解：由题意可知：$\beta=60°$，则有

$I=I_0\left[\cos^2\beta-\sin 2a\bullet\sin 2(\alpha-\beta)\bullet\sin^2 2\varphi\right]$

$=I_0\sin^2 2\theta\bullet\sin^2 2\varphi$

当$\frac{\varphi}{2}=m\pi$，即$\varphi=2m\pi$时，$I=0$，又因为：

$\frac{2\pi}{\lambda}[n_o-n_e]d=2m\pi$，也就是：

$\lambda=\frac{|n_o-n_e|}{m}d=|1.6584-1.4864|\times0.04\times10^{-3}\times\frac{1}{m}=\frac{6880}{m}nm$

所以，当光波λ满足$\lambda_m=\frac{6880}{m}\times10^{-9}(m)$时，能通过该装置，在可见光范围内，$\lambda_m$满足：

$380nm\le\lambda_m\le760nm$，即：$380nm\le\frac{6880}{m}\le760nm$

解得：$9\le m\le18$，

综合以上分析可知：在可见光范围内能通过该装置的光波长分别为：

$\lambda_9=764.4nm,\lambda_{10}=688.0nm,\lambda_{11}=625.5nm,\lambda_{15}=458.7nm,\lambda_{16}=430.0nm,\lambda_{17}=404.7nm$

4-23. 在两个偏振面正交放置的偏振器之间，平行放置一块厚度为0.856mm的石膏片，当$\lambda_1=0.591$μm时，视场全暗，然后改变光的波长，当$\lambda_2=0.552$μm时，视场又一次全暗，假设快、慢轴方向的折射率差在这个波段范围内与波长无关，试求这个折射率差。

解：两个偏振器的偏振面正交，通过该系统的光强： $I\propto\sin^2\frac{\varphi}{2}$

设快慢轴的折射率差为Δn，则当$\varphi=\frac{2\pi\Delta nd}{\lambda}=2m\pi$时，$I=0$，视场全暗。

由题意：
$$\left.\begin{aligned}\frac{\pi\Delta nd}{\lambda_1}&=m\pi\\ \frac{\pi\Delta nd}{\lambda_2}&=(m+1)\pi\end{aligned}\right\}\Longrightarrow \Delta n=\frac{1}{(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1})d}\approx0.0098$$

5-1. 一 KDP 晶体，l=3cm，d=1cm。在波长λ=0.5μm时，n_o=1.51，n_e=1.47，γ_{63}=10.5$\times10^{-12}$m・V^{-1}。试比较该晶体分别纵向和横向运用、相位延迟为$\varphi=\pi/2$时，外加电压的大小。

解：l=3cm, d=1cm, λ=0.5μm, $n_0=1.51, n_e=1.47$

$\gamma_{63}=10.5\times10^{-12}m\bullet v^{-1},\varphi=\frac{\pi}{2}$

纵向运用时，因为：$\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma_{63}u$

所以，$u=\frac{\varphi\lambda}{2\pi n_o^3\gamma_{63}}=\frac{\frac{\pi}{2}\times0.5\times10^{-6}}{2\pi\times1.53\times10.5\times10^{-12}}=3.46\times10^3V$

横向运用时，$\varphi=\frac{\pi}{\lambda}\frac{l}{d}n_o^3\gamma_{63}u$

所以，$u=\frac{\varphi\lambda d}{\pi ln_o^3\gamma_{63}}=\frac{\pi}{2}\times\frac{0.5\times10^{-6}\times1\times10^{-2}}{\pi\times3\times10^{-2}\times1.51^3\times10.5\times10^{-12}}=2.3\times10^3V$

5-2. 一 CdTe 电光晶体，外加电场垂直于（110）面，尺寸为40×5×5mm^3，对于光波长$\lambda=10.6$μm，它的折射率n_o=2.67，电光系数$\gamma_{41}=6.8\times10^{-12}$m/V。为保证相位延迟$\varphi=0.06rad$，外加电场为多大？

解：外加电场垂直于（110）面时，三个感应主折射率分别为：

$$\begin{cases}n_{x'}=n_o+\frac{1}{2}n_o^3\gamma_{41}E_z\\ n_{y'}=n_o-\frac{1}{2}n_o^3\gamma_{41}E_z\\ n_{z'}=n_o\end{cases}$$

http://shop59350285.taobao.com

电光延迟为：

$$\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma_{41}U\frac{l}{d}=\frac{2\pi}{10.6\times10^{-6}}\times2.67^3\times6.8\times10^{-12}\times\frac{40}{5}U=6.14\times10^{-4}U$$

