$ 厘米,$A_2=4.0$ 厘米。若在 $t=0$ 时开始振动,试问:

(1) 开始振动后 0.035 秒时,A、B 间的距离是多少?

(2) 这时刻它们之间的相对速度是多少?

8-11 一质点在一直线上作简谐振动,当其距平衡点 O 为 2.0 厘米时,加速度为 4.0 厘米/秒^2,问该质点从一端(静止点)运动到另一端所需的时间。

8-12 简谐振动的振幅为 A,频率为 ν,写出它在离平衡位置为 x 处的速度表达式 $v(x)$。

8-13 一物体作简谐振动，周期为 T，求其在第一个周期内经过下列过程所需的时间：

(1) 由平衡位置到位移最大处；

(2) 由平衡位置到位移等于最大位移的 $\frac{1}{2}$ 处；

(3) 由最大位移的 $\frac{1}{4}$ 处到位移最大处。

8-14 证明：一个长度不变的矢量，一端固定，另一端作匀速圆周运动，则它在任何方向的投影都是简谐振动。其中矢量的模是简谐振动的振幅，矢量的旋转角速度是简谐振动的角频率，矢量与该方向间的夹角即为简谐振动的周相。投影方向的不同表示选取起始时刻不同。

8-15 一马达带动一偏心轮作匀角速度旋转，此偏心轮安装于机座上，绕一水平轴转动。证明由于质心偏离轮轴中心而引起的机座所受的竖直方向的力是一简谐力。

8-16 从下述简谐振动的位移 S-t 图，如图 8-16(1)、(2)所示，分别写出这两简谐振动的表达式。

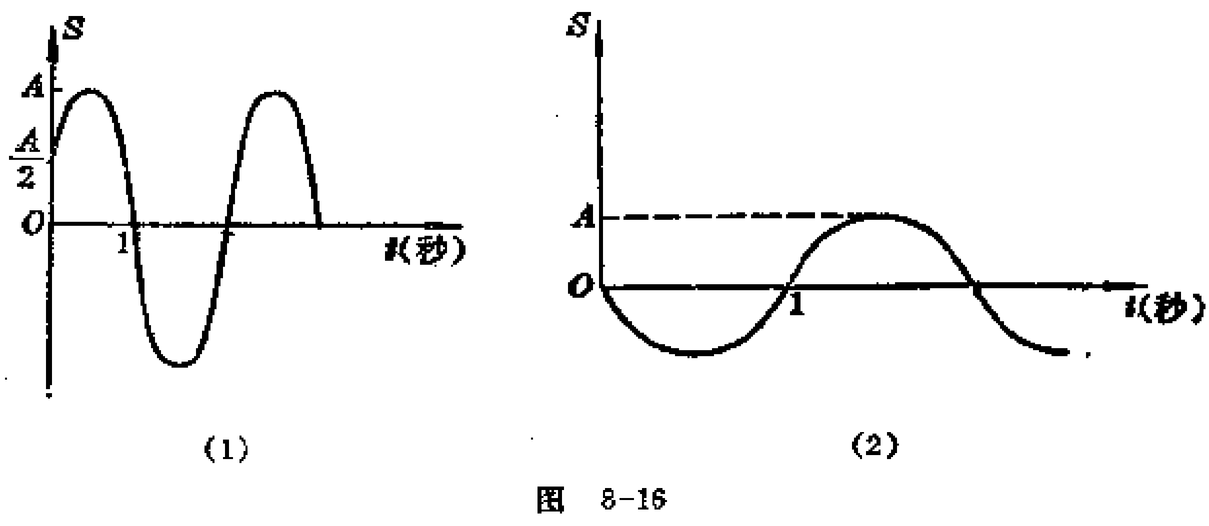


图 8-16

8-17 为什么说简谐振动的周相是描述系统的运动状态的？简谐振动的初周相是不是一定指它开始振动时刻的周相？同一个

简谐振动，能否选不同时刻当作时间的起始点，即选取不同时刻作为 $t=0$，它们之间差别何在？

8-18 如果把一个单摆拉开一个小角度 θ_0，然后放开让其自由摆动。试问：

(1) 此 θ_0 是否即为初周相？

(2) 单摆绕悬点转动的角速度是否即为简谐振动的角频率？

(3) 我们说单摆作简谐振动是指单摆的什么量在作简谐振动？

8-19 同一个简谐振动能否写成正弦函数表达式或余弦函数表达式，其区别何在？

8-20 证明：两个频率相同的简谐振动的周相差是不随时间改变的。

8-21 同一简谐振动的位移 S、速度 v、加速度 a 之间的周相差是多少？谁比谁超前？

8-22 在下列三种情况下，分别求其中 S_1 和 S_2 两个简谐振动的周相差，哪个超前？

(1) $S_1=A_1\cos\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$,

$S_2=A_2\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{6}\right)$;

(2) $S_1=A_1\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$,

$S_2=A_2\sin\left(\omega t-\dfrac{3\pi}{4}\right)$;

(3) $S_1=3\cos\left(\pi t+\dfrac{\pi}{4}\right)$,

$S_2=-2\sin\left(\pi t+\dfrac{\pi}{3}\right)$;

把每一组 S_1、S_2 在同一张图纸上作 S-t 图，对此进行讨论并得出必要的结论。

8-23 一简谐振动的表达式为 $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$，其中 A 和 φ_0 是由初始条件 $t=0$ 时 $x=x_0$、$v=v_0$ 决定的。证明：

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}};\qquad \varphi_0=\tan^{-1}\left(-\frac{v_0}{x_0\omega}\right)。$$

如果写成 $x=A\sin(\omega t+\varphi_0')$，则 A 和 φ_0' 又是怎样？

8-24 在 $t=0$ 时单摆处于图 8-24(1)所示状态，求初周相 φ_0 及图 8-24(2)、(3)、(4)各状态的周相以及到达这些状态的时刻。已知周期为 T，若以向右方向为正，分别写出正弦、余弦表达式。

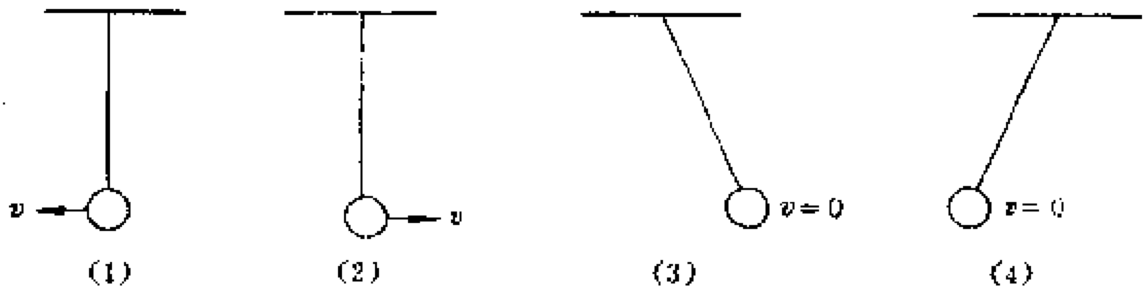


图 8-24

8-25 在 $t=0$ 时，周期为 T、振幅为 A 的单摆分别处于如图 8-25(1)、(2)、(3)、(4)所示的状态。若以向右方向为正，写出它们的振动表达式。

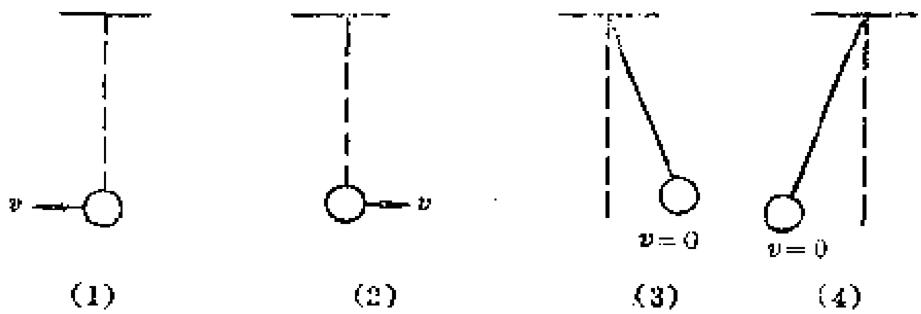


图 8-25

8-26 写出图 8-26 所示的简谐振动的初周相 φ_0，a、b、c、d、e、f 各点的周相 φ 以及到达这些状态的时刻 t 各是多少？已知周期为 T。并分别写出：

（1）正弦表达式；

（2）余弦表达式。

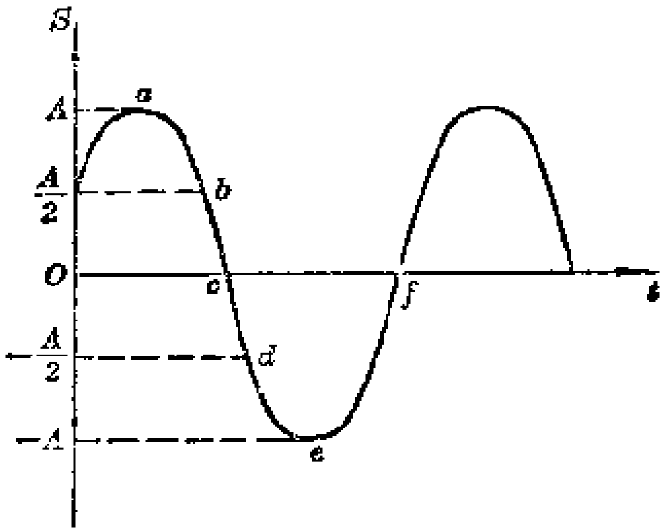


图 8-26

§2. 简谐振动的动力学问题

8-27 把一汽油发动机活塞的运动看作简谐振动。若其冲程(振幅的两倍)为12厘米，发动机的转速为3600转/分，试求：

（1）活塞在冲程末了时的加速度；

（2）若活塞重450克，此时它受到的合力是多少？

8-28 如图8-28所示，一个单摆的摆长 $l=39.2$ 厘米，质量 $m=500$ 克。当 $t=0$ 时，$\theta=0.1$弧度，$\frac{d\theta}{dt}=-0.02$ 秒$^{-1}$，求其摆锤的位移 S 与时间的关系以及在 $\theta=0$ 时作用于质点的力 F。

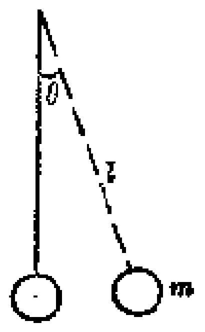


图 8-28

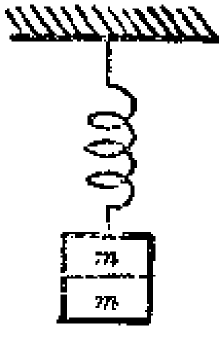


图 8-29

8-29 如图 8-29 所示的弹簧，其一端固定在天花板上，另一端挂两个相同的质量 m 各为 1.0 公斤的物体，此时弹簧伸长 2.0 厘米，静止不动。如果挂在下面的一个物体自己脱落掉下，若不计弹簧质量，求剩下的物体运动的振幅和周期。

8-30 一物体质量为 4.9 公斤，挂在一弹簧上作上下振动，周期是 0.50 秒。问当此物体移去后，弹簧的平衡位置移动了多少？设弹簧自身的重量不计。

8-31 一倔强系数为 k 的弹簧上端固定，下端系一质量为 m 的物体，物体放在支架上，使弹簧保持没有系物时的自然长度，静止不动。今将支架突然移开，若不计弹簧自重，以起始运动时的位置作为坐标原点，求物体运动的表达式。

8-32 一质量为 m 的物体悬于一竖直的弹簧上，使弹簧拉伸了 l 长度而到达新的平衡位置。随后让此系统自由振动。若不计弹簧自重，证明它的周期与一长为 l 的单摆周期是一样的。

8-33 一倔强系数为 k 的弹簧和一质量为 m 的物体组成一振动系统。若弹簧自身的质量不计，弹簧的自然长度为 l_0。问下述情况下其振动周期及平衡时弹簧的长度有何不同：

(1) 整个系统放在光滑水平面上，如图 8-33(1)；

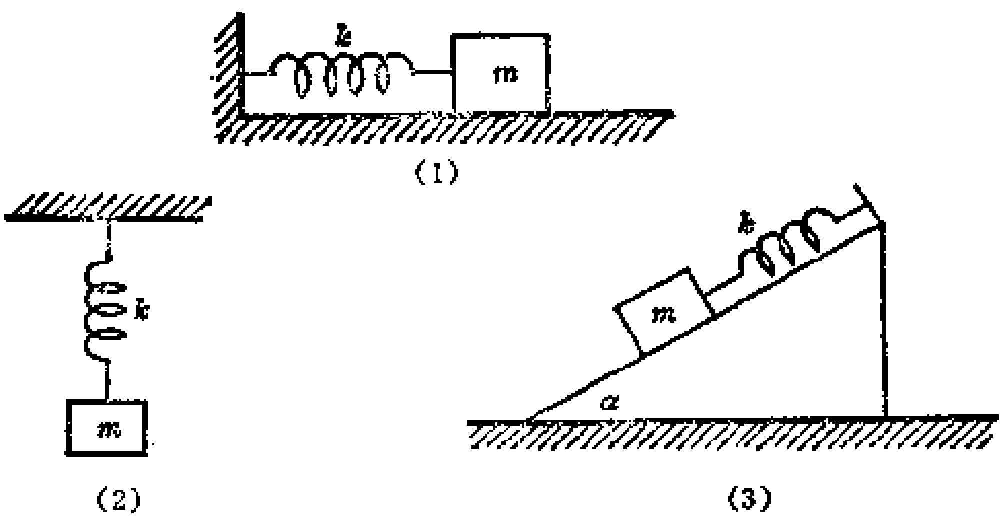


图 8-33

(2) 整个系统竖直挂起，如图 8-33(2)；

(3) 整个系统放在倾角为 α 的光滑斜面上，如图 8-33(3)。

8-34 两个相同的弹簧，倔强系数都是 k，本身质量都略去不计，每个弹簧都系一质量为 m 的物体而成为一振动系统。试分析下述情况下是否简谐振动，如是简谐振动，求其周期。参看图 8-34(1)——(7)。

(1) 串联在一起，吊起 m；

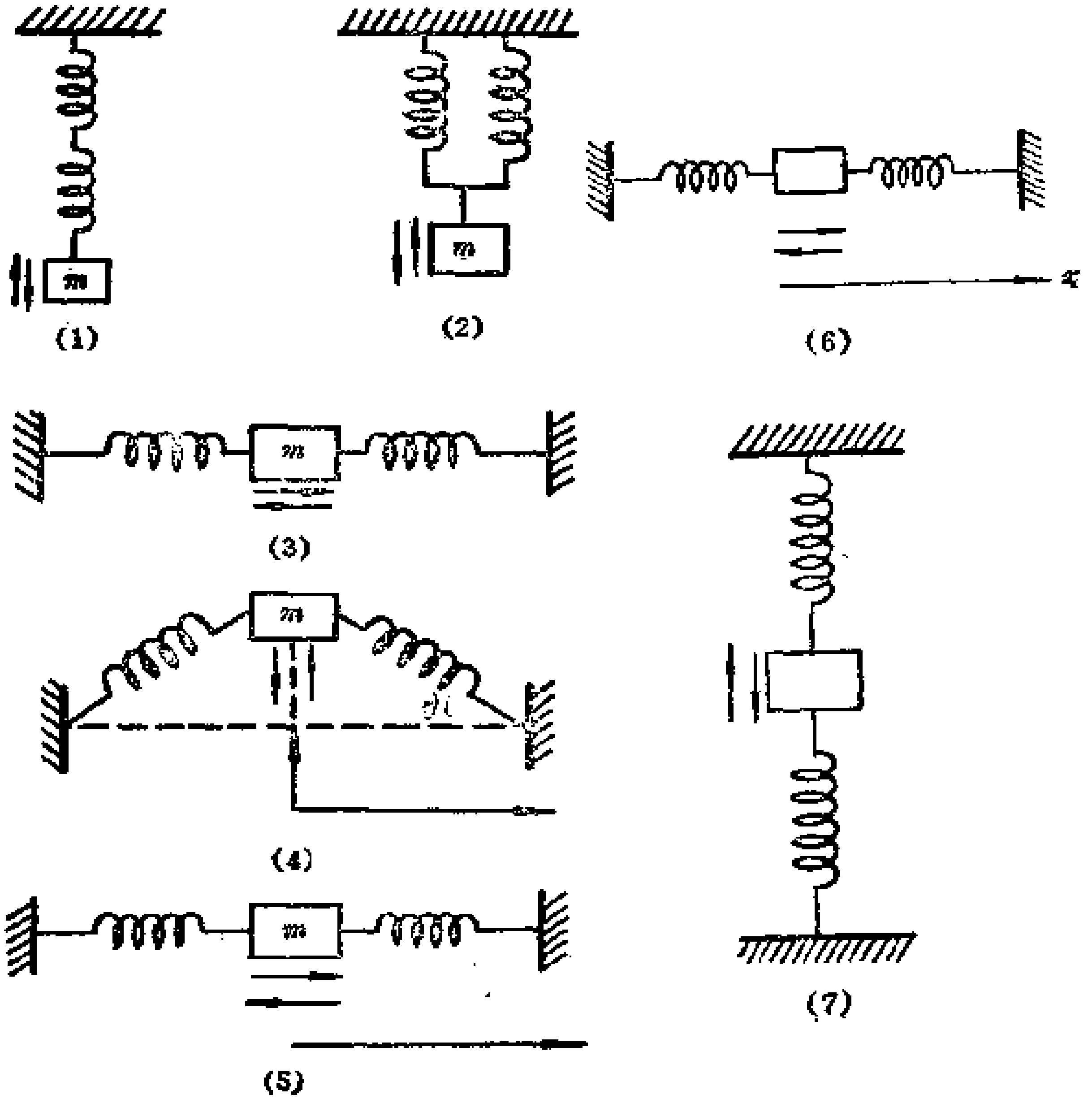


图 8-34

(2) 并联在一起，均衡地吊起 m；

(3) 在光滑水平桌面上，物体处于中间。平衡时弹簧不伸长，物体振动方向与弹簧伸缩方向相同；

(4) m 在 y 方向振动，如图 8-34(4) 所示。各时刻两弹簧长度相等，平衡时弹簧自然伸长；

(5) 在光滑水平桌面上，物体处于中间，m 在平衡位置时每个弹簧拉长了 x_0；

(6) 如(5)，但 m 在平衡位置时每个弹簧被压缩了 x_0；

(7) 如图 8-34(7)，将物体 m 置于两竖直放置的弹簧中间上下振动，m 在平衡位置时上面弹簧伸长量等于下面弹簧的缩短量。

8-35 如图 8-35 所示，一个盘子挂在一倔强系数为 k 的弹簧下，一个质量为 m 的物体由高为 h 处的空中落到盘中并与盘粘在一起，于是盘子开始振动，求振动的振幅 A 以及物体刚落在盘子时的周相，以弹簧开始运动时作为时间起点，以向下为正。设盘子与弹簧质量可忽略不计。

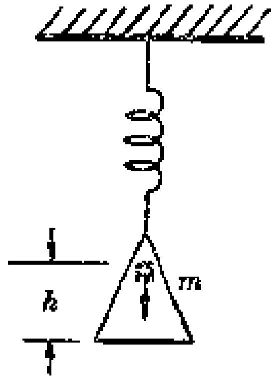


图 8-35

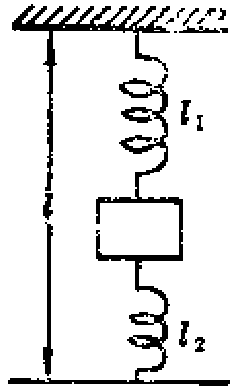


图 8-36

8-36 如图 8-36 所示，一弹簧的自然长度为 l，倔强系数为 k，当其处于自由状态时，将上下两端固定。今将它截成长度分别为 l_1 和 l_2 的两段($l=l_1+l_2$)，并令 $l_1=2l_2$，把质量为 m 的小物体系在中间让它作上下方向振动，若略去弹簧的质量和物体的大

小，求其振动周期。

8-37 利用转动定理 $\Sigma L = I\ddot{\theta}$ 及牛顿定律 $\Sigma F = m\ddot{x}$ 分别列出作振幅很小的振动的单摆振动方程并求解。对这两个解进行比较并讨论。式中 ΣL 是合外力矩，I 是对轴的转动惯量，θ 是摆角，ΣF 是合外力，m 是摆锤质量，x 是摆动位移。

8-38 一个单摆如图 8-38 所示，摆长 $l = 150$ 厘米，悬点 O 的正下方有一固定的钉子 A，$OA = 54$ 厘米，设摆动角度很小，求此摆的周期。

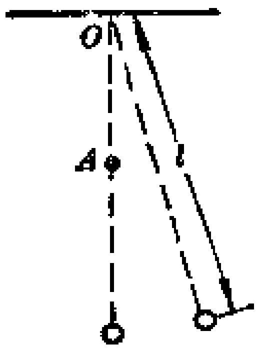


图 8-38

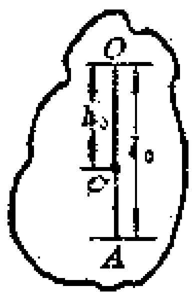


图 8-42

8-39 在一平板上放一重量为 1.0 公斤的物体，平板在竖直方向上下地作简谐振动，周期为 0.50 秒，振幅为 2.0 厘米。试求：

(1) 位移最大时物体对平板的压力；

(2) 平板以多大振幅振动时，物体刚好要跳离平板。

8-40 一物体静止于一水平板上，此板沿水平方向作简谐振动，频率为 2.0 秒$^{-1}$。物体与板面的静摩擦系数为 0.50。试问：

(1) 要使物体在板上不至发生滑动，能允许振幅的最大值是多少？

(2) 若此板沿竖直方向作简谐振动，振幅为 5.0 厘米，要使物体不离开板，最大频率是多少？

8-41 能否在复摆上找一点，在此点上加上一质量有限大的质点而不改变复摆的周期？如能找到，此点应在何处？

8-42 一复摆悬于 O 点，重心为 C，$OC = h_0$，等值摆长 $l_0 =$

OA，如图 8-42 所示。证明：

(1) O 与 A 一定位于重心 C 的两侧；

(2) 如果以 A 为悬点，则振动周期与以 O 为悬点时相同。（O 和 A 两点称为复摆的共轭中心。）

8-43 甲地的重力加速度为 979.442 厘米/秒²，乙地的重力加速度为 980.129 厘米/秒²。问在甲地对准的一个摆钟移到乙地后，每 24 小时快或慢几秒？设其他条件不变。

8-44 图 8-44 所示的两个摆都是用弹簧与基座作弹性联接的。(1) 是有弹性联接的单摆；(2) 是倒立摆，弹簧维持在一水平直线上作振动。设弹簧的恢复力矩都是 $L=-C_0\theta$，摆锤的质量都是 m。略去摆杆和弹簧质量，分别求出它们的小振动周期。

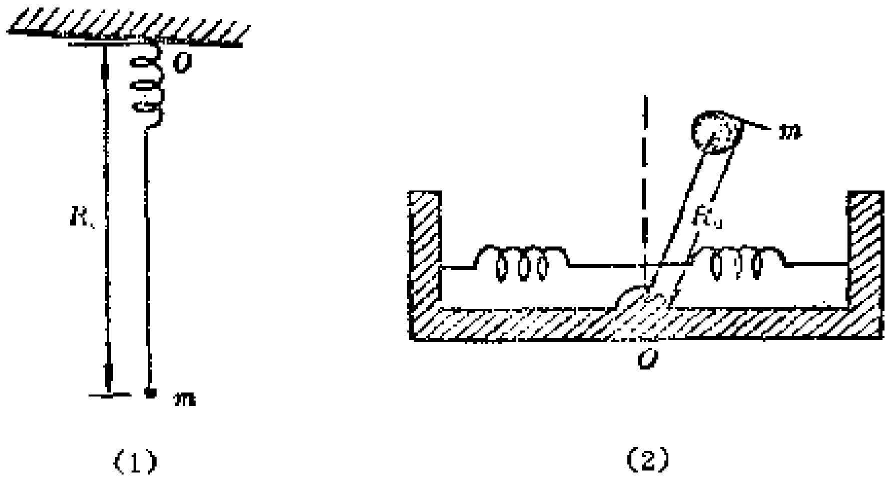


图 8-44

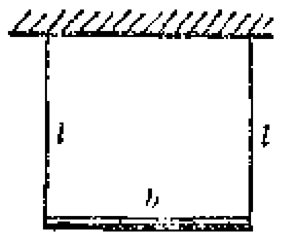


图 8-45

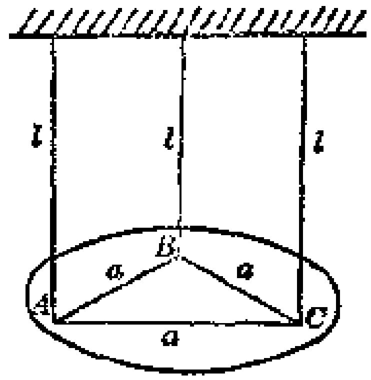


图 8-46

8-45 一均匀细棒两端都以长为 l 的相同的细线悬挂起来，

在静止时棒是水平的，两线都垂直于地面，如图 8-45 所示。今将棒绕竖直的中心轴略略转一下，即发生很小的振动，求振动周期。

8-46 一圆盘形的均匀薄板以三根长为 l 的细线均衡地悬挂起来，悬点 A、B、C 是一等边三角形，边长为 a，平衡时圆盘水平、三根悬线均竖直。今将圆盘绕其几何轴扭转一个小角度，然后让它自由运动，求摆动周期，并对结果进行讨论。

8-47 用扭摆可以测物体的转动惯量。扭摆的底为一质量均匀分布的圆盘，半径为 R，质量为 m，悬点通过中心轴，如图 8-47(1)所示。把圆盘扭转一个角度后放手，它便以悬线为轴来回扭摆，测得其摆动周期为 T_1。加上一待测物体 M 后，如图 8-47(2)所示，其摆动周期为 T_2。求 M 绕摆轴的转动惯量。

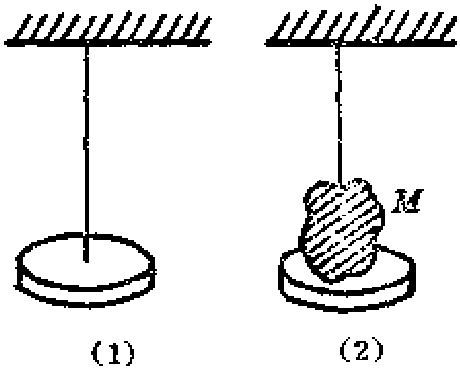


图 8-47

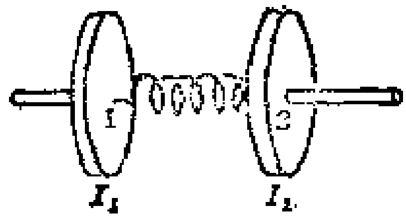


图 8-48

8-48 两圆盘可绕一贯穿两者的轴线转动，如图 8-48 所示。两圆盘对此轴的转动惯量分别是 I_1 和 I_2，两盘用轻弹簧相连，弹簧的扭转系数是 C。若忽略摩擦的影响，试问：

(1) 将两盘反方向地扭转一个小角度再放开，圆盘的振动周期是多少？

(2) 固定第二盘，振动周期会否改变？改变了多少？

8-49 一竖直放置的 U 形管内有液体 m 克，如图 8-49 所示。U 形管的横截面是均匀的，横截面积为 S。设由于某一扰动面使液体在管内发生振动，若不计粘滞阻力和毛细作用，已知液体密度

为 ρ，求振动周期。

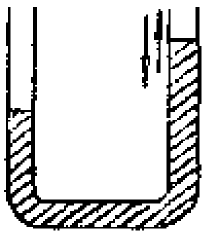


图 8-49

图 8-50

8-50 m 克液体放在有同样横截面积 S 的 L 形弯管中，如图 8-50 所示。弯管的两段与水平面的夹角分别为 α 和 β，若液体的密度为 ρ。不计液体的粘滞阻力和毛细作用，求液体振动周期。

8-51 如图 8-51 所示，一质量为 m 的均匀木板水平地搁在两个以相同角速度 ω 相向旋转的滚子上，两滚子轴间的距离为 d，它们具有相同的直径。滚子与木板之间的滑动摩擦系数为 μ。问当木板偏离对称位置后，它如何运动？如果是作简谐振动，其周期是多少？

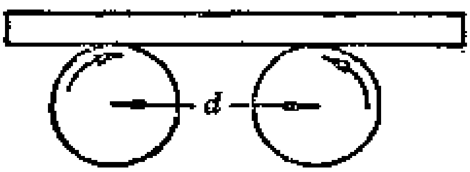


图 8-51

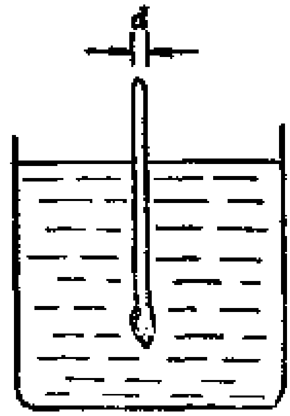


图 8-52

8-52 如图 8-52 所示，一比重计的直径为 d，质量为 m，飘浮在密度为 ρ 的液体中。设在竖直方向轻轻推动比重计一下，液体的运动及粘滞摩擦均可不计。求其振动周期。

8-53 一质量为 m 的质点系于长为 l 的细弦 AB 的中部，如图 8-53 所示。细弦水平，质量可忽略不计，弦上张力 P 保持不变。求质点 m 在平衡位置附近作微小横向振动的周期。

8-54 一两端固定并张紧的弦线 AB，其质量可忽略。有一质量为 m 的质点悬于弦上一点，这点距 A、B 分别为 a 和 b，如图 8-

54 所示，弦的张力为 P。证明：当振幅很小时其横向振动周期为 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{mab}{P(a+b)}}$。问当 m 在何处时周期最大？

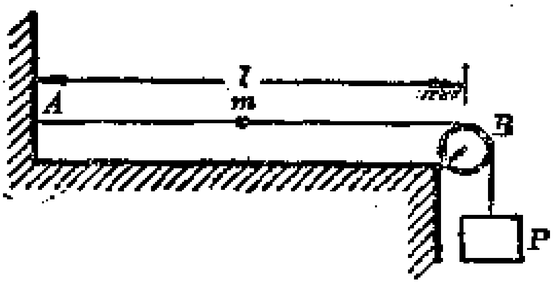


图 8-53

图 8-54

8-55 证明：简谐振动系统的总能量与其振幅的平方和振动频率的平方都成正比。

8-56 一质量为 100 克的物体作简谐振动，振幅为 1.0 厘米，加速度的最大值为 4.0 厘米/秒^2。以平衡位置势能为零，

(1) 求总振动能；

(2) 求过平衡位置时的动能；

(3) 问在何处势能与动能相等？

(4) 若物体在平衡位置时周相为 0，问当动能为势能的两倍时，周相为多少？

8-57 两个相同的弹簧上端都固定，下端各挂一个重物作简谐振动，弹簧的质量可忽略。若在下列情况下，求其振动能量之比 $E_1:E_2$。

(1) 物体质量 $m_2=2m_1$、振幅 $A_2=A_1$；

(2) 振动周期 $T_2=2T_1$、振幅 $A_2=2A_1$；

(3) 振动频率 $\omega_2=2\omega_1$、振幅 $A_2=A_1$、物体质量 $m_2=2m_1$；

(4) 将单个弹簧悬重物 m_1，作振幅 A_1 的振动与两个弹簧串联，下悬重物 $m_2=2m_1$、振幅 $A_2=A_1$ 的情况作比较。

(5) 将单个弹簧悬重物 m_1，作振幅 A_1 的振动与两个弹簧并联，下悬物体 $m_2=2m_1$、振幅 $A_2=A_1$ 的情况作比较。

8-58 一水平放置的弹簧系一小球，已知球经平衡位置向右运动时 $v=100$ 厘米/秒，周期 $T=1.0$ 秒，求再经过 1/3 秒时间，小球的动能是原来的多少倍？弹簧质量不计。

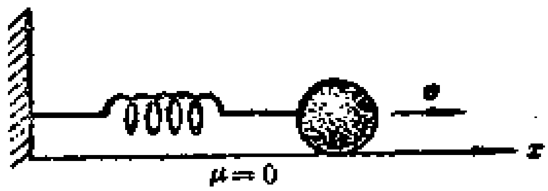


图 8-58

§3. 简谐振动的合成

8-59 两个方向相同、频率相同的简谐振动，其表达式为：

$$S_1=5\sin(10t+0.75\pi)\text{ 厘米},$$

$$S_2=6\sin(10t+0.25\pi)\text{ 厘米},$$

分别用矢量图法和计算法求合振动。

8-60 两个方向相同的简谐振动 $S_1=5\cos\left(10t+\frac{3\pi}{4}\right)$ 厘米，$S_2=6\cos\left(10t+\frac{\pi}{4}\right)$ 厘米，试求：

(1) 合振动的振幅和初周相；

(2) 另有一方向相同的简谐振动 $S_3=7\cos(10t+\varphi_{03})$ 厘米，问当 φ_{03} 为何值时，S_1+S_3 的振幅最大？

(3) φ_{03} 为何值时，S_2+S_3 的振幅最小？

8-61 两个方向相同、频率相同的简谐振动，其合振幅为 10 厘米。合振动的周相与第一个振动的周相差为 30°。若第一个振动的振幅为 $A_1=8.0$ 厘米，求第二个振动的振幅 A_2 及第一与第二两振动的周相差。

8-62 有一直线与 x、y、z 轴的夹角分别为 α、β、γ，写出沿此直线的简谐振动的表达式。

8-63 已知两组相互垂直的振动为

(1) $\begin{cases} x = a\sin\omega t \\ y = b\cos\omega t \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = a\cos\omega t \\ y = b\sin\omega t \end{cases}$

每组合成的结果各是什么运动，它们之间有何不同？

8-64 已知一合振动，如图 8-64 所示，作顺时针的匀速圆周运动，半径为 A，角速度为 ω，当 $t=0$ 时刻 $x_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$。求 x 方向及 y 方向的分振动。

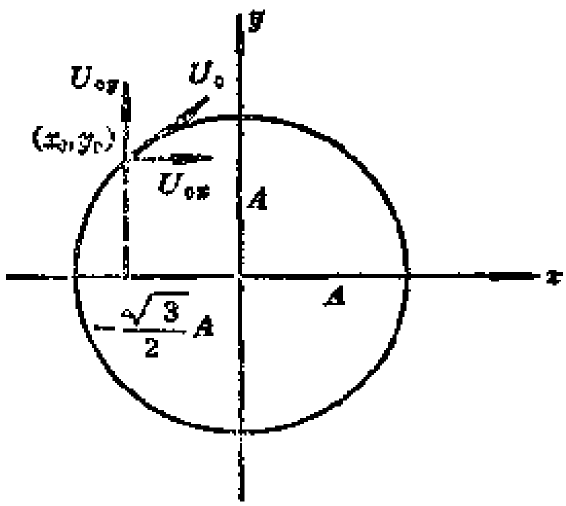


图 8-64

8-65 两个相互垂直的简谐振动

$$x = a\sin(\omega t + \alpha)$$

$$y = b\cos\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{12}\right)$$

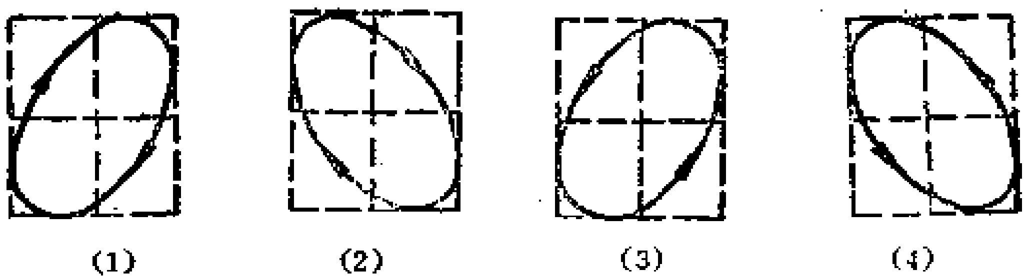


图 8-65

问它们合成的振动是图 8-65(1)——(4)中的哪一个？

8-66 地震的瑞利面波在地面沿 x 方向以速度 v 传播时，介质质点在波的传播方向和垂直地面方向所组成的平面内运动，其水平分量 U 和垂直分量 W 分别为：

$$U = 0.42\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right],$$

$$W = -0.62\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]。$$

问质点在 U-W 平面内作什么运动？并试画出其图形。

8-67 两个简谐振动 x_1 和 x_2 的振动方向之间的夹角为 60°，如图 8-67 所示。已知它们的表达式为：

$$x_1 = A_1\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$x_2 = A_2\cos\omega t。$$

问这两个振动的合振动是什么运动？

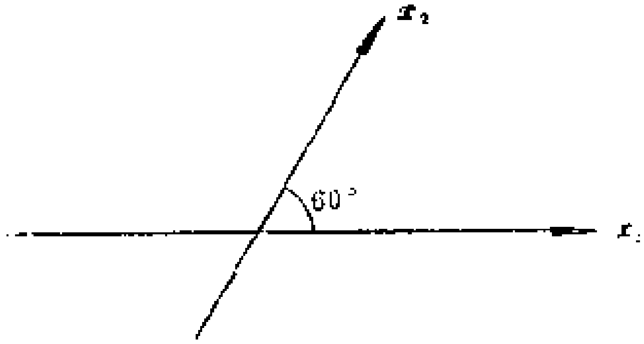


图 8-67

8-68 证明：任意两个频率相同的简谐振动的合成必为一椭圆振动。

8-69 ν_1 和 ν_2 是两个方向相同频率不同的简谐振动的频率，且 $\nu_1 \approx \nu_2$。证明：拍频频率 $\nu = |\nu_2 - \nu_1|$；并由此求一音叉频率，已知这音叉与一频率为 511 赫兹的音叉产生的拍频为每秒一次；与另一频率为 512 赫兹的音叉产生的拍频为每秒二次。

