

中国科学院数学与系统科学研究院 2005 年数学分析真题解析

1.(15 分) 计算: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+3x^4} - \sqrt{1-2x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x}}.$

【解答】

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+3x^4} - \sqrt{1-2x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{3}{5}x^4 - (1-x) + o(x)}{1 + \frac{1}{3}x - (1 + \frac{1}{2}x) + o(x)} = -6$$

2.(15 分) 设 $a, b > 0, a \neq b$, 证明 $\frac{2}{a+b} < \frac{\ln a - \ln b}{a-b} < \frac{1}{\sqrt{ab}}.$