∴当相位延迟为$0.06rad$时， $0.06=6.14\times10^{-4}U$

∴外加电场的大小为：U=97.7 V

5-7. 在声光介质中，激励超声波的频率为500MHz，声速为3×10^{5}cm/s，求波长为0.55μm的光波由该声光介质产生布拉格衍射时的入射角为多少？

解：激励超声波产生声驻波，声波波长为：$\lambda_s=\frac{v_s}{f}=\frac{3\times10^3}{500\times10^6}=6\times10^{-6}m$

∴ 布拉格衍射时的入射角：$\theta_B=\arcsin\frac{\lambda}{2\lambda_s}=2.627°$

5-10. 一个长10cm的磷冕玻璃放在磁感应强度为0.1特斯拉的磁场内，一束线偏振光通过时，偏振面转过多少度？若要使偏振面转过45°，外加磁场需要多大？为了减小法拉第工作物质的尺寸或者磁场强度，可以采取什么措施？

解：因为：$\theta = VBL = 4.86\times0.1\times0.1 = 0.0486(rad) = 2.78^0$

所以，偏振面旋转2.78^0。

欲使偏振面旋转45^0，则外加磁场为：

$$B = \frac{\theta}{VL} = \frac{45^0\times\frac{\pi}{180}}{4.86\times0.1} = 1.621(\mathrm{T})$$

为减小法拉第工作物质的尺寸，可增加磁场的B值，或换为一种维得尔常数较大的工作物质；为减小磁场强度，可增大工作物质的尺寸，或换成一种维得尔常数较大的物质。

第六章

缺 6-4，6-5.

6-1. 有一均匀介质，其吸收系数$K = 0.4\,\mathrm{cm}^{-1}$，求出射光强为入射光强的 0.1、0.3、0.8 时的介质厚度。

解：经介质吸收后的光强为：$I = I_0 e^{-Kl}$

$\therefore$ 当$I/I_0 = 0.1$时， $l = -\frac{1}{K}\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{1}{0.4}\ln 0.1 = 5.76\,\mathrm{cm}$

当$I/I_0 = 0.3$时， $l = -\frac{1}{K}\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{1}{0.4}\ln 0.3 = 3\,\mathrm{cm}$

当$I/I_0 = 0.8$时， $l = -\frac{1}{K}\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{1}{0.4}\ln 0.8 = 0.558\,\mathrm{cm}$

6-2. 一长为 4.3m 的玻璃管，内盛标准状态下的某种气体。若其吸收系数为 $0.22\mathrm{m}^{-1}$，求激光透过此玻璃后的相对强度。

解：标准状态下的气体为均匀介质，经其吸收后的相对光强为：

$$\frac{I}{I_0} = e^{-Kl} = e^{-0.22\times4.3} = 38.83\%$$

6-3. 一个$60°$的棱镜由某种玻璃制成，其色散特性可用科希公式中的常数 $A = 1.416$，$B = 1.72\times10^{-10}\ \mathrm{cm}^2$表示，棱镜的放置使它对 $0.6\,\mu\mathrm{m}$波长的光产生最小偏向角，这个棱镜的角色散率（$\mathrm{rad}/\mu\mathrm{m}$）为多大？

解：科希公式为 $n = A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4}$，在考虑波长范围不大时，可以用前两项表示，即 $n = A+\frac{B}{\lambda^2}$，由此解得 $n = 1.416+\frac{1.72\times10^{-14}}{0.36\times10^{-12}} = 1.464$。对公式两端微分可得：

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3} \qquad (1)$$

棱镜顶角α，最小偏向角δ_m和棱镜材料的折射率 n 之间存在如下关系：

$$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\delta_m)}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

可以解得最小偏向角$\delta_m = 34.1086°$，对公式两端微分可得：

$$\frac{d\delta_m}{dn} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\delta_m)} \qquad (2)$$