8-70 一质点同时在两正交方向作简谐运动，振幅相等，频率

为 3:2，起始位移都为零。画出它的李萨如图形。

§4. 阻尼振动和受迫振动

8-71 某阻尼振动的振幅在一个周期后减为原来的$\frac{1}{3}$，问此振动周期较无阻尼存在时的周期 T_0 大百分之几？

8-72 一个摆的自由振动周期为 $T_0=2.00$ 秒，今在阻尼常数 $D=0.50$ 的条件下作阻尼振动，试求：

(1) 相隔半个周期时相邻两个振动振幅之比$\frac{A_k}{A_{k+1}}$；

(2) 驰豫时间(驰豫时间为振幅减为起始的$\frac{1}{e}$所经历的时间)；

(3) 阻尼振动的周期 T。

[注：阻尼常数D定义为 $D=\frac{\beta}{\omega_0}$，$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}$，$\beta$ 和 ω_0 为阻尼振动方程 $\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2x=0$ 中的系数。]

8-73 一单摆作阻尼振动，摆长为 $l=0.800$ 米，其起始振幅为 $A_0=0.100$ 弧度，5 分钟后振幅衰减为$\frac{1}{10}A_0$，求对数减缩 λ。

[注：对数减缩 $\lambda=\ln\frac{A_k}{A_{k+1}}$，$A_k$ 及 A_{k+1} 为阻尼振动相邻两次隔半个周期振动的振幅。]

8-74 一振动的质点起始时振幅为 1.0 厘米，对数减缩 $\lambda=0.002$。问该质点在完全停止之前所经历的总路程是多少？

8-75 A_K 是阻尼振动的第K个振幅，A_{K+n} 是第K个以后相隔 n 个半周期的振幅，如图 8-75 所示。阻尼振动的方程为

$\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2x=0$，阻尼常数 D 定义为 $D=\frac{\beta}{\omega_0}$。若 e 为自然对数的底。证明：

$$D=\frac{\frac{1}{\pi n\lg e}\lg\frac{A_K}{A_{K+n}}}{\sqrt{1+\frac{1}{\pi^2n^2(\lg e)^2}\left(\lg\frac{A_K}{A_{K+n}}\right)^2}}。$$

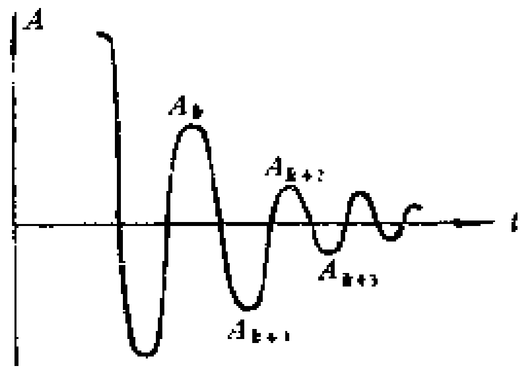


图 8-75

8-76 证明：如果阻尼常数 D 很小，则有 $D\cong\frac{0.11}{N}$，其中 N 为振幅衰减一半所经过的周期数。

8-77 一个摆作阻尼振动，初振幅为 $A_0=3.0$ 厘米，过 10 秒钟后振幅衰减为 1.0 厘米。问再过多少时间振幅衰减为 0.30 厘米？

8-78 一音叉的频率为 $f=600$ 赫兹，若对数减缩 $\lambda=0.0080$，问经过多少时间后音叉振动能量减到原来的百万分之一？

8-79 某阻尼振动 $\ddot{x}+2\beta\dot{x}+\omega_0^2x=0$ 的品质因数 Q 定义为：

$$Q=2\pi\frac{\text{贮存的能量}}{\text{一个周期内损失的能量}}$$

证明：当 $\beta\ll\omega_0$ 时，$Q\approx\frac{\omega_0}{2\beta}$。

8-80 一个摆的自由振动周期为 1.0 秒，现在让它在阻尼常数 $D=0.45$ 的情况下作阻尼振动。当它衰减的振幅等于 1.0 厘米时，加上周期性外力矩 $L=L_0\sin\omega t$，其中 $L_0=0.0010$ 公斤力·米，外力矩周期 $T=2.0$ 秒。已知摆的转动惯量 $I=0.010$ 公斤·米^2。问经过多少时间以后，摆的振动成为稳态的受迫振动？[注：设暂态量的振幅比稳态振幅小一个数量级时就可看成为稳态的受迫振动。]

8-81 地震仪在正弦形地动 $x=h\sin\omega t$ 的策动下作受迫振

动。证明：

(1) 当地震仪的固有振动频率 $\omega_0 \ll \omega$ 时，地震仪记录的是地动位移；

(2) 当 $\omega_0 \approx \omega$ 时，地震仪记录的是地动速度；

(3) 当 $\omega_0 \gg \omega$ 时，地震仪记录的是地动加速度。

8-82 证明：

(1) 只有在振动系统的阻尼常数 $D \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时，才可能发生共振现象；

(2) 共振频率 $\nu_{共} = \nu_0\sqrt{1-2D^2}$，$\nu_0$ 为系统的自由振动频率；

(3) 共振时，系统作受迫振动的振幅随阻尼常数 D 的减小而急剧增大。

8-83 证明：系统发生共振时，其运动方向与外加策动力的方向相同。从而说明共振时为什么能够达到最大的振幅值。

8-84 火车在铁轨上行驶时，每经过一接轨处便受到一次震动，使车箱在弹簧上作上下振动。设铁轨每段长 12.5 米，车箱上每个弹簧承受的重量为 0.50 吨，弹簧每受 1.0 吨重的力将压缩 16 毫米。若弹簧本身重量不计，问火车以什么速率行驶时，弹簧的振幅最大？

8-85 一物体挂在弹簧下，物体-弹簧系统的固有振动周期为 $T_0 = \frac{1}{2}$ 秒。今在物体上加一竖直方向的正弦力，其最大值为 $F=100$ 达因；此外，还有一不大的摩擦力存在。设系统在共振时的振幅为 $A=5.0$ 厘米，并设摩擦力与速度成正比，即 $f_{阻} = -\alpha\dot{x}$。求摩擦阻力系数 α，和最大摩擦力的数值 f_{max}。

8-86 一质量 $M=2.5\times10^2$ 公斤的底坐均衡地放在四个 $k=$

25 公斤/厘米的弹簧上，弹簧本身的质量不计。底座上放置一转速为 3000 转/分的电机，此时电机给底座一个 $f=H\cos\omega t$ 的力，$H=2.2$ 公斤。试问：

(1) 这时底座的振幅 A 等于多少？

(2) 电机的转速为多大时发生共振？

8-87 将一拉紧的钢弦放在一频率为 100 赫兹的交流电磁铁前，钢丝固有频率达到 $f=100$ 赫兹时，振动达到最大振幅 $A_0=5.0$ 毫米。若再拉紧钢丝使其固有频率增至 $f_2=101$ 赫兹时，振幅降至 2.0 毫米。问在去除电磁铁后多少时间，钢丝的振幅才能由 5.0 毫米减至 2.0 毫米？

8-88 在许多场合，我们要避免振动系统与外力发生共振而带来的有害影响。从原则上说，可采取以下几种方法：

(1) 打乱外力的周期性，使受迫振动不能产生；

(2) 加大振动系统的阻尼，使在周期性外力作用下不能产生周期性的受迫振动；

(3) 把外力的频率改变到与系统固有振动频率相差很远，使共振不发生；

(4) 把系统的固有频率改变到与周期性外力的频率相差甚远，使共振不发生；

(5) 减小周期性外力的振幅，在不可避免发生共振的情况下减小共振振幅。

说明以下诸情况是属于哪一种方法：

(1) 改变电机的转速；

(2) 调整机器的转动部分，使其质量中心尽量通过中心轴；

(3) 将房屋的木梁之间用大钉相联，在发生振动时相互牵制，减弱振动；

(4) 将房屋用圈梁圈起，成为一个大的整块体；

(5) 队列过桥时变成便步走；

(6) 挑担颤悠太甚时倒换脚步；

此外请你再列出一些其他事实，并予以说明。

8-89 房屋打地基时，常常用一种夯，叫做蛤蟆夯。它是由装在铁架子上的一个小马达带动一个偏心轮构成的，你能说明其原理吗？

8-90 磬是我国古代的一种乐器，用金属或玉制成。有作成薄板状悬挂着的，也有作成带有花孔的薄碗状放在桌子上的。用小木槌敲击，便发出清脆的声音。唐代洛阳的一个庙里，磬常常在夜半不敲而自鸣，和尚因此吓病了。他的好友曹绍夔知道这是别的地方夜里打钟引起的，于是拿锉在磬上锉了几个缺口，以后磬就不再半夜自鸣了。你能说清楚这磬自鸣和不自鸣的原因吗？

§5. 杂　　题

8-91 一个质点在 x、y 平面上在一有心力 $\boldsymbol{f}$ 作用下运动，$\boldsymbol{f}=-C(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})$。该质点的质量为 m，C 为常量。试求：

(1) x、y 方向的运动方程；

(2) 什么条件下质点作圆周运动？其周期为多少？

(3) 什么条件下质点在与 x 轴相交为 $45°$ 角的直线上运动？其周期是多少？

8-92 长为 l 的杆 AB 的一端 B 绕 0 点作匀速圆周运动，速

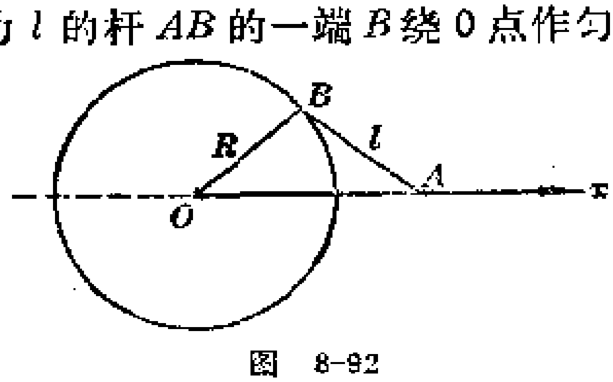


图　8-92

度大小为 v。圆周的半径为 $R=l$，杆的另一端 A 在过 0点的固定直线上运动，如图 8-92 所示。证明 A 端的速度为 $v_A=v\sqrt{1-\frac{x^2}{4R^2}}$，其中 X 为 A 点在横轴上的坐标；并证明 A 端是在作简谐振动。

8-93 一平放的板沿竖直方向作简谐运动，振幅为 5.0 厘米，频率为 $\frac{10}{\pi}$ 秒$^{-1}$。当此板运动到最低处时，轻轻放上一物体。若不计空气阻力，试问：

(1) 在何处物体离开此板？

(2)物体可升高到距此板最高点多远的地方？

(3) 在何处物体重新回到板上？[提示：用作图法。]

8-94 设想有一直矿井穿过地球中心，一物体从井口跌入这井中，如图 8-94(1)所示。设井内阻力不计，已知地球半径为6370公里，地球密度为 $\rho=5.5$ 克/厘米^3。

(1) 问此物体在井中作何运动？并求出其周期。

(2) 求物体到达地心时的速度；

(3) 如果这矿井不通过地心，而是由北京到乌鲁木齐一条光滑直隧道，如图 8-94(2) 所示。则当一物体跌入这隧道口后作何运动？用多少时间到达乌鲁木齐地面？设运动中不计阻力，不计两地海拔之差，并不考虑地球自转。

图 8-94

8-95 一单摆摆长为 $l=100$ 厘米，摆球质量为 $m=10.0$ 克。小球处在平衡位置静止不动，以向右方向为正。

(1) 在 $t=0$ 时给小球一水平向左的冲量 $I=10.0$ 达因·秒，求小球摆动的最大摆角及初周相；

(2) 若冲量是向右的，其初周相及最大摆角又是多少？

8-96 一单摆长为 $l=100$ 厘米，摆球质量为 $m=10.0$ 克，作振幅为 $\frac{1}{100}$ 弧度的振动。当摆向右运动到距平衡位置 $\frac{1}{200}$ 弧度的时候，加一个与摆运动方向相反的冲量 $I=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)\sqrt{g}$ 达因·秒，如取这一时刻为 $t=0$，写出以后摆运动的表达式。

8-97 一个不计质量的弹簧，倔强系数为 k，两端分别系上质量为 m 和 M 的小物体，放在光滑水平面上。把弹簧-质点系压缩一段长度 l 后撒手，令其自己振动，求振动周期。

8-98 两个质量分别为 $\frac{3}{4}M$ 和 M 的物体，分别固定在一自由长度为 L、倔强系数为 k 的弹簧两端，在一无摩擦的水平桌面上静止地放着；一质量为 $\frac{M}{4}$ 的物体以速度 v 沿两物体质心的连线方向运动，与质量为 $\frac{3}{4}M$ 的质点作对心碰撞并与其粘合在一起。设弹簧的质量可忽略不计，求弹簧振动的振幅和周期。并说明此后弹簧怎样运动。

8-99 一半径为 $r=5.00$ 厘米的均匀金属球与一长为 $l=25.0$ 厘米、质量可略去不计的轻金属杆组成的复摆，如把这单摆当作质点集中在球心的单摆，问其周期的相对误差是多少？

8-100 一弹簧下悬一薄板 A，薄板的表面与地面垂直，如图 8-100 所示。板在空气中的振动周期为 T_1。再把它放入液体

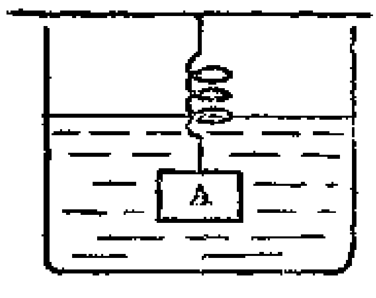


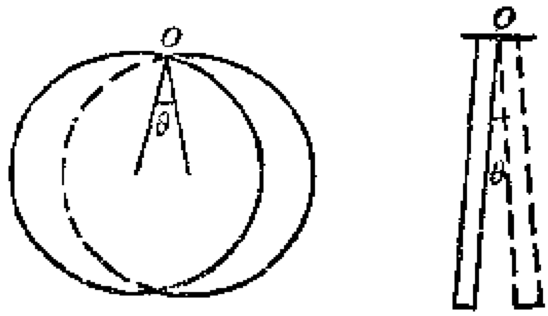
图 8-100

中振动，此时周期为 T_2。设薄板质量为 m，表面积为 S，忽略空气的阻力。液体的粘滞阻力为 $f_{粘}=2S\eta v$，v 为运动速度。求液体的粘滞系数 η。

8-101 一半径为 R 的刚性圆盘，质量均匀分布，在盘边装有一质量、大小、摩擦均可略去不计的小环，一水平钢丝穿过这小环为轴 O，轴 O 垂直于盘面，盘绕轴作小角度的振动，如图 8-101(1)。

(1) 求振动周期 T_1 与将此圆盘拧过 90°，即绕与上轴垂直的水平轴作小振动的周期 T_2[如图 8-101(2)]之比。

(2) 如果在第一种悬挂情况下平行地移动转动轴而使其周期等于 T_2，摆的轴线应改到什么地方？



(1) (2)

图 8-101

8-102 如图 8-102 所示，一绝热密封容器中间有一活塞 b，质量 $m=1.5$ 千克，当活塞处于中间时，两边空气的压强都等于一个标准大气压 P_0，两边长度均为 $l=20$ 厘米，活塞面积为 $S=100$ 厘米^2。若不计摩擦，求活塞作微小振动时的振动周期。已知空气的定压比热与定容比热之比为 $\gamma=1.40$。

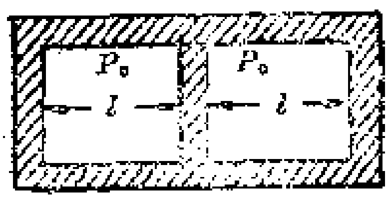


图 8-102

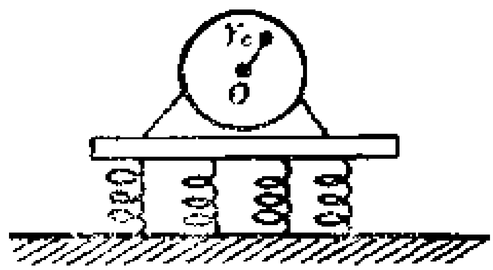


图 8-103

8-103 一质量为 $m=50$ 公斤的电机放在一弹簧机座上，其自由振动的圆频率为 w_0，其示意图如图 8-103 所示。如电机的质心偏离转轴中心线为 $r_e=0.30$ 厘米，电机转动角速度为 $\omega=1500$ 转/分，弹簧系统振动时阻力正比于运动速度，比例系数为 $\alpha=5.0\times10^4$ 达因·秒/厘米。设电机只在竖直方向振动。问在发生共振的情况下电机振动的振幅为多大？由此结果，可以得到什么结论？

8-104 证明：一振动系统在两个外力 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 同时作用下作受迫振动，其效果等于该系统分别在 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 作用下所作受迫振动的叠加。

第九章　机　械　波

§1. 机　械　波

9-1　一平面简谐波的表达式为$S_1=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0\right]$。试问：

(1) $\frac{x}{v}$表示什么？

(2) φ_0表示什么？

(3) 如把它写成$S_1=A\cos\left[\omega t-\frac{\omega x}{v}+\varphi_0\right]$；则$\frac{\omega x}{v}$表示什么？

(4) 如果把它写成$S_1=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$；则$k$表示什么？

(5) 另一个波的表达式为$S_2=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{v}\right)+\varphi_0\right]$；$S_2$与$S_1$有何区别？

(6) 再一个波的表达式为$S_3=A\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0\right]$；$S_3$与$S_1$有何区别？

(7) 用周期T代替ω表示S_1；

(8) 用频率ν代替ω表示S_1；

(9) 用波长λ代替ω和v表示S_1。

9-2　在平面简谐波的传播方向的一条波线上，A、B、C、D各点离波源分别为$\frac{1}{4}\lambda$、$\frac{2}{4}\lambda$、$\frac{3}{4}\lambda$、λ。设振源的振动为

$$S=A\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right),$$

振动周期为 T，试问:

(1) 各处质点开始振动的时间比振源落后多少?

(2) 它们与振源的振动周相差各是多少?

(3) $t=T/4$ 时，各处质点离平衡位置的位移为多少?

(4) $t=T/2$ 时，各处质点的振动速度为多少?

9-3 在波的传播路程上有 A、B 两点，媒质的质点都作简谐振动，B点的周相比 A 点落后 30°。已知 A、B 之间的距离为 2.0 厘米，振动周期为 2.0 秒。求波速 v 和波长 λ。

9-4 某简谐波波长为 10 米，传至 A 处引起 A 处质点振动，振动周期为 0.20 秒，振幅为 0.50 厘米。试问:

(1) 波的传播速度 v 是多少?

(2) 质点经过平衡位置时的运动速度$\dfrac{dS}{dt}$是多少?

9-5 一平面波的表达式为 $S=a\cos(bt-cx)$,

(1) 指出它的振幅、角频率、周期、波长、频率和波速;

(2) 如 $S=20\cos\pi(2.5t-0.01x)$ 厘米，算出上述各物理量的数值。

9-6 平面简谐波的振幅为 1.0 厘米，频率为 100 赫兹，波速为 400 米/秒。以波源处的质点经平衡位置向正方向运动时作为时间起点，求距波源 800 厘米处媒质质点振动的表达式。

9-7 图 9-7 所示为一沿 x 正方向传播的平面简谐波，波速为 $v=5.00$ 厘米/秒，周期为 $T=2.00$ 秒，振幅为 $A_0=2.0$ 厘米。$x=10$ 厘米处一点 A 在 $t=3.0$ 秒时 $S_A=0$，$\left(\dfrac{dS}{dt}\right)>0$；求 $t=5.0$ 秒时，$x=0$ 处的位移 S_{05} 和速度 $\left(\dfrac{dS}{dt}\right)_{05}$。

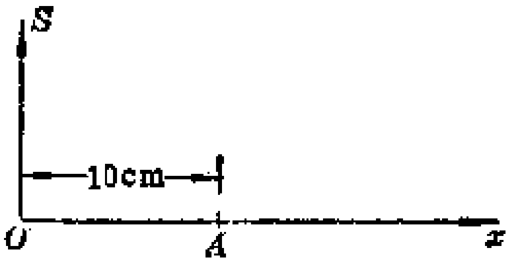


图 9-7

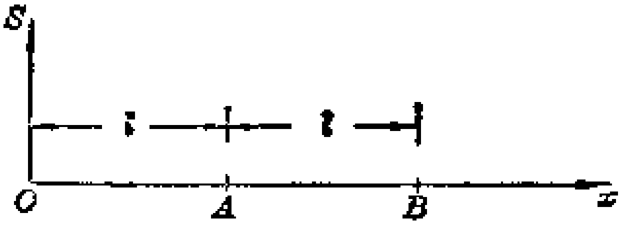


图 9-8

9-8 一平面简谐波向正 x 方向传播，如图 9-8 所示。0 点为振源，已知 $0A=AB=l=10$ 厘米，振幅为 10 厘米，角频率 $\omega=7\pi$ 秒$^{-1}$。当 $t=1.0$秒时，A处质点的振动状况为 $S_A=0$、$\left(\dfrac{dS}{dt}\right)_A<0$；$B$ 处质点 $S_B=5.0$ 厘米、$\left(\dfrac{dS}{dt}\right)_B>0$。设波长 $\lambda<l$，求波的表达式。

9-9 一个平面简谐波表达式为 $y=A\sin\left[\omega t-\dfrac{2\pi x}{\lambda}+\varphi_0\right]$，分别作 y-t 图和 y-x 图，并说明两个图的物理意义。又某时刻的$y(x)$图如图 9-9 所示．是否表示在x_1——x_2区间内媒质质点的运动是向 y 增加方向？

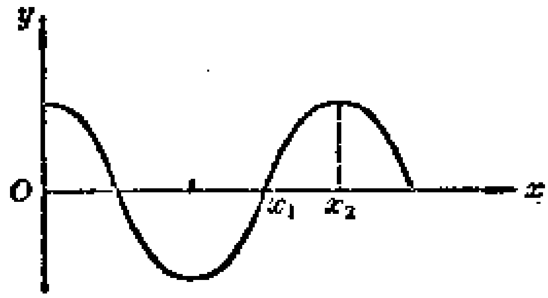


图 9-9

9-10 图 9-10 所示为一沿 x 轴方向传播的平面简谐波在 $t=0$ 时刻的 S-x 曲线。

(1) 问原点O和 1、2、3、4 等点振动的初周相各是多少？

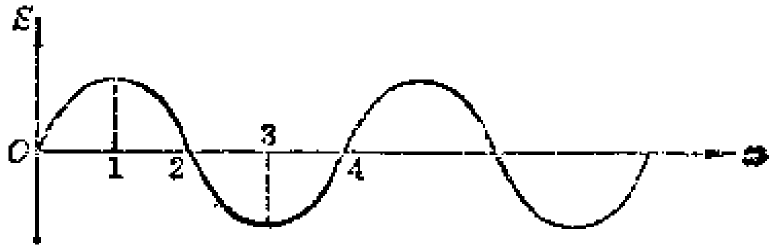


图 9-10

（2）如果波的传播方向是逆着 x 轴方向，问这些点的初周相各是多少？

9-11 证明：简谐波传播空间中的任一小块媒质中，波的动能与势能相等。

9-12 两个不同的音叉在完全相同的两段绳上产生稳定的简谐波，振幅为$A_1=2A_2$，波长为$\lambda_1=\frac{1}{2}\lambda_2$。设绳子除与音叉外不与其他物体交换能量。求两音叉给予绳子的功率之比$\frac{P_1}{P_2}$。

9-13 证明：在各向同性的均匀媒质中，略去媒质的吸收，球面波的振幅与离波源的距离 r 成反比。（$r\neq0$。）

9-14 一正弦式空气波，沿直径为 14 厘米的圆柱形管子的轴向传播，波的平均强度为 9.0 尔格/秒·厘米^2，频率为 300 赫兹，波速为 300 米/秒。试问：

（1）波中的平均能量密度和最大能量密度各是多少？

（2）每两个相邻同周相面间的区域中含有多少能量？

9-15 如机械波的能量在传播过程中不断被媒质吸收，因而波往前传播时振幅逐渐减小。有一平面简谐波的表达式为$S=Ae^{-\alpha x}\cos\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$，$\alpha$是一个正的实数。证明其平均能量密度$\overline{\varepsilon_x}$随 x 的变化为：

$$\overline{\varepsilon_x}=\overline{\varepsilon_0}e^{-2\alpha x}$$

其中$\overline{\varepsilon_0}$为 $x=0$ 处的平均能量密度。

9-16 地震发生后，有一部分波沿地面传播，叫做面波。地震面波震级 M_S 的定义为：距震中一定距离处，表面波的振幅与周期之比$\frac{A}{T}$与另一标准地震（$M_S=0$）的振幅与周期之比$\frac{A_0}{T_0}$的比值的常用对数值，即：

$$M_S=\lg\frac{\frac{A}{T}}{\frac{A_0}{T_0}}。$$

证明：在此定义下，地震所释放的能量E与震级的关系为：$\lg E=2M_S+C_0$，式中C_0是一个常数。

9-17 波遇到两种媒质的界面时发生反射、设入射波与反射波的振动方向不变。如果入射波是一纵波，要使反射波是一横波，设纵波在媒质中的传播速度是横波传播速度的$\sqrt{3}$倍。问入射角为多少？

9-18 两正弦波向同一方向前进，波速分别为v_1和v_2，波长分别为λ_1和λ_2，试求：

(1) 对应于这两个波，其振动具有相同周相之各点在空间的移动速度u；

(2) 相邻两个上述点之间的距离D；

(3) 由上得到，如果$v_1\approx v_2$、$\lambda_1\approx\lambda_2$，则$u=v-\lambda\frac{dv}{d\lambda}$即群速度；

(4) 由此证明拍频的频率为两个频率之差。

9-19 证明：在一细绳中传播的横波速度为$v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$，其中T为绳中的张力，μ为单位长度绳子的质量。

9-20 如图9-20所示，媒质中两相干简谐点波源A、B相距为30米，振幅相等，频率均为100赫兹，周相差为π，波的传播速度是400米/秒。求A、B间连线上因干涉而静止的点的位置。

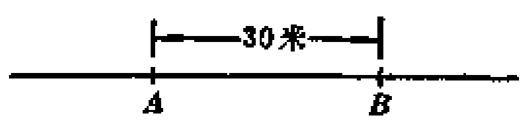


图 9-20

9-21 P点与两振源A、B等距，相对位置如图9-21所示．A、B的振动方向相同，自A、B两发出的两简谐波，频率都是100赫

兹，周相差为 π，媒质中波速为10米/秒，到达 P 点时，振幅都是 5.0 厘米。

(1) 求 P 点振动的表达式；

(2) 若 A、B 的周相差为 0，则又如何？

(3) 若 A、B 的周相差为 $\frac{\pi}{2}$，则又如何？

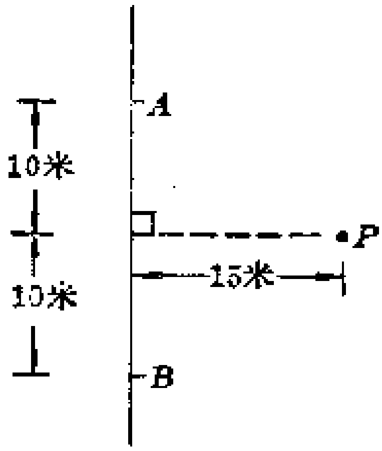


图 9-21

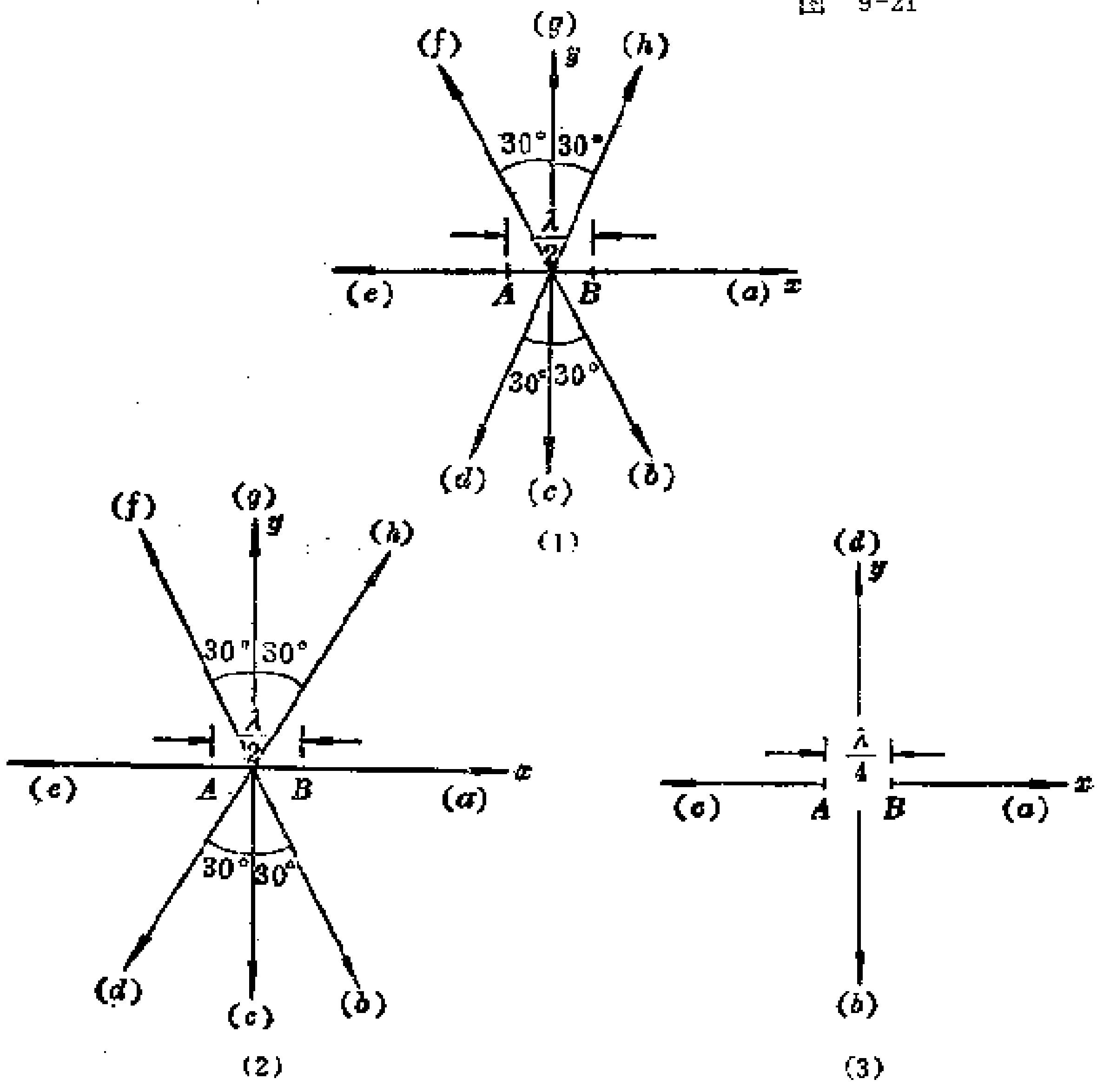


图 9-22

9-22 A、B 为在垂直于 x-y 面的方向作振动的相干简谐波源。设 A、B 的振幅相同，若原来 A 或 B 一个波的强度为 I_0. 试求下列三种情况下在距离≫波长 λ 处，各方向(a、b、c、d、e、f、g、h)上波的强度 I，

(1) A、B 相距为 $\frac{\lambda}{2}$，同周相，如图 9-22(1)所示；

(2) A、B 相距为 $\frac{\lambda}{2}$，反周相，如图 9-22(2)所示；

(3) A、B 相距为 $\frac{\lambda}{4}$，B 周相落后 $\frac{\pi}{2}$，如图 9-22(3)所示。

这实际上就是波定向发射的基本原理。

9-23 弦上一驻波中相邻两节点的距离为 65 厘米，弦的振动频率为 $\nu=2.3\times10^2$ 赫兹。求波的传播速度 v 和波长 λ。

9-24 说明驻波的能量在相邻波节与波腹之间来回传输，其能量振动的周期为驻波振动周期的一半。画图说明当振动达到最大振幅时能量集中在波节位置附近，当振动经过平衡位置时，能量集中在波腹的位置附近。

9-25 设入射波方程为 $y_1=A\sin\left(\omega t+\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$，在 $x=0$ 处反射。在下述两种情况下，求当没有衰减情时合成的驻波方程，并说明何处是波腹？何处是波节？

(1) 反射端是自由端；

(2) 反射端是固定的。

9-26 如图 9-26 所示，一平面简谐波沿 x 方向传播，BC 为波密媒质的反射面，波由 P 点反射，$OP=\frac{3}{4}\lambda$，$DP=\frac{1}{6}\lambda$。$t=0$ 时，O 处质元由平衡点向正方向运动。求 D 点的入射波与反射波的合振动方程。设反射后波不衰减。

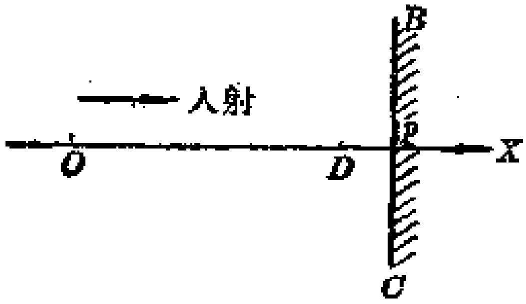


图 9-26

图 9-27

9-27 海城地震时在锦州接收到直达P波（纵波）的周期为1.00秒，在丹东接收到直达P波的周期为1.80秒，设锦州、丹东与海城在同一条直线上并位于海城的两边，如图9-27所示。求震源错动（认为地震的发生是震源处岩层的相对运动）速度在三城联线方向的分量及方向。假定震源为一点源。已知直达P波速度为6.3公里/秒。

9-28 一机车汽笛频率为650赫兹。机车以时速54公里驶向观察者，问观察者听到的声音频率是多少？设空气中声速为340米/秒。

9-29 甲火车以43.2公里/小时的速度行驶，其上一乘客听到对面驶来的乙火车鸣笛声的频率为$\nu_1=512$赫兹；当这一火车过后，听其鸣笛声的频率为$\nu_2=428$赫兹。求乙火车上的人听到乙火车鸣笛的频率ν_0和乙火车对于地面的速度u。设空气中声波的速度为340米/秒。

§2. 声学振动

9-30 设声波在空气中的传播是绝热的。证明：空气中声速与压强无关。

9-31 在30.0°C温度下用驻波法测空气中的声速，测得两波节之间距离为11.67厘米，使用的音叉的频率为1500赫兹。问这个结果与绝热传播声速的理论值比较，百分差是多少？空气的分子量为28.98，气体常数$R=8.3144\times10^7$尔格/摩·开，空气的定压比

热与定容比热之比为 $\gamma=1.400$。

9-32 求声波在气体中的传播速率与气体分子平均速率之比。考虑常温下的情况。考虑双原子分子气体和单原子分子气体。

9-33 在室温(20°C)附近，空气中声速随温度的变化式可近似地表为 $v=v_{20}(1+\alpha t)$，求 α。

9-34 声音由地面竖直往上传播。若地面的温度为16°C，竖直方向上地面大气层的温度梯度为 $\frac{dT}{dZ}=-0.007$°C/米。问声音传到10公里高需多少时间？已知空气的平均克分子量为28.98克，定压比热 c_p 与定容比热 c_v 之比 $\frac{c_p}{c_v}=1.40$。

9-35 水中声速为1450米/秒，求水的绝热压缩系数 β。

9-36 一两端固定的棒，长为 $l=1.00$ 米，摩擦时发声频率为 $\nu_0=700$ 秒$^{-1}$，求棒中声速。并说明可能有那些泛音？

9-37 用孔脱管测声速的装置如图9-37所示。一金属棒长为 $L=60$ 厘米，中点固定。管中放有锯末。振动后在管中的锯末形成疏密相间的分布，两堆锯末之间的距离为 $a=6.0$ 厘米。设此时空气的温度为20°C，求棒中的声速。

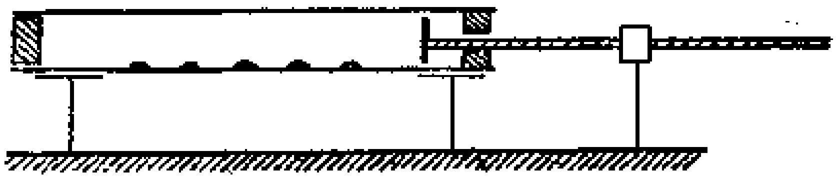


图 9-37

9-38 火车离站时鸣笛，一工人从铁轨上听见车声3.0秒以后再听见笛声，问此工人距站多远？设铁轨是笔直的，已知钢的杨氏模量 $E=2.0\times10^{12}$ 达因/厘米^2，密度为 $\rho=7.8$ 克/厘米^3；空气中声速为334米/秒。

9-39 媒质的波阻定义为 $z=\rho v$，即媒质密度 ρ 与波速 v 的乘

积。求下列媒质中的声阻：

（1）20°C 和标准大气压下的干空气；

（2）水，水中声速为 1450 米/秒；

（3）钢，$\rho=7.8$ 克/厘米^3，杨氏模量 $E=2.0\times10^{12}$ 达因/厘米^2；

（4）4.1K 的液氦。$\rho=0.125$ 克/厘米^3，压缩系数 $\beta=1.5\times10^{-2}$ 厘米^2/公斤。

9-40 （1）证明：媒质中传播声波时，声压的幅值 p（指压强改变的最大值）与媒质质点的最大位移 s_m 之间有下列关系：

$$p=k\rho v^2 s_m$$

从而导出 $p=\rho v\dot{s}_m$，式中 v 为波速，ρ 为媒质密度，$\dot{s}_m$ 为媒质质点的速度振幅，$k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$，λ 为波长。

（2）根据上述结果计算：如一般人耳可闻的最小的压强幅值为 0.0002 达因/厘米^2，则对空气中传播的频率为 $\nu=1000$ 赫兹的声波，耳膜能感受的振动位移为多少？

（3）此时耳膜的最大振动速度为多少？

（4）如在 $\nu=1000$ 赫兹时，压强幅值达到 1000 达因/厘米^2 时就会引起耳膜的痛感，问这时耳膜的振幅为多少？

9-41 证明：在任何一个传播着的声波中，每一处压强的相对改变量 $\dfrac{\Delta p}{p}$ 等于该处声波传播速度 v 与质点振动速度 μ 之比乘 $\gamma\left(\gamma=\dfrac{c_p}{c_v}\right)$，$c_p$ 是定压比热，c_v 是定容比热。

9-42 声波在温度为 27°C、压强为一个大气压的空气中传播，其最大压强幅为 9000 达因/厘米^2。求最大压力处的温度。

9-43 有两个平面声波，s_1 在空气中传播，s_2 在水中传播。已

知空气中声速为340米/秒，水中声速为1450米/秒。

(1) 若这两个波的强度相等，问它们的压力振幅之比p_1/p_2是多少?