联立（1）（2）方程，可得角色散率：

$$\frac{d\delta_m}{d\lambda} = -\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\delta_m)}\cdot\frac{2B}{\lambda^3} = -\frac{2\times\sin30°}{\cos\frac{60°+34.1086°}{2}}\times\frac{2\times1.72\times10^{-14}}{(0.6\times10^{-6})^3}$$

$$= -0.2338\times10^6\ \mathrm{rad/m} = -0.2338\ \mathrm{rad}/\mu\mathrm{m}$$

6-6. 若某种介质的散射系数等于吸收系数的 1/2，光通过一定厚度的这种介质，只透过 20%的光强，现若不考虑散射，其透射光强可增加多少？

解：设吸收系数为K，散射系数为h，由题意：$K = 2h$，则通过介质后的透射光强为：

$$I = I_0\exp[-(K+h)l] = I_0\exp(-3hl) = 0.2I_0$$

$\therefore Kl = 2hl = 1.073$

若不考虑散射，透射光强为：

$$I' = I_0\exp(-Kl) = I_0\exp(-1.073) = 0.342I_0$$

则透射光强增加：$\Delta I = I'-I = 0.142I_0$

6-7.. 一长为 35 cm 的玻璃管，由于管内细微烟粒的散射作用，使透过光强只为入射光强的65%。待烟粒沉淀后，透过光强增为入射光强的 88%。试求该管对光的散射系数和吸收系数（假设烟粒对光只有散射而无吸收）。

解：由公式$\frac{I}{I_0} = e^{-(K+h)l}$，得方程组$\begin{cases} e^{-(K+h)\times0.35} = 0.65 \\ e^{-K\times0.35} = 0.88 \end{cases}$，解得吸收系数 $K = 0.36524\ \mathrm{m}^{-1}$，散射系数 $h = 0.86557\ \mathrm{m}^{-1}$。

6-8.太阳光束由小孔射入暗室，室内的人沿着与光束垂直及成$45°$的方向观察此光束时，见到由于瑞利散射所形成的光强之比等于多少？

解：由瑞利散射公式 $I=CI_0\frac{1}{\lambda^4}(1+\cos^2\theta)$，得 $\frac{I_{90^\circ}}{I_{45^\circ}}=\frac{1+\cos^2 90^\circ}{1+\cos^2 45^\circ}=\frac{2}{3}$

6-9. 一束光通过液体，用尼科尔检偏器正对这束光进行观察。当偏振轴竖直时，光强达到最大值；当偏振轴水平时，光强为零。再从侧面观察散射光，当偏振轴为竖直和水平两个位置时，光强之比为 20:1，计算散射光的退偏程度。

解：正对光束进行观察，偏振轴竖直时，光强达到最大值；当偏振轴水平时，光强为零，因此该光为线偏振光，偏振度为 1。

从侧面观察散射光时，当偏振轴为竖直和水平两个位置时，光强之比为 20:1，不妨设 $I_y=20I$，$I_x=I$，则散射光的偏振度为：

$$P=\left|\frac{I_y-I_x}{I_y+I_x}\right|=\frac{20I-I}{20I+I}=0.905$$

∴退偏度为：$\Delta=1-P=1-0.905=9.5\%$

6-10.苯的喇曼散射中较强的谱线与入射光的波数差为 607，992，1178，1568，3047，3062 cm^{-1}。今以氩离子激光 $\lambda=0.488$ μm 为入射光，计算各斯托克斯及反斯托克斯线的波长。

解：由题意，各斯托克斯光波长与入射波长的关系为：

$$\frac{1}{\lambda_1}=\frac{1}{\lambda}-0.0607 \qquad \frac{1}{\lambda_2}=\frac{1}{\lambda}-0.0992 \qquad \frac{1}{\lambda_3}=\frac{1}{\lambda}-0.1178$$

$$\frac{1}{\lambda_4}=\frac{1}{\lambda}-0.1568 \qquad \frac{1}{\lambda_5}=\frac{1}{\lambda}-0.3047 \qquad \frac{1}{\lambda_6}=\frac{1}{\lambda}-0.3062$$

其中波长的单位均为 μ m，则求得为：

$\lambda_1=0.5029$ μ m　　$\lambda_2=0.5128$ μ m　　$\lambda_3=0.5178$ μ m

$\lambda_4=0.5289$ μ m　　$\lambda_2=0.5732$ μ m　　$\lambda_3=0.5737$ μ m

同理，各反斯托克斯光波长与入射波长的关系为：

$$\frac{1}{\lambda_1}=\frac{1}{\lambda}+0.0607 \qquad \frac{1}{\lambda_2}=\frac{1}{\lambda}+0.0992 \qquad \frac{1}{\lambda_3}=\frac{1}{\lambda}+0.1178$$

$$\frac{1}{\lambda_4}=\frac{1}{\lambda}+0.1568 \qquad \frac{1}{\lambda_5}=\frac{1}{\lambda}+0.3047 \qquad \frac{1}{\lambda_6}=\frac{1}{\lambda}+0.3062$$

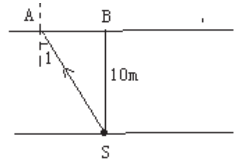
解得：$\lambda_1=0.474$ μ m　　$\lambda_2=0.4655$ μ m　　$\lambda_3=0.4615$ μ m

$\lambda_4=0.4529$ μ m　　$\lambda_2=0.4248$ μ m　　$\lambda_3=0.4246$ μ m

第七章 几何光学基础

7-2.1－3 水槽有水 10m 深，槽底中央有一点光源，水的折射率为 1.33，水面上浮一不透光也不反射光的纸片，使人从水面上以任意角度观察都看不到光，则这张纸片最小面积是多少？

解：点光源发出的光入射到水面上时，若发生全反射，则光线无法透射出水面，因此纸片至少要遮住所有未发生全反射的区域。由于点光源发出的光束是一圆锥型，因此纸片为圆形时所需的面积最小，且圆心位于点光源的正上方。



如图为点光源发出的光刚好发生全反射时的情况，纸片的半径长度即为 A 点到 B 点的距离|AB|，由临界角公式：

sin∠1＝1/1.33　　计算得 tg∠1＝1.14

∴|AB|＝|SB|・tg∠ASB＝10・tg∠1＝11.4m

∴纸片的面积 S＝π|AB|^2＝408.58 ㎡

7-4.1－5 空气中的玻璃棒，n＝1.6，左端为一半球形，r＝40mm，轴上一点源，L＝－80mm，求 U＝－2° 的像点位置。

解：由单个折射球面的光路计算公式：

$\sin I=\frac{L-r}{r}\sin U=\frac{-80-40}{40}\times 0.0349=0.105$　　则：$I=6.027^\circ$

$\sin I'=\frac{n}{n'}\sin I=\frac{1}{1.6}\times 0.105=0.066$　　则：$I'=3.76^\circ$

$U'=I+U-I'=0.267^\circ$

$$L'=r+r\frac{\sin I'}{\sin U'}=40+40\times\frac{0.066}{0.00466}=606.52mm$$

则像点位于半球顶点之右 606.52mm 处。

7-6.1－7 已知一透镜的结构参数如下（单位是毫米）：r_1＝10，n_1＝1.0，d_1＝5，n_2＝n_1'＝1.5163，r_2＝－50，n_2'＝1.0。高度 y_1＝10mm 的物体位于透镜前 l_1＝－100mm 处，求像的位置和大小。

解：先计算第一面，利用物象公式：$\frac{n_1'}{l_1'}-\frac{n_1}{l_1}=\frac{n_1'-n_1}{r_1}$

代入数据：$\frac{1.5163}{l_1'}-\frac{1}{-100}=\frac{1.5163-1}{10}$　　求得：$l_1'=36.4233$ mm

$$\therefore \beta_1=\frac{n_1 l_1'}{n_1' l_1}=\frac{1\times 36.4233}{1.5163\times(-100)}=-0.240212$$

再计算第二面：$l_2=l_1'-d_1=31.4233$，将数据代入物象公式：$\frac{n_2'}{l_2'}-\frac{n_2}{l_2}=\frac{n_2'-n_2}{r_2}$

$$\frac{1.}{l_2'}-\frac{1.5163}{31.4233}=\frac{1-1.5163}{-50} \qquad \text{求得：} l_2=17.0707\text{ mm}$$

$$\therefore \beta_2=\frac{n_2 l_2'}{n_2' l_2}=\frac{1.5163\times17.0707}{1\times31.4233}=0.83273$$

∴像的大小为：$y_2'=\beta_1\beta_2 y_1=1.97870$ mm

7-7.1－8 有一玻璃球，折射率为 n＝1.5，半径为 2 ㎝，放在空气中，当物放在球前 4 ㎝处时像在何处？像的大小如何？

解：将玻璃球分成两个半球面来计算，对于第一个面，由物象关系式：$\frac{n_1'}{l_1'}-\frac{n_1}{l_1}=\frac{n_1'-n_1}{r_1}$

$$\frac{1.5}{l_1'}-\frac{1}{-4}=\frac{1.5-1}{2} \qquad \text{求得：} l_1'=\infty$$

再计算第二个面：$l_2=l_1'-2\times2=\infty$，将数据代入物象公式：$\frac{n_2'}{l_2'}-\frac{n_2}{l_2}=\frac{n_2'-n_2}{r_2}$

$$\frac{1.}{l_2'}-\frac{1.5}{\infty}=\frac{1-1.5}{-2} \qquad \text{求得：} l_2=4cm$$

垂轴放大率：$\beta=\beta_1\beta_2=\frac{n_1 l_1'}{n_1' l_1}\cdot\frac{n_2 l_2'}{n_2' l_2}=-1$