(2) 若这两个波的压力振幅相等，问它们的强度之比I_1/I_2是多少?

9-44 由许多独立的声源发出的声波强度是各个声源所发出的声波强度的叠加。试问:

(1) 两个小提琴同时演奏时，声波的强度比单独一个演奏时增加多少?

(2) 设一个小提琴的强度是40分贝，多少个这种小提琴同时演奏才可使强度增到80分贝?

9-45 声波中压强变化的振幅为$p=100$达因/厘米^{2}时已是很响的声音了。问这种声音一秒钟内进入人耳的能量为多少? 已知声速$v=334$米/秒，空气密度为1.29×10^{-3}克/厘米^3，耳膜面积约为4.0厘米^2。

9-46 如果距一不大的声源100米处空气的压力幅为0.9达因/厘米^2。问在各方向声强都一样并不计衰减的条件下，这声源的总功率为多少? 已知空气的声阻为41克/厘米^2·秒。

9-47 距声源20米处声强为0.03尔格/厘米^2·秒。声波的衰减系数为5×10^{-5}厘米$^{-1}$，问距声源100米处声强为多少?

9-48 声的吸收系数α定义为声波反射时能量的损失率。设声波于一秒钟内在室内反射的次数为$n=\frac{vS}{4V}$，式中v是声速，S和V分别是室的内面积和体积。试问:

(1) 在一个$6.0\times10.0\times4.3$米^{3}的密闭空屋内谈话，声音的强度降为百万分之一需多少时间? 设$\alpha=0.018$，$v=340$米/秒;

(2) 如果大厅容积为 $60\times100\times20$ 米^3，则又如何？

(3) 在(1)中，如果 $\alpha=0.30$，则又如何？

由上可以得出什么结论？

9-49 有一个两端封闭的细管长 1.7 米，管里面是 20°C 的空气，求其发声的频率。

9-50 有一个一端封闭的细管长 1.7 米，可能引起的共振频率是那些？设在 20°C 的空气中振动。

9-51 在两端开口的管中发生第三谐音(频率为基频的三倍)的振动，试以图示此管各处质点的位移、速度和压强最大幅值的分布。并指出位能、动能最大值处。

9-52 一根弦线，当长度减少 10 厘米时其振动频率增加为 1.5 倍。设长度减少时弦线中的张力不变，而且都在基频振动。求原来的弦长。

9-53 两弦的张力，长度和材料都相同，但截面积 $S_1=2S_2$，求它们的固有振动周期之比 $T_1:T_2$。

9-54 一钢丝以频率 $\nu=60$ 赫兹振动。设钢丝两端的固定点之间距离为 1.00 米，可认为不变。并设杨氏模量 E 也不随温度变化。已知钢丝的线膨胀系数为 $12\times10^{-6}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$，$E=2.0\times10^{12}$ 达因/厘米^2。问当温度增加 $\Delta t=10^\circ\mathrm{C}$ 后，其频率改变了多少？

9-55 两根完全相同的琴弦，它们的基频都是 400 秒$^{-1}$。若将一弦中的张力逐渐增加，问需增加百分之几才可产生每秒 4 拍的拍频？

9-56 两根相同的闭管各长 60 厘米，都在基频振动发声。由于管内空气温度不同而产生每秒一次的拍频，如果发较低音的管内空气是 16°C，问另一管温度是多少？[注：闭管是指一端封闭的管。]

9-57 两根相同的弦，长均为 1.00 米，并发出同一频率的声

音。如果把其中一根振动部分的长度缩短 0.5 厘米，则两弦同时发声时产生 2 秒$^{-1}$ 的拍频。求原来的频率。

9-58 一个人在大而光滑的墙前，手里拿着一个频率 $\nu=500$ 秒$^{-1}$ 的音叉，以速度 $u=1.0$ 米/秒向墙壁前进，他同时听到直接由音叉发出的声音和由墙壁反射回来的声音。如空气中声速为 $v=334$ 米/秒，问他听到的拍频是多少？

9-59 在空气温度是 $-17°C$ 时，一辆以 72 公里/小时的速度前进的机车鸣笛 2.0 秒。站在铁轨上的人(1)有的看到机车迎面而来，(2)有的看到机车背离而去，问他们听到的声音分别比鸣笛时间延长或缩短了多久？

9-60 一个很重的音叉以速度 $u=25$ 厘米/秒向墙壁接近，音叉在静止的观察者与墙壁之间。观察者听得拍频为 $\nu=3$ 秒$^{-1}$。设声速 $v=340$ 米/秒，求音叉振动频率。

9-61 运动会上，面对主席台有一笔直的跑道，跑道远离主席台的终点有一高音喇叭，主席台后有一水泥的大墙。一运动员在跑道上骑摩托车向主席台奔驰，听到从喇叭中广播的乐曲从 C 调变为 D 调，即频率升高为 $\sqrt[6]{2}$ 倍。设空气中声速为 340 米/秒，求车速。

9-62 子弹的激波成 30° 圆锥角(图 9-63)，求这子弹在空气中前进的速度。

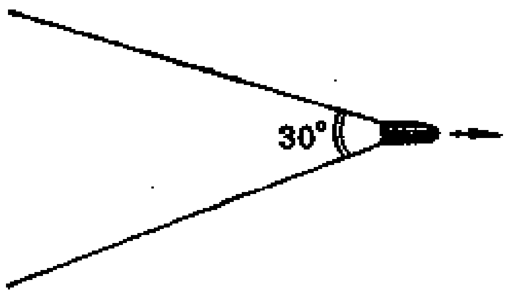


图 9-63

第十章　固体的弹性

10-1　一直径为0.10毫米、长1.00米的铁丝在1.0公斤力作用下伸长5.9毫米，求它的杨氏模量。

10-2　一铁棒长为$L=1.00$米，横截面积为$S=2.0$厘米^2，用$P=2.0$吨的力拉它，问棒中应力为每平方毫米多少公斤？设铁的杨氏模量为$E=2.0\times10^6$公斤/厘米^2，分别求伸长ΔL和相对伸长$\Delta L/L$。

10-3　如图10-3所示，一质量为2.0公斤的小球与一长为1.00米、横截面积为0.10厘米^{2}的棒的一端相连接，问棒绕水平轴O从水平位置下落到竖直位置时，棒的长度增加多少？设不计摩擦，忽略棒的质量，已知棒的杨氏模量$E=2.0\times10^{12}$达因/厘米^2。

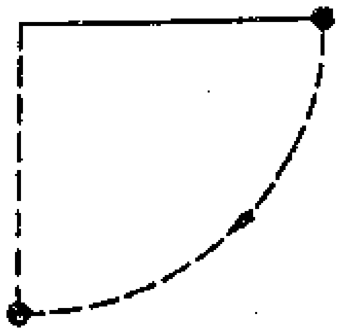


图　10-3

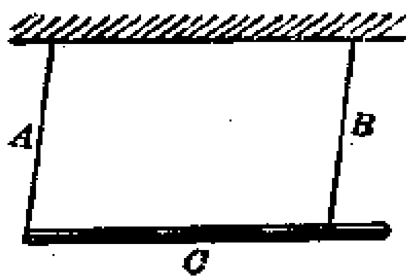


图　10-4

10-4　用长为1.00米的两根线A和B（其上端等高），吊着长为1.20米、重为4.5公斤的均匀横杆C，如图10-4所示。A是半径为$r_A=0.50$毫米的铜丝，吊住杆C的一端，B是半径为$r_B=1.00$毫米的铜丝。

(1) 问两线之间距离应为多大时才能使横杆保持水平？

(2) 求这时两线中的张力T_A和T_B。

10-5 用三根弹性绳吊起来的一均匀重物，如图 10-5 所示，三根绳用同样材料做成，且边上两根绳的状态完全一样。若中间垂直的一根绳承受了一半重量，要使三根绳中应力相等，旁边的绳的截面积应为中间的几倍？

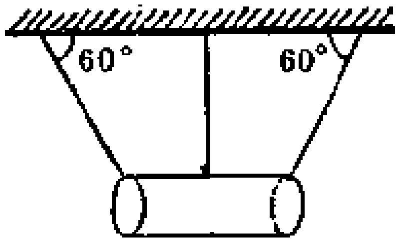


图 10-5

10-6 单摆由一直径为 $d_1=0.10$ 毫米的铜丝和直径为 $d_2=3.0$ 厘米的铜球做成，铜丝长 1.00 米。设摆幅极小。试问：

(1) 若以同样大小的铅球代替铜球，仍以铜丝为摆线，则周期将改变多少？

(2) 若以同样粗细的铅丝代替铜丝，下悬仍为铜球，周期又将改变多少？

已知铜和铅的密度与杨氏模量分别为 $\rho_{Cu}=8.9$ 克/厘米^3，$\rho_{Pb}=11.3$ 克/厘米^3，$E_{Cu}=1.2\times10^{12}$ 达因/厘米^2，$E_{Pb}=1.7\times10^{11}$ 达因/厘米^2。

10-7 一金属棒的线胀系数为 $\alpha=12\times10^{-6}$°C^{-1}，杨氏模量 $E=2.0\times10^{12}$ 达因/厘米^2，若要在温度升高 100°C 时使其长度保持不变，问两端要加多大的压力？

10-8 铁轨是在 10°C 温度下铺设的，每根轨道长 12.5 米。如果要保持在 −40°C 时两根轨道的接缝处空隙最多不超过 1.0 厘米，则当夏天温度升高到 60°C 时，铁轨中的应力至少有多大？已知钢的杨氏模量为 2.0×10^{12} 达因/厘米^2，线胀系数为 1.2×10^{-5} °C^{-1}。

10-9 一块钢的尺寸为 $100\times15\times20$ 厘米^3，放在材料试验机上沿纵向加以 2000 吨的压力。已知杨氏模量为 $E=2.0\times10^{12}$ 达因/厘米^2，泊松比为 $\sigma=0.28$。试求：

(1) 纵向应力；

(2) 每边的应变；

(3) 长度的改变；

(4) 体积变化的百分比。

10-10 一均匀棒的长为 l、宽为 m、厚为 n，有 0.1% 的拉伸应变，泊松比为 0.30。试求：

(1) 该棒横截面积的改变率；

(2) 原来面积为 lm 一面的面积改变率。

10-11 一长为 l 的均匀弹性圆棒竖直挂起，在其重量 P 的作用下，

(1) 伸长多少？

(2) 体积改变多少？

已知其杨氏模量为 E，泊松比为 σ，密度为 ρ。

10-12 一均匀黄铜板长、宽均为 $a=10.0$ 厘米，厚为 $d=1.0$ 厘米。一金属丝 AB 焊在这板的顶部并与一边相切，板的底边固定，如图 10-12 所示。欲使顶端产生一切向位移 $\Delta a=0.0050$ 厘米，问加在金属丝上的切向力 F 至少为多少？已知切变模量为 4.0×10^{11} 达因/厘米^2。

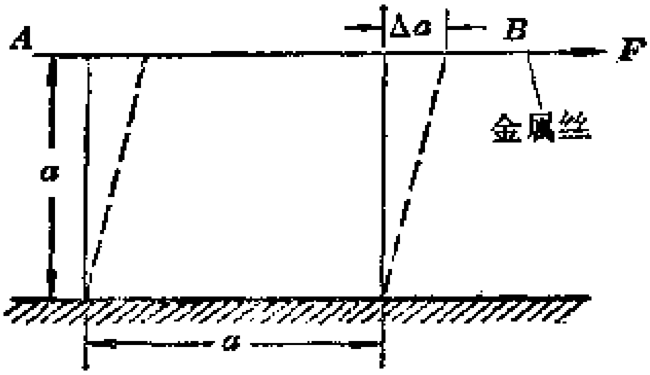


图 10-12

10-13 证明：各向同性的物体在均匀静压下，其杨氏模量 E、压缩系数 k 和泊松比 σ 之间的关系为

$$k=\frac{3(1-2\sigma)}{E}。$$

10-14 一长为L、质量为M、杨氏模量为E的均匀弹性棒，以角速度ω绕轴作匀角速转动，轴通过棒的一端并与棒垂直。试求：

(1) 棒内张力F的分布；

(2) 棒长的增长量ΔL。假设在计算F时忽略形变；计算ΔL时忽略截面S的改变，不计重力。

10-15 如图10-15所示，光滑水平面上放一木条AB，其质量为m，横截面为S，长为L；一端抵住一固定的突出物，另一端受恒力F，应力均匀分布在整个横截面上，木条长度减小$\Delta L=\frac{1}{E}\ \frac{L}{S}F$。

(1) 求木条内应力分布；

(2) 如木条不抵在突出物上，其它条件不变，则长度为多少？木条内应力分布情形又如何？

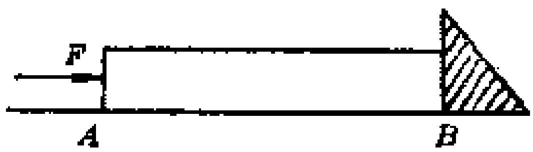


图 10-15

10-16 上题中，若木条自由下落，则其内部应力如何？

10-17 如图10-17所示，一质量为M、半径为R的均匀圆盘从静止开始以匀角加速度β绕它的轴线转动，使圆盘加速的力均匀分布在圆盘边上。今在盘中划出一部分，半径为r，求作用在这部分边界的圆周上单位长度上的作用力。

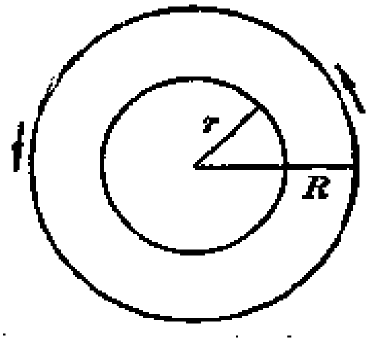


图 10-17

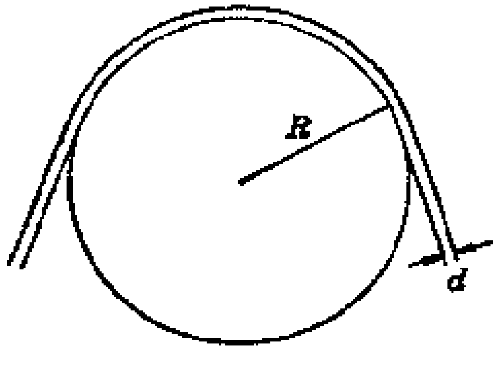


图 10-18

10-18 一直径$d=1$毫米的钢丝围在半径$R=1$米的鼓轮上，如图10-18所示。已知这钢丝的杨氏模量为$E=2\times10^6$公斤/厘米^2，

并假定钢丝的中心部分应力为零，试求：

(1) 钢丝中由于弯曲变形而产生的最大附加应力；

(2) 钢丝形变压缩部分的平均应力。

10-19 证明：中间悬挂重物 P 的方梁的挠度(弛垂量)为

$$\lambda=\frac{Pl^3}{4a^4E},$$

式中 l 为梁长，a^2 为横截面积，E 为杨氏模量。

10-20 证明：一端固定另一端悬挂重物的圆梁的挠度为

$$\lambda=\frac{4Pl^3}{3\pi R^4E},$$

式中 l 为梁长，R 为圆梁直径，P 为荷重，E 为杨氏模量。

10-21 证明：圆棒在扭力矩 $2PR$ 作用下的扭转角为

$$\varphi=\frac{4PRl}{\pi r^4N},$$

式中 N 为切变模量，r 和 l 分别为悬丝的半径和长度。(见图 10-21。)

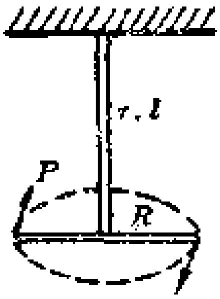


图 10-21

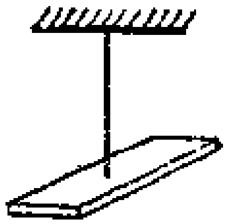


图 10-22

10-22 一矩形铜块的大小为 $10.0\times2.0\times0.50$ 厘米^3，密度为 8.6 克/厘米^3，其 10×2 面的中心与一金属丝固定并吊起，如图 10-22 所示，保持该面在水平面内作扭转振动。设在这种情况下该扭摆作简谐振动。已知在一个力偶矩 $M=8.2$ 克力·厘米作用下金属丝转过 0.50 弧度，求其振动周期。

10-23 一 1.00 米长的空心圆管，其内半径为 2.00 厘米，管壁

厚 1.0 毫米，材料的切变模量为 6.0×10^{11} 达因/厘米^2。问要加一个多大的力矩才能使它绕中心轴扭转 1°？设转矩的轴与管轴重合。

10-24 一弹性细线长为 $2l$、横截面积为 S，两端固定。当其中点悬重为 P_1 时下垂 λ_1，如图 10-24所示，悬重为 P_2 时下垂为 λ_2，已知 λ_1 和 λ_2 都很小。求这线的杨氏模量。

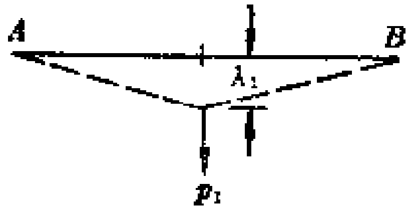


图 10-24

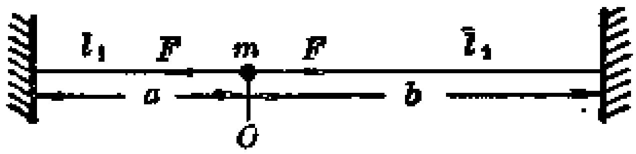


图 10-25

10-25 一质量为 m 的质点被两条原长为 l_1 和 l_2 的轻弦线拴住。弦的另一端固定，使弦绷紧并保持水平。这时两弦的长度分别为 a 和 b（如图 10-25 所示），弦中张应力为 F。设弦的杨氏模量为 E，证明：质点 m 沿弦长方向作纵振动的周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{mab}{(F+E)(a+b)}}。$$

10-26 光滑水平轨道上放一条橡皮筋，长为 a、横截面积为 S，一端 O 固定，另一端系一质量为 m 的质点。橡皮筋被拉长 b 后撒手，求质点往返一次所需的时间。设橡皮筋的杨氏模量为 E，质点只沿轨道作直线运动，不计橡皮筋质量，不考虑 S 的变化。

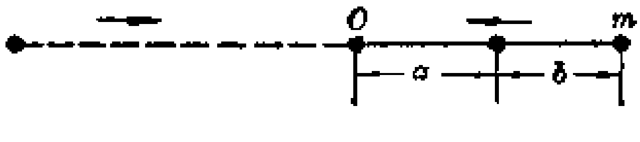


图 10-26

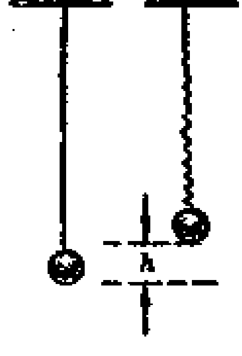


图 10-27

10-27 在一长为 $l=8.00$ 米、横截面积为 $S=0.50$ 毫米^2 的钢丝下面悬挂一质量为 $m=2.0$ 公斤的金属球，今将小球竖直向上抬一高度 h（见图 10-27）然后放手，已知钢的杨氏模量 $E=2.0\times10^9$ 克/厘米^2。试问:

(1) 在什么条件下小球作简谐振动？

(2) 其周期等于多少？

10-28 一圆钢棒长 $l=1.00$ 米，半径 $r=0.20$ 厘米，维持水平，一端固定，另一端与一半径 $R=20$ 厘米且可自由转动的圆盘中心相连；当圆盘的边上挂一 $P=500$ 克力的物体时，此物体由于盘的旋转而下降 $h=10$ 厘米，如图 10-28 所示。试问:

(1) 钢的切变模量等于多少？

(2) 扭转后的钢棒，具有的弹性势能等于多少？是不是等于 Ph？为什么？

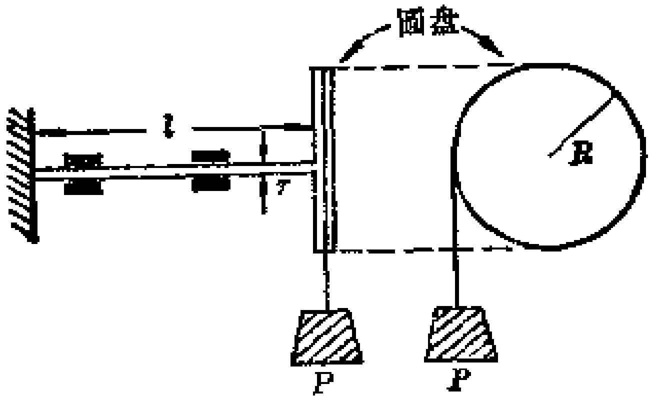


图 10-28

10-29 一铜丝长 5.00 米、直径 0.20 厘米，一端固定，受到 100 公斤的拉力，试问：这时它具有的弹性势能 $E_{P_1}=$？如果又有一个1.0 公斤力·厘米的力矩将它扭转，这时，其弹性势能 $E_{P_2}=$？已知铜的杨氏模量为 1.2×10^{12} 达因/厘米^2，切变模量为 4.2×10^{11} 达因/厘米^2。

第十一章　流 体 力 学

11-1　一烧杯水放在台秤的秤盘上，台秤的指针指出烧杯和水的总重量。现将一体积为 100 厘米^3 的铁块用绳子吊起，浸没在水中静止不动(如图 11-1)。问台秤指针的指数变不变？变大还是变小？变多少？($\rho_{水}=1$。)

11-2　铁块在水中会沉下去，为什么铁造的轮船能不沉下去？

11-3　质量相等的铜块和铝块挂在天平两端，天平平衡；今将铜块和铝块分别浸没水中，问天平是否仍保持平衡？若不是，将向哪一边倾斜？

质量相等的两铁块挂在天平两端，天平平衡；今将两铁块分别浸没在水和汽油中，问天平向哪一边倾斜？

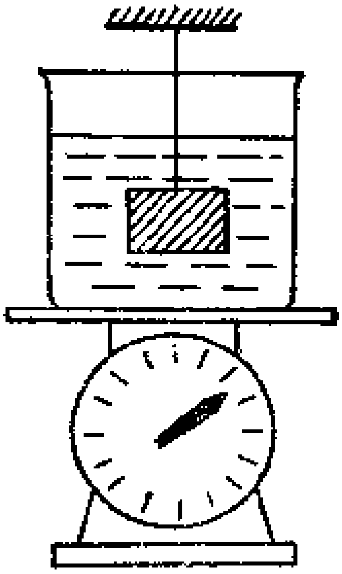


图　11-1

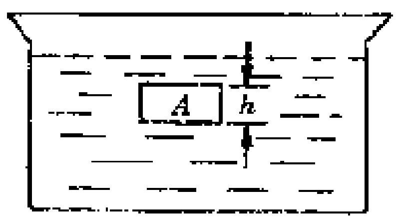


图　11-4

11-4　(1) 在静止的液体内的小液块 A (见图 11-4) 共受到几个力作用？上下两面所受的压力差等于多少？

(2) 若整个容器以加速度 a 向上运动；这时液块上下两面的压力差是否与容器静止时相同？为什么？

11-5　修建南京长江大桥时，潜水员潜入水下 45 米深处，问该处水的压强等于多少吨/米^2？

11-6 一轮船浸在水中的部分平均长150米，宽30米，载货6.00×10^3吨后，设船下沉时排水的横截面不变。试问：

(1) 在海水中比空载时下沉几米？（海水密度为$\rho=1.03$克/厘米^3。）

(2) 在淡水中比空载时下沉几米？

11-7 一个铜球在空气里重178克，在水里重142克(已知铜的密度为8.9克/厘米^3)，问这个铜球是实心的还是空心的？

11-8 某钢材重5.0吨，沉于海底，问未出水面前至少要用多大的拉力才能把它拉起？已知钢材密度是7.8克/厘米^3，海水密度是1.03克/厘米^3。

11-9 有一盛满水的圆柱形封闭桶，其中放有一个木块，一个铅块及一个密度和水相同的物块，今使桶和水一起绕圆柱的轴作快速转动(如图11-9)。问桶内三个物体相对转轴的位置怎样？哪一个离轴最远？哪一个最近？

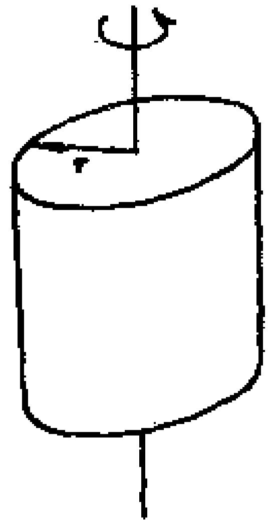


图 11-9

11-10 在标准状态下，空气、氦和氢的密度各是$\rho=1.29\times10^{-3}$克/厘米^3，$\rho_{He}=1.78\times10^{-4}$克/厘米^3，$\rho_{H_2}=8.99\times10^{-5}$克/厘米^3。

今设计一飞艇，要能载重10吨，在标准状态下，使用氢时，飞艇的容积至少是多少立方米？使用氦时，飞艇的容积至少是多少立方米？（飞艇外壳重量忽略不计。）

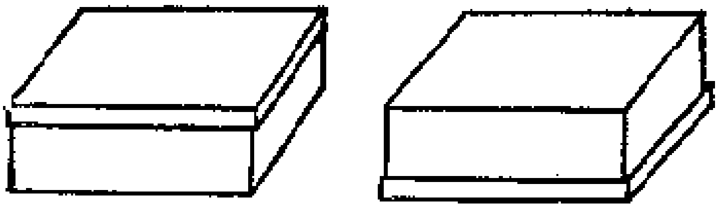
11-11 (1) 旋风会把东西卷向中心，杯子里或桶里的水旋转也有这个现象。说明产生这种现象的原因。

(2) 当游泳碰到旋涡时，为什么采取直立的踩水姿式容易被卷下去，而采取平卧的蛙泳或仰泳则容易脱险？

11-12 距今一千七百多年前的三国时，一只大象从外国运到当时的首都洛阳，人们纷纷猜测它的重量，但无法用秤去称它；曹

冲想出一个好办法，用船称出了它的重量。你能想出怎样用船来称的办法吗？

11-13 有人在野外用饭盒运水，他把饭盒装满水，盖上盖子，端着走较长一段路后，由于难免的晃荡，到目的地时饭盒基本上是空的，水几乎跑光了。但是，如果用同一饭盒装满水，盖上盖子，然后把饭盒倒过来，端着走同样的一段路，虽也同样晃荡，但到目的地时，饭盒几乎是满的，跑掉的水很少，你能解释其原因吗？



正放
(1)

倒放
(2)

图 11-13

11-14 一装水的圆柱形桶，以匀角速度 ω 绕几何对称轴旋转。求当液体相对于容器静止时水面形状的方程。

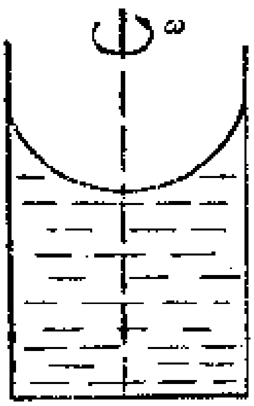


图 11-14

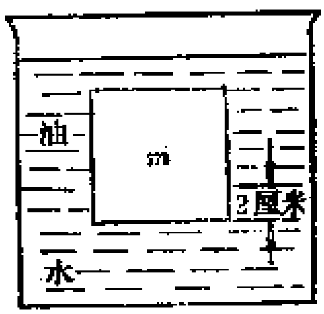


图 11-15

11-15 一密度均匀的立方形物体 m，边长为 10 厘米，浮在油和水的分界面上，水和油各深 10 厘米，底面在界面下 2.0 厘米处，如图 11-15 所示，已知油的密度为 0.6 克/厘米^3，试问：

(1) m 的质量是多少？

(2) 在 m 底面上的压强是多少？

11-16 一边长为 l 的一立方形钢块 ($\rho_{Fe}=7.8$ 克/厘米^3) 浮在水银($\rho_{Hg}=13.6$ 克/厘米^3)面上，试问：

(1) 钢块有几分之几高出水银面？

(2) 若把水倒在水银面上，使水面恰与钢块的顶面平齐，问水层有多厚？

11-17 一直径为 20 厘米的圆柱形容器，下悬质量为 10 公斤的铁块，漂浮于水面，容器露出水面高度为 10 厘米。现将铁块放入容器中，容器可露出水面多少厘米？(铁的密度为 7.8 克/厘米^3，忽略容器质量。)

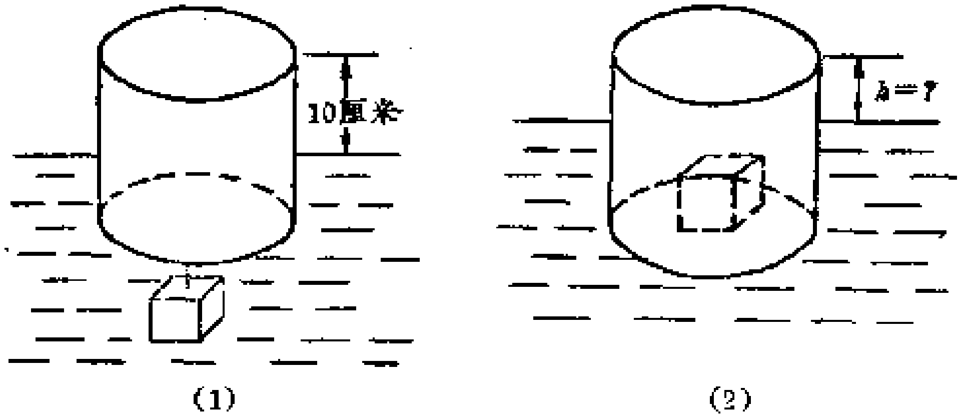


图 11-17

11-18 一均匀细杆，长为 3.0 米，比重为 0.50，质量为 6.0 公斤，一端 A 在水面下 1.5 米处，用通过 A 点的水平枢轴支住，使整个杆可绕此水平枢轴无摩擦地转动，如图 11-18 所示。

(1) 若使杆没入水中 2.5 米，问 B 端应加的重量 W 为多少？

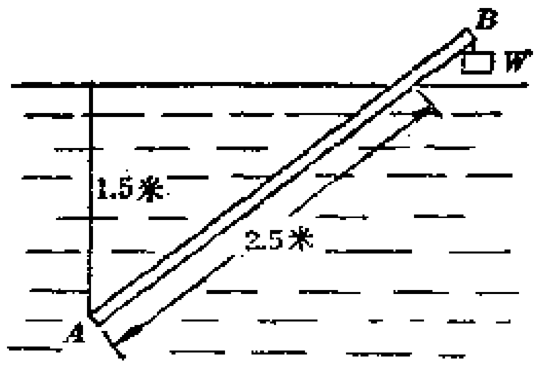


图 11-18

(2) 求此时枢轴作用于杆端 A 的力的大小和方向。

11-19 一游泳池长 50 米，宽 30 米，深 2.5 米。设池中灌满水，求水作用于池壁和池底的力。

11-20 在水坝上，一个竖直的闸门，其上缘恰与水面平齐，闸门宽 2.0 米，高 4.0 米。试问：

(1) 若在闸门底边上用铰链支承，如图 11-20(1)，问水作用在闸门上的力对铰链的力矩是多少？

(2) 若在闸门的中部以铰链支承于过闸门中心的水平轴上，如图 11-20(2)，那么此时水平轴受的力矩是多少？

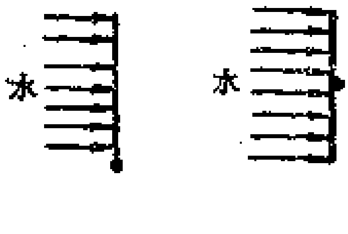


图 11-20

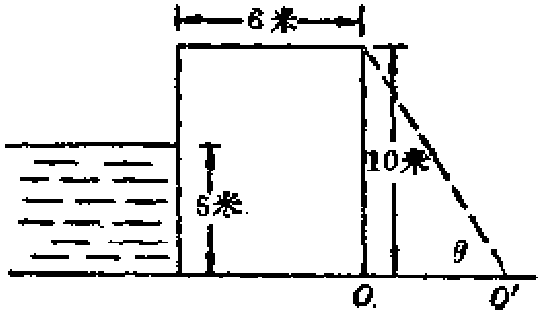


图 11-21

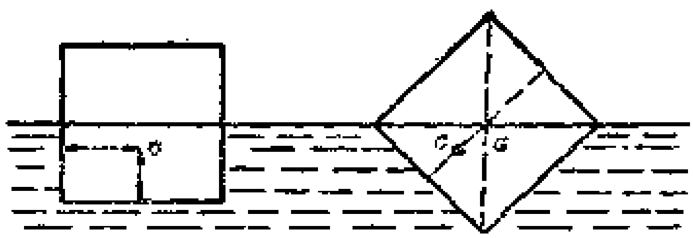
11-21 一水坝长 100米，截面是高 10 米、宽 6.0 米的矩形，水深 5.0 米，如图 11-21 所示，

(1) 求水作用于坝的力对坝的下缘(过 O 点沿坝基线的轴线)的力矩；

(2) 若坝身材料的密度是 5.5 吨/米^3，求坝自重对过 O 的轴的力矩，与(1)的结果进行比较；

(3) 若坝身截面如图中虚线所示，$\theta=60°$，分别对轴 O' 进行(1)和(2)的计算。

11-22 一立方形木块，边长为 10 厘米，重心位置如图 11-22 (1)所示，距左边 5.0 厘米，距底边 3.0 厘米，浮在水中时，有一半体



(1)　　(2)

图 11-22

积沉于水面下，当木块倾斜 45°时，如图 11-22(2)所示，试求：

（1）此时木块受到的力矩？

（2）定倾中心 a(平衡时重力作用线与倾斜时浮力作用线的交点)到重心的距离 ca。

11-23 试问：

（1）没有动力，水能自动向上流吗？虹吸管的 AB 段中(图 11-23)，水不是自动向上流吗？

（2）水能自动从压强小的地方往压强大的地方流吗？

（3）虹吸管能把水从低处吸到高处吗？为什么？

（4）一架抽水机用管子伸到水里抽水，问抽水机在水面上多高时便抽不上水来？

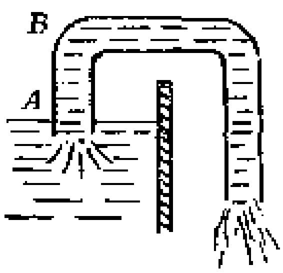
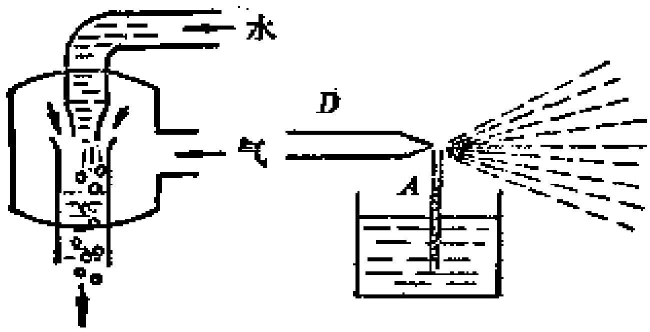


图 11-23



(1) (2)

图 11-25

11-24 在同一条河里，河窄的地方水流得快些，宽的地方流得慢些，为什么？

两船平行前进时，若靠得较近，为什么极易碰撞？

11-25 （1）水流抽气机如图 11-25（1），当水由上面的细管口流出，再进入下面的粗管时，带走周围的气体达到抽气的目的。说明其理由。

（2）喷雾器如图 11-25(2)，从 D 管吹气，气体经小口 A 出来后，便将容器中的液体吸出并吹成雾状飞散。说明其理由。

11-26 一个以匀角速度ω绕水平轴自旋的乒乓球自由下落的轨道是直的还是弯的？若是弯的，弯向哪边？

11-27 如图 11-27 所示的装置，水由大池A中经水平管以速度v流出，水平管各处直径分别为d及d'，且$d>d'$。连通管B、C、D及E的上端都与大气相通，按伯努利原理判断下列问题：

(1) h_1, h_2, h_3, h_4哪个大？哪个小？

与图示实际情况是否一致？为什么？

(2) 若$v=0$，则h_1, h_2, h_3, h_4哪个大？哪个小？

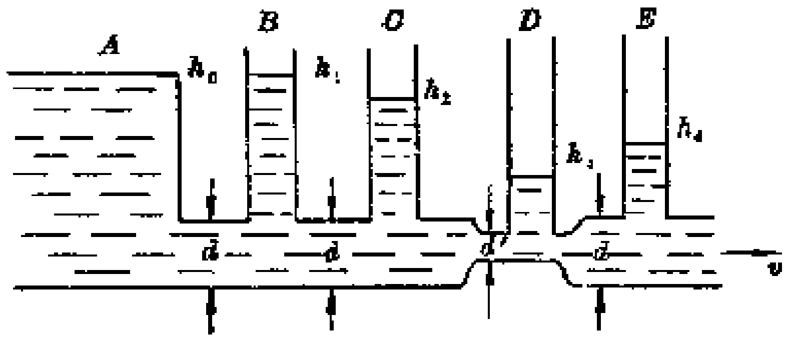


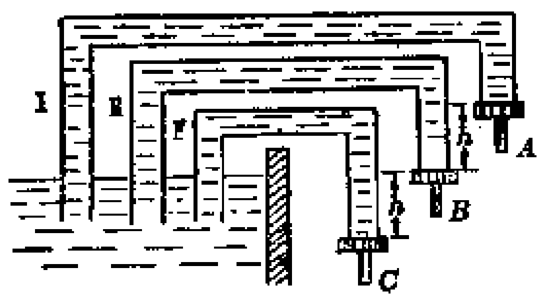
图 11-27

11-28 图 11-28(1)所示Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ都是装满水的虹吸管，管口分别用活塞A、B、C堵住，B与湖面相平，A比湖面高h，C比湖面低h，已知$h=20$厘米，试问：

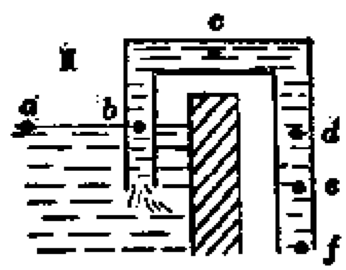
(1) 活塞A、B、C上的压强各是多少？

(2) 若把活塞都去掉，则三管中的水将怎样运动？

(3) 图 11-28(2)所示为打开活塞C之后的Ⅲ管，水从



(1)



(2)

图 11-28

湖里经过Ⅲ管(管内各处粗细相同)流出来，图中 a、b、d 三点在同一水平面(湖面)，c 点在湖面以上，e 点在湖面以下，f 点是出口。用等于(=)、大于(>)和小于(<)符号表示 a、b、c、d、e、及 f 各点压强的关系。

11-29 一虹吸管如图 11-29 所示，水池和虹吸管(管道均匀)截面分别为 S_A 和 S_B，虹吸管出水口在水面下 h 处。求从虹吸管中每单位时间流出的水的体积。

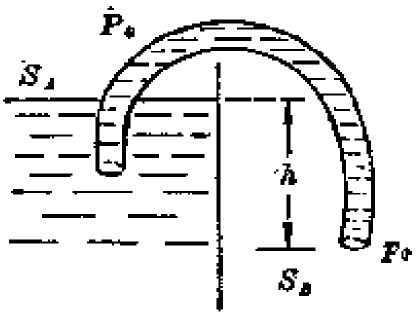


图 11-29

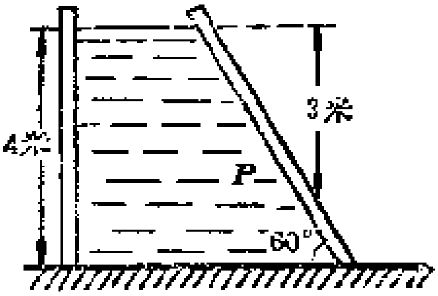


图 11-31

11-30 何谓稳定流动？在稳定流动中，液体是否可能加速运动？何谓连续性原理？在什么条件下成立？

11-31 一开口水槽中水高 $h=4.0$ 米，一边的壁与水平面成 60° 角，若在水面下 3.0 米处的斜壁上一点 P 开一与壁垂直的小孔(如图 11-31)，问孔中射出的水流在地平面上的射程多远？(略去空气阻力。)

11-32 一贮水的封闭大水箱，箱的上部是气压为 8.0 个标准大气压的压缩空气。箱的侧壁上距水面 5.0 米处有一小孔，求水从此孔流出的速率。

11-33 一贮水的、深 2.0 米的直立封闭水箱，水面上气压为 $P=2.0$ 个标准大气压，水箱放在距地面 4.0 米高的平台上。在水箱侧面最低点开一面积为 1.0 厘米^2 的小孔(如图 11-33)，略去空气阻力，试问：

(1) 水的落地点到小孔的水平距离 x 为多少？

(2) 若水射到地面不溅起，水对地面的竖直压力是多大？

(3) 水从水箱流出时作用于水箱的水平力是多少？

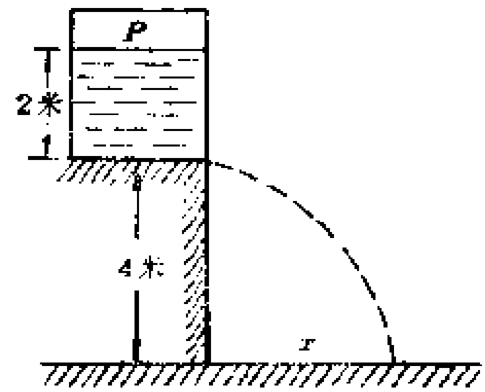


图 11-33

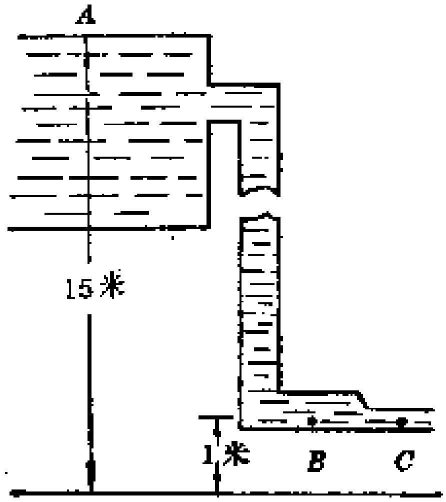


图 11-36

11-34 要使消防水龙头中的水射出的高度最多能比龙头高 20 米，若不计摩擦阻力，问龙头中水的压强应为多大？

11-35 一横截面积为 A_2 的圆柱形水槽，槽内水面下 h 处的侧面上有一面积为 A_1 的小孔，求孔中水流射出的速度公式，并证明：当 $A_2 \gg A_1$ 时，此公式化简为托里拆利定理，即：

$$v=\sqrt{2gh}。$$

11-36 如图 11-36 所示，水从池中稳定地从 C 流出，池中水面 A 高出地面 15 米，B 点和 C 点的高度都是 1.0 米，B、C 处的管道横截面积各为 $S_B=4.0$ 厘米^2 和 $S_C=2.0$ 厘米^2，水池面积远大于管的截面积，

(1) 求 B 点的压强；

(2) 放流率是多少升/秒？

11-37 一水平玻璃水管由截面均匀而各不相同的 A、B、C 三段串连而成。水流从 A 进入，从 C 流出，在 A、B 和 C 段的管壁上各有一小孔，A 段上小孔中有水射出，B 段上的小孔内水中有气泡

出现，C段上的小孔中无气泡也无水射出。问三段管子中哪个直径最大？哪个最小？

11-38 在自来水管中，A处的流速为v_A、压强为P_A，若B处的横截面积为A处的$\frac{1}{2}$，B比A处低h，求B处的压强。

11-39 试定性地分析飞机上机翼的升力是怎样获得的。

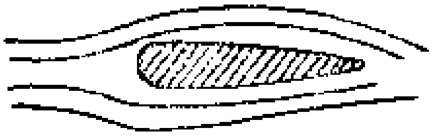


图 11-39

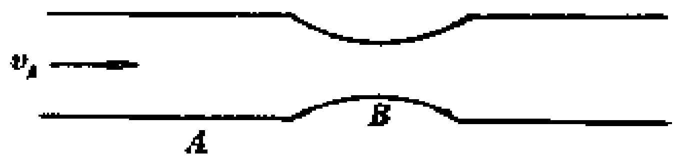


图 11-41

11-40 一水平安置的自来水管，管子粗处的直径是细处的两倍，如果水在粗处的流速是10厘米/秒，求细处水流的速度。

11-41 如图11-41所示，水流过水平管子，管子在B处的横截面积是A处的一半。已知B处的流速是6.0米/秒，求A、B两处的压强差。

11-42 一自来水管的干线埋于地下，其内水压为4.0公斤/厘米^2，水由干线经水管送到楼上，问比干线高$h=10$米处的水管里，水压为多少？在此处打开龙头，求水流出的速度。

11-43 应用伯努利方程的条件是什么？

11-44 图11-44所示的装置为大容器下面接细管，内装无粘性、不可压缩的流体，流体密度为ρ。讨论：

(1) 在什么条件下，A、B两处的压强分别满足下式：

$$P_A=P_B,$$

$$P_A<P_B,$$

$$P_A>P_B;$$

(2) B，C两点的压强之间有什么关系？

11-45 图11-45为一流量计(又称汾丘里流量计)，水沿水平

方向流动，水平管两处横截面积不同，分别为 S_1 和 S_2，在这两处有两个敞口的连通管，其中水面高度差为 h，如图 11-45 所示。求水的流量。

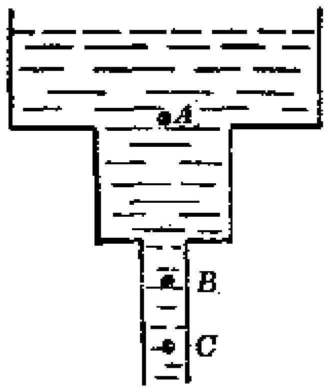


图 11-44

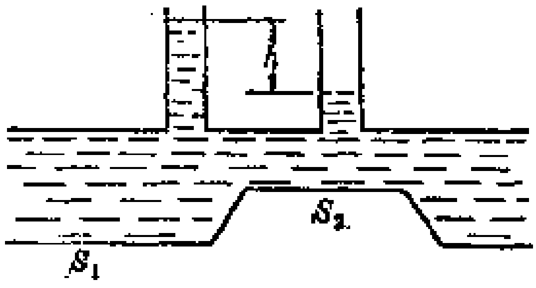


图 11-45

11-46 风洞本质上就是汾丘里计(即流速计)，进入洞中的空气是用一大风扇引入。设某一风洞的细狭部分的空气流速是 150 厘米/秒，求该处的压强。

11-47 如图 11-47 所示，一水平水管的横截面积在粗处为 $S_a=40$ 厘米^2，在细处为 $S_b=10$ 厘米^2。一分钟内流过此管的水为 2.0×10^5 厘米^3。这水平管下面装有一个 U 形管，管内下部盛有水银，已知水银的密度为 13.6 克/厘米^3。试求：

(1) a、b 两处的流速；

(2) U 形管中水银面的高度差 h。

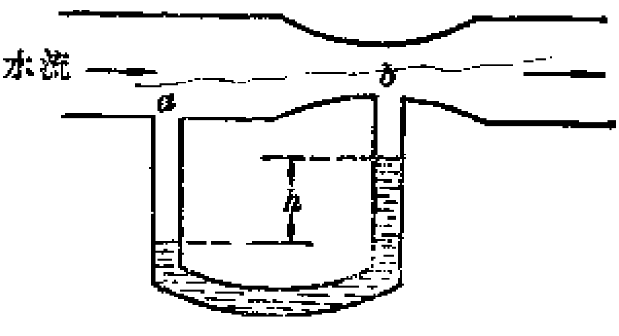


图 11-47

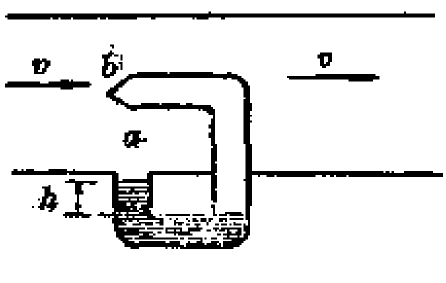


图 11-48

11-48 在一水平管中有流速为 v 的气体，在管中插入一个 U 形的细管，如图 11-48 所示，U 形管中水银面高度差为 h。若已知

流体的密度为ρ，水银的密度为ρ_0，证明：气体的流速v满足下式：

$$v=\sqrt{\frac{2g\rho_0 h}{\rho}}。$$

11-49 孔板是化工中常用到的一种流量计，它的装置如图 11-49 所示，在一个待测的管道中装一个中间有圆孔的板，板两边装有测量压强差的 U 形管。设管道水平，管内横截面积为S_1，孔的面积为S_2，板两边压强差为$P_1-P_2=\Delta P$，假定流体流过挡板的圆孔后，在 U 形管上方的流速即等于圆孔流速，流管的横截面积亦即圆孔面积，证明：流体的体积流量为：

$$Q=\frac{S_1S_2}{\sqrt{S_1^2-S_2^2}}\sqrt{\frac{2g}{\gamma}\Delta P},$$

式中γ为单位体积管道中流体的重量。

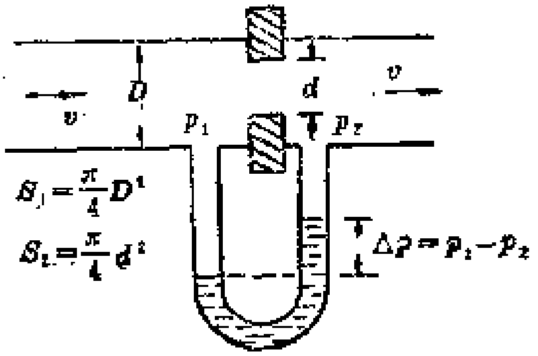


图 11-49

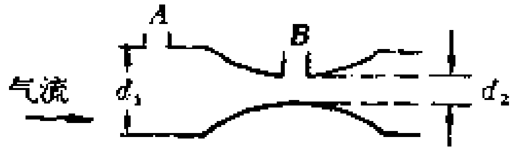


图 11-50

11-50 测量气体在导管中的流量，可用图 11-50 所示的装置。导管水平，气体流动的速度可由A和B处的压强算出。已知管的内直径分别为$d_1=50$毫米和$d_2=40$毫米，A和B间的压强差为$\Delta P=12$毫米水柱，气体的密度为$\rho=0.0014$克/厘米^3。设阻力和气体密度的变化可以略去，求气体每小时流过的质量。

11-51 一消防引擎唧筒，每分钟由湖中抽出 1000 公斤的水，从离湖面高$h=10$米的管口以 10 米/秒的速率射出。不计摩擦阻力，问引擎的输出功率为多少？

11-52 某灭火唧筒每分钟喷出 60 升的水，假定喷口处水柱

的横截面积为 $S_0=1.5$ 厘米^2，略去空气阻力，问水柱喷至 2 米高时，横截面积 S_1 应有多大？

11-53 图 11-53 为一大容器 A，内装液体，底部接一竖直管 B，管傍装有压力计 C，管 B 的下端用软木塞塞住，试问：

(1) 此时压力计的液面在多高位置(与 A 中液面比)？

(2) 若拔去软木塞，让水流动，当达到稳定后，压力计中液面在什么高度？

(3) 若 B 管是下端渐细的管，有何变化？

(4) 如果液体的粘滞性不能忽略，问压力计中的液面高度受到怎样的影响？

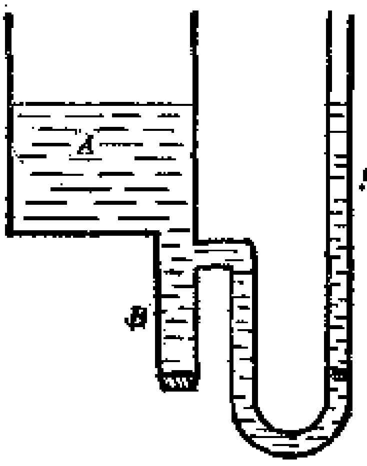


图 11-53

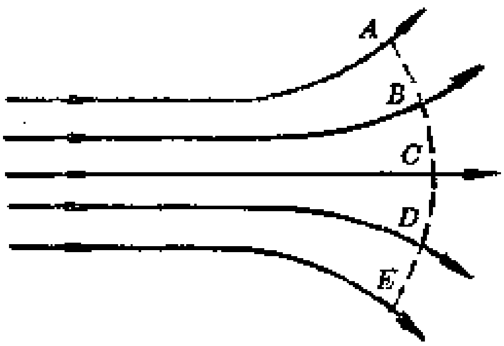


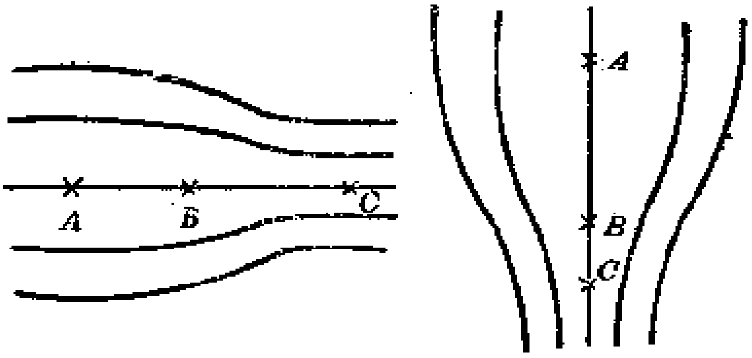
图 11-54

11-54 图 11-54 所示为水平面内流体中的流线，试问：

(1) 图中与流速方向正交的虚线上各点的压强是否相同？如不同，哪一点最大？

(2) 图中虚线上各点的流速是否相同？如不同，何处最大？

11-55 结合图 11-55(1)和图 11-55(2)所示两流管中 A、B、C 三点的压强论证：虽然理想流体在流动时仍然保持静止流体中压强的基本特点，但静止流体中关于两点压强差的关系不再普遍成立。



（1）　　　　（2）

图 11-55

11-56 为了使火车头不致停下来加水，有时可用下面的方法加水：在铁轨间装有长水槽，从火车上垂下一水管于水槽中，如图11-56所示，水就从这水管流入机车的水箱。

（1）这是什么原因？

（2）问火车的速度多大时，才能把水升高 $h=3.5$ 米？

（3）要使火车在1公里的路程内有 3.0 米^3 的水进入水箱，问火车的速度应为多大（水管的内直径 $d=10$ 厘米）？

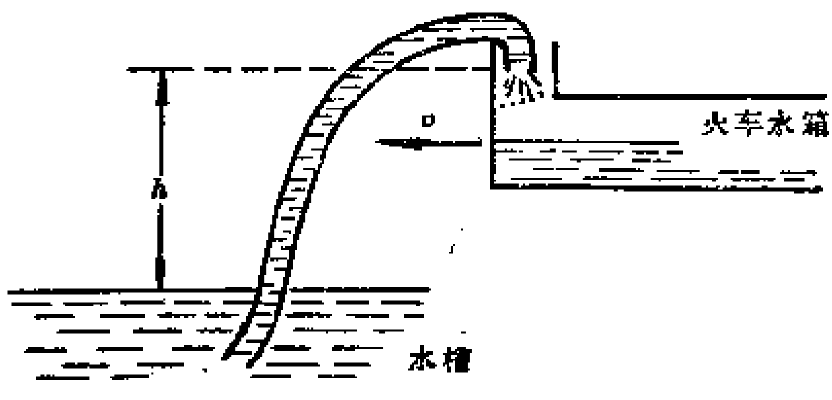


图 11-56

11-57 匀速地把水注入一大水盆内，注入的流量是 $Q=150$ 厘米^3/秒，盆底有一小孔，小孔面积是 $S=0.50$ 厘米^2，问水面将在盆中保持多高的高度？

11-58 一圆柱形桶，高为 $H=70$ 厘米，内部底面积为 $S=600$ 厘米^2，桶中注满了水。桶底有面积为 $S_1=1.0$ 厘米^2 的孔，试问：

（1）桶中的水平面将怎样移动？

(2) 桶中的水全部流尽需要多少时间？

(3) 桶中的水漏去一半需多少时间？

11-59 一个大桶，盛水深为 $h=1.0$ 米，在底边开一小孔，孔的面积为 $S=1.0$ 厘米^2，试问：

(1) 水从小孔流出的速度是多大？

(2) 每秒有多少质量的水流出来？

(3) 每秒有多少动量流出来？

(4) 如果用姆指堵住小孔，使水不流出来，要用多大的力？

11-60 一大桶里装满深 h 的水，桶的侧面上开有一小孔，孔比水面低 h_1，比水底高 h_2，水从小孔流出，水到达底面时的水平射程是 x。若略去空气阻力，证明：当小孔位置在 $h_1=h_2=\dfrac{h}{2}$ 处时，射程最大。

11-61 一水箱放在水平桌面上，箱的竖直壁上开若干小孔，一个在另一个的正上方。水箱中注满水后，水就从小孔中射出（略去空气阻力）。

(1) 证明：从各小孔中射出的水以相等的速率射到桌面上。

(2) 证明：若某小孔与箱中水面的距离等于另一小孔与箱底的距离，则由这两孔射出的水便落在桌面上同一点。

(3) 小孔开在哪里，它射在桌面上的距离为最远？

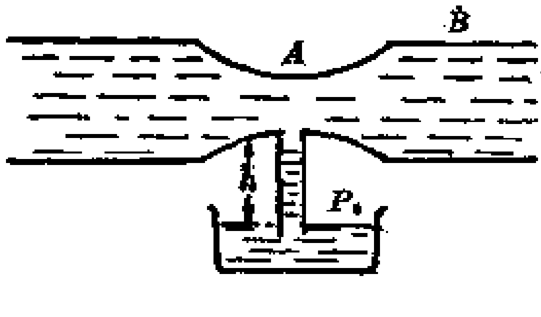


图 11-62

11-62 液体在一水平管道中流动，A 处和 B 处的横截面分

别为 S_A 和 S_B，B 管口与大气相通，压强为 P_0。若在 A 处用一细管与容器相通，如图 11-62。证明：当 h 满足下式

$$h=\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{S_A{}^2}-\frac{1}{S_B{}^2}\right)$$

时，A 处的压强刚好能将从比管道低 h 处的同种液体吸上来。其中 Q 为体积流量。

11-63 一桶的底上有一小孔，水由孔中漏出。设水面距桶底 30 厘米，求下列各情况下水自孔中漏出的速度（相对水桶的速度）。

(1) 桶固定不动；

(2) 桶等速上升；

(3) 桶以 120 厘米/秒^2 的加速度上升。

11-64 一接近底部的壁上有一小孔的圆桶，放在一小车上。桶中装满水后，水从小孔中射出，问在下面三种情况下，水流尽的时间是否相同？

(1) 假定桶不动；

(2) 假定桶因喷射水流的反作用使小车匀速运动；

(3) 假定桶因喷射水流的反作用使小车加速运动。

11-65 一圆桶，内盛水深为 $h=1.0$ 米，在底边两侧有两喷嘴喷出水，两喷嘴至桶底中心 O 的距离都是 $d=10$ 厘米，如图 11-65 所示。试问：

(1) 水从喷嘴出来的速度；

(2) 如果喷嘴截面积 $S=1.0$ 厘米^2，水的喷出方向是以 O 为心，以 d 为半径的圆的切线方向。问由于水的喷出，桶所受的力矩是多少？

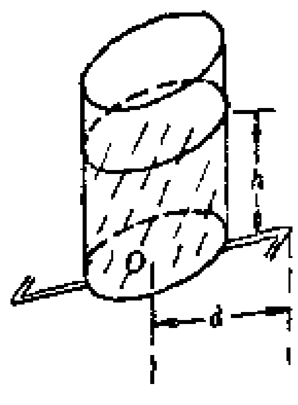


图 11-65

11-66 如图 11-66 所示的装置，可以表演

射出液体的反作用。证明:

(1) 当容器以匀角速度ω旋转时，水喷出的速度(相对于喷嘴，沿喷嘴旋转的切线方向)为:

$$v=\sqrt{2gh+R^2\omega^2},$$

其中h为液体的喷嘴离容器水面的距离，R为转轴到喷嘴距离，ω为容器旋转的角速度;

(2) 由于水喷出而产生的对容器的转动力矩为

$$M=2Sv\rho R(v-\omega R),$$

其中S为喷嘴的横截面积，ρ为水的密度。

(3) 如果没有摩擦阻力，当水喷完时，转动力矩等于零。

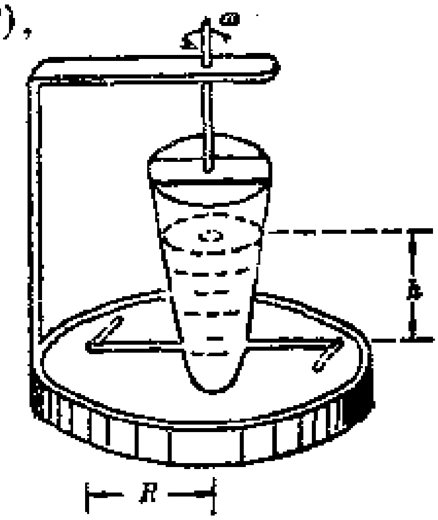


图 11-66

11-67 一大容器内储有压强恒为P的气体，器壁上有一小孔，容器外的压强为P'，$P'<P$。证明：气体流出的速度为:

$$v=\sqrt{\frac{2(P-P')}{\rho}}。$$

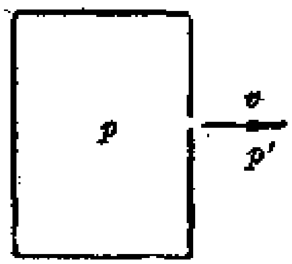


图 11-67

由上式可见，当压强差相等时，气体的流出速度与其密度的平方根成反比，可用此法测定气体的密度。

11-68 一种气体严密封闭于大铁桶中，压强为大气压的n倍，若突然将阀门开放，气体随即向大气中射出，假设此时压强与密度遵守绝热规律$P/\rho^{\kappa}=C$。忽略重力的影响，求出口处的速度。

[注：此时应当用伯努利积分$\frac{v^2}{2}+\int\frac{dP}{\rho}=C$。]

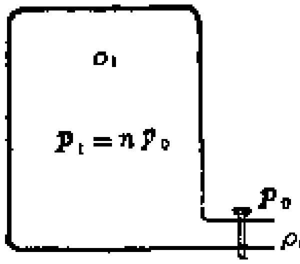


图 11-68

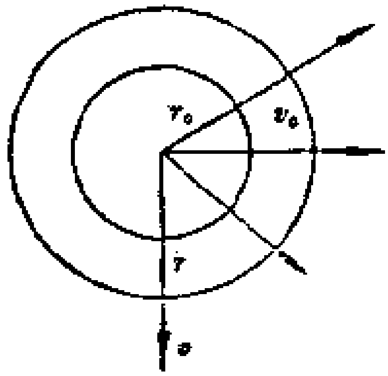


图 11-69

11-69 设在O点有一源，气体自O点球对称地辐射出来，单位时间流出的质量为M，若气体作等温流动，即遵守$P=c\rho$，证明：若忽略重力影响，则半径为r的球面上气体质点的速度为

$$v=\frac{M}{4\pi\rho_0 r^2}e^{\frac{v^2-v_0^2}{2c}},$$

其中ρ_0，v_0分别为$r=r_0$处气体的密度和速度。[注：此时应当用伯努利积分。]

11-70 一玻璃瓶中盛水深为h，瓶口用软木塞塞紧，通过软木塞插入一玻璃管，管上端敞开与大气相通。如果管中水面比瓶内水面低$\frac{h}{2}$（如图 11-70），试问：

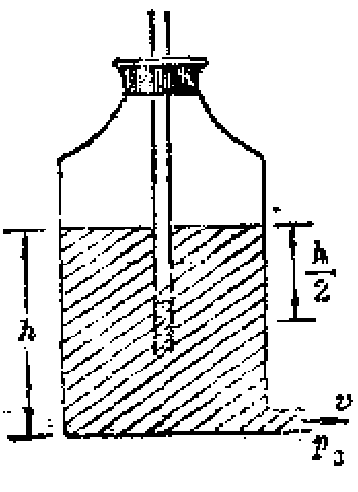


图 11-70

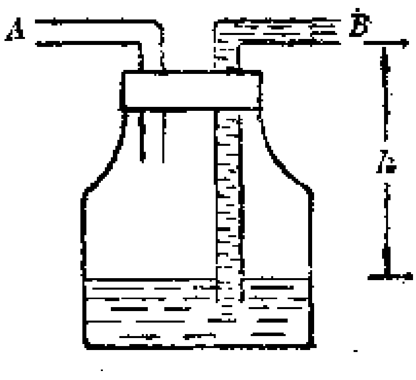


图 11-71

(1) 瓶内液面上的气压是多少？

(2) 若在瓶底开一小孔如图，水流出的速度v是多少？

11-71 化学上采用如图 11-71所示的方法洗瓶，已知 $h=20$ 厘米，问从 A 管吹进气体使瓶内压强为多大时，才能使水从管口 B 以 $v=60$ 厘米/秒的速度喷出？

11-72 一注射器水平放置(图 11-72)，它的活塞的横截面积为 $S_1=1.2$厘米^2，喷口的面积为 $S_2=1.0$ 毫米^2。如用 $F=0.5$ 公斤的力推活塞，使活塞移动 $l=4.0$ 厘米，则注射器中液体流尽，问液体从注射器中流尽所需的时间是多少？（略去活塞与管壁的摩擦。）

图 11-72

图 11-73

11-73 粘滞液体在两平行板间作稳定流动，各层速度如图 11-73 所示，

(1) 比较小液片 $ABCD$ 的上下两面(AB, CD) 所受的粘滞力的大小和方向；

(2) 小液片 $ABCD$ 前后两面(BD, AC) 受力的大小和方向。

11-74 一种粘滞液体，在重力作用下，在一半径为 R 的竖直管中作稳定片流。证明：液体距管轴为 r 处的流速是

$$v=\frac{\rho g}{4\eta}(R^2-r^2),$$

式中 ρ 为液体密度，η 为液体的粘滞系数，单位为泊(达因·秒/厘米^2)，g 为重力加速度。

11-75 一粘滞系数为η,密度为ρ的液体，在重力作用下，在两平行的竖直大板间自上向下作稳定片流。

(1)若两板相距是$2a$，证明距两板的中线为x处的流速是

$$v=\frac{\rho g}{2\eta}(a^2-x^2);$$

(2)求每单位时间流过一长为L，宽为$2a$的水平横截面的体积流量公式。

11-76 一盛有25厘米深的甘油的大液槽，槽底接一长为25厘米、内半径为0.3厘米的竖直管，管下端连通大气。考虑与该管同轴的一个液柱，半径为r、高为25厘米，设由于甘油的粘滞性及管口很细、液槽整体的流速很小，计算作用于此液柱顶面的力、本身的重量及其侧表面所受的粘滞力，并应用此三力的和等于零的稳定流动条件，求管心的流速。(甘油密度是1.32克/厘米^3，粘滞系数为$\eta=830$厘泊。)

11-77 一直径为0.01毫米的水滴在速度为2.0厘米/秒的上升气流中，是否会向地面落下？已知空气的$\eta=18\times10^{-5}$泊，$\rho=1.29\times10^{-3}$克/厘米^3。

11-78 一水滴在粘滞系数为$\eta=2.0\times10^{-4}$泊的气体中以收尾速度(气体阻力与水滴所受重力平衡时的速度)980厘米/秒下降，气体密度为1.0×10^{-3}克/厘米^3，求水滴的半径。

11-79 一密度为8.5克/厘米^{3}的钢球，和一密度为6.5克/厘米^{3}的玻璃球，在密度为0.9克/厘米^{3}的油中以相等的收尾速度下降，这油的粘滞系数是200厘泊，求两球半径的比值。

11-80 一直径为1.0毫米的气泡在一粘滞系数为150厘泊、密度为0.90克/厘米^{3}的液体中上升，问其收尾速度是多少？又若此气泡在水中上升时($\eta=1.0\times10^{-2}$泊)，其收尾速度是多少？

11-81 一半径为 1.0 毫米的钢球落入甘油槽中，甘油的粘滞系数为 830 厘泊。在某一时刻，钢球的加速度恰为自由落体加速度的一半，求此时钢球的速度 v_1。又已知钢球密度为 8.5 克/厘米^3，甘油密度为 1.32 克/厘米^3，求收尾速度 v。

11-82 牛奶的分离，可用自动凝乳法和离心分离法，其原理都是利用奶油与奶液密度不同，以达到分离的目的。

(1) 自动凝乳时，设小油滴直径为 $d=2.0$ 微米，它在牛奶中的粘滞系数 $\eta=1.1\times10^{-2}$ 泊，奶液密度 $\rho'=1.034$ 克/厘米^3，油滴密度 $\rho=0.94$ 克/厘米^3，小油滴在奶液中运动所受阻力为 $F=6\pi\eta\left(\dfrac{d}{2}\right)v$，其中 v 为油滴速率，求油滴上升的收尾速度 v_1。

(2) 牛奶在离心分离器中旋转，离心机转数为 $n=6000$ 转/分，求在距转轴 $R=5.0$ 厘米处油滴向旋转中心集中的收尾速度 v_2(不计竖直运动分量)。

11-83 一直径为 $d=5.0$ 厘米的小球在 15°C 的水中作周期振动，振幅为 $A=2.0$ 厘米，周期为 $T=0.3$ 秒，设水对小球的阻力为 $F=3\pi\eta dv$，式中 v 为小球速率，$\eta=1.1\times10^{-2}$ 泊是水的粘滞系数。求小球消耗的平均功率。

第十二章　狭义相对论的基本概念

12-1　甲乙两人相距L做投球游戏。如果光的传播速度与光源运动速度有关，可以用伽里略速度合成公式，则甲持球准备投出的动作要等$\frac{L}{c}$时间之后才传到乙处，球投出的动作只要等$\frac{L}{c+v}$时间后就能传到乙处，按这样推理，将得出什么结论？

12-2　双星是一种天体，两颗星绕它们的质量中心在一封闭的轨道上绕行，如果这轨道平面正好穿过我们的视线，如图 12-2 所示，则双星中任何一颗星有时向着我们运动，有时离开我们运动。假使光速与光源速度有关，可用伽利略的速度合成公式。问我们会发现什么情况？

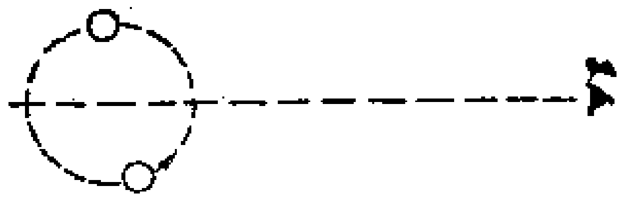


图　12-2

12-3　我国北宋至和元年（公元 1054 年）观测到一颗超新星爆发。当时的记录指出：客星(即超新星爆发)肉眼白日可见，2个月后光度减半，约一年多之后，用肉眼就完全看不见了(有关资料之一——宋史志卷九：至和元年五月已丑出天关东南可数寸岁余稍没)。这颗超新星的遗迹就是今天可用大型望远镜或射电方法观察到的金牛座中的蟹状星云。根据现代的观测资料，这蟹状星云到地球的距离为$L\simeq 5000$ 光年，向外膨胀的平均速率为$|v|\cong 5\times 10^{-3}$ 光年/年(如图 12-3)。

(1) 设爆发是匀速球状膨胀，如果光速与光源运动速

度有关，则在刚爆发后，在地球上观察，有多长时间白天能用肉眼看到它？

（2）从你的计算与实际观测记录对比，你得出什么推论？

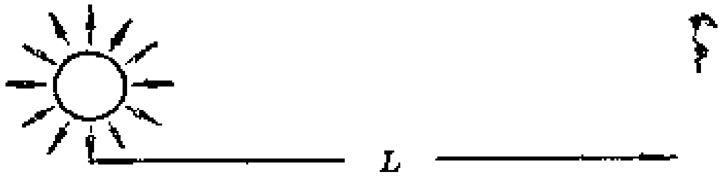


图 12-3

12-4 根据现代天文观测发现，超新星爆发是经常发生的，与地球距离不同的天际，都会有超新星爆发发生。

（1）设某一爆发的星到地球的距离 $L \geqslant 10^6$ 光年，爆发是匀速球状膨胀，膨胀速率 $|\boldsymbol{v}| \approx 5 \times 10^{-3}$ 光年/年。如果光速与光源运动速度有关，问在刚爆发后，在地球上观察，有多长时间可以观测到它的最大光度？

（2）观测指出，超新星爆发的光度变化，一般都在"月"的时间内减半，与距离 L 的值无关。从这事实你可得出什么推论？

12-5 在某一惯性参照系 S 里看来，物体 A 以匀速 v_A 沿 x 轴运动，物体 B 以匀速 v_B 沿 x 轴运动，但方向与 A 相反。

（1）在参照系 S 看来，A 与 B 之间相对运动的速度 v 是多大？

（2）以 c 代表真空中的光速，当 $v_A = 0.8\,c$，$v_B = 0.6\,c$ 时，v 是多少？

（3）在同一惯性参照系 S 中看来，两个物体 A 和 B 之间相对运动的速度 $v > c$，是否违反狭义相对论？为什么？

（4）在 A 看来（即在随 A 一起运动的坐标系 S' 里看来），B 的速度 v'_B 是多少？

12-6 证明：在洛伦兹变换下，Δs^2是不变量，即

$$\Delta s'^2 \equiv (x'_2-x'_1)^2+(y'_2-y'_1)^2+(z'_2-z'_1)^2-c^2(t'_2-t'_1)^2$$
$$=\Delta s^2 \equiv (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2。$$