∴像的大小与原物一样，呈倒像。

7-8.1－9 一个直径为 400mm 的玻璃球，折射率为 1.52。球内有两个小气泡，看上去一个恰好在球心，另一个从最近的方向去看，在球表面和中心的中间，求两气泡的实际位置。

解：∵通过球心的光线垂直于球表面出射或入射

∴看上去在球心的气泡，其实际位置就是在球心。

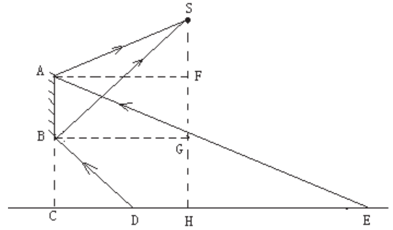
另一个气泡像位于表面和中心的中间，球直径为 400mm

$\therefore \quad l'=\frac{-400}{2}\times\frac{1}{2}=-100mm$ 代入物象关系式 $\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r}$：

$$\frac{1}{-100}-\frac{1.52}{l}=\frac{1-1.52}{-200} \qquad \text{求得：} l=-120.635mm$$

∴另一个气泡的实际位置离球心的距离为：200－120.635＝79.365 mm

7-16.1－13 长 1m 的平面镜挂在墙上，镜的上边离地 2m，一人立于镜前，其眼离地 2.5m，离墙 1.5m，求地面上能使此人在镜内所看到的离墙最近和最远之点。



解：如图，观察点为 S 点，SH＝2.5m；镜子的长度 AB＝1m，在地面上的投影为 C 点，因此 AC＝2m，CH＝1.5m；能观察到的最远点为 E 点，最近点为 D 点。

作 AF⊥SH，BG⊥SH，由几何知识可知：

SF＝2.5－2＝0.5m　SG＝2.5－1＝1.5m

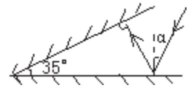
tg∠SAF＝$\frac{SF}{AF}=\frac{1}{3}$

∴tg∠CAE＝ctg∠FAE=ctg∠SAF=3

∴CE=AC • tg∠CAE=2×3=6m

同理可得 CD＝1m

7-17.1－14 夹角为 35° 的双平面反射镜系统，当光线以多大的入射角入射于一平面时，其反射光线再经另一平面镜反射后，将沿原光路反向射出？



解：如右图所示，当反射光线垂直于另一平面反射镜时，光线将沿原光路反向射出。

由图中几何关系很容易知道：$\alpha=35°$

7-19.垂直下望池塘水底的物时，若其视见深度为 1m，求实际水深，已知水的折射率为 4/3。

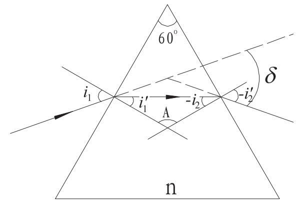
解：水池的视见深度实际为水池的实际底面经过水——空气界面成像的像距。该题为平面型介质界面的近轴区成像问题，其中 n=4/3，n'=1.0，l'=-1m。由平面型介质界面的近轴区成像公式 $n'/l'-n/l=0$，可得 l=-4/3m，所以实际水深 4/3 米。

7-21.1－16 有一等边折射三棱镜，其折射率为 1.52，求光线经该棱镜的两个折射面折射后产生最小偏向角时的入射角和最小偏向角值。

解：由最小偏向角公式：$\sin\frac{1}{2}(\alpha+\delta_m)=n\sin\frac{\alpha}{2}$

已知棱镜顶角 α 为 60°，折射率 n=1.52，代入上式求得 $\delta_m=38.9°$

取得最小偏向角的条件是 $i_1'=-i_2$，由图中几何关系：



∠A＝180° －60° ＝120°，

则：$i_1'=-i_2=30°$

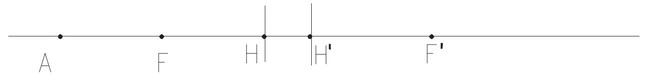
由折射定理：$\sin i_1=n\sin i_1'$＝1.52×0.5＝0.76

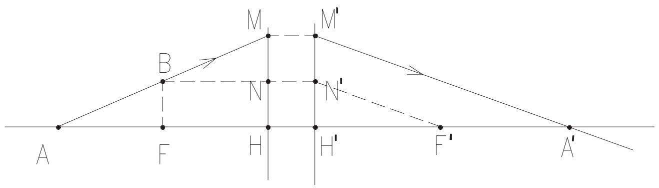
∴取得最小偏向角时的入射角 $i_1=49.5°$

第八章 理想光学系统

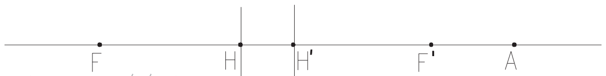
8-1. 作图：

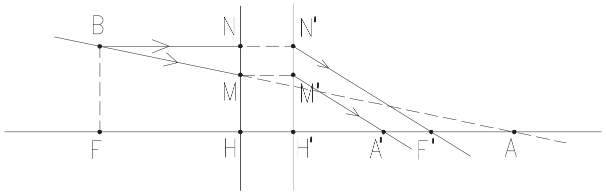
（1）作轴上实物点 A 的像 A'



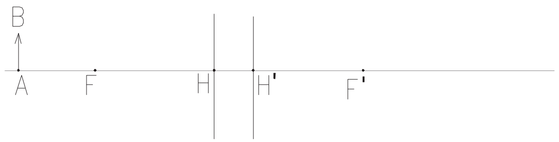


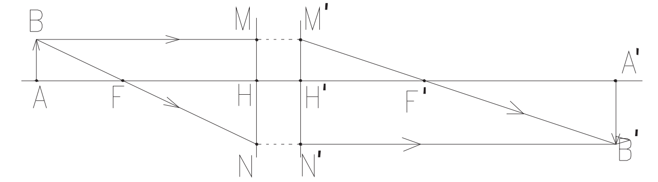
（2）作轴上虚物点 A 的像 A'



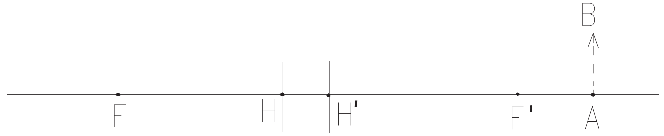


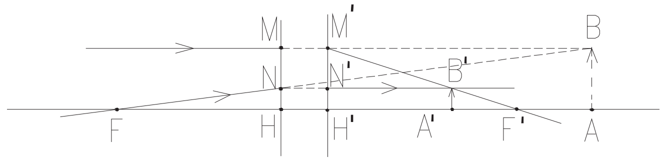
（3）作垂轴实物 AB 的像 AB'



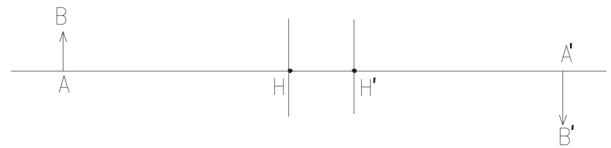


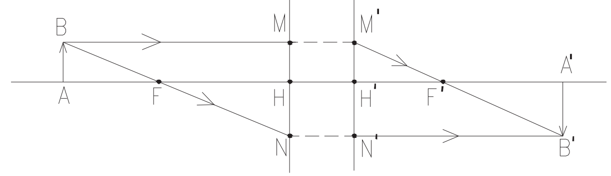
（4）作垂轴虚物 AB 的像 AB'



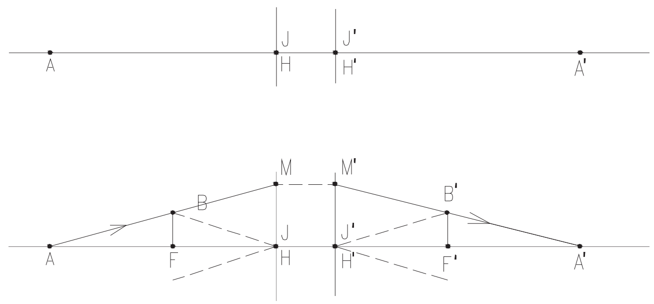


（5）画出焦点 F、F' 的位置





（6）画出焦点 F、F' 的位置



8-2.设一个光学系统处于空气中，β＝-10，由物面到像面的距离为 7200mm，物镜两焦点距离为 1140mm，求透镜的焦距。

解：在一般的光学系统中，物方和像方主平面不重合，所以两个焦点之间的距离并不等于光学系统物方和像方焦距大小之和。设该系统成像时，以物方和像方的焦点为参考点时物距和像距分别为 x 和 x’,