12-7 证明：两个洛伦兹变换合起来还是洛伦兹变换（即如果S系到S'系是洛伦兹变换，S'到S''系是洛伦兹变换，则S系到S''系也是洛伦兹变换）。

12-8 由洛伦兹变换

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};$$

$$y'=y;$$

$$z'=z;$$

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

求它的反变换，即从S'系到S系的变换。

12-9 由S系到S'系的速度变换公式是

$$v'_x=\frac{v_x-v}{1-\frac{v_xv}{c^2}};\quad v'_y=\frac{v_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v_xv}{c^2}};\quad v'_z=\frac{v_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v_xv}{c^2}},$$

求它的反变换式，即从S'系到S系的速度变换公式。

12-10 设有一车，以匀速率$v_0=100$公里/秒作直线运动。

(1) 在车上以速率$v_1=60$公里/秒向前投一球，按伽利略变换计算，站在路边的观察者看来，球的速度是多少？

(2) 在车上以速率$v_1=60$公里/秒向后投一球，按伽利略变换计算，站在路边的观察者看来，球的速度是多少？

(3) 对于上述两种情况，用狭义相对论的速度合成公

式，分别求出结果。

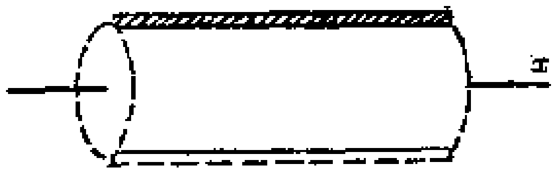


图 12-11

12-11 一根长杆与 x 轴平行，并以 x 轴为轴线作匀速转动。设 S' 为沿 x 轴作匀速 v 运动的坐标系，问在 S' 系中观测，这长杆将是什么样子？它怎样运动？

12-12 S 和 S' 是两个惯性坐标系，彼此匀速相对运动，因此，在 S 系的人观测得出，S' 系的钟（时间）慢了；在 S' 系的人观测得出，S 系的钟（时间）慢了。究竟是谁的钟（时间）慢了？你认为这个矛盾如何解决？

12-13 S 和 S' 是两个相互平行的惯性系，S' 对 S 沿 x 轴以 $\frac{1}{2}c$ 的速率运动。

(1) 在 S 系中静止放置一把尺子，长为 l，问在 S' 系来测量，此尺子的长度是多少？

(2) 在 S 系中的某点 A 发生一个事件，时间间隔为 Δt，问在 S' 系来看，这事件的时间间隔是多长？

12-14 在实验室中观测到一个运动着的 μ 子在实验室坐标系中的寿命等于在它自己坐标系中的寿命的 50 倍，求它对于实验室坐标系运动的速度 v。

12-15 爱因斯坦在他 1905 年创立狭义相对论的论文中说："一个在地球赤道上的钟，比起放在两极的一只在性能上完全一样的钟来，在别的条件都相同的情况下，它要走得慢些"。根据各种观测，地球从形成到现在约为 50 亿年，假定地球形成时，就有爱因斯坦所说的那样两个钟，问现在它们所指的时间相差多少？所得结果就是两极与赤道年龄之差。已知地球半径为 6378 公里。

12-16 按上题同样的道理，一个在地球上的钟，要比一个性质完全相同、所处条件也完全相同、假设放在太阳上的钟略为走得

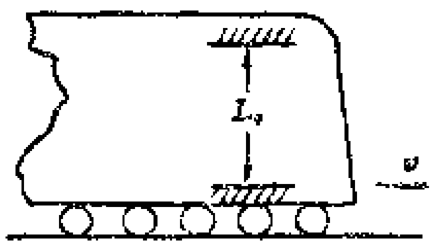
慢些，设太阳年龄为 $\tau=50$ 亿年，已知地球公转的平均速率为 $v=29.76$ 公里/秒。求地球与太阳年龄之差。

12-17 按 12-15 题同样的道理，一个在月球上的钟，要比一个性质完全相同、所处条件也完全相同、放在地球上的钟略为走得慢些，设地球年龄为 $\tau=50$ 亿年，月球绕地球转动的平均速率为 $v=1.02\times10^5$ 厘米/秒。求月球年龄与地球年龄之差。

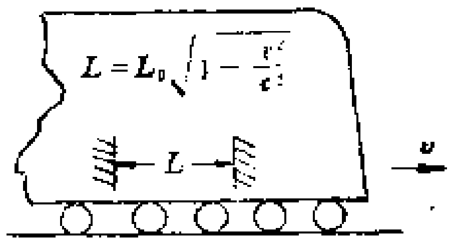
12-18 一个"光钟"由两个相距为 L_0 的平行平面镜 A 和 B 组成。对于这个光钟为静止的参照系来说，一个"滴答"的时间(即光从一镜面 A 到另一镜面 B 再回到原处的时间)是 $\tau_0=\frac{2L_0}{c}$。

(1) 假设这光钟安装在一个快速(速度为 v)运动的火车上，使两镜面都与 v 平行，而且两镜中心联线与 v 垂直，如图 12-18(1) 所示，对于铁路边站着的观察者来说，在光钟的一个"滴答"时间内，光线走的是一条比 $2L_0$ 长的曲折的路线，利用光速不变原理证明：在铁轨参照系中测出，一个"滴答"所需的时间为 $\tau=\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$。

(2) 设光钟的安装改变 90°，即两镜面都与 v 垂直，而两镜中心联线则与 v 平行，如图12-18(2)所示。这时，对铁轨参照系来说，两镜间的距离仅为 $L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$。证明：



(1)



(2)

图 12-18

在铁轨参照系中测出，一个“滴答”时间仍为$\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$。

12-19 铁路管理局经过严格检查，某条平直铁路上沿途各站的钟都对准了。但在飞快地奔驰的列车上的旅客们看来，却没有对准。他们经过测量，得出结论说：“看来沿途的钟不准，前边快了后边迟”。你认为旅客们的意见是否正确？为什么？

12-20 设S和S'都是惯性坐标系，S'相对于S沿x轴运动，S系的$A(x_1, 0, 0)$点在t_1时刻发生一件事，然后$B(x_2, 0, 0)$点在t_2时刻发生一件事，已知$x_2>x_1$，$t_2>t_1$。

(1) 证明：只要$(x_2-x_1)<\dfrac{c^2}{v}(t_2-t_1)$，（其中$c$是真空中光速）则在$S'$系中看来，也是$A$事件先发生，$B$事件后发生，先后次序决不会反过来。

(2) 如果不满足上述条件，则情况如何？

12-21 一高速列车以$0.6c$（c为真空中的光速）的速率沿平直轨道运行，车上A、B两人正在进行游戏，两人相距$L=10$米，B在车前，A在车后，他们用玩具手枪射击中间的玩具，并且都射中了这件玩具，车中的乘客说B先开枪，而A过了10纳秒之后才开枪，所以B胜，假如你站在列车经过的路边上看，你能同意车上乘客的评判吗？假如不同意，你的结论怎样？

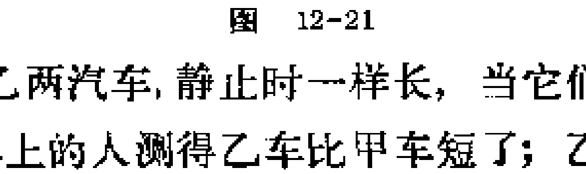


图 12-21

12-22 甲乙两汽车，静止时一样长，当它们在马路上迎面而过的时候，甲车上的人测得乙车比甲车短了；乙车上的人测得甲车比乙车短了。

(1) 你觉得谁对？这个矛盾如何解决？

(2) 如果你站在马路旁边观测，你将得出什么结论？

(3) 如果你在任何一个车(例如甲车)上观测，你将得出什么结论？

12-23 有一根杆子，静止时它的长度超过门的宽度，因此横着拿不进门。但使它在门前沿长度方向运动，如图 12-23 (2) 所示，则在门的参照系看来，杆缩短了，因此可以横着拿进门来。但另一方面，在杆的参照系看来，门变窄了，因此横着更拿不进去。你认为这杆子能不能拿进门？为什么？

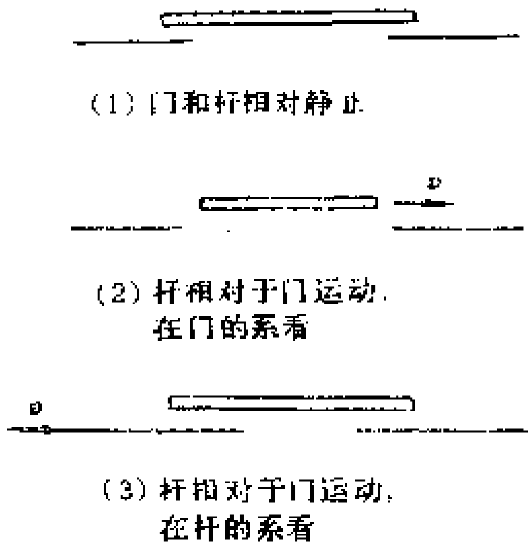


图 12-23

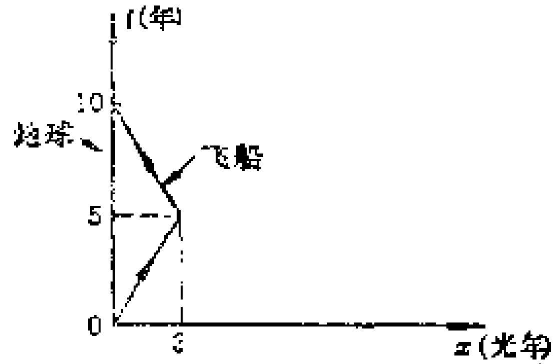


图 12-25

12-24 有一顽童，被花园中美丽的景致吸引，很想进去玩一玩，但栏杆的间距比他小，他钻不进去。但是他听说过一点相对论，又设想他能跑得飞快，几乎可以接近光速。所以他异想天开，想沿着栏杆跑，使自己在跑的方向上变得很薄，因而便可以从铁栏杆间钻进花园里去。你认为他能达到目的吗？

12-25 设地球在某个洛伦兹参照系中是静止的。在这个参照系中进行测量时，一个宇宙飞船以速度$\frac{3}{5}c$离开地球飞向离地球3 光年的点，然后再反转其速度方向回到地球上(见图 12-25)。在

地球上有一个光钟，它每年发出一个光脉冲，船起飞时钟指着$t=0$（这样一来，在飞船的整个旅行过程中，钟发出11个脉冲，依次在$t=0,1,2,\cdots,10$发出）。试问：

（1）在飞船上有一个同样结构的钟，飞船起飞时也指着$t=0$，在旅行过程中，飞船内的钟发出了几个脉冲？

（2）用飞船上的钟来测量，在什么时刻收到从地球传来的相继的脉冲？

（3）用地球上的钟来测量，在什么时刻收到从飞船上传来的相继的脉冲？

（提示：用多普勒效应考虑这个问题）

请在下表中列出你的结果：

地球上的钟发出脉冲时的读数	飞船上的钟收到脉冲时的读数
0	0
1	…
2	…
…	…
…	…

飞船上的钟发出脉冲时的读数	地球上的钟收到脉冲时的读数
0	0
1	…
2	…
…	…
…	…

12-26 一列火车在一长直的铁道上匀速行驶，铁道穿过一个隧道。在静止时，火车恰好与隧道一样长；然而，现在火车以接近光速的速率运行。火车的司机说："隧道因为洛伦兹收缩，比火车短；因此，火车决不可能在任一时刻全部处在隧道之中。"隧道看守人说："火车因为洛伦兹收缩，比隧道短，所以有一个时刻，火车

是全部处在隧道之中"。他们由于谁都不能说服谁而愤怒了。

(1) 司机决定用下述方法解决这个争论。他在火车头尾两端各安装一个定时火箭，使得当火车的中点到达隧道的中点时两个火箭同时沿竖直方向飞出。这将发生什么结果？画出这些事件的时——空图，分别用火车在其中静止的参照系和隧道在其中静止的参照系描述这些事件的先后次序。

(2) 隧道看守人也试图解决这个争论。他在隧道两端都竖立巨大的定时铁门，使得当火车中点到达隧道中点时，两门同时关上。用两种参照系来描述事件的先后序次。

12-27 (1) 由于地球自转引起的地球赤道上的光行差常数(天文上叫周日光行差常数)有多大？

(2) 由于地球公转而引起的光行差常数(天文上叫周年光行差常数)有多大？

(3) 上面两个常数之比是多大？

12-28 一个宇宙飞船沿正 x 方向飞行，接收到一颗恒星发出的光讯号，这星在 x-y 平面上。在恒星为静止的参照系中计算，讯号来的方向与飞船的轴成 θ 角。取 x 方向的洛伦兹变换，求出在飞船为静止的参照系里，讯号来的方向角 θ'。把 θ' 表示为 θ 和 ϕ 的函数，其中 $\phi=\tan^{-1}v$，v 是飞船相对恒星为静止的参照系的速度。飞船在其前端有一个半球形的观察室，所有 $\theta'<\frac{\pi}{2}$ 的恒星，在观察室里都可以看见。取 $c=1$。

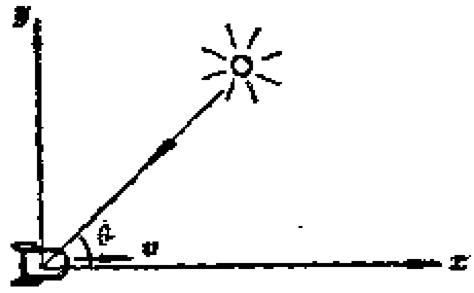


图 12-28

(1) 证明：对于 $\cos\theta>-\tanh\phi$ 的恒星都可以看见。

(2) 当$v\to 1$的极限时，有什么情况发生？

12-29 一个质点，受力作用，力的方向和它的运动方向一致。

(1) 用动量关系$F=d(mv)/dt$证明

$$Fds=mvdv+v^2dm。$$

(2) 利用关系式$v^2=\left(1-\frac{m_0^2}{m^2}\right)c^2$证明

$$mvdv=\frac{m_0^2c^2}{m^2}dm。$$

(3) 利用上面两个结果证明：

$$W=\int Fds=(m-m_0)c^2。$$

12-30 一个电子(静止质量为9.11×10^{-31}公斤)以$0.99\,c$的速率运动。试问：

(1) 它的总能量为多少？

(2) 按牛顿力学算出的动能和按相对论力学算出的动能各为多少？它们的比值是多少？

12-31 已知电子的静止质量为9.11×10^{-31}公斤，1.0电子伏特$=1.60\times10^{-19}$焦耳，问电子的动能为

(1) 100000电子伏特，

(2) 1000000电子伏特时，

它的速度各是多少？

12-32 (1) 一个物体的静止质量为10克。问当它相对于观察者以3.0×10^7米/秒的速率运动时，其质量是多少？以2.7×10^8米/秒的速率运动时，质量又是多少？

(2) 比较上述两种情况下牛顿力学和相对论力学的动能；

(3) 如果观察者或测量仪器随着物体一起运动，则结果如何？

12-33　假设一个火箭飞船的静质量为 8000 公斤，从地球飞向金星，速率为 30 公里/秒。估算一下，如果用非相对论公式 $E_k=\frac{1}{2}m_0v^2$ 计算它的动能，则少算了多少焦耳？(用 E 的二项式展开)。用这能量，能将飞船从地面升高多少？

12-34　一个质量数为 42 的静止粒子衰变成两个碎片，其中一个碎片的静质量数为 20，以速率 $\frac{3}{5}c$ 运动，c 是真空中光速。求另一碎片的动量 p、能量 E、静质量 m_0。(1 原子质量单位 $=1.66\times10^{-27}$ 千克。)

12-35　^{235}U 原子核裂变时，约有千分之一的质量转化为能量，每公斤好煤燃烧时，约放出 7000 卡的能量。问 1 公斤 ^{235}U 裂变放出的能量，相当于燃烧多少吨好煤放出的能量？

12-36　(1) 在铀的裂变中，裂变产物的静质量仅为裂变前静质量的 99.9%，设所失去的质量都转变为能量，设 1 公斤铀裂变产生的全部能量都能转变为电能，问可得多少度电？

(2) 某工厂每年消耗的电能为 5.63×10^{7} 瓦·时，如果这些电量完全是由质量转化而成，问这工厂一年消耗了多少公斤的物质？

12-37　已知四个氢原子核(质子)结合成一个氦原子核(α 粒子)时，有 5.0×10^{-29}(公斤)的质量转化为能量。试计算一公斤水里的氢原子核都结合成氦原子核时所放出的能量。这些能量能把多少水从 0°C 加热到 100°C？(氢核质量为 1.0081 原子质量单位，1 原子质量单位 $=1.66\times10^{-27}$ 公斤。)

12-38　在某聚变过程中，四个氢核转变成一个氦核，同时以各种辐射形式放出能量。假设一个氢核的静止质量为 1.0081 原子

质量单位，而一个氦核的静止质量为4.0039原子质量单位。计算四个氢核聚变成一个氦核时所释放出来的能量。

12-39 二极真空管是由一个柱形阳极包围一个柱形阴极构成。一个电子带着4.8×10^{-16}焦耳的位能（相对于阳极而言）并以初速率$v_0=0$离开阴极表面。设这电子不与任何空气分子碰撞，并且万有引力可以略去不计。

(1) 当电子撞击阳极时，它的动能为多大？

(2) 取电子静止质量为9.11×10^{-31}公斤，求它到达阳极时的速率。

(3) 如果用动能为$\frac{1}{2}m_0v^2$计算，所得结果是否可以认为是正确的？

12-40 一个α粒子$\left(质量为\frac{2}{3}\times10^{-26}公斤\right)$以速率$\frac{4}{5}c$进入水泥防护墙（$c$为真空中光速），墙厚0.35米，这粒子从墙的另一面出来时速率减小为$\frac{5}{13}c$。

(1) 求墙作用于粒子的减速力（设为常数）F_0的大小。

(2) 粒子穿过墙需要多长时间？

12-41 静止的电子偶（即一个电子和一个正电子）淹没时产生两个光子，如果其中一个光子再与另一个静止电子碰撞，求它能给予这电子的最大速度。

12-42 康普顿散射（电子-光子散射）和其它碰撞过程一样，从零动量参照系来看特别简洁。假设一个光子与一个以速率为$\frac{3}{5}c$的运动电子（c为真空中光速）发生正碰撞，作为相互作用的结果，电子和光子两者都简单地反转其运动方向。

（1）用电子的静质量 m_0 表出碰前光子的动量和能量。

（2）用实验室坐标系（在其中电子原先是静止的）描述同一碰撞过程。

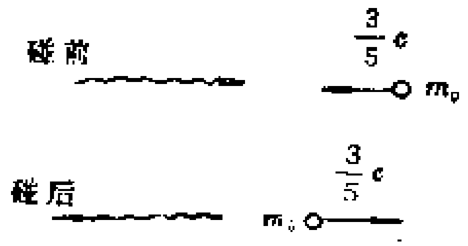


图 12-42

第一册 习题答案

力 学

第一章 质点运动学

1-1

时 间	t	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7
速 度	v	−	−	0	+	+	0	+	+
加速度	a	0	+	+	0	−	0	+	0

孤立体的运动即 $a=0$ 的运动。t_3时刻 a 只是短暂为零。所以 $t<t_0$和 $t>t_7$ 为孤立体的运动，t_5时刻 $a=0$，是否为孤立体要看这段的时间间隔。

1-2 (1) 距离与时间关系图，略；

(2) 加速度与时间关系图，略。

1-3 (1) 距离与时间的关系图，略；

(2) 速度与时间的关系图，略。

1-4 (1) $v=\dot{x}=10t$ 厘米/秒，$a=\ddot{x}=10$厘米/秒^2。

(2) $v_0=0$厘米/秒，$x_0=10$厘米。

(3) 100厘米/秒。

(4) 图略。

1-5 (1) $v=\dot{x}=(20t-5)$厘米/秒；$a=\ddot{x}=20$厘米/秒^2；

$|v_0|=5$厘米/秒，方向沿X轴的负方向。

(2) $-\dfrac{5}{8}$厘米。

(3) $t_1=0$秒，$v_1=-5$厘米/秒；$t_2=\dfrac{1}{2}$秒，$v_2=5$厘米/秒。

1-6 (1) $a=4t$; $x=8t+\frac{2}{3}t^3-\frac{1372}{3}$ 或 $3x=24t+2t^3-1372$。

(2) 8 厘米/秒。

(3) $-\frac{1372}{3}=-457.3$ 厘米。

1-7 $\Delta s=5.02$ 米;方向东偏北 $28°40'$。

1-8 (1) 位移 1.73 米; 路程 4.19 米; 平均速度 $\bar{v}=0.41$ 厘米/秒, 方向沿位移的方向;瞬时速度 $v=1.0$ 厘米/秒, 方向沿圆周该点切线。

(2) 位移2.0米;路程3.14米;平均速度 $\bar{v}=0.64$厘米/秒, 方向沿位移方向;瞬时速度 $v=1.0$ 厘米/秒, 方向沿圆周该点切线。

1-9 61厘米/秒; 60.1 厘米/秒; 60.01 厘米/秒;60厘米/秒。

1-10 (1) -0.5米; -0.5米/秒。

(2) 3 米/秒; -6 米/秒。

(3) 2.25 米。

(4) -9米/秒^2; 3 米/秒^2; -3 米/秒^2。

1-11 (1) (a) 一点; (b) 一直线; (c) 一圆; (d) 阿基米德螺线; (e) 一竖直直线。

1-12 A 点附近曲率最大处。

1-13 (1) $\begin{cases} x^2+y^2=R \\ z=\dfrac{h}{2\pi}\omega t \end{cases}$

运动轨迹是一旋进的螺线, 旋进轴为 z 轴, 在 x-y 平面上的投影是右旋的圆。

(2) 速度公式 $\begin{cases} \dot{x}=-R\omega\sin\omega t \\ \dot{y}=R\omega\cos\omega t \\ \dot{z}=\dfrac{h}{2\pi}\omega \end{cases}$

加速度公式 $\begin{cases}\ddot{x}=-R\omega^2\cos\omega t\\ \ddot{y}=-R\omega^2\sin\omega t\\ \ddot{z}=0\end{cases}$

1-14 (1) $\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{r}}=-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$;

$\boldsymbol{a}=\ddot{\boldsymbol{r}}=-a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$。

(3) 图略。

1-15 在 50 米处。

1-16 正确的是 $v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$,

$$a=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2},$$

因为 $\boldsymbol{r}$ 是矢量。

1-18 取 P 为坐标原点, L 为 x 轴, 向右为正, 在斜面内、过 P 点, 垂直于 L 的直线为 y 轴, 向上为正。

则得轨迹方程为

$$y=x\tan\alpha-\frac{g\sin\beta}{2u^2\cos^2\alpha}x^2,$$

此为一抛物线。

1-19 (1) $\omega=20$ 弧度/秒。

(2) $\begin{cases}x=r(\omega t-\sin\omega t)\\ y=r(1-\cos\omega t)\\ r=0.50\text{ 米}\\ \omega=20\text{ 弧度/秒}\end{cases}$

此为一摆线的参数方程。

1-20 (1) 球滚动角速度为 ω, 球心的速度为

$$v=\omega\sqrt{r^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}。$$

(2) 小球面上任一点的轨迹均为摆线。

1-21 (1) 对。 (2) 不对。

1-22 法向加速度 $a_n=0.25$ 米/秒^2，方向指向圆心；总加速度 $a=0.32$ 米/秒^2，方向指向圆内并且与速度在半径的异侧，与半径的夹角 $\varphi=38°40'$。

1-23 不同。

1-24 不是。

1-25 （1）可以。　（2）不可以。

1-26 （1）可能。　（2）可以。

1-27 （1）速度可以愈来愈大，也可以愈来愈小，要看速度与加速度的方向如何。

（2）可以。

1-28 $\frac{5}{3}$米/秒^2=1.67 米/秒^2；5.0 米/秒。

1-29 0 米/秒；　9.8米/秒^2。

1-30 980 厘米/秒；490 厘米。

1-31 29.8 公里。

1-32 （1）100 米；20 米/秒。　（2）图略。

1-33 （1）无穷多次。　（2）1.0 小时。　（3）60 公里。

1-34 （1）0.52 米/秒^2。　（2）10.4 米/秒；14.6 米/秒。

1-35 （1）30 米。　（2）v-t 图下的面积就是上升高度，亦为 30 米，图略。　（3）2.14 米/秒。

1-36 （2）$V_M=\frac{h_1}{h_1-h_2}v_A$。

1-37 （1）$AB=114$ 米。　（2）因要考虑空气阻力及重力的影响。

1-39 12.8 米/秒。

1-40 （1）50 秒。　（2）64 米/秒。

1-41 $v=\sqrt{aL}$。

1-43 (1) $a_A/a_B=\frac{4}{3}$。

1-44 (1) $56.5°<\alpha<123.5°$。 (2) 2.5 米/秒。

1-45 不可以。

1-46 $a\sim-3.0$ 米/秒^2; $v_0\sim11$ 米/秒。

1-47 (1) 5.0米/秒。 (2) 1.67 米/秒^2。 (3)7.5 米。

1-48 9.85×10^2 米/秒^2。

1-49 40.6 公里/小时<48 公里/小时，未超过。

1-51 0.4 米/秒^2。

1-52 $\frac{40\pi}{3}$公里/分=698 米/秒。

1-53 10.4 米/秒。

1-54 $v=h\omega\sec^2\theta$;

$a=2h\omega^2\sec^2\theta\tan\theta$。

1-55 4 个车身长度。

1-56 (1) 斜面与底边夹角 $\alpha=25°$。 (2) $\alpha=45°$。

1-59 12.5 厘米/秒^2; 7.84×10^3 厘米。

1-60 30 米; 90 米; 150 米。

1-61 58 米。

1-62 7.0秒; 240 米。

1-63 $v_0=\sqrt{\frac{3}{2}gs}$

1-64 78.4 米。

1-65 2.0 秒; 60.4 米。

1-66 15.3 米/秒。

1-67 (1) 2.25 秒。

(2) 两物不会相遇，或在地面上相遇。

1-68 $S=2v_0t$(落地之前)。

1-70 下降时间较长。

1-71 相同。

1-72 小孩扔球速度为 $v_0=16.4$ 米/秒，速度方向与地面夹角为 $\alpha=83°40'$。

1-74 (1)

时　间　t	$\frac{1}{2}$ 秒	2 秒
高　度　y	21.3 米	10.4 米
速　度　v	0.1 米/秒	−14.6 米/秒

(2) 2.6 秒；−20.4 米/秒。　　(3) 图略。

1-75 (1) 12 米/秒。　　(2) 图略。

1-76 1.5×10^{-2} 米。

1-77 2.34 米。

1-78 (1) 27.4 公里。　　(2) 166 秒。

1-79 (1) 0.37 秒。　　(2) 小球反而上升 2.0 米。

1-80 92.0 米。

1-81 (1) 12.5 米/秒，方向向下。　　(2) −8.45 米/秒，方向向上。

1-82 (1) 764 米。　　(2) 理想射程为 100 公里，所以阻力使射程减少儿成。　　(3) 应当用有动力的炮弹，即导弹。

1-83 (1) 抛射角 $\alpha\sim76°$。　　(2) $v=\frac{n}{2}\sqrt{2gh}$。

1-85 (1) $t=1.5$ 秒，$\alpha=14°41'$；$t=2.5$ 秒，$\alpha=-35°41'$。(2) 经过 0.75 秒；高度 $h=10$ 米。　　(3) $R_1=10.2$ 米。　　(4) $R_2=82$ 米。

1-86 $v=\Delta L\sqrt{g/2\Delta h}$。

1-87 (1) 飞行时间 $t=7.0$ 秒；矿坑宽为 $x=420$ 米。

(2) 速度与水平夹角 $\theta=37°$；速率 $v=75$ 米/秒。

1-88 $\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}$。

1-91 $\phi=16°42'$。

1-92 1.82 公里。

1-93 (1) 169 米/秒。 (2) 509 米。 (3) 速率 $v=210$ 米/秒；速度与水平的交角 $\alpha=61°$。

1-94 投球方向与水平的夹角 $\alpha=25°$ 或 $65°$。

1-95 7.28 米/秒。

1-96 $v_0=\sqrt{\frac{Lg\cos\alpha}{2\cos\beta\sin(\beta-\alpha)}}$。

1-97 $20°3'$ 或 $88°14'$。

1-98 83 米/秒。

1-99 以起始点为第零台阶，球首先撞在第 5 台阶上。

1-101 5.8 米/秒。

1-103 快的抛射角为 $26°34'$；慢的抛射角为$63°26'$。

1-104 96 厘米。

1-105 ～166 米。

1-106 (1) 0.0 米。 (2) 0.0 米；第 10 次碰撞时正好落地。

1-107 $(H-h)>\frac{v_0^2}{4g}$时，他们之间最远距离是$\frac{v_0^2}{g}$；

$(H-h)<\frac{v_0^2}{4g}$时，他们之间最远距离是

$$4\sqrt{(H-h)\left[\frac{v_0^2}{2g}-(H-h)\right]}。$$

1-108 (1) $4S$。 (2) 同时到达地面。

1-109 5.00 公里。

1-110 6402 公里。

1-111 法向加速度 $a_n = 0.25$ 米/秒^2；总加速度 $a = 0.32$ 米/秒^2。

1-112 (1) 0.05 弧度。 (2) 0.005 弧度。 (3) 趋于 0 弧度。

1-113 (1) 1.0 秒。 (2) 1.5 米。

1-116 8.03 米/秒^2。

1-117 3.16 秒。

1-118 (1) -2.09 弧度/秒^2。 (2) 约为71 转。 (3) 40秒。

1-119 0.8 ω_0。

1-120 (1) 无切向加速度，有法向加速度，法向加速度大小不变。 (2) 有切向加速度，切向加速度大小不变；有法向加速度，法向加速度大小不断增大。

1-121 (1) 600 转/秒。 (2) 190 米/秒。

1-122 (1) 228 米。 (2) ≤480 公斤。

1-123 (1) 法向加速度 $a_n = 2.3 \times 10^4$ 厘米/秒^2；切向加速度 $a_\tau = 4.8 \times 10^2$ 厘米/秒^2。

(2) $\theta = 2.67$ 弧度。

1-124 (1) 最高点的曲率半径 $\rho = 59$ 米。

(2) 4 秒末到达的点的曲率半径 $\rho = 69$ 米，图略。

1-125 (1) 地球自转角速度 $\omega = 7.3 \times 10^{-5}$ 弧度/秒 $= 2.6 \times 10^{-1}$ 弧度/时。

(2) 赤道上一点的切向速度 $v = 4.7 \times 10^2$ 米/秒；赤道上一点的法向加速度 $a_n = 3.4 \times 10^{-2}$ 米/秒^2。

(3) 北京的切向速度 $v_{\phi=40^\circ} = 3.6 \times 10^2$ 米/秒。

1-126 (1) 为原自转角速度 17 倍。 (2)将约束不住地球

上的物体。

1-127 6.5 弧度/秒。

1-128 (1) 见四个不动的模糊的扇形黑影，等距排开，每个扇形的圆心角～67°。

(2) 扇形沿圆盘转动的反方向转动，转动频率约为 0.5 转/秒。

1-129 (1) 应沿 77°32′ 的纬线自东向西飞行。

(2) 可以看见太阳从西向东移动。

1-131 $|v|=25\sqrt{5}=55.9$ 米/分≈56 米/分；方向为东偏北 26°35′。

1-133 乙看起来，甲对乙的速度大小是 18.1 公里/时；方向是东偏南 56°18′。

甲看起来，乙对甲的速度大小是 18.1 公里/时；方向是西偏北 56°18′。

1-134 $|v|=21.6$ 公里/时；雨点速度的方向指向车行驶方向的前下方，与车行驶方向的夹角 $\theta=73°54'$。

1-135 取 x 轴沿飞机的飞行方向，y 轴竖直地指向地面。

(1) 以地面为参考系，取发射点为坐标原点，则炮弹轨迹方程为 $y=\dfrac{gx^2}{2(v_0+v)^2}$。

(2) 以飞机为参考系，取发射点为坐标原点，则炮弹轨迹方程为 $y=\dfrac{g}{2v^2}x^2$。

(3) 以炮弹为参考系，取炮弹质心为原点，则飞机的轨迹为 $y=-\dfrac{g}{2v^2}x^2$。

1-136 炮身偏向目标运动前方，与航向成 $\varphi=\cos^{-1}\dfrac{v_1+v_2}{v_0}$，

才有可能击中。

1-137 $v_1=7.5$ 公里/时；$v_2=17.5$ 公里/时。

1-138 水流速度 $v=5.0$ 公里/时。

1-139 (1) $\varphi_1=\tan^{-1}\frac{v_0}{v_1}$。 (2) $\varphi_2=\tan^{-1}\frac{v_0}{v_1+v_2}$。

(3) $v'=\sqrt{v_1^2+v_0^2}$; $v''=\sqrt{(v_1+v_2)^2+v_0^2}$。

1-140 $t_{max}=\frac{d}{v_{\text{横}}}=\frac{dL}{fv\sin^2\alpha}$。

1-142 (1) 设无风时往返一次需时 $t_0=\frac{2L}{u}$，则风沿 AB 方向时，往返一次需时 $t_1=\frac{t_0}{1-\frac{v^2}{u^2}}$。 (2) 风垂直于 AB 方向时，往返一次需时 $t_2=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{u^2}}}$。 (3) 风与 AB 方向成 θ 角时，往返一次需时

$$t_3=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{u^2}\sin^2\theta}\left[1-\frac{v^2}{u^2}\frac{\cos^2\theta}{1-\frac{v^2}{u^2}\sin^2\theta}\right]}。$$

1-143 见小船迎面向轮船驶近，其速度方向与轮船航行线成 $\varphi=\tan^{-1}\frac{v_2}{v_1}=58°$；速度的大小 $v=47.2$ 公里/时。

1-144 (1) B 相对于 A 的速度 $v_{B-A}=34.6$ 公里/时；速度的方向是西偏南 30°。 (2) 最近距离 $r_{min}=2.56$ 公里；出现在 13:17。

1-145 (2) 截住时间与出发时间之差 $t=\frac{DV_0}{v\sqrt{V_0^2-v^2}}$；截住地点离港口距离 $S=\frac{DV_0}{\sqrt{V_0^2-v^2}}$。

1-146 （1）与岸成 60° 角的逆流方向。 （2）1.16 小时。（3）与岸垂直的方向划。

1-147 $\theta=\tan^{-1}\dfrac{\sqrt{2gh}}{v}$。

第二章 力 牛顿定律

2-1 $F=440$ 公斤力；$\varphi=17°17'$。

2-2 不能。

2-6 w_2； w_1+w_2。

2-7

$$\frac{k_1[\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}-l_1](x-x_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}$$
$$+\frac{k_2[\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}-l_2](x-x_2)}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}}$$
$$+\frac{k_3[\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}-l_3](x-x_3)}{\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}}=0;$$

$$\frac{k_1[\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}-l_1](y-y_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_2)^2}}$$
$$+\frac{k_2[\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}-l_2](y-y_2)}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}}$$
$$+\frac{k_3[\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}-l_3](y-y_3)}{\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}}=0,$$

式中l_1, l_2和l_3分别为三个弹簧的自然长度。

2-8 2 公斤。

2-9 不对。

2-10 一样。

2-12 f； $2f$。

2-13 $T_A=T_B=F-\mu m_1 g$； $T_C=\mu m_2 g$。

2-14 （1）4.33 公斤力；3.33 公斤力。

(2) 均为 5.00 公斤力。

2-15 4 公斤力；4 公斤力。

2-17 (1) 5.0 公斤力。 (2) 4.0公斤力。

(3) 8.0 公斤力。 (4) 4.0 公斤力。

2-18 不一定。

2-19 $\mu_0=\frac{m}{M}$; $\mu=\frac{m}{M}-\left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{2s}{gt^2}$。

2-20 $\mu_0=\tan\theta_0$; 静止不动。

2-21 $F_{\min}\doteq 119$ 公斤力。

2-22 $\frac{f'}{f}=\cos\alpha-\mu\sin\alpha$。

2-23 240 公斤力；60 公斤力。

2-24 $$\boldsymbol{F}_{A\to B}=\left[\frac{F}{m_A+m_B}(m_B\cos\alpha+\mu_2 m_A\sin\alpha)+\mu_2 m_A g\right]\boldsymbol{i}-(F\sin\alpha+m_A g)\boldsymbol{j}。$$

2-26 $0.03R$。

2-27 (1) 0.02; (2) 0.04。

2-28 0.5 米。

2-29 (1) 200 公斤力， 173 公斤力。

(2) 89.7 公斤力， 74 公斤力。

(3) 173 公斤力， 200 公斤力。

(4) 273 公斤力， 335 公斤力。

2-30 2.0 公斤力。

2-31 4.5 米。

2-32 $\frac{W\sin\alpha}{\sin(\alpha+\alpha')}$; $\frac{W\sin\alpha'}{\sin(\alpha+\alpha')}$。

2-33 (1) 15 公斤力。 (2) 无关。

2-34 $\dfrac{W_1}{W_2}=\dfrac{1}{9}$。

2-35 22.5 公斤力。

2-36 (1) 60°。 (2) 17.3 公斤力。

2-39 $\sin^{-1}\left(\dfrac{R}{L}\dfrac{w}{W+w}\right)$。

2-41 $\dfrac{b-a}{\sqrt{(b-a)^2-a^2}}W$; $\dfrac{a}{\sqrt{(b-a)^2-a^2}}W$。

2-42 $w=\dfrac{W}{4}\sin\alpha$。

2-44 (1) $\tan\alpha$;

(2) $\tan\alpha+\dfrac{a}{g}\dfrac{1}{\cos\alpha}$。

2-46 $\tan^{-1}\dfrac{w_2}{w_1}$。

2-47 (1) $\dfrac{5}{6}$公斤力。 (2) $\dfrac{5}{6}$公斤力。 (3) 106°16′。

2-48 $\dfrac{2\mu}{\sqrt{4\mu^2+1}}l$。

2-51 $\dfrac{Mg}{2\pi}\cot\dfrac{\alpha}{2}$。

2-52 (1) $\beta=\tan^{-1}\left[\dfrac{(m_1+2m_2)\tan\alpha}{m_2-(m_1+m_2)\tan^2\alpha}\right]$,

$T=\dfrac{1}{\sin(\beta-\alpha)}m_2g$。

2-55 (1) $W_1\left[1-\dfrac{W_1W_2}{(W_1+W_2)^2}\left(\dfrac{L}{R}\right)^2\right]^{-1/2}$;

$W_2\left[1-\dfrac{W_1W_2}{(W_1-W_2)^2}\left(\dfrac{L}{R}\right)^2\right]^{-1/2}$。

(2) $\dfrac{L}{R}\dfrac{W_1W_2}{W_1+W_2}\left[1-\dfrac{W_1W_2}{(W_1+W_2)^2}\left(\dfrac{L}{R}\right)^2\right]^{-1/2}$。

(3) $\tan^{-1}\left(\frac{W_1-W_2}{W_1+W_2}\frac{L}{\sqrt{4R^2-L^2}}\right)$。

2-56 $\cos^{-1}\left(\frac{kl}{2(kR-W)}\right)$。

2-57 $F \geqslant \frac{W}{R-h}\sqrt{2Rh-h^2}$。

2-58 $2\sin^{-1}\frac{W_2}{2W_1}$。

2-59 (1) $\mu T\Delta\theta$。 (2) $e^{\mu\alpha}$。($\Delta\theta$ 与 α 均以弧度为单位。)

2-61 $0.14mg<F<7.12mg$。

2-71 $0; 2g$。

2-72 (1) 在平衡位置甲乙脱离; $v=2\times10^2$ 厘米/秒。

2-73 $(m_1+m_2)g$。

2-74 (1) 3.00 米/秒, 3.75 米/秒^2。

(2) 4.50 米/秒, 2.50 米/秒^2。

2-75 (1) $\boldsymbol{F}=4.5\boldsymbol{i}+12\boldsymbol{j}-2.6\boldsymbol{k}$(牛顿),

$\boldsymbol{a}=4.5\boldsymbol{i}+12\boldsymbol{j}-2.6\boldsymbol{k}$(米/秒^2)。

(2) $\boldsymbol{r}=2.00\boldsymbol{i}+3.02\boldsymbol{j}+0.01\boldsymbol{k}$(米),

$\boldsymbol{v}=0.045\boldsymbol{i}+2.12\boldsymbol{j}+0.974\boldsymbol{k}$(米/秒),

$\boldsymbol{a}=4.53\boldsymbol{i}+12.0\boldsymbol{j}+2.62\boldsymbol{k}$(米/秒^2)。

2-76 (1) 57%; 5.6×10^3 牛顿。 (2) 7.37 米/秒。

2-77 (1) $\frac{1}{3}g$。 (2) 6.66 克力。 (3) 13.3 克力。

2-79 (1) $(\mu\cos\theta+\sin\theta)mg$。 (2) $(\sin\theta-\mu\cos\theta)mg$。

(3) $(\sin\theta-\mu\cos\theta)mg<F<(\sin\theta+\mu\cos\theta)mg$。

2-80 4.5×10^2 牛顿。

2-81 (1) $v=g(\sin\theta-\mu\cos\theta)t$ (2) $\frac{1}{2}g(\sin\theta-\mu\cos\theta)t^2$。

2-82 2.5 秒。

2-83 (1) $t=\sqrt{\dfrac{2l}{g}\dfrac{1}{(\sin\theta-\mu\cos\theta)\cos\theta}}$。 (2) $2-\sqrt{3}$。

(3) $g\sqrt{M^2+2Mm\cos\alpha(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)+(m\cos\alpha)^2(1+\mu^2)}$。

2-84 (1) 0.75 米/秒^2。 (2) 0.19 公斤力。

2-86 $2M\dfrac{a}{a+g}$。

2-87 $\dfrac{mg}{k}\tau-\dfrac{m^2g}{k^2}e^{-\frac{k}{m}t}\left(1-e^{-\frac{k}{m}\tau}\right)$。

2-88 $v_{2R}:v_R=\sqrt{2}:1$。

2-89 10.4 米/秒。

2-91 6 分钟。

2-92 $<T-m\dfrac{2h}{t^2}$。

2-93 (1) $v(t)=\left(\dfrac{1}{1+2ctv_0^2\dfrac{1}{m}}\right)^{1/2}v_0$;

$$x(t)=\frac{m}{cv_0}\left[\left(1+\frac{2cv_0^2t}{m}\right)^{1/2}-1\right]。$$

(2) $v(x)=\dfrac{1}{\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{cx}{m}}$。

2-94 $\left(\dfrac{2h}{g}\dfrac{P}{P-mg}\right)^{1/2}$。

2-95 (1) $v(t)=\left(\dfrac{ct}{m}+\dfrac{1}{v_0}\right)^{-1}$。

(2) $\dfrac{m}{c}\ln\left(\dfrac{v_0}{v}\right)$。

2-96 (1) 36 公斤。(2) 以27.2 厘米/秒^2 的加速度下降时。(3) 0。

2-97 (1) $(M-m)g$。 (2) $Mg-m(g+a)$。

2-98 (1) $a+\frac{m}{M}(g+a)$。 (2) 初速度为 $v_0=at$ 的竖直上抛运动。

2-99 不计空气阻力时加速度不变，始终为 g。考虑空气阻力时，物体在轨迹的初始点有最大的加速度 $a=g$。

2-100 $\frac{m_1}{m_2}=3$, $\frac{m_1}{m_2}=\frac{n+1}{n-1}$。

2-101 天平向砝码一边倾斜。要使天平平衡需取去(或增加)砝码质量 $\Delta m=\frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2}$。

2-102 (1) $v>6.08$ 米/秒。 (2) $v>8.88$ 米/秒。

2-103 $W_{h=650km}\doteq 54$ 公斤力；$W_{h=10R_E}=0.65$ 公斤力。

向地球飞来时：

$$a_{h=650km}=17.90\text{ 米/秒}^2;\quad a_{h=10R_E}=10.78\text{ 米/秒}^2。$$

离地球飞去时：

$$a_{h=650km}=1.70\text{ 米/秒}^2;\quad a_{h=10R_E}=8.82\text{ 米/秒}^2。$$

2-105 (1) 否。 (2) $\mu=\frac{2M_1^2}{M_3(3M_1+M_2)}$。

2-106 $\mu_2\neq 0$ 时，m_1、m_2、M 做匀加速运动，m_1、m_2 的加速度 $a'=\frac{m_2-\mu m_1}{m_1+m_2}g$; M的加速度 $a=\frac{\mu m_1-\mu_2(M+m_1)}{M}g$;

$\mu_2=0$ 时，$a'=\frac{m_2-\mu m_1}{m_1+m_2}g$; $a=\frac{\mu m_1 g}{M}$。

2-107 $a=\frac{m_3-m_1-\mu m_2}{m_1+m_2+m_3}g$;

$$T_A=T_B=\frac{2m_3+(1-\mu)m_2}{m_1+m_2+m_3}m_1 g;$$

$$T_C=T_D=\frac{2m_1+(1+\mu)m_2}{m_1+m_2+m_3}m_3 g。$$

2-109 1.09 米/秒^2；220 克力；111 克力。

2-110 5 公斤力。

2-112 (1) $2g$(或 19.6 米/秒^2)，向右。

(2) $2g$(或 19.6 米/秒^2)，向上。

(3) 808.7 公斤力，与 m_2 的斜面方向垂直指向 M。

2-113 $y=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x\sin\alpha}{v_0}\right)^2$。

2-114 (2) $\frac{M(M+m)g\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$。

2-115 $\frac{m\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\cos^2\alpha}$。

2-116 $W_1+W_2+W_3-\frac{W_2^2}{W_1+W_2}$。

2-117 $a_m=\left[1+\left(\frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}\right)^2\right]^{1/2}g\sin\theta$;

$a_M=\frac{m}{M+m\sin^2\theta}g\sin\theta\cos\theta$;

$F=mg\sin\theta\cos\theta$，向左。

2-118 (1) $a_m=\left[\left(\frac{mg\sin^2\theta\cos\theta-F\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}\right)^2+(g\sin\theta)^2\right]^{1/2}$;

$a_M=\frac{mg\sin\theta\cos\theta-F}{M+m\sin^2\theta}$。

2-119 $\frac{1}{3}(a-b)$。

2-121 $a=g\tan\frac{\beta-\alpha}{2}$。

2-122 $(M+m)g\tan\alpha$。

2-123 $\frac{(M+m)g\sin\alpha-F\cos\alpha}{(M+m)g\cos\alpha}\leqslant\mu$

$\leqslant\frac{F\cos\alpha-(M+m)g\sin\alpha}{(M+m)g\cos\alpha}$。

2-124 10.0 米。

2-125 $(M+m_1+m_2)\dfrac{m_2}{m_1}g$。

2-126 $\dfrac{m_1\sin\alpha-m_2}{m_1+m_2}m_1g\cos\alpha$。

2-127 (1) 3.3 米/秒^2。 (2) 9.8 米/秒^2。

2-128 $a_1=4.9$ 米/秒^2; $a_2=2.5$ 米/秒^2;

$T_A=T_B=1.5$ 公斤力; $T_D=T_E=T_C=0.75$ 公斤力。

2-129 (1) $$a_1=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}-\frac{m_3-\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}{m_3+\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}\ \frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)g,$$

$$a_2=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}+\frac{m_3-\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}{m_3+\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}\ \frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)g,$$

$$a_3=\frac{m_3-\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}{m_3+\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}g,$$

(2) $$T_3=T_3'=\frac{2m_3\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}{m_3+\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}g,$$

$$T_1=T_2=\frac{m_3\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}{m_3+\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}}g。$$

2-130 (1) 0.77 秒, 2.58 米/秒。 (2) 3.3 克力。

2-132 $$a_1=\left(\frac{\dfrac{1}{m_1}-\dfrac{1}{m_2}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}+\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g,$$

$$a_2=\left(\frac{\dfrac{1}{m_1}-\dfrac{1}{m_2}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}-\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g,$$

$$a_3=\left(\frac{\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}-\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g,$$

$$a_4=\left(\frac{\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}+\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g;$$

$$T_1=\left(\frac{2\dfrac{1}{m_1}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_3}}+\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g,$$

$$T_2=\left(\frac{2\dfrac{1}{m_2}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}}-\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g,$$

$$T_3=\left(\frac{2\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}-\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g,$$

$$T_4=\left(\frac{2\dfrac{1}{m_3}}{\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}-\frac{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{1}{m_3}-\dfrac{1}{m_4}}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}\right)g;$$

$$T_5=T_6=\frac{8}{\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{1}{m_3}+\dfrac{1}{m_4}}g。$$

2-133 (3) $T_n=2^{n-1}T$。

2-134 $a_1'=\dfrac{m_2-m_1}{m_2+m_1}g$, $a_2'=\dfrac{m_4-m_3}{m_4+m_3}g$,

$a_3' =$

$$\frac{4\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}-\frac{1}{m_3}-\frac{1}{m_4}\right)+(m_2'-m_1')\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)\left(\frac{1}{m_3}+\frac{1}{m_4}\right)}{4\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}+\frac{1}{m_3}+\frac{1}{m_4}\right)+(m_2'-m_1')\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)\left(\frac{1}{m_3}+\frac{1}{m_4}\right)}g;$$

$a_1=a_1'+a_3'$, $a_2=a_1'-a_3'$, $a_3=a_2'-a_3'$, $a_4=a_2'+a_3'$。

2-135 $W_1-\frac{W_2}{2}$。

2-137 $\frac{1}{3}g=3.3$ 米/秒^2; $\frac{2}{3}$体重。

2-138 (1) $\frac{7}{90}g$。 (2) 以$\frac{2}{15}g$ 的加速度向上运动。

2-140 $\frac{1}{4}g$。

2-141 同时到达。

2-142 18.8 米/秒。

2-143 (1) $F_{切向}=mg$, $F_{法向}=m\frac{v^2}{l}$;

小球对杆的作用力$F=m\left[\left(\frac{v^2}{l}\right)^2+g^2\right]^{1/2}$, F 与水平方向夹角 $\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{gl}{v^2}\right)$。

(2)上球在固定点上方, $v<\sqrt{lg}$时, 小球受杆的推力; 小球在固定点下方, $v>\sqrt{lg}$时, 小球受杆的拉力。

2-145 (1) mg。 (2) $mg-m\frac{v^2}{R}$。 (3) $mg+m\frac{v^2}{R}$。

2-147 $\sqrt{(\sin\alpha\cos\alpha-\mu\cos^2\alpha)Rg}\leqslant v$

$\leqslant\sqrt{(\sin\alpha\cos\alpha+\mu\cos^2\alpha)Rg}$;

$v<\sqrt{(\sin\alpha\cos\alpha-\mu\cos^2\alpha)Rg}$ 车往里倒或往下滑;

$v>\sqrt{(\sin\alpha\cos\alpha+\mu\cos^2\alpha)Rg}$ 车往外倒或往外跑。

2-148 (1) $\theta_0 = \tan^{-1}\dfrac{v^2}{Rg}$;

(2) $\theta>\theta_0$ 时，$F=Mg\sin\theta-\dfrac{Mv^2}{R}\cos\theta$，作用在内轨内侧；$\theta<\theta_0$ 时，$F=\dfrac{Mv^2}{R}\cos\alpha-Mg\sin\theta$，作用在外轨内侧。

2-149 51 公斤力。

2-150 不动。

2-151 1140 牛顿。190 牛顿。

2-152 $M\left(g-\dfrac{2av^2}{(1+4a^2x^2)^{3/2}}\right)$。

2-154 (1) 当绳与水平方向成 30°仰角时，1.6 米/秒。

(2) 0.55 秒。

2-155 $\dfrac{1}{2}(m\omega^2 l\pm\sqrt{2}\,mg)$。

2-156 (1) $\theta=\cos^{-1}\left(\dfrac{lg}{v^2}\dfrac{m_1+m_2}{m_1}\right)$;

(2) $T_1=m_1\dfrac{v^2}{l}\left(1-\dfrac{m_2}{2(m_1+m_2)}\right)$,

$$T_2=m_1\frac{v^2}{l}\frac{m_2}{2(m_1+m_2)}。$$

2-157 $mg_\varphi=mg\sin\varphi$，$\theta=\dfrac{\pi}{2}-\varphi$。

2-158 (1) $\omega(t)=\left(\dfrac{r_0}{r_0-Vt}\right)^2$。 (2) $m\dfrac{\omega_0^2r_0^4}{r^3}$。

2-159 $\sqrt{\dfrac{RMg}{m}}$。

2-160 (1) $\dfrac{3}{2}\dfrac{mv^2}{R}$。

(2) $N-mg\cos\theta=0$，$mg\sin\theta=mR\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$;

(3) $\frac{3}{2}\frac{mv^2}{R}-\frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{R}$。

2-161 $y=\frac{\omega^2}{2g}x^2$。

2-162 (1) 0.87 公斤力; 1.0 公斤力;2.7 米/秒。(2) 不能。

2-163 (2) $7.2\times10^2\ \frac{1}{r}$/秒。

2-164 0; $mg\sin\theta$。

2-165 70 毫米。

2-166 (1) 最高点:

$F_V=mg-m\omega^2R\sin\theta$, $F_H=m\omega^2R\cos\theta$,

$F_{\parallel}=m\omega^2R-mg\sin\theta$, $F_{\perp}=mg\cos\theta$;

最低点:

$F_V=mg+m\omega^2R\sin\theta$, $F_H=m\omega^2R\cos\theta$,

$F_{\parallel}=m\omega^2R+mg\sin\theta$, $F_{\perp}=mg\cos\theta$。

(2) −100 牛顿, 450 牛顿, 350 牛顿, 300 牛顿。1100 牛顿, 450 牛顿, 1150 牛顿, 300 牛顿。

(3) $\sqrt{\frac{g\sin\theta}{R}}$。

2-168 $\omega\geqslant\sqrt{\frac{4\pi kg}{wa}}$。

2-169 (2) 75 公斤力。 (3) 7.5 米/秒^2, 8.2 米/秒。

2-170 $R-\frac{g}{\omega^2}$。

2-171 (1) 4.2×10^{-3} 牛顿, 0。 (2) 0.34。

2-172 (1) $mg-4\pi^2n^2ma$。(2) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{a}}$。

2-173 (1) $\sqrt{gh}$;

(2) $\sqrt{gh\dfrac{1-\mu\tan\dfrac{\theta}{2}}{1+\mu\cot\dfrac{\theta}{2}}}\leqslant v\leqslant\sqrt{gh\dfrac{1+\mu\tan\dfrac{\theta}{2}}{1-\mu\cot\dfrac{\theta}{2}}}$。

2-174 (1) $\sqrt{gl\tan\theta\sin\theta}$; $mg\tan\theta$。

2-175 $\theta_2=\tan^{-1}\dfrac{2m_1\sin\alpha}{m_1+2m_1\cos\alpha+3m_2}$

$$+\cos^{-1}\frac{2(m_1+m_2)\cos\alpha}{\sqrt{m_1^2(5+4\cos^2\alpha)+6m_1m_2(1+2\cos\alpha)+9m_2^2}},$$

其中 $\alpha=\dfrac{l}{R}$。

2-177 $\dfrac{1}{R}\ln\dfrac{1}{g}(g-2RV_0\sin\theta)$。

2-179 (1) 2 米，$\sqrt{6}$ 米/秒。 (2) 2.67 米，6.00 米。

第三章 非惯性参照系

3-2 (1) 在赤道上，视重<实重；在两极，视重=实重。

(2) 100.35 公斤。

(3) 当地球自转角速度等于现在的地球自转角速度的17倍时，赤道物体的视重为零；此时一日时间为 1.41 小时。

3-3 (1) 此时实重 $\boldsymbol{P}_{实}$ 与视重 $\boldsymbol{P}_{视}$ 是矢量关系，在纬度 φ 处 $P_{实}^2-P_{视}^2=P_{实}^2\cos^2\varphi$;

(2) 在纬度 φ 处，挂在天花板下的单摆静止时的平衡位置沿 $\boldsymbol{P}_{视}$ 的方向，即垂直于该处纬线大圆的平面。

3-4 4.64×10^2 米/秒。

3-5 (1) 80 公斤。 (2) 120 公斤。 (3) 0.0 公斤。

3-6 保持。

3-7 (1) 7.66 公斤。 (2) 5.31 公斤。

3-8 (1) $\alpha=0; T=mg$。 (2) $\alpha=0; T=mg$。

(3) $\alpha=\tan^{-1}\dfrac{a}{g}$; $T=m\sqrt{a^2-g^2}$。

(4) $\alpha=\theta$; $T=mg\cos\theta$。

(5) $\alpha=\tan^{-1}\dfrac{b\cos\theta}{g+b\sin\theta}$; $T=m\sqrt{g^2+b^2+2bg\sin\theta}$。

(6) $\alpha=\tan^{-1}\dfrac{b\cos\theta}{g-b\sin\theta}$; $T=m\sqrt{g^2+b^2-2gb\sin\theta}$。

注：以上所算的 α 都是处于平衡位置时悬线与地面竖直线之间的夹角。

3-9 (1) $T_1=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。 (2) $T_2=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。

(3) $T_3=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{a^2+g^2}}}$。 (4) $T_4=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\theta}}$。

(5) $T_5=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2+b^2+2bg\sin\theta}}}$。

(6) $T_6=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2+b^2-2bg\sin\theta}}}$。

注： l 为摆长。

3-10 $\rho=\dfrac{v^2}{g}\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\dfrac{\Delta p}{p}\right)+\left(\dfrac{\Delta p}{p}\right)^2}}$。

3-11 (1) $U=mgl(1-\cos\alpha)$，设摆在最低点的位能为零。

(2) $A=\int_0^{\alpha} mal\cos\alpha d\alpha=mal\sin\alpha$。

(3) $\alpha_{\max}=2\tan^{-1}\dfrac{a}{g}$。

(4) 已知平衡时角 $\alpha_0=\tan^{-1}\dfrac{a}{g}$，所以 $\alpha_{\max}=2\alpha_0$。

(5) 以 α_0 为平衡点，振幅为$\dfrac{1}{2}\alpha_{\max}$，作 $\alpha_{\max}-\alpha_0-0$ 的

振动。由于空气的阻尼，最后静止于 α_0。

3-12 $S=328$ 米。

3-13 (1) 1.42 秒。 (2) 0.86 秒。 (3) 1.42 秒。

3-14 (1) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$, $a=0$ 时 $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。

(2) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$。

(3) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g+a}}$, $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。

(4) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-a}}$, $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。

3-15 (1) 取坐标为，x 轴沿 BC 方向，y 轴竖直向上。则 M 对桌面的加速度 $\boldsymbol{a}_M=\boldsymbol{i}\dfrac{mg\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}$;

m 对桌面的加速度 $\boldsymbol{a}_m=-\boldsymbol{i}\dfrac{M\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g-\boldsymbol{j}\dfrac{(M+m)\sin^2\theta}{M+m\sin^2\theta}g$。

(2) $\dfrac{Mm\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g$。 (3) $\dfrac{M(M+m)}{M+m\sin^2\theta}g$。

3-16 设 g_0 为地球上北纬 45° 处海平面的重力加速度，g 为飞机所在处的重力加速度，$\boldsymbol{F}$ 为驾驶作用于坐位上的力，它与竖直方向的夹角为 φ。

(1) $F=\dfrac{P}{g_0}\sqrt{a^2+g^2+2ag\cos\theta}$; $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{a\sin\theta}{g+a\cos\theta}$。

(2) $F=P\dfrac{g+a}{g_0}$; 方向竖直向下。

(3) $F=\dfrac{P}{g_0}\sqrt{a^2+g^2}$; $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{a}{g}$。

(4) $F=0$。

(5) $F=P\dfrac{g}{g_0}$; 方向竖直向下。

3-17 (1) 从机内观察，$a_1' = 9.8$ 米/秒^2，方向向右；$a_2' = 9.8$ 米/秒^2，方向向下。

(2) 从地面上观察，$a_1 = 10.8$ 米/秒^2，方向与水平的夹角 $\theta = -26°35'$；$a_2 = 4.9$ 米/秒^2，方向向下。

3-18 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l\cos\theta}{g}}$。

3-19 (1) $v_0 = 198$ 厘米/秒。　(2) $T = 3mg = 2.94$ 牛。

(3) v_0 时，$T = 1.96$ 牛；$2v_0$ 时，$T = 4.90$ 牛。

3-20 (1) 1.97 公里。　(2) 300 公斤(当 $a = 4g$ 时)。

3-21 (1) $mR\omega^2$。　(2) 4.43 弧度/秒。

3-22 (1) $v = \sqrt{\dfrac{gR}{\mu_s}}$。　(2) $v = 14$ 米/秒。

(3) $\alpha = 11.09° \doteq 11°$。

3-23 (1) $a_1 = \dfrac{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta}$。

(2) $a_2 = \dfrac{\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{\cos\theta - \mu_s\sin\theta}$。

3-24 $h = R - \dfrac{g}{\omega^2}$。(从球壳的最低点算起的高度。)

3-25 (1) 6.4 弧度/秒。　(2) 1.4 牛。

3-26 3.7 牛。

3-27 (1) 2.21 米/秒。

(2) 无原则差别，只是水桶体积大，应计算它质心的位置。

3-29 (1) $v = \sqrt{hg}$。

(2) v 不大于 $\sqrt{hg}\sqrt{\dfrac{1+\mu\tan\theta}{1-\mu\cot\theta}}$。

(3) v 不小于 $\sqrt{hg}\sqrt{\dfrac{1-\mu\tan\theta}{1+\mu\cot\theta}}$。

3-30 张力 $T=m\frac{v^2}{l}+ml\omega^2-2mv\omega$。

3-31 水平方向偏离 $\Delta s \approx 22.7$ 米；方向偏东。

3-32 (1) $\widehat{AB}=\omega\frac{R^2}{v}$。 (2) 提前量 $\widehat{AB}=4\omega\frac{R^2}{v}$。

3-33 科里奥利加速度 $\boldsymbol{a}_c=2\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}=[-5.9\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}-6.9\boldsymbol{k}]\omega$，其中 $\omega=7.3\times10^{-5}$ 弧度/秒。

3-34 科里奥利力 $\boldsymbol{F}=(-0.05\boldsymbol{j}+0.06\boldsymbol{k})$牛。即 0.05 牛，向南；0.06 牛，向上，抵消一部分重力。

3-35 水桶中的水面，凹度大的转得快。

3-36 将发生振动。因为失重状态，使所有因引力场引起的力（如重力、浮力）都消失了，弹性力仍然存在，初始位置又不在平衡点（由于弹簧是拉伸了的），所以将发生振动。

3-37 有位移时，一般做功，但科里奥利力不做功。

3-38 (1) 方程为

$$\begin{cases}\frac{d^2r}{dt^2}-r\omega^2=g\sin\omega t,\\ N=mg\cos\omega t-2\omega m\frac{dr}{dt};\end{cases}$$

解出得

$$r=\frac{1}{4\omega^2}[(2\omega^2r_0+2\omega v_0+g)e^{\omega t}+(2\omega^2r_0-2\omega v_0-g)e^{-\omega t}$$

$$-2g\sin\omega t]。$$

(2) 不可能作简谐振动。

3-40 设弹簧自然长度为 l，质心到 m_1 距离是 l_1，质心到 m_2 距离是 l_2；拿住 m_1，让 m_2 下垂之后，弹簧长 l'，此时质心到 m_1 距离是 l_1'，质心到 m_2 距离是 l_2'。

取 x 轴竖直向下，原点为 m_1 的起始位置，且令 x 表示质心坐

标，x_1 表示 m_1 的坐标，x_2 表示 m_2 的坐标，则得

$$x=\frac{1}{2}gt^2+\frac{m_2}{m_1+m_2}l';$$

$$x_1=x-l_1-(l_1'-l_1)\cos\omega t;$$

$$x_2=x+l_2+(l_2'-l_2)\cos\omega t_{\circ}$$

其中 $$\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1m_2/(m_1+m_2)}}=\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1m_2}}。$$

或将 m_1, m_2 的运动相对质心写出为

$$X_1=x_1-x=-l_1-(l_1'-l_1)\cos\omega t;$$

$$X_2=x_2-x=l_2+(l_2'-l_2)\cos\omega t_{\circ}$$

所以系统的运动可概括为：质心作自由落体运动，m_1 与 m_2 对质心作简谐振动。

第四章　功　和　能

4-1　$f=\frac{W}{2}\sin\theta$；做功 Wh。

4-2　相等。

4-3　做功相同，效果不同，两车所得速度不同。

4-4　桌面对物做的功为 $-fs$；

物对桌面做的功为 fs；此功转化为热。

4-5　F 做的功为 8.50 焦耳；重力做的功为 -4.90 焦耳；摩擦力做的功为 -1.34 焦耳；支持力做的功为 0；物体动能增量 2.26 焦耳；重力位能增量 4.90 焦耳。

4-6　匀速上提时，所做的功为 1.47×10^{10} 尔格 $=1.47\times10^3$ 焦耳 $=1.5\times10^2$ 公斤·米；加速上提时，所做的功为 1.49×10^{10} 尔格 $=1.49\times10^3$ 焦耳 $=1.52\times10^2$ 公斤·米。

4-7 (1)所做的功为 $W_1=(mg+f)h_1+\frac{m}{2}v_0^2$。

(2)所做的功为 $W_2=(mg+f)h_2$。

(3)所做的功为 $W_3=(mg+f)h_3-\frac{m}{2}v_0^2$。

4-8 -22.5 公斤·米。

4-9 67 焦耳。

4-10 -12 焦耳。

4-11 (1) $W=-10.6\times10^5$ 尔格。

(2) $\mu_{BC}=0.153$。

4-12 4.2×10^6 焦耳。

4-13 投铅球时所做的功为 532 焦耳；掷铁饼时所做的功为 525 焦耳。

4-14 1.23×10^{-2} 马力。

4-15 $P=23.25$ 瓦；$E=2.01\times10^6$ 焦耳。

4-16 1.44×10^3 马力。

4-17 (1) 第 1 秒末的瞬时功率为 8.0 瓦；第 5 秒末的瞬时功率为 40 瓦。

(2) 1 秒钟内的平均功率为 4.0 瓦；5 秒钟内的平均功率为 20 瓦。

4-18 (1) $v_1=1.0$ 米/秒时，$a_1=0.7$ 米/秒^2；

$v_2=10$ 米/秒时，$a_2=-1.8\times10^{-3}$ 米/秒。

(2) 8.16 米/秒。

4-19 3.92 千瓦；3.4×10^4 度。

4-20 $Thg\times70\%$ 千瓦 $=Thg\times\frac{1000}{735}\times70\%$ 马力。

4-21 15.6 千瓦。

4-22 (1) 水平总推力 $F=30$ 牛；所需功率 $P=\dot{M}v^2=45$瓦。

(2) $\frac{1}{2}$。

4-26 1.0×10^9 焦耳。

4-27 (1) 1.6×10^7 米/秒。

(2) 2.1×10^{-13} 焦耳 $=1.32\times10^6$ 电子伏特。

4-28 0.45 米。

4-30 (1) 不一定，有。 (2) 负的。

(3)设地球总质量为 M，地球半径为 R，有一个质量为 m 的质点。则 m 在地面以上某点 r 的重力位能

$$V(r)=-\frac{GMm}{r},\quad r>R。$$

m 在地面以下某点 r 的重力位能

$$V(r)=-\frac{3}{2}\frac{GMm}{R}+\frac{GMm}{R^3}\frac{r^2}{2},\quad r<R。$$

4-31 F 做的功为 $W=F\cdot h$；只有当 $F=mg$ 时，$W=mgh=\Delta E_p$。

4-32 重力所做的功为 $(m_1-m_2)gh$；拉力所做的功为 0；系统位能改变 $-(m_1-m_2)gh$；系统动能改变 $(m_1-m_2)gh$；机械能改变 0。

4-33 $\frac{1}{4}Mgh$。

4-34 $v=\sqrt{2gh}$，只要 m 保持不离开斜面，三个面的结果相同。

4-35 $v_c=\sqrt{3gh}$。

4-36 0.14 牛。

4-37 2.8 米。

4-38 (1) $v_1=\sqrt{2gh_1(1-\mu\cot\theta)}$；方向沿斜面向下。

(2) $v_2=\sqrt{2g(h_1+h_2-\mu h_1\cot\theta)}$；$\boldsymbol{v}_2$ 与水平面的夹角

$$\varphi = \tan^{-1}\sqrt{\tan^2\theta - \frac{h_2}{h_1}\frac{\sin\theta}{(\sin\theta - \mu\cos\theta)\cos^2\theta}}。$$

(3) $t = \sqrt{\frac{2}{g}}\left[\sqrt{(1-\mu\cot\theta)\sin^2\theta \cdot h_1 + h_2}\right.$

$\left. - \sqrt{(1-\mu\cot\theta)\sin^2\theta \cdot h_1}\right]$。

4-39 (1) 在B点，速度$v_B = \sqrt{\sqrt{2}gl}$，方向沿切线方向；张力$T_B = \frac{3\sqrt{2}}{2}mg$，沿绳方向；小球受的合力$F_B = \sqrt{\frac{5}{2}}mg$。$\boldsymbol{F}_B$与$\boldsymbol{T}_B$之夹角$\varphi_B = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{5}} = 26°34'$；小球的加速度$a_B = \sqrt{\frac{5}{2}}g$，方向与$\boldsymbol{F}_B$同。

(2) 在C点(转过90°时)，速度$v_C = \sqrt{2gl}$，方向水平向左；张力$T_C = 3mg$；小球受的合力$F_C = 2mg$，$\varphi_C = 0°$；小球的加速度$a_C = 2g$；方向与$\boldsymbol{F}_C$同。

4-41 m_1上升高度$h_1 = 0.16$米；m_2上升高度$h_2 = 0.36$米。

4-42 $\alpha_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\alpha$； $\alpha_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}\alpha$。

4-43 3.64厘米。

4-44 (1) 3.07×10^3焦耳。 (2) 5.12×10^2焦耳。

(3) 2.56×10^3焦耳。

4-45 (1) 8.17千瓦。 (2) 1.72×10^3焦耳。

(3) 0。

4-46 $-Mgv$，此时为储能。

4-47 (1) $E_k = 12.7$焦耳。 (2) $A_{阻} = -4.22\times10^2$焦耳。

(3) $E_{机} = 4.09\times10^2$焦耳。

4-48 阻力对子弹做的功为$W_1 = -F(S' + S_0)$；阻力对木块做的功机械为$W_2 = FS'$；且$W_1 \neq W_2$，$W_1 + W_2 = -FS_0$。

4-49 3.4厘米。

4-50 (1) $v=\sqrt{\dfrac{2(m_2-m_1)gy}{m_1+m_2}}$。

(2) $a=\dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}g$。

4-51 $v=\sqrt{\dfrac{2m_1gh}{m_1+m_2}}$, $a=\dot{v}=\dfrac{m_1g}{m_1+m_2}$,为匀加速。

4-53 $v=\sqrt{gd(\sin\varphi-\sin\theta)}$ 。

4-54 速度 $v=\sqrt{\dfrac{2gd\sin\theta\cdot(W_1-W_2)}{W_1+W_2}}$。

4-55 $v=\sqrt{g\left(L-\dfrac{a^2}{L}\right)}$。

4-56 速度 $v=1.21$ 米/秒;加速度 $a=4.9$ 米/秒^2。

4-57 (1) $\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}Mv^2=mgd-\dfrac{1}{2}kd^2-\mu Mgd$。

(2) $\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}Mv^2+\dfrac{1}{2}kd^2=mgd-\mu Mgd$。

(3) $\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}Mv^2+\dfrac{1}{2}kd^2=mgd-\mu Mgd$。

(4) $\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}Mv^2+\dfrac{1}{2}kd^2-mgd=-\mu Mgd$。

其中 v 为系统的速率。

4-60 (1) 开始时的动能为 $E_{k0}=1.9602\approx1.96$ 焦耳。最高点的位能为 $E_p=0.98$ 焦耳。

(2) 摩擦力 $f_\mu=0.049$ 牛。

(3) 不会再往下滑。

(4) ∞。

4-61 $v_0=8$ 米/秒。

4-62 $\theta=7^\circ48'$ 。

4-63 (1) $F_\mu=2.45\times10^3$ 牛;$P=8.8\times10^4$ 瓦。

(2) 下山速率 $v=44.9$ 米/秒。

4-64 4 倍。

4-65 小球射出的速度 $v\approx 8.1$ 米/秒。

4-66 $2d$。

4-67 $(M+m)g+mg\sqrt{1+\dfrac{2kh}{g(M+m)}}$。

4-68 不对，到达平衡点时 $mgy\neq\dfrac{1}{2}ky^2$，因为还有动能；平衡点的位置应当是 $y_0=\dfrac{mg}{k}$。

4-69 $\dfrac{E_1}{E_2}=\dfrac{k_2}{k_1}$。

4-70 $\dfrac{2(F-\mu mg)^2}{k}$。

4-71 (1) 缓拉时，f 做的功为 $W_1=\dfrac{1}{2}\dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}l^2$。

(2) 突然拉时，m 尚未动，f 做的功为 $W_2=\dfrac{1}{2}k_2l^2$。

(3) m 的最大动能 $E_{K_{max}}=\dfrac{l^2}{2}\dfrac{k_2^2}{k_1+k_2}$。

4-72 (1) A,B 离开时，B 的速度为 $v_B=\sqrt{\dfrac{k}{m_A+m_B}}\cdot x_0$。

(2) A 离 O 点最大距离 $\Delta x_{max}=\sqrt{\dfrac{m_A}{m_A+m_B}}\cdot x_0$。

4-73 最大压力 $F_{max}=\sqrt{\dfrac{2ghkm_A^2}{m_A+m_B}}$。

4-74 (2) $F_x=k(x+a)\dfrac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}-a}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}$

$$-k(a-x)\frac{\sqrt{(x-a)^2+y^2}-a}{\sqrt{(a-x)^2+y^2}}。$$

(3) $F_s|_{x=0}=\frac{2ky(\sqrt{a^2+y^2}-a)}{\sqrt{a^2+y^2}}$。

(4) 定性分析：$y=0$ 时，$U=kx^2$ 为抛物线；$x=0$ 时，$U=k[\sqrt{a^2+y^2}-a]$，以 x 轴为对称轴的曲线，$y\to\infty$ 时为直线。

4-75 (1) $U=k(\sqrt{x^2+a^2}-L_0)^2$。

(2) $v=\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot a$。

(3) $L_0<a$, 稳定平衡；$L_0=a$, 随遇平衡；$L_0>a$, 不稳定平衡，图略。

4-76 (1) $U(x)=\frac{D}{4}x^4$。 (2) 所做的功为 $W=\frac{D}{4}x^4$。

4-77 (1) 设 $x\to\infty$ 处为位能的零点，则位能函数

$$U(x)=k\frac{m_1m_2}{x}。$$

(2) 所做的功为 $W=-km_1m_2\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_1+d}\right)$。

4-78 (1) 电子动能的变化 $\Delta E_K=\frac{ke^2}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$。

(2) 位能减小值 $-\Delta E_P=+ke^2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$。

(3) 总能量减小值 $-\Delta E=\frac{ke^2}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$。