由题意$\alpha=-x'/x=100, x'-x+1140=7200$，得 x＝－60，x'＝6000,

由$\beta=-x'/f'=10$，所以$f'=-600mm$。

8-3.一个薄透镜对某一物体成实像，放大率为－1，今以另一透镜紧贴在第一透镜上，则见像向透镜方向移动 20mm，放大率为原先的 3/4 倍，求两块透镜的焦距。

解：单透镜成像时：$\beta=\frac{l'}{l}=-1$

组合透镜成像时，由题意：$\beta=\frac{l'-20}{l}=-\frac{3}{4}$

解之得：$l=-80\,\text{mm}$ $\qquad l'=80\,\text{mm}$

对于单透镜成像，设其焦距为f_1'，则有高斯公式：$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f_1'}$

求得第一块透镜的焦距为：$f_1'=40\,\text{mm}$

对于组合透镜成像，设组合焦距为f'，则有高斯公式：$\frac{1}{l'-20}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$

求得组合透镜的焦距为：$f'=\frac{240}{7}\,\text{mm}$

∵两透镜紧贴，设第二块透镜的焦距为f_2'，则：$\quad f'=\frac{f_1'f_2'}{f_1'+f_2'}$

$\therefore\ \frac{1}{f_2'}=\frac{1}{f'}-\frac{1}{f_1'}$

∴第二块透镜的焦距为：$f_2'=240\,\text{mm}$

8-6..一薄透镜系统由 6D 和－8D 的两个薄透镜组成，两者间距为 30mm，求组合系统的光焦度和主点位置。若把两透镜顺序颠倒，再求其光焦度和主点位置。

解：由题意可知 $\varphi_1=6D, \varphi_2=-8D$，$d$ ＝ 30mm ＝ 0.03m，则 $f_1'=1/6m, f_2'=-1/8m$，由$\varphi=\varphi_1+\varphi_2-d\varphi_1\varphi_2$，可得$\varphi=-0.56D$；

由主点计算公式$l_H'=df_2'/\Delta$，$l_H=df_1/\Delta$可得：$l_H'=321.4mm, l_H=428.6mm$。

当光学系统倒置后，光焦度不变，即$\varphi=-0.56D$，这时$f_1'=-1/8m, f_2'=1/6m$，同理可得$l_H'=-428.6mm, l_H=-321.4mm$

8-9.已知一透镜$r_1=20.5mm$，$r_2=15.8mm$，$d=10.8mm$，$n=1.61$，求其焦距、光焦度、基点位置。

解：$f_1'=\frac{nr_1}{n-1}=\frac{1.61\times20.5}{1.61-1}=54.1mm$

$f_2=\frac{nr_2}{n-1}=\frac{1.61\times15.8}{1.61-1}=41.7mm \qquad f_2'=-\frac{r_2}{n-1}=-\frac{15.8}{1.61-1}=-25.9mm$

$\Delta=d-f_1'+f_2=10.8-54.1+41.7=-1.6mm$

∴透镜的焦距为：$f'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta}=-\frac{54.1\times(-25.9)}{-1.6}=-875.7mm$

光焦度：$\varphi=\frac{1}{f'}=\frac{1}{-0.8757}=-1.142\,\text{D}$

焦点位置：$l_F'=f'(1-\frac{d}{f_1'})=-875.7\times(1-\frac{10.8}{54.1})=-700.88mm$

$$l_F = -f'(1+\frac{d}{f_2}) = 875.7\times(1+\frac{10.8}{41.7}) = 1102.5mm$$

主平面位置：$l_H' = -f'\frac{d}{f_1'} = 875.7\times\frac{10.8}{54.1} = 174.82mm$

$$l_H = -f'\frac{d}{f_2} = 875.7\times\frac{10.8}{41.7} = 226.8mm$$

8-4.一薄透镜 $f_1' = 200mm$ 和另一薄透镜 $f_2' = 50mm$ 组合，组合焦距为 $100\,mm$，求两透镜的相对位置和组合的主点位置。

解：$\because f' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - d}$ $\qquad \therefore 100 = \frac{200\times 50}{250-d}$

$\therefore$两透镜间的距离为：$d = 150mm$

组合后的主点位置：$l_H' = -f'\frac{d}{f_1'} = -100\times\frac{150}{200} = -75mm$

$$l_H = -f'\frac{d}{-f_2'} = -100\times\frac{150}{-50} = 300mm$$

8-6.一薄透镜由 5D 和－10D 的两个薄透镜组成，两者间距为 50mm，求组合系统的光焦度和主点位置，若把两透镜顺序颠倒，再求其光焦度和主点位置。

解：当光焦度为 5D 的薄透镜放在前面时，组合系统的光焦度为：

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2 = 5 - 10 - 0.05\times 5\times(-10) = -2.5\text{D}$$