4-79 (1) 地球半径 $R_e=6378$ 公里，地球质量 $M=5.976\times10^{24}$ 公斤；$G=6.67\times10^{-11}$ 牛·米^2/公斤^2；一公斤物体在地面上的位能为 $U(R_e)=-6.25\times10^7$ 焦耳。

(2) 一公斤物体在离地心 10^5 公里处的位能为 $U(r)=-3.99\times10^6$ 焦耳。

(3) 所需做的功为 $W=5.85\times10^7$ 焦耳。

4-80 （1）向心力 $f=\frac{mv^2}{r}$。

（2）$v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$。　　（3）$\left|\frac{E_K}{E_P}\right|=\frac{1}{2}$。

4-81 （1）逃逸速度 $v_e=\sqrt{2}\,v_0$。

（2）最高能到达 R_0，其抛射速率为 $v_1=v_0$；该物到达 $\frac{1}{2}R_0$ 时的速率为 $v=\frac{1}{\sqrt{3}}v_0$。

（3）势能 $U(R_0+y)=-mv_0^2\left[1-\frac{y}{R_0}+\left(\frac{y}{R_0}\right)^2+\cdots\right]$。

（4）抛射速率 $v_2=\sqrt{2\left(\frac{v_0^2}{R}\right)y\left(1-\frac{y}{R_0}\right)}$。

4-82 （1）$E_M=5.75\times10^{16}$ 焦耳。

（2）重量为 5.87×10^9 吨力物体。

4-83 取无穷远处为引力势的零点。引力势：当 $r>R$ 时，$U(r)=-\frac{GM}{r}$；当 $r<R$ 时，$U(r)=-\frac{3}{2}\frac{GM}{R}+\frac{1}{2}\frac{GM}{R^3}r^2$，图略。

引力场强：当 $r>R$ 时，$F=-\frac{GM}{r^2}$，负号表示吸引力；当 $r<R$ 时，$F=-\frac{GM}{R^3}r$，负号表示吸引力，图略。

4-85 （1）$x=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}x_0$。

（2）$x=0$，事实上 m_1 不回去。

（3）$x_0=(m_1+m_2)\sqrt{\frac{gh}{2km_1}}$。

4-86 每秒推出空气质量为 490 公斤；这些空气得到的动能 2.5×10^4 焦耳。

4-87 0.41 厘米。

4-88 (1) (*a*) $\boldsymbol{F}=(4.5\boldsymbol{i}+12\boldsymbol{j}-2.73\boldsymbol{k})$牛； (*b*) $\boldsymbol{a}=(4.5\boldsymbol{i}+12\boldsymbol{j}-2.73\boldsymbol{k})$ 米/秒^2； (*c*) $E_K=2.5$ 焦耳； (*d*) $\dot{E}_K=21.3$ 焦耳/秒。

(2) $\boldsymbol{r}\approx(2\boldsymbol{i}+3.02\boldsymbol{j}+0.01\boldsymbol{k})$米； $\boldsymbol{v}\approx(0.015\boldsymbol{i}+2.12\boldsymbol{j}+0.97\boldsymbol{k})$米/秒； $E_K\approx2.72$ 焦耳。

(3) (*a*) $W_1=0$； (*b*) $W_2=0$。

4-89 $h=\frac{1}{3}R$。

4-90 $\theta=48°11'$。

4-93 (1) 在 B 点的速度 $v_B=\sqrt{2g(h-R)}$；在 B 点受的合力 $F_B=\frac{2mg(h-R)}{R}$；在 B 点它作用在轨道上的力 $N_B=\frac{2mgh}{R}-3mg$。

(2) $h=1.5R$。

4-94 $\theta=\cos^{-1}\left[\frac{1}{3}+\sqrt{\frac{1}{9}-\frac{M}{6m}}\right]$。

4-95 (1) m 对 M 所做的功 $W=\frac{Mm^2g\Delta h\cos^2\alpha}{(m+M)(M+m\sin^2\alpha)}$。

(2) M 走的距离 $\Delta S=\frac{m}{m+M}h\cot\alpha$。

4-96 (1) $V=\sqrt{\frac{2m^2gh}{M(m+M)}}$。

(2) 滑梯对 m 做的功 $W=-\frac{m^2gh}{(m+M)}$。

4-97 (1)突然卡住后，绳子不断伸长，相应的张力不断增加，直到升降机的动能转化成绳子的弹性位能及升降机本身位能的变化，最后才会停机；(2) 绳的最大张力 $T=9.3$吨；绳的最大伸长量 $\Delta x=9.3$ 厘米。

4-98 $\dfrac{M}{M-m}l$。

4-99 (1) $v=u(1-e^{-\frac{m}{M}t})$，其中 u, v 都是数值。

(2) $\eta=2\left(\dfrac{v}{u}\right)\left(1-\dfrac{v}{u}\right)$; $v=\dfrac{u}{2}$时，η最大，$\eta_{\max}=\dfrac{1}{2}$。

4-100 (1) (a) $v=0.95$ 米/秒；(b) $a=0.25$ 米/秒^2；(c) $P\approx 14.3$ 瓦。

(2) (a) $v=0.45$ 米/秒；(b) $a\approx 0.25$ 米/秒^2；(c) $P=6.75$ 瓦。

4-101 (1) 2.5×10^3 克·厘米/秒。

(2) 2.1×10^4 尔格。

(3) 4.2×10^4 尔格。

4-102 $\dfrac{1}{2g\mu}\,\dfrac{m_B v_A{}^2}{m_A+m_B}$。

4-103 11 倍。

第五章 动量 角动量

5-2 >0.86 千克·米/秒。

5-4 14 牛顿。

5-5 (1) 3×10^{-3} 秒。 (2) 0.6 牛顿·秒。 (3) 2.0 克。

5-6 (1) 6.13×10^5 米/秒^2。 (2) 3.06×10^4 牛顿。

(3) 5.71×10^{-4} 秒。 (4) 17.5×10^2 牛顿·秒。

(5) 17.5×10 牛顿·秒。

5-7 (1) 68.0 牛顿·秒。 (2) 6.86 秒。 (3) 40.0 米/秒。

5-8 11.25 牛顿·秒；5.625×10^3 牛顿。

5-9 (1) (7.04, −7.96) 米/秒，或 10.62 米/秒；

$\varphi=-\tan^{-1}1.1294=-48°28'$。

(2) 0.531 牛顿·秒; $\varphi=-48°28'$。

5-10 (2) 25.76 千克力; 0.25 千克力。 (3) 255.4 千克力; 0.25 千克力。

5-11 4.20 达因·秒。

5-12 不对。

5-15 (1) 否。 (2) 是。 (3) 是。 (4) 否; 是。

5-16 (1) $\Delta l=F/k$。 (2) F_1、F_2。 (3) 简谐振动; 0; 守恒。

5-17 动量为零, 守恒。有相对运动时机械能守恒定律不成立。

5-19 3.2 厘米。

5-20 $\sqrt{\dfrac{1}{k(M+m)}}mv$。

5-21 (1) $V_1=v+\dfrac{m}{M+m}u, V_2=v, V_3=v-\dfrac{m}{M+m}u$。

$$(2) V_1=v+\frac{m}{M+2m}u, V_2=v+\frac{m^2}{(M+2m)(M+m)}u,$$

$$V_3=v-\frac{m(M^2+3mM+m^2)}{(M+m)^2(M+2m)}u。$$

5-22 180 公斤。

5-23 $v_1=\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}, \quad v_2=\dfrac{F\Delta t_2}{m_2}+\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}$。

5-24 $2v-v_1$。

5-25 0.633 秒, 206 厘米/秒。

5-28 $\left(1+\dfrac{m}{M}\right)$米, 质心竖直上升后又下落到原地。

5-29 同时到达。

5-30 $v_x=\left(1-\dfrac{w}{W}\right)V\cos\alpha; v_y=V\sin\alpha;$

$$\beta=\tan^{-1}\left(\frac{W}{W-w}\tan\alpha\right)。$$

5-31 $R^2=x^2\left(1+\frac{m}{M}\right)^2+y^2$。

5-32 2.4×10^5米/秒。

5-33 (1) 设中微子沿 x 轴运动，电子沿 $-y$ 轴运动，则核的运动方向与 x 轴夹角 120°。 (2) 10.7×10^{-16} 克·厘米/秒。

5-34 9.8 米/秒；垂直地面向上。

5-36 40.0 牛顿。

5-38 2.5×10^3 克·厘米/秒；2.1×10^4 尔格；4.2×10^4 尔格。

5-39 1。

5-42 3。

5-43 (1) $\frac{\pi}{2}$。 (2) $\frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}\cos^2\beta\cdot K_0$。

5-45 $\frac{4}{1837}E_e$。

5-48 $\frac{M+m}{2m}V$，向右。

5-50 (1) $\left[\frac{2m_1^2+(m_1+m_2)^2}{m_1+m_2}\right]g$。 (2) $\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2R$。

5-51 (1) 0.16。 (2) 240 焦耳。 (3) 0.32 焦耳。

5-52 $\left(\frac{m'}{m+m'}\right)^2h$。

5-53 $\left(\frac{m+M}{m'+m+M}\right)^2x$。

5-54 $\frac{1}{3}$米/秒，$\frac{1}{3}10^4$焦耳；$\frac{1}{2}$米/秒。

5-55 以下 18.7 米。

5-56 (1) $\tan^{-1}\sqrt{\frac{M-m}{M+m}}$。 (2) $\tan^{-1}\sqrt{\frac{\alpha^2M^2-m^2}{(M+m)^2}}$。

5-61 ev。

5-62 2.8 厘米。

5-65 略。

5-66 (1) 0.37 秒。 (2) 122 米/秒。

5-67 若N个人一个一个地跳，车的末速度为

$$\left[\frac{m}{Nm+M}+\frac{m}{(N-1)m+M}+\cdots+\frac{m}{m+M}\right]v+v_0。$$

若N个人一起跳，车的末速度为 $\frac{Nm}{Nm+M}v+v_0$。

5-68 (1) 8240 米/秒。 (2) 4024 米/秒。

5-69 (1) $\frac{r_0 v_0}{M_0}$。 (2) 50 公斤/秒。 (3) $v=-v_0\int_{M_0}^{M}\frac{dM}{M}$。

5-70 11 米/秒^2。

5-71 $\frac{1}{4}\left(\frac{A\rho u^2}{M}\right)$。

5-72 相对火箭坐标系。

5-73 (1) 58.8 公斤/秒。 (2) 176.4 公斤/秒。

5-74 (1) $\frac{M_0 g}{V_0}e^{-\frac{g}{V_0}t}$。 (2) $v=-gt+V_0\ln\frac{M_0}{M_0-\alpha t}$。

(3) $-\frac{Mg_0}{4\alpha}+V_0\ln\frac{4}{3}$; $v_0+V_0\ln\frac{4}{3}$。

(4) $-\frac{M_0 g}{4\alpha}+1.65\times10^5\ln\frac{4}{3}$, $v_0+1.65\times10^5\ln\frac{4}{3}$。

5-75 0.91 米/秒。

5-76 略。

5-77 (1) $\frac{ml^2}{2}\omega$。 (2) $\frac{ml^2}{2}\omega$。 (3) 相等。

5-78 2.64×10^{47} 克·厘米^2/秒。

5-79 $m\sqrt{GMr}=7.13\times10^{23}$ 公斤·米^2/秒。

5-80 $\frac{1}{2}\frac{J^2}{mr^2}$; $-\frac{J^2}{mr^2}$; $-\frac{1}{2}\frac{J^2}{mr^2}$。

5-81　9 弧度/秒；2.7×10^5 尔格。

5-82　(1) $\frac{2}{3}a$。　(2) 均为$\frac{1}{2}m\omega a^2$。　(3) $\frac{3}{4}\omega$。

(4) $\frac{1}{4}m\omega^2a^2$。　(5) $\frac{3}{16}m\omega^2a^2$。

5-83　(1) 3.9×10^3 公斤·米^2/秒。　(2) 13 米/秒。

(4) 406 公斤力。

5-86　(1) 绕质心转动。　(2) $\frac{2v}{l}$。

5-88　$\left(\frac{4}{3},\frac{1}{2}\right)$。

5-89　(1) 3.5 米/秒^2，沿 x 方向，2.0 米/秒^2，沿 y 方向，-1.5 米/秒^2，沿 x 方向。

(2) (2.5，-0.5)。　(3) 1.12 米/秒^2。

5-90　(1) 0.25 米。　(2) 1.96 米/秒^2。　(3) 8.82 米。

(4) 553 焦耳。　(5) 331 焦耳。

5-95　60 焦耳。

5-96　(1) $-1.0\boldsymbol{i}+2.0\boldsymbol{j}$(米/秒)。　(2) 9 焦耳。　(3) 90°。

5-97　(1) $\frac{1}{2}V_0\boldsymbol{i}-\frac{2}{9}V_0\boldsymbol{j}$。　(2) 126°52′。

(3) 不守恒。　(4) 守恒。

5-98　$S=\frac{Ze^2}{M_pv_0^2}-\sqrt{\frac{Ze^2}{M_pv_0{}^2}+b^2}$。

5-99　(2) $T=\frac{4\omega r^2\pi}{5gh}$。

第六章　万 有 引 力

6-2　(1) 6.25×10^{-11} 牛顿·米^2/公斤^2。　(2) G 的数值约小百分之三。

6-3 1.92×10^{24} 公斤。

6-4 11.2 公里/秒。

6-5 半径小的逃逸速度大。

6-6 0.0027°。

6-8 19.88×10^{24} 达因。

6-9 2.21 倍。

6-10 月球轨道的曲率中心应在太阳一侧。

6-11 略。

6-14 (1) 1.20 达因。 (2) 6.65×10^{-3} 达因。

6-15 椭圆的一部分。

6-16 27.40 天。

6-17 $F_{万}/F_{库}=8.08\times10^{-35}$。

6-18 坐标原点取在月球中心，引力为零的地方距月球中心为 $r=6R_E$。

6-19 9.96 公斤。

6-20 1.97×10^{33} 克。

6-21 7.89×10^{5} 厘米/秒; 5.10×10^{3} 秒; 9.74×10^{2}厘米/秒^2。

6-22 35900 公里。

6-23 280 公里。

6-25 (1) $V=\sqrt{2}\,v_0$。

(2) $V=v_0$, $\frac{1}{\sqrt{3}}v_0$。

(3) 以无穷远为位能零点，则位能 $=-mv_0^2\left[1-\left(\frac{y}{R_0}\right)+\left(\frac{y}{R_0}\right)^2-\cdots\right]$；以地面为位能零点，则位能 $=mv_0^2\left[\left(\frac{y}{R_0}\right)-\left(\frac{y}{R_0}\right)^2+\cdots\right]$。

(4) $\sqrt{2yg_0}$。

6-26 $m(a-9.80$ 厘米/秒$^2)$。

6-27 9.6×10^7 秒。

6-28 7 公斤。

6-29 $3R_E$。

6-30 $4.1\times10^{-4}\%$。

6-31 4 小时46 分。

6-32 5.98×10^{27} 克。

6-33 $g_0\left(\frac{R_E}{R_E+h}\right)^2$。

6-34 $\frac{1}{4}g_0$。

6-35 7.9 公里/秒。

6-37 $M>1.35R\times10^{28}$ 克(R 以厘米为单位)。

6-38 $R<1.47$ 公里。

6-39 $R>4.23\times10^{10}$ 光年。

6-40 $R\leqslant2.93$ 公里。

6-42 690 天。

6-43 (2) 30.2 公里/秒。

6-45 (1) 4.83 天。 (2) 64.6 天。

6-46 5.36×10^9 公里。

6-47 $\frac{R_1}{R_2}a$。

6-49 (2) $r=\frac{R_0}{1-\frac{V_r}{V_0}\cos\theta}$。

6-50 (1) $r=\frac{\beta^2R_0}{1-(\beta^2-1)\cos\theta}$。 (2) $\sin\alpha=\frac{1}{\beta^2-1}$。

6-51 3380 公里;5.51 公里/秒。

6-52 (1) $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-1\right)v_0$, $r=\dfrac{\frac{3}{2}R_0}{1-\frac{1}{2}\cos\theta}$。 (2) $\sqrt{2}T_0$。

(3) $V_\tau=\sqrt{\frac{1}{6}}V_0$; $V_\perp=\sqrt{\frac{2}{3}}V_0$。

第七章 刚体力学

7-1 如合外力矩不为零,则转动状态变化。

7-2 (1) $\boldsymbol{L}=140\boldsymbol{k}$ 牛顿·米。 (2) $d=2.8$ 米。

(3) $F_\perp=14$ 牛顿。

7-3 (1) $L_{F_1}=-30\sqrt{3}$, $L_{F_2}=30\sqrt{2}$, $L_{F_3}=40$, $L_{F_4}=0$, $L_P=-10$, 单位是米·公斤力,逆时针方向为正。

(2) 20.5 米·公斤力。 (3) $F_5=5.1$ 公斤力。

(4) $F=15.0$ 公斤力,向上与 OB 方向的夹角为 86.7°。

7-4 $P_A=450$ 克力;$P_B=750$ 克力。

7-5 $f=100$ 公斤力。

7-6 $x=6.83a$ 处, 力 $\boldsymbol{F}=\frac{1}{2}(2+\sqrt{2})\boldsymbol{i}-\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})\boldsymbol{j}$ 公斤力(或$\sqrt{3}$公斤力,沿$-y$方向与 Ox 的夹角为 9.74°)。

7-7 (1) $T_1=19$ 公斤力。 (2) $T_2=38$ 公斤力。

7-8 (1) $T_1=28.1$公斤力。 (2) $T_2=21.1$ 公斤力。

7-9 $F_1=2.2\times10^4$ 达因, 沿水平指向杯内; $F_2=5.4\times10^4$ 达因,以仰角 65.9°指向杯内。

7-10 283 牛顿。

7-11 $\tan\theta=\dfrac{1}{1+2\mu}$。

7-13 $S_P=\dfrac{RL\cos\alpha}{(2P+q)L\sin\alpha+Wh}$。

7-14 $\alpha=45.9°$；$h\geqslant 4.18$ 米。

7-15 $f_1=f_2=300$ 公斤力。

7-16 $\frac{l_1+r_1}{l_2+r_2}=\frac{P_2}{P_1}$。

7-17 $\theta=8.21°$。

7-18 (1) $\theta=\tan^{-1}\frac{m_1\cos\alpha+m_2}{m_1\sin\alpha}$。

(2) $T_1=\frac{m_1 g\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\theta\right)}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{m_1(m_1+m_2)g}{\sqrt{m_1^2+m_2^2+2m_1m_2\cos\alpha}}$。

(3) $N=m_2 g\frac{\cos\theta}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{2m_1m_2 g\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{m_1^2+m_2^2+2m_1m_2\cos\alpha}}$。

7-20 (1) 随遇平衡。 (2) 稳定平衡。

(3) 不稳定平衡。

7-21 a 块。

7-23 (1) 15 米/秒，向前。 (2) 0。

(3) 30 米/秒，向前。 (4) 21 米/秒，向前俯角 45°。

(5) 10 米/秒，向前。

7-26 斜面固定且无滑动时，在通过球心与转轴垂直的截面的圆周上，相对于球心的速率为 $v=r\omega$；如相对地面，则是以通过球与斜面接触点的瞬时轴为轴，以 r 为半径的柱面与球面相交的交线上，$v=r\omega$。

7-27 3.16 秒。

7-28 $\frac{1}{\omega}=\frac{1}{\omega_0}-\frac{t}{\tan\varphi}$。

7-29 150 转/分。

7-30 (1) -0.628 秒$^{-2}$。 (2) 125 圈。

(3) 15.7秒$^{-1}$。 (4) $93\frac{3}{4}$圈。

(5) $v_t=15.7$ 米/秒；$a_t=-0.628$ 米/秒^2；

$a_n=246$ 米/秒^2。 (6) 89.9°。

7-31 (1) $0.80\omega_0$。 (2) $0.81\omega_0$。

7-32 $v=v_0\ (1-\cos\varphi)\left\{1+\dfrac{R\sin\varphi}{\sqrt{l^2-R^2(1-\cos\varphi)^2}}\right\}$，沿水平向前。

7-33 $\omega=v\sqrt{\dfrac{1}{R^2}+\dfrac{1}{r^2}}$，$\boldsymbol{\omega}$ 与水平夹角 $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{r}{R}$。

7-34 (1) 最大。 (3) 最小。

7-35 2.55×10^{-44} 克·厘米^2。

7-36 (1) mR^2。 (2) $\frac{1}{2}mR^2$。 (3) $\frac{1}{2}mR^2$。

(4) $\frac{2}{5}mR^2$。 (5) $\frac{2}{3}mR^2$。 (6) $\frac{1}{4}mR^2$。

(7) $m\left(\frac{1}{4}R^2+\frac{1}{12}h^2\right)$。

7-37 (1) $\frac{1}{2}m(R_1^2+R_2^2)$。 (2) $\frac{2}{5}m\dfrac{R_2^5-R_1^5}{R_2^3-R_1^3}$。

(3) $\frac{1}{12}m(a^2+b^2)$。 (4) $\frac{1}{12}mb^2$。

(5) $\frac{1}{12}m(a^2+b^2)$。 (6) $\frac{1}{12}ml^2$。

(7) $\frac{1}{3}ml^2$。 (8) $\frac{1}{3}ml^2\sin^2\alpha$。

7-38 (1) $I_z=ma^2$。 (2) $I_z=\frac{1}{2}ma^2$。

(3) $I_z=\frac{1}{2}ma^2$。

7-39 (1) $\frac{3}{2}ml^2$。 (2) $\frac{3}{4}ml^2$。 (3) $\frac{1}{2}ml^2$。

(4) $\frac{1}{4}ml^2$。

7-40 1.88×10^6 克·厘米^2。

7-41 (1) $\frac{1}{12}m\left(a^2+b^2-\frac{6\pi r^4}{ab}\right)$。

(2) $\frac{1}{12}m(a^2+b^2)-\frac{mc^2}{12ab}(3a^2-6ac+3b^2-6bc+8c^2)$。

7-42 距 m_1 15 厘米。

7-44 0.244 公斤·米^2。

7-45 4.2×10^4 克·厘米^2。

7-46 (1)。

7-47 (1)、(2)快。

7-48 (1)。

7-49 $L=15.7$ 牛·米。

7-50 6.4 秒$^{-2}$。

7-51 $a=\frac{2(m_1-m_2)}{2(m_1+m_2)+m_0}g$;$T_1=\frac{m_1(4m_2+m_0)}{2(m_1+m_2)+m_0}g$;

$T_2=\frac{m_2(4m_1+m_0)}{2(m_1+m_2)+m_0}g$。

7-52 $a=2.8$ 米/秒^2;$T_1=0.70$ 牛;$T_2=0.56$ 牛。

7-53 $a=0.73$ 米/秒^2;$T_1=9.2$ 牛;$T_2=9.3$ 牛。

7-54 $a=\frac{2(m_1-m_2)}{2(m_1+m_2)+M_1+M_2}g$;

$T_2=\frac{m_2(4m_1+M_1+M_2)}{2(m_1+m_2)+M_1+M_2}g$;

$T_3=\frac{4m_1m_2+m_1M_2+m_2M_1}{2(m_1+m_2)+M_1+M_2}g$。

7-55 (1) $\alpha_1 = 3.8$ 秒$^{-2}$。 (2) $\alpha_2 = 4.8$ 秒$^{-2}$。

7-56 (1) $a = \dfrac{2mg}{2m+M}$。 (2) $T = \dfrac{mM}{2m+M}g$。

(3) $v = \sqrt{\dfrac{4mgh}{2m+M}}$。 (4) $t = \sqrt{\dfrac{(2m+M)h}{mg}}$。

7-57 4.6 秒。

7-58 (1):(2):(3):(4)=140:105:150:126。

7-60 $I = \dfrac{Mgr^2}{2h}(t_2^2 - t_1^2)$。

7-61 (1) 66 秒$^{-2}$; 0.27 公斤力挤压。 (2) 力的方向与(1)相反。

7-62 49.7 厘米/秒^2。

7-63 $T_1 = T_2 = 0.45$ 公斤力; $T_3 = 0.50$ 公斤力。

7-64 $\alpha = \dfrac{2m+M}{r\left(4m+M+\dfrac{I}{r^2}\right)}g$。

7-65 $\dfrac{m+M}{m+M+\dfrac{I}{r^2}}g$。

7-66 $a_1 = \dfrac{\left(1+\dfrac{2I}{mr^2}\right)g}{\left(1+\dfrac{I}{mr^2}\right)^2+\dfrac{I}{mr^2}}$; $a_2 = \dfrac{\left(1+\dfrac{2I}{mr^2}\right)g}{\left(1+\dfrac{I}{mr^2}\right)^2+\dfrac{I}{mr^2}}$。

7-67 $a_1 = \dfrac{4(2m-M)}{8m+7M}g$; $T_3 = \dfrac{(5m+3M)M}{8m+7M}g$。

7-68 $a_2 = \dfrac{m_2+M_2-2m_1\sin\alpha}{4m_1+m_2+2M_1+\dfrac{3}{2}M_2}g$;

$$T_2 = \frac{2M_1+\dfrac{1}{2}M_2+2m_1(2+\sin\alpha)}{4m_1+m_2+2M_1+\dfrac{3}{2}M_2}m_2g。$$

7-69 $a_1=\left\{\left[(4m_2m_3-m_1m_2-m_1m_3)+\frac{M_2}{2}(3m_2+3m_3+M_2-m_1)\right]\Big/\left[(4m_2m_3+m_1m_2+m_1m_3)+\frac{M_2}{2}(3m_2+3m_3+m_1+M_2)+\frac{M_1}{2}\left(m_2+m_3+\frac{M_2}{2}\right)\right]\right\}g;$

$a_2=\left\{\left[(3m_1m_3-m_1m_2-4m_2m_3)-\frac{M_2}{2}\left(3m_2+3m_3-m_1+\frac{3}{2}M_2\right)+\frac{M_1}{2}(m_3-m_2)\right]\Big/\left[(4m_2m_3+m_1m_2+m_1m_3)+\frac{M_2}{2}(3m_2+3m_3+m_1+M_2)+\frac{M_1}{2}\left(m_2+m_3+\frac{M_2}{2}\right)\right]\right\}g;$

$a_3=\left\{\left[(4m_2m_3+m_1m_2-3m_2m_3)+\frac{M_2}{2}\left(3m_2+3m_3-m_1+\frac{1}{2}M_2\right)+\frac{M_1}{2}(m_3-m_2)\right]\Big/\left[(4m_2m_3+m_1m_2+m_1m_3)+\frac{M_2}{2}(3m_2+3m_3+m_1+M_2)+\frac{M_1}{2}\left(m_2+m_3+\frac{M_2}{2}\right)\right]\right\}g$。

7-70 4.2 牛顿。

7-72 $\frac{2l\omega_0}{3g\mu}$。

7-73 $a=\frac{1}{3}g$; $\mu\not<\frac{1}{3}$。

7-74 $T=2\pi\sqrt{\frac{l_1^2+l_2^2}{(l_2-l_1)g}}$; $l_0=\frac{l_1^2+l_2^2}{l_2-l_1}$。

7-75 0.248 米。

7-76 1.64 秒。

7-79 向下。

7-80 快。

7-81 $x=\frac{l}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$。

7-82 (1) 经过时间 $t=\frac{I}{2ak}\ln\frac{a+\omega_1}{a-\omega_1}$, 其中 $a^2=\frac{L}{k}$;

(2) $\frac{I}{2k}\ln\frac{a^2}{a^2-\omega_1^2}$圈。

7-83 (1) $\overline{\omega}=\frac{\ln\frac{\omega_0}{\omega_1}}{\frac{1}{\omega_1}-\frac{1}{\omega_0}}$;

(2) 经过时间 $t=\frac{2I}{\omega_0 k}$。

7-84 0.92 厘米。

7-85 (1) $a<\frac{k}{r}g$。 (2) $a<\left(3.5\mu-2.5\frac{k}{r}g\right)$。

7-86 (1) $\theta\leqslant\tan^{-1}\frac{7}{2}\mu\approx 41.3°$。

7-87 5.2×10^{21} 焦耳。

7-88 5.5×10^{6} 焦耳。

7-89 3.6×10^{3} 牛。

7-91 (1) 1.16×10^{2} 焦耳。 (2) 2.40×10^{2} 牛。

7-92 0.207。

7-93 (1) $\frac{1}{2}mgl$。 (2) $\sqrt{3gl}$。 (3) 距地$\frac{2}{3}l$。

7-94 (1) $t_1=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{3h}{g}}$。 (2) $t_2=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{2h}{g}}$。

7-95 (1) $\frac{1}{10}(7R-17r)$。 (2) $\sqrt{g(R-r)}$。

7-96 1.0×10^{5} 公斤力·米。

7-97 地球与月球质心连线上距地球质心 0.73 R。

7-98 距加重一端 45.5 厘米。

7-100 在半圆的平分线上距圆心$\frac{4R}{3\pi}$。

7-101 以A为原点，AB为x轴，C在y的正方向：$x_C=18.0$厘米，$y_C=5.2$厘米。

7-102 $\left(0, -\frac{8R}{15\pi}\right)$。

7-103 $\alpha=76°31'$。

7-104 以正方形中心为原点，指向切去一角的对角线为x轴，质心$x_C=-0.14$米。

7-105 以大圆中心为原点，指向第一个挖去的小圆中心为x轴，指向第二个挖去的小圆中心为y轴。则(1) $\left(-\frac{R}{20}, 0\right)$。

(2) $\left(-\frac{3R}{56}, -\frac{3R}{56}\right)$。

7-106 (1) $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$。 (2) $\left(\frac{2a}{10}, \frac{3a}{10}, \frac{4a}{10}\right)$。

7-108 都不一定。

7-110 (1)、(2)、(3)均为9.8米/秒^2，方向与F相同。

7-111 (1)、(2)、(3)均为零。

7-112 $1.25a$。

7-113 (1) $\frac{2F}{3m}$。 (2) 222米/秒。

7-114 5.0米/秒。

7-115 $a=\frac{2}{3}g$；$T=\frac{1}{3}mg$。

7-116 (1) $F_A=F_B=987$公斤力。

(2) $F_A=790$公斤力；$F_B=1184$公斤力。

7-117 绕P点转动。

7-118 $a=\frac{l}{2}$。

7-119 不定，1、3受力一样，但$F_1+F_2+F_3=W$。

7-120 $57.0°$。

7-121 $\frac{1}{4}ml\omega^2\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)$。

7-122 786 公斤力。

7-123 (1) $P_A=\frac{2a}{3b}W$(拉门时), $P_B=\frac{2a}{3b}W$(推门时), P_A、P_B、W在一个平面内且P_A、P_B与W垂直。

7-124 (1) $L=\frac{2GMmr^2\sin 2\theta}{R^3}$, G是万有引力恒量。

(2) 1.01×10^{24} 牛·米。

7-125 (1) 1.0 公斤力。 (2) 1.0 公斤力。 (3) $f=0$。

7-126 (2)。

7-127 (1)56.6 厘米。 (2) 70.7 厘米。

7-128 59.4 厘米。

7-129 (1) $\alpha=\dfrac{g\sin\theta}{R_2\left[1+\dfrac{\frac{2}{5}\left(1-\frac{R_1^5}{R_2^5}\right)}{\left(1-\frac{R_1^3}{R_2^3}\right)}\right]}$。

(2) $v=\sqrt{\dfrac{2gh}{1+\dfrac{\frac{2}{5}\left(1-\frac{R_1^5}{R_2^5}\right)}{\left(1-\frac{R_1^3}{R_2^3}\right)}}}$。

7-130 87 米。

7-131 11.0 秒$^{-1}$。

7-132 0.060 米/秒^2。

7-133 不动。

7-134 88.4 厘米。

7-135 $T_A:T_B=\sqrt{2}:1$。

7-136 (1) 9.9×10^{37} 公斤·米^2。 (2) 2.6×10^{29} 焦耳。

(3) 7.2×10^{33} 公斤·米/秒。 (4) 3.6×10^{2} 米/秒。

7-137 (1) $\theta_0=78.8°$。 (2) $v_C=2.43$ 米/秒。

(3) $a_t=0, a_n=23.7$ 米/秒^2。

(4) $F=21.7$ 牛。 (5) $\theta=53.4°$。

7-138 $\frac{1}{2}F$, 与 F 相反方向。

7-140 (1) 切向加速度 $a_t=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g$, 法向加速度 $a_n=0$,

力 $f=\frac{4m_1m_2}{m_1+m_2}g$。 (2) $a_t=0$, $a_n=\frac{2(m_1-m_2)}{m_1+m_2}g$,

$f=\frac{3m_1^2+3m_2^2-2m_1m_2}{m_1+m_2}g$。

7-141 20.9 厘米。

7-142 (1) $v_C=\frac{J}{m}$, $\omega_C=\frac{12Jx}{ml^2}$, $v_A=\frac{J}{m}\left(\frac{6x}{l}-1\right)$。

(2) $x=\frac{1}{6}l$。 (3) $x=\frac{1}{6}l$。

7-144 (1) $\sqrt{\frac{4}{3}gl}$。 (2) $x=\frac{2}{3}l$。 (3) $\frac{m}{M}=\frac{3}{4}$。

7-145 (1) 以 A 为原点, 竖直向下为 y 方向, AB 水平时为 x 方向, 下落过程中质心的轨迹为抛物线 $x^2=3ly-3l^2$。

(2) 重力加速度 g。

(3) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3h}{l}}$圈。

7-147 摩擦力足够大, 扔出时 $v>R\omega$。

7-148 (1) $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{4}\right)=e^{\frac{\sqrt{3g}}{2l}t}$。 (2) $t\to\infty$。

7-149 $\frac{3}{2}l$。

7-150 线轴中心的加速度 $a=\dfrac{F(R\cos\alpha-r)R}{\frac{3}{2}MR^2-\frac{1}{2}m(R^2-r^2)}$，

当 $\cos\alpha>\frac{r}{R}$ 时向前（沿 F 方向的水平分量），$\cos\alpha<\frac{r}{R}$ 时向后。

7-151 $\sqrt{\frac{10}{7}gh}$。

7-152 $53^\circ58'$。

7-153 (1) $v=\sqrt{\dfrac{10gh[(M+m)^2\sin^2\theta+M^2\cos^2\theta]}{(M+m)[7(M+m)-5m\cos^2\theta]}}$。

(2) $a=\dfrac{5mg\sin\theta\cos\theta}{7(M+m)-5m\cos^2\theta}$；$S=\dfrac{mh}{M+m}\cot\theta$。

7-154 (1) $P_1=93$ 公斤力，$P_2=97$ 公斤力。

(2) $P_1=94$ 公斤力，$P_2=96$ 公斤力。

第八章　机 械 振 动

8-1 (1)、(2)、(3)、(5)、(7)不是简谐振动；(4)(6)是简谐振动。

8-4 (1)、(3)、(4)一样，(2)不一样。

8-5 (1)、(3)相同。(2) $T_3>T_2>T_1$。(4) $T_1=T_2>\sqrt{3}$。

(5) $T_3>T_1>T_2$。(6) $T_3>T_1$，第二个不振动。

8-6 图 8-6(1)位置。

8-7 (1) $S=A\sin\left(\omega t+\frac{5}{6}\pi\right)$。

(2) $S=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{\pi}{3}\right)$；$S=A\cos\left(2\pi\nu t+\frac{\pi}{3}\right)$。

(3) $v=-A\omega\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$；$a=-A\omega^2\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$。

8-8 (1) 振幅 6 厘米，周期 $\frac{2\pi}{5}$ 秒，频率 $\frac{5}{2\pi}$ 秒$^{-1}$。

(2) 位移 $3\sqrt{2}$ 厘米，速度 $15\sqrt{2}$ 厘米/秒，加速度 $-75\sqrt{2}$ 厘米/秒^2。

(3) 位移 $-3\sqrt{2}$ 厘米，速度 $-15\sqrt{2}$ 厘米/秒，加速度 $75\sqrt{2}$ 厘米/秒^2。

8-9 周期 8.0 秒，振幅 $\frac{11}{2}\sqrt{2}$ 厘米。

8-10 (1) 12.3 厘米。 (2) 95 厘米/秒。

8-11 2.2 秒。

8-12 $v=2\pi\nu\sqrt{A^2-x^2}$。

8-13 (1) $\frac{T}{4}$。 (2) $\frac{T}{12}$。 (3) $0.21T$。

8-16 (1) $S=A\sin\frac{\pi}{6}(5t+1)$。 (2) $S=A\sin\pi(t-1)$。

8-18 (1) 否。 (2) 否。 (3) 摆角及摆锤位移在作简谐振动。

8-21 v 超前 S 为 $\frac{\pi}{2}$；a 超前 v 为 $\frac{\pi}{2}$。

8-22 (1) S_2 超前 $\frac{\pi}{6}$。(2) S_2 超前 $\frac{3}{4}\pi$。(3) S_2 超前 $\frac{7}{12}\pi$。

8-23 如 $x=A\sin(\omega t+\varphi_0')$，则 $A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$；$\varphi_0'=\tan^{-1}\frac{x_0\omega}{v_0}$。

8-24 (i) 用正弦表示式时，$x=A\sin(\omega t+\varphi_0)$，$\varphi_0=\pi$；

(2) 状态周相 $\varphi_2=2n\pi$，时刻 $t_2=\left(n+\frac{1}{2}\right)T$；

(3) 状态周相 $\varphi_3=\left(2n+\frac{1}{2}\right)\pi$，$t_3=\left(n+\frac{3}{4}\right)T$；

(4) 状态周相 $\varphi_4=\left(2n-\frac{1}{2}\right)\pi$， $t_4=\left(n+\frac{1}{4}\right)T$。

(ii) 用余弦表示式时，$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$ 时，$\varphi_0=\frac{\pi}{2}$；

(2) 状态周相 $\varphi_2=\left(2n-\frac{1}{2}\right)\pi$，时刻 $t_2=\left(n+\frac{1}{2}\right)T$；

(3) 状态周相 $\varphi_3=2n\pi$，时刻 $t_3=\left(n+\frac{3}{4}\right)T$；

(4) 状态周相 $\varphi_4=(2n+1)\pi$，时刻 $t_4=\left(n+\frac{1}{4}\right)T$。

其中$n=0, 1, 2, \cdots$。

8-25 (1) $S=A\sin(\omega t+\pi)$。 (2)$S=A\sin\omega t$。

(3) $S=A\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$。 (4) $S=A\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$。

8-26 (1) $\varphi_0=\frac{\pi}{6}$，$\varphi_a=\frac{\pi}{2}, \varphi_b=\frac{5}{6}\pi, \varphi_c=\pi, \varphi_d=-\frac{5}{6}\pi$，$\varphi_e=-\frac{\pi}{2}, \varphi_f=0; t_a=\frac{T}{6}$，$t_b=\frac{T}{3}$，$t_c=\frac{5}{12}T$，$t_d=\frac{T}{2}$，$t_e=\frac{2}{3}T$，$t_f=\frac{11}{12}T$。 (2) $\varphi_0=-\frac{\pi}{3}, \varphi_a=0, \varphi_b=\frac{\pi}{3}, \varphi_c=\frac{\pi}{2}, \varphi_d=\frac{2}{3}\pi$，$\varphi_e=\pi$，$\varphi_f=-\frac{\pi}{2}$；$t$ 同(1)。

8-27 (1) 8.5×10^3 米/秒^2。 (2) 3.8×10^3 牛。

8-28 $S=3.92\cos(5t+0.04)$厘米；$F=4.9\times10^3$ 达因。

8-29 振幅 1.0 厘米，周期 0.20 秒。

8-30 6.2 厘米。

8-31 $x=\frac{mg}{k}\left(1-\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$。

8-33 (1)、(2)、(3)周期相同，均为 $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$；平衡时弹簧的长度为(1) l_0； (2) $l_0+\frac{mg}{k}$； (3) $l_0+\frac{mg\sin\alpha}{k}$。

8-34 (1)、(2)、(3)、(5)、(6)、(7)是简谐振动，(4)不是简谐振动。周期为：(1)$\sqrt{2}T_0$；(2)、(3)、(5)、(6)、(7)为$\frac{\sqrt{2}}{2}T_0$； 其中

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$。

8-35 $x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$。 $A=\sqrt{\frac{mg}{k}\left(2h+\frac{mg}{k}\right)}$;

$\varphi_0=\tan^{-1}\sqrt{\frac{2kh}{mg}}$, $\pi<\varphi_0<\frac{3}{2}\pi$。

8-36 $T=\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$。

8-38 2.21 秒。

8-39 (1) 1.32 公斤力; 0.68 公斤力。

(2) 6.2 厘米。

8-40 (1) 3.1 厘米。

(2) 2.2 秒$^{-1}$。

8-41 悬点 O 至质心 C 连线上 $l_0=\frac{I}{Mh}$处。I 为摆绕 O 轴的转动惯量，M 为摆的质量，$h=\overline{OC}$。

8-43 快 30.30 秒。

8-44 (1) $\frac{T_0}{\sqrt{1+\frac{C_0}{mgR_0}}}$。

(2) $\frac{T_0}{\sqrt{\frac{C_0}{mgR_0}-1}}$。

其中 $T_0=2\pi\sqrt{\frac{R_0}{g}}$。

8-45 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{3g}}$。

8-46 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$。

8-47 $\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{T_2^2}{T_1^2}-1\right)$。

8-48 (1) $\frac{2\pi}{\sqrt{C\left(\frac{1}{I_1}+\frac{1}{I_2}\right)}}$。 (2) 是原来的$\sqrt{1+\frac{I_1}{I_2}}$倍。

8-49 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho gS}}$。

8-50 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho gS(\sin\alpha+\sin\beta)}}$。

8-51 $T=2\pi\sqrt{\frac{d}{2\mu g}}$。

8-52 $T=2\pi\sqrt{\frac{4m}{\pi\rho d^2 g}}$。

8-53 $T=2\pi\sqrt{\frac{ml}{4P}}$。

8-54 $a=b$ 时周期最大。

8-56 (1) 200 尔格。 (2) 200 尔格。

(3) 距平衡点 0.71 厘米。 (4) $n\pi\pm\alpha$, $\alpha=35.3°$, n 为整数。

8-57 (1) 1:1。 (2) 1:4。 (3) 1:1。

(4) 2:1。 (5) 1:2。

8-58 $\frac{1}{4}$倍。

8-59 $S=\sqrt{61}\cos(10t-5°12')$厘米。

8-60 (1) $S=\sqrt{61}\cos(10t+84.8°)$厘米。 (2) $\frac{3}{4}\pi$。

(3) $-\frac{3}{4}\pi$。

8-61 $A_2=5.0$ 厘米; $\varphi_1-\varphi_2=-82.5°$。

8-62 $\begin{cases} S_x = A\cos\alpha\cos(\omega t+\varphi_0); \\ S_y = A\cos\beta\cos(\omega t+\varphi_0); \\ S_z = A\cos\gamma\cos(\omega t+\varphi_0)。\end{cases}$

8-63 (1) 正椭圆运动，半长轴(a, b)，顺时针转动。

(2) 正椭圆运动，半长轴(a, b)，逆时针转动。

8-64 $x = A\cos\left(\omega t-\frac{5}{6}\pi\right)$，　　$y = A\cos\left(\omega t-\frac{1}{3}\pi\right)$。

8-65 (2)。

8-66 在U-W 平面内，半长轴为(0.42, 0.62)的正椭圆作逆时针转动。

8-67 椭圆运动，逆时针转动。

8-69 510 赫兹。

8-71 1.5%。

8-72 (1) 6.13。(2) 0.64 秒。(3) 2.31 秒。

8-73 $\lambda = 0.0069$。

8-74 500 厘米。

8-77 10.9 秒。

8-78 0.72 秒。

8-80 0.44 秒。

8-84 70 米/秒。

8-85 $\alpha = 1.6$ 达因·秒/厘米；$f_{max} = 100$ 达因。

8-86 (1) 8.7×10^{-5} 厘米。　　(2) 189 转/分。

8-87 0.33 秒。

8-91 (1) $x = A_x\cos\left(\sqrt{\frac{C}{m}}t+\varphi_{0x}\right)$，$y = A_y\cos\left(\sqrt{\frac{C}{m}}t+\varphi_{0y}\right)$；

A_x、A_y 是振幅，φ_{0x}、φ_{0y} 是初周相。 (2)$A_x = A_y$，并$\varphi_{0x}-\varphi_{0y} = \pm\frac{\pi}{2}$

时，作圆周运动，周期为 $2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$。　(3) $A_x=A_y$，并 $\varphi_{0x}-\varphi_{0y}=0$，$\pi$ 时作直线运动，与 x 轴交角为 $45°$，周期为 $2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$。

8-93 (1) 距最低位置 7.45 厘米。　(2) 1.33 厘米。

(3) 距最低位置 0.68 厘米。

8-94 (1) 简谐振动，周期 84 分 28 秒。(2) 7.9 公里/秒。

(3) 42 分 14 秒。

8-95 (1) $\theta=\theta_0\sin(\omega t+\varphi_0)$，$\theta_0=3.2\times10^{-3}$ 弧度，$\varphi_0=\pi$。

(2) $\theta=\theta_0\sin(\omega t+\varphi_0)$，$\theta_0=3.2\times10^{-3}$ 弧度，$\varphi_0=0$。

8-96 $\theta=\theta_0\sin(\omega t+\varphi_0)$，$\theta_0=7.07\times10^{-3}$ 弧度，$\omega=3.13$ 秒$^{-1}$，$\varphi_0=\frac{1}{4}\pi$。

8-97 $T=2\pi\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}$。

8-98 质心以速度 $\frac{1}{8}v$ 运动，同时系统作简谐振动振幅 $A=\frac{v}{16}\sqrt{\frac{2M}{k}}$，周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}$。

8-99 偏小，0.55%。

8-100 $\eta=\frac{m\pi}{sT_1T_2}\sqrt{T_2^2-T_1^2}$。

8-101 (1) $\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{6}{5}}$。

(2) 圆心与 O 轴的连线上距圆心 $\sqrt{\frac{3}{4}}R$ 处。

8-102 $2\pi\sqrt{\frac{ml}{2\gamma P_0 s}}=6.5\times10^{-2}$ 秒。

8-103 46 厘米。

第九章 机 械 波

9-2 A、B、C、D 各点依次为：（1）$\frac{1}{4}T$，$\frac{1}{2}T$，$\frac{3}{4}T$，T。（2）$-\frac{\pi}{2}$，$-\pi$，$\frac{\pi}{2}$，0。（3）0，A，0，A。（4）0，$-A\omega$，0，$A\omega$。

9-3 $v=12$ 厘米/秒；$\lambda=24$ 厘米。

9-4 （1）$v=50$ 米/秒。（2）$\frac{dS}{dt}=15.7$ 厘米/秒。

9-5 （1）振幅 a，角频率 b，周期 $\frac{2\pi}{b}$，波长 $\frac{2\pi}{c}$，频率 $\frac{b}{2\pi}$，波速 $\frac{b}{c}$。（2）振幅 20 厘米，角频率 2.5π 秒$^{-1}$，周期 0.80 秒，波长 200 厘米，频率 1.25 秒$^{-1}$，波速 250 厘米/秒。

9-6 $S=\sin 200\pi t$ 厘米。

9-7 $S_{05}=0$；$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{05}=6.28$ 厘米/秒。

9-8 $S=10\sin\left[7\pi\left(t-\frac{x}{84}\right)+\frac{5}{6}\pi\right]$。

9-9 否。

9-10 （1）设 $S=A\sin\left(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi_0\right)$，$\varphi_{00}=\pi$，$\varphi_{01}=\frac{\pi}{2}$，$\varphi_{02}=0$，$\varphi_{03}=-\frac{\pi}{2}$，$\varphi_{04}=-\pi$。（2）设 $S=A\sin\left(\omega t+\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi_0\right)$。$\varphi_{00}=0$，$\varphi_{01}=\frac{\pi}{2}$，$\varphi_{02}=\pi$，$\varphi_{03}=-\frac{\pi}{2}$，$\varphi_{04}=0$。

9-12 $\frac{P_1}{P_2}=16$。

9-14 （1）3.0×10^{-4} 尔格/厘米^3，6.0×10^{-4} 尔格/厘米^3。

(2) 4.6 尔格。

9-17 入射角为 60°。

9-18 (1)$u=\frac{\lambda_2 v_1-\lambda_1 v_2}{\lambda_2-\lambda_1}$。 (2) $D=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}$。

9-20 距 A 点 15 米。

9-21 (1) 0。(2) $S_P=10\sin[200\pi(t-1.80)+\varphi_0]$,$\varphi_0$ 是 A、B 的初周相, 即 $S_A=S_B=5\sin(\omega t+\varphi_0)$。 (3) $S_P=5\sqrt{2}\sin\left[200\pi(t-1.80)+\varphi_0\pm\frac{\pi}{4}\right]$, φ_0 是 B 的初周相, 即 $S_A=5\sin\left(\omega t+\varphi_0\pm\frac{\pi}{2}\right)$, $S_B=5\sin(\omega t+\varphi_0)$。

9-22

I	a	b	c	d	e	f	g	h	(单位 I_0)
(1)	0	2	4	2	0	2	4	2	
(2)	4	2	0	2	4	2	0	2	
(3)	4	2	0	2					

9-23 $v=3.0\times10^2$ 米/秒; $\lambda=1.30$ 米。

9-25 (1) $y=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\omega t$, $x=\frac{(2k+1)\lambda}{4}$波节, $x=\frac{k}{2}\lambda$ 波腹, $k=0, 1, 2, \cdots$。 (2) $y=2A\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$, $x=\frac{(2k+1)}{4}\lambda$ 波腹, $x=\frac{k}{2}\lambda$ 波节, $k=0, 1, 2, \cdots$。

9-26 $S=A\cos\omega t$。

9-27 1.8 公里/秒; 向锦州方向错动。

9-28 680 赫兹。

9-29 $\nu_0=468$ 赫兹; $u=66.4$ 公里/小时。

9-31 偏大，0.33%。

9-32 双原子分子气体 $v_{声}:v_{气}=1:1.349$；

单原子分子气体 $v_{声}:v_{气}=1:1.236$。

9-33 $\alpha=0.0017°C^{-1}$。

9-34 31.4 秒。

9-35 4.8×10^{-10} 米^2/牛。

9-36 声速 1400 米/秒，泛音频率 $\nu=n\nu_0$、$n=1, 2, 3\cdots\cdots$。

9-37 3.43×10^3 米/秒。

9-38 1.07 公里。

9-39 (1) 41.3 克/(厘米^2·秒)。 (2) 1.45×10^5 克/(厘米^2·秒)。 (3) 3.95×10^6 克/(厘米^2·秒)。 (4) 2.86×10^3 克/(厘米^2·秒)。

9-40 (2) 7×10^{-10} 厘米。 (3) 5×10^{-6} 厘米/秒。(4) 4×10^{-3} 厘米。

9-42 27.76°C。

9-43 (1)$P_1/P_2=1.74\times10^{-2}$。 (2)$I_1/I_2=3.3\times10^3$。

9-44 (1) 增加为两倍。 (2) 10000 把。

9-45 4.6×10^{-2} 毫瓦。

9-46 1.26 瓦。

9-47 8×10^{-4} 尔格/(厘米^2·秒)。

9-48 (1) 9.0 秒。 (2) 58 秒。 (3) 0.46 秒。

9-49 $k\times100$ 赫兹，$k=1, 2, 3, \cdots$。

9-50 $(2k+1)\times50$ 赫兹，$k=0, 1, 2, 3, \cdots$。

9-52 30 厘米。

9-53 $T_1:T_2=\sqrt{2}:1$。

9-54 减少 6.4 赫兹。

9-55 2%。

9-56 20°C。

9-57 398 赫兹。

9-58 3 赫兹。

9-59 (1) 缩短 1/8 秒。 (2) 延长 1/8 秒。

9-60 2040 赫兹。

9-61 70.6 公里/小时。

9-62 子弹速度为空气中声速的两倍。

第十章 固体的弹性

10-1 2.1×10^{12} 达因/厘米^2。

10-2 应力 10 公斤力/毫米^2;$\Delta L=0.50$ 毫米;$\frac{\Delta L}{L}=5\times10^{-4}$。

10-3 2.9×10^{-3} 厘米。

10-4 (1) 75 厘米。 (2) $T_A=0.9$ 公斤力,$T_B=3.6$ 公斤力。

10-5 $\frac{1}{\sqrt{3}}$倍。

10-6 (1) 增加 0.00035 秒。 (2) 增加 0.0080 秒。

10-7 2.45×10^3 公斤力/厘米^2。

10-8 8.2×10^2 公斤力/厘米^2。

10-9 (1) 6.67×10^3公斤力/厘米^2。(2) 纵向应变3.3×10^{-3},横向应变 0.91×10^{-3}。 (3) 减少 0.33 厘米。 (4) 减少 0.15%。

10-10 (1) 减小 0.06%。(2) 减小 0.07%。

10-11 (1) 伸长$\frac{1}{2}\ \frac{\rho g l^2}{E}$。 (2) 增加$\frac{1-2\sigma}{E}lp$。

10-12 2.0×10^3 公斤力。

10-14 (1) $F=\frac{1}{2}\frac{M\omega^2}{L}(L^2-x^2)$，$x$ 是离轴的距离。

(2) $\Delta L=\frac{M\omega^2L^2}{3ES}$。

10-15 (1) 应力均为 F/S。

(2) 长度减少 $\frac{1}{2}\frac{LF}{ES}$；距 A 端为 x 处的截面上之应力为$\frac{F}{S}\left(1-\frac{x}{L}\right)$。

10-16 零。

10-17 切向力 $f_t=\frac{Mr^2\beta}{4\pi R^2}$；法向力$f_n=\frac{M\beta^2t^2}{3\pi R^2r}(R^3-r^3)$，指向盘心，$t$ 是开始转动后的时间。

10-18 (1) 1.0×10^3 公斤力/厘米^2。(2) 压应力2.1×10^2公斤力/厘米^2。

10-22 1.35 秒。

10-23 两端各加一力矩 5.8 公斤力·米。

10-24 $\frac{l^3}{S(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}\left(\frac{P_2}{\lambda_2}-\frac{P_1}{\lambda_1}\right)$。

10-26 $2\left(\pi+\frac{2a}{b}\right)\sqrt{\frac{am}{ES}}$秒。

10-27 (1) h 很小，抬高后钢丝不弯曲时作简谐振动。 (2) 0.079 秒。

10-28 (1) 8.4×10^{11} 达因/厘米^2。 (2) 2.3×10^6 尔格，$<Ph$。有损耗。

10-29 (1) $E_{p_1}=6.4$ 焦耳。 (2) $E_{p_2}=6.7$ 焦耳。

第十一章 流体力学

11-1 变大了 100 克。

11-4 (1) 上下压力差为 Δmg, Δm 为小液块的质量。 (2) 不同。$\Delta P=\Delta m(g+a)$。

11-5 45 吨/米^2。

11-6 (1) 1.29 米。 (2) 1.33 米。

11-7 空心。

11-8 4.34 吨。

11-9 $r_{\text{铅}}>r_{\text{水}}>r_{\text{木}}$。

11-10 使用氢时，飞艇体积 $V_1=8.33\times10^3$ 立方米；使用氦时，飞艇体积 $V_2=8.99\times10^3$ 立方米。

11-14 取桶的对称轴为 y 轴，方向向上，离 y 轴的距离为 r，水面最低点为原点。则水面的方程为

$$y=\frac{\omega^2}{2g}r^2。$$

11-15 (1) 680 克。 (2) $P=P_0+7840$ 达因/厘米^2，其中 P_0 是大气压强。

11-16 (1) 42.7%。 (2) $0.46l$。

11-17 5.92 厘米。

11-18 (1) $W=1.17$ 公斤。 (2) 2.83 公斤，向下。

11-19 作用于壁的力为 $F_1=2\times1.53\times10^6+2\times9.18\times10^5=4.896\times10^6\approx4.9\times10^6$ 牛；

作用于池底的力为 $F_2=3.68\times10^7$ 牛。

11-20 (1) 2.09×10^5 牛·米，方向顺时针向。 (2) 1.05×10^5 牛·米，方向反时针向。

11-21 (1) 2.04×10^7 牛·米。 (2) 9.70×10^8 牛·米。

(3) 水的转矩不变，仍为 $L_{水}=2.04\times10^{7}$ 牛·米；坝身的转矩为 $L_{坝}=3.44\times10^{9}$ 牛·米。

11-22 (1) $\sqrt{2}\,mg$ 达因·厘米。 (2) 2 厘米。

11-23 (1) A, B 两点有压力差，这就是 AB 段的动力。 (2) 不能。 (3) 不能。 (4) 约为 10 米。

11-26 从球的坐标系来看，下落时空气流线是向上的平行线。球的自转在空气中形成环流，这就使球一侧流线变密，另一侧变疏。流线密的一边，速度大，压力小。所以球向压力小的一边飘过来，这就拐了弯。

11-27 (1) 应当是 $h_1=h_2=h_4>h_3$，但实际情况为 $h_1>h_2>h_4$，这是存在粘滞的缘故。 (2) $h_0=h_1=h_2=h_3=h_4$。

11-28 (1) $P_B=1.01\times10^{6}$ 达因/厘米^2 $=1.01\times10^{5}$ 帕；$P_A=0.99\times10^{6}$ 达因/厘米^2 $=0.99\times10^{5}$ 帕；$P_C=1.03\times10^{6}$ 达因/厘米^2 $=1.03\times10^{5}$ 帕。(2) C 管水向下流，形成虹吸；A 管流入湖中；B 不动，但一有扰动，水就流回湖中。 (3) $P_f=P_a>P_e>P_b=P_d>P_c$。

11-29 $S_B\sqrt{2gh}$。

11-31 从孔处计，水平射程为 6.58 米。

11-32 3.9×10 米/秒。

11-33 (1) $x\approx14$ 米。 (2) 14 牛。 (3) 24 牛。

11-34 2.97×10^{5} 帕～3个大气压。

11-36 (1) $P_B=1.7\times10^{5}$ 帕。 (2) 3.3 升/秒。

11-37 A 最大，B 最小。

11-38 $P_B=P_A+\rho gh-\dfrac{3}{2}\rho v_A^2$。

11-40 40 厘米/秒。

11-41 $P_A-P_B=1.4\times10^{4}$ 帕。

11-42 此处水压 $P=2.94\times10^{5}$ 帕；打开龙头时，此处水流速

度 $v \approx 20$ 米/秒。

11-44 (1) 设 h_C 是 C 点与液面距离；h_{AB} 是 A,B 点深度差；h_{BC} 是 B,C 点深度差；S_A，S_B 分别是 A,B 处容器面积；ρ 为液体密度。则：

$$当\ h_{AB}=h_C\left(1-\frac{S_B^2}{S_A^2}\right)时，P_A=P_B;$$

$$当\ h_{AB}>h_C\left(1-\frac{S_B^2}{S_A^2}\right)时，P_A<P_B;$$

$$当\ h_{AB}<h_C\left(1-\frac{S_B^2}{S_A^2}\right)时，P_A>P_B。$$

(2) $P_B=P_C-\rho g h_{BC}$。

11-45 $S_1S_2\sqrt{\dfrac{2gh}{S_1^2-S_2^2}}$。

11-46 该处压强比大气压低 14.5 达因/厘米^2 $=1.45$ 帕。

11-47 (1) $v_a=83.3$ 厘米/秒； $v_b=333$ 厘米/秒。 (2) $h=4.2$ 厘米。

11-50 107 公斤/时。

11-51 $P\approx 2.5$ 千瓦。

11-52 $S_1\approx 4.4$ 厘米^2。

11-53 (1) 与 A 处液面平。 (2) 与 B 下端口平。 (3) 比 B 下口稍高。 (4) 比 B 下口稍高。

11-56 (1) 因为管的下口压力为 $P_A>$ 大气压，将水往上压。(2) $v=8.3$ 米/秒。 (3) $v=32$ 公里/时。

11-57 46 厘米。

11-58 设水面高度为 h，h 随时间变化。

(1) 水面降低的速率 $v=\dfrac{S_1}{S}\sqrt{2gh}$；$\dfrac{dv}{dt}=-g\left(\dfrac{S_1}{S}\right)^2$，

所以水面匀减速地向下移动。(2) $t=227$ 秒。(3) $t_1=66.42$ 秒。

11-59 （1）442.7 厘米/秒。 （2）442.7 克。

（3）1.96×10^5 克·厘米/秒。 （4）1.11×10 牛。

11-61 （3）开在$\frac{1}{2}$水深处。

11-63 （1）$v=242$ 厘米/秒。 （2）$v=242$ 厘米/秒。(3) $v=257$ 厘米/秒。

11-64 （1)、(2)相同； （3）水流加快。

11-65 （1）$v=443$ 厘米/秒。 （2）3.92×10^6 达因·厘米。

11-68 $v=\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left(n^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}-1\right)}$，

式中 P_0 为大气压，ρ_0 为大气密度。

11-70 （1） $P=P_0-\frac{1}{2}\rho gh$,式中 P_0 为大气压，ρ 为水的密度。 （2）$v=\sqrt{gh}$。

11-71 $P=1.03\times10^5$ 帕。

11-72 $t=0.75$ 秒。

11-73 （1）AB 受粘滞力 F_{AB}，方向向后(即向左)；CD 受粘滞力 F_{CD}，方向向前(即向右)。 （2）AC 受压力 P_{AC}，方向向前；

BD 受压力 P_{BD}，方向向后；在稳定流动下，$F_{AB}-F_{CD}=P_{AC}-P_{BD}$。

11-75 （2）流量 $Q=\frac{2}{3}\frac{\rho gLa^3}{\eta}$。

11-76 管心流速 $v=7.0$ 厘米/秒。

11-77 不会向下落。

11-78 水滴半径 $r=0.03$ 厘米。

11-79 $\frac{\text{钢球半径}}{\text{玻球半径}}=0.86$。

11-80 在液体中收尾速度 $v_1=-0.33$ 厘米/秒；在水中收尾速度 $v_2=-54.4$ 厘米/秒。负号表示上升。

11-81 $v_1\approx0.77$ 厘米/秒。　　$v=1.88\approx1.9$ 厘米/秒。

11-82 (1) $v_1\approx-2\times10^{-5}$ 厘米/秒，负号表示上升。(2) $v_2\approx4\times10^{-2}$ 厘米/秒。

11-83 平均功率 $\bar{P}=1023$ 尔格/秒。

第十二章　狭义相对论的基本概念

12-3 (1) 50 年。

12-4 (1) 10^4 年。

12-5 (1) $v_{AB}=v_A+v_B$ 。　(2) $v=1.4c$。　(3) 不违反。狭义相对论只是说，在任一惯性系中，光速不变，但在这个惯性系中，任意两物之间的相对速度仍然符合伽里略变换，狭义相对论对这点并无限制。但若以此两物之一为参考系，此时另一物的速度就要用相对论的速度合成公式求得，而不能用伽里略的速度合成公式。(4) $v'_B=-0.95c$。

12-8 $$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\quad y=y',\quad z=z',\qquad t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}。$$

12-9 $$v_x=\frac{v'_x+v}{1+v'_x\frac{v}{c^2}},\quad v_y=\frac{v'_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+v'_x\frac{v}{c^2}},\quad v_z=\frac{v'_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+v'_x\frac{v}{c^2}}。$$

12-10 (1) 160 公里/秒。　(2) 40 公里/秒。(3) $v_{\text{前}}=156.86$ 公里/秒；$v_{\text{后}}=40.82$ 公里/秒。

12-11 这长杆以匀速 v 后退作螺旋转动，转速为原来的

$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$倍。

12-13 (1) $0.87l$。 (2) $1.15\Delta t$。

12-14 $v=0.9998\,c$。

12-15 年龄差 $\Delta\tau_{赤极}=1.8843\times10^5$秒$=2.1809$ 日$=5.9750\times10^{-3}$年。

12-16 年龄差 $\Delta\tau_{日地}=7.75\times10^8$ 秒$=8979$ 日$=24.6$ 年。

12-17 年龄差 $\Delta\tau_{月地}=9.12\times10^5$ 秒$=10.55$ 日$=2.89\times10^{-2}$年。

12-19 正确，符合相对论变换。

12-20 (2) 事件的次序可能会反过来。

12-21 站在路边上看，A 先开枪，过了 12.5 纳秒之后，B 才开枪。

12-22 (1) 都对。 (2) 甲，乙车都变短了，哪个速度大，哪个就变得更短。 (3) 得出与这个车上的人一致的结论。

12-23 有可能横着拿进门来。

12-24 达不到，因小孩的横截面可以考虑成圆形，只有一个方向的变薄是挤不进来的。

12-25 (1) 地球上 10 年相应于航行者 8 年。所以在旅行过程，飞船内的钟发出 $t=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 共九个脉冲。

(2)

地球上的钟发出脉冲时的读数	航行飞船上收到脉冲的读数	地球上的钟发出脉冲时的读数	航行飞船上收到脉冲的读数
0	0	6	6.0
1	2	7	6.5
2	4 换向点	8	7.0
3	4.5	9	7.5
4	5.0	10	8.0
5	5.5		

(3)

飞船发射读数	地球上收到时的读数
0	0
1	2
2	4
3	6
4 换向点	8
5	8.5
6	9
7	9.5
8	10

12-26 (1) 双方都确认：火箭是在隧道外面发射的。司机

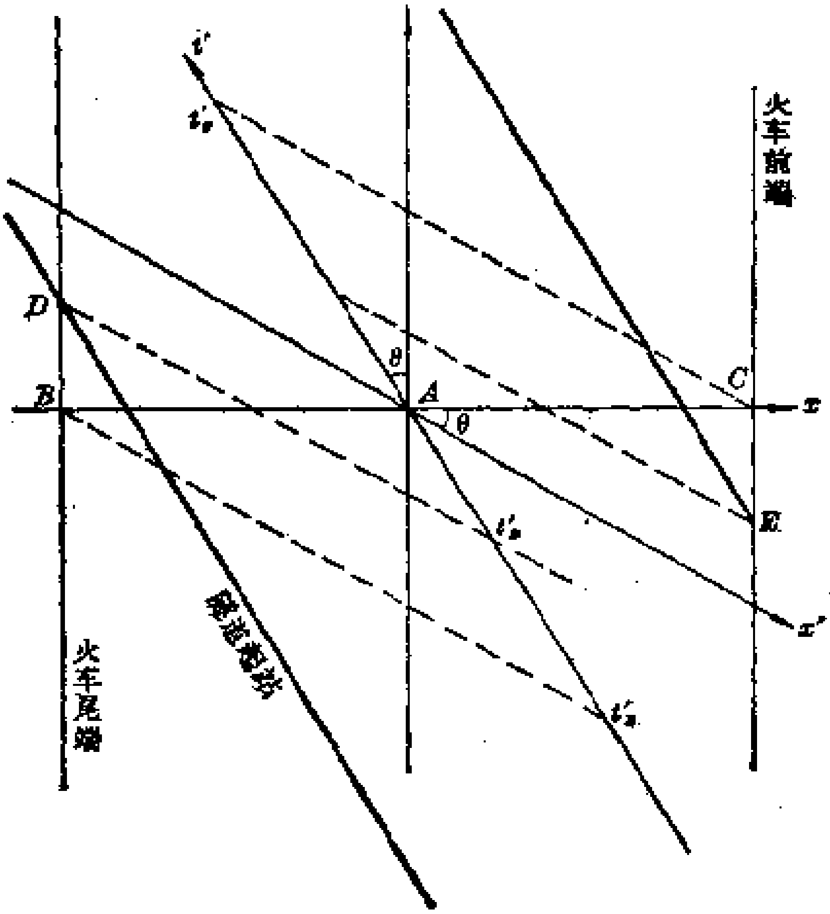


图 12-26 (1)

火车参照系(x, t)；隧道参照系(x', t')

$\tan\theta = -\frac{3}{5}$，$A$：中点相遇，$B$：火箭爆发，

C：火箭爆发，D：尾端进入，E：前端出来。

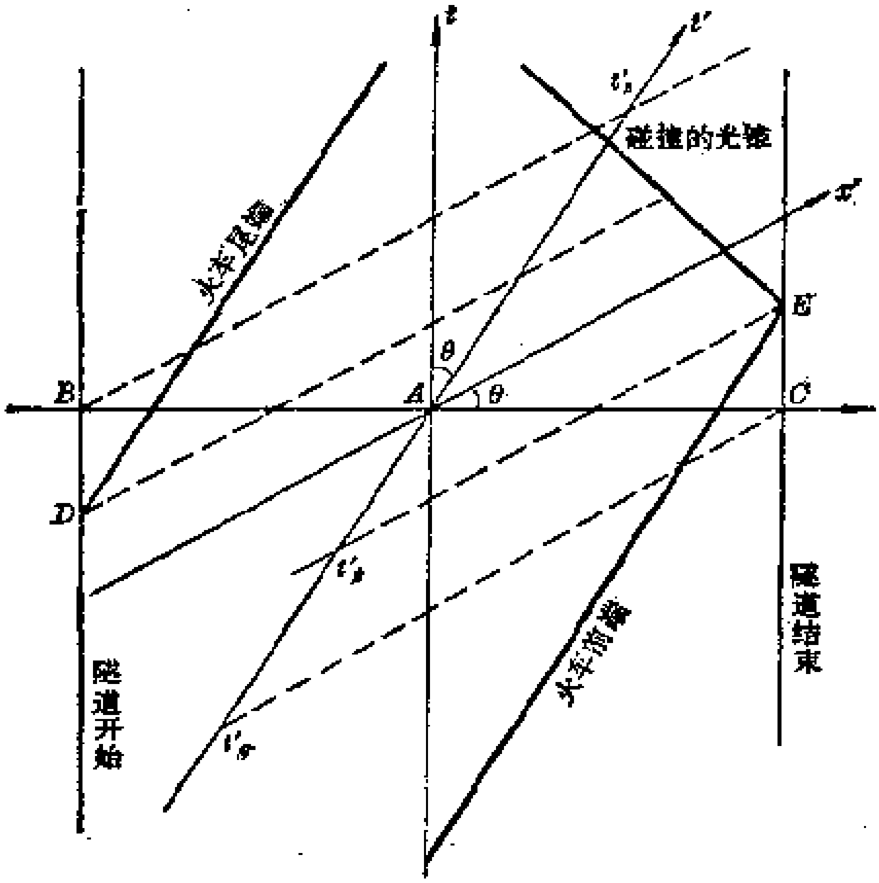


图 12-26 (2)

隧道参照系(x, t)；火车参照系(x', t')

$\tan\theta=\frac{3}{5}$，A：中点相遇，B：门关上，

C：门关上，D：尾端进入，E：前端撞上。

(x, t)认为，事件的顺序是E，(A, B, C)，D，两支火箭都是在比它们距离短的隧道之外同时爆发的。隧道看守人(x', t')认为，事件的顺序是B, D, A, E, C，所以，一个火箭爆发得太早，而另一个则爆发得太迟，虽然火车比隧道短，可火箭都是在外面爆发的。 (2)隧道看守(x, t)人认为，事件的顺序是D，(A, B, C)，E，所以火车后端是在两门关上之前进入隧道的，而火车前端则是在两门同时关上之后试图冲出去的，这与同时关门和火车变短是一致的。司机(x', t')认为，事件的顺序是C, E, A, D, B，所以，前方铁门关得太早，就发生了碰撞，而尚不知撞车事件的火车后端继续行驶，使得它在关得太迟的后方铁门落下之前进入隧道。

12-27 （1）周日光行差常数 $k_日=0.319''\approx0.32''$。 （2）周年光行差常数 $k_年=20.47''$。 （3）64。

12-28 （2）所有的星都可看见。

12-30 （1）5.81×10^{-13} 焦耳。 （2）$E_{k(牛)}=4.02\times10^{-14}$ 焦耳，$E_{k(相)}=4.99\times10^{-13}$ 焦耳；所以

$$\frac{E_{k(牛)}}{E_{k(相)}}=0.08。$$

12-31 （1）1.64×10^{8} 米/秒。 （2）2.82×10^{8} 米/秒。

12-32 （1）$v_1=3.0\times10^{7}$ 米/秒时，$m_1=10.05$ 克；$v_2=2.7\times10^{8}$ 米/秒时，$m_2=22.94$ 克。 （2）$E_{k_1(牛)}=4.5\times10^{19}$ 尔格，$E_{k_2(牛)}=3.65\times10^{21}$ 尔格；$E_{k_1(相)}=4.5\times10^{19}$ 尔格，$E_{k_2(相)}=1.16\times10^{22}$ 尔格；所以 $\frac{E_{k_1(牛)}}{E_{k_1(相)}}=1$；$\frac{E_{k_2(牛)}}{E_{k_2(相)}}=0.3$。 （3）则无相对论效应。

12-33 少算了 $\Delta E_k\approx2.7\times10^{4}$ 焦耳；可用来将飞船升高 0.34 米。

12-34 $P=7.47\times10^{-18}$ 公斤·米/秒；$E=2.54\times10^{-10}$ 焦耳；$m_0=1.34\times10^{-26}$ 公斤≈8 个质量数。

12-35 3.07×10^{6} 吨。

12-36 （1）2.5×10^{7} 度电。 （2）2.25×10^{-6} 公斤。

12-37 放出能量 $E=7.47\times10^{13}$ 焦耳；水的质量 $m=1.78\times10^{6}$ 吨。

12-38 4.258×10^{-12} 焦耳 $=2.65\times10^{7}$ 电子伏特。

12-39 （1）$E_k=4.8\times10^{-16}$ 焦耳。 （2）$v=3\times10^{7}$ 米/秒。 （3）误差 $\frac{E_相-E_牛}{E_相}\approx15\%$，所以不是好的近似。

12-40 （1）$F_0=1\times10^{-9}$ 牛。 （2）$t=2$ 纳秒。

12-41 $v_{max}=\frac{4}{5}c$。

12-42 (1) 光子动量 $p=\frac{3}{4}m_0c$；光子能量 $E=\frac{3}{4}m_0c^2$。

(2) $\begin{cases} h\nu+m_0c^2=h\nu'+mc^2, & \text{能量守恒;} \\ \frac{h\nu}{c}=\frac{h\nu'}{c}+mv, & \text{动量守恒。} \end{cases}$

参 考 书

1. 上海交通大学等十校物理教研组合编，《普通物理习题集》，1963。

2. 萨本栋，《普通物理学》，1951。

3. С. Э. 福里斯，А. В. 季莫列娃，《普通物理学》(梁宝洪译)，第一卷，1954。

4. F. W. Sears，《物理学》(王子昌译)，第一册，1951。

5. 严济慈，《普通物理学》(上)，1949。

6. Д. И. 沙哈洛夫，И. С. 科斯明科夫，《物理学习题汇编》(浙江大学物理教研组译)，1957。

7. С. П. 斯特列可夫，И. А. 爱立琴，И. А. 雅可列可夫，《普通物理习题汇集》(冯缵刚等译)，第一卷，1956。

8. Н. А. 勃拉日尼钦科等，《理论力学习题集》(肖尚彬等译)，1965。

9. Н. Н. 蒲赫哥尔茨等，《理论力学习题集》(北京航空学院理论力学教研室译)，1953。

10. R. P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*' 1964。

11. J. H. Jeans, *An Elementary Treatise on Theoretical Mechanics*, 1906。

12. Б. А. 伏龙佐夫——维廉米诺夫，《天文学习题和练习汇编》(胡抱刚等译)，1956。