主点位置：$l_H' = -f'\frac{d}{f_1'} = -\frac{d\varphi_1}{\varphi} = -50\times\frac{5}{-2.5} = 100mm$

$$l_H = -f'\frac{d}{-f_2'} = \frac{d\varphi_2}{\varphi} = 50\times\frac{-10}{-2.5} = 200mm$$

当光焦度为－10D 的薄透镜放在前面时，组合系统的光焦度仍为－2.5D

主点位置：$l_H' = -\frac{d\varphi_1}{\varphi} = -50\times\frac{-10}{-2.5} = -200mm$

$$l_H = \frac{d\varphi_2}{\varphi} = 50\times\frac{5}{-2.5} = -100mm$$

8-7.有三个透镜，$f_1' = 100mm$，$f_2' = 50mm$，$f_3' = -50mm$，其间隔 $d_1 = 10mm$，

$d_2 = 10mm$，设该系统处于空气中，求组合系统的像方焦距。

解：设 $h_1 = 100mm$，$u_1 = 0$，则：

$$\tan u_1' = \frac{h_1}{f_1'} = \frac{100}{100} = 1 = \tan u_2$$

$$h_2 = h_1 - d_1\tan u_1' = 100 - 10\times 1 = 90mm$$

$$\tan u_2' = \tan u_2 + \frac{h_2}{f_2'} = 1 + \frac{90}{50} = 2.8 = \tan u_3$$

$$h_3 = h_2 - d_2\tan u_2' = 90 - 10\times 2.8 = 62mm$$

$$\tan u_3' = \tan u_3 + \frac{h_3}{f_3'} = 2.8 + \frac{62}{-50} = 1.56$$

$\therefore$组合系统的像方焦距为：$f' = \frac{h_1}{\tan u_3'} = \frac{100}{1.56} = 64.1mm$

8-8. 一球形透镜，直径为 40mm，折射率为 1.5，求其焦距和主点位置。

解：对于直径为 40mm 的球形透镜，两个折射面的半径分别为 20mm 和－20mm，厚度 d 为 40mm，则：

$$f_1' = \frac{nr_1}{n-1} = \frac{1.5\times 20}{1.5-1} = 60mm$$

$$f_2 = \frac{nr_2}{n-1} = \frac{1.5\times(-20)}{1.5-1} = -60mm \qquad f_2' = -\frac{r_2}{n-1} = -\frac{-20}{1.5-1} = 40mm$$

$$\Delta = d - f_1' + f_2 = 40 - 60 - 60 = -80mm$$

$\therefore$透镜的焦距为：$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -\frac{60\times 40}{-80} = 30mm$

主平面位置：$l_H' = -f'\frac{d}{f_1'} = -30\times\frac{40}{60} = -20mm$

$$l_H = -f'\frac{d}{f_2} = -30\times\frac{40}{-60} = 20mm$$

8-11. 有一双薄镜系统，$f_1' = 100mm$，$f_2' = -50mm$，要求总长度（第一透镜至系统像方焦点的距离）为系统焦距的 0.7 倍，求两透镜的间隔和系统的焦距。

解：第一透镜至系统像方焦点的距离为：$d+l_F$

则由题意：$d+l_F{}'=0.7f'$

$\therefore d+f'(1-\frac{d}{f_1'})=0.7f'$　　　　$\therefore d=f'(\frac{d}{f_1'}-0.3)$

$\because f'=-\frac{f_1'f_2'}{d-f_1'-f_2'}$

上两式联立求解得：$d=81.62mm$，$f'=158.1mm$

或 $d=18.375mm$，$f'=-158.1mm$

由题意，f' 应为正值，故两透镜的间隔和系统的焦距为：$d=81.62mm$，$f'=158.1mm$

第九章

9-1. 有一物镜焦距 $f'=100mm$，其框直径 $D_2=40mm$，在它前面 50mm 处有一光孔，直径 D_1 为 35mm，问物点在－500mm 和－300mm 时，是否都是由同一光孔起孔径光阑作用？相应的入瞳和出瞳的位置和大小如何？

解：光孔和透镜前都不再有透镜，因此它们在物方空间的像与各自本身重合。

当 $l=-500$ mm 时，光孔 1 和物镜 2 对物点的张角分别为：

$$u_1=\arctan\left|\frac{D_1}{2(l+d)}\right|=\arctan\left|\frac{35}{2\times(-500+50)}\right|=2.227^\circ$$

$$u_2=\arctan\left|\frac{D_2}{2l}\right|=\arctan\frac{40}{2\times500}=2.29^\circ$$

$\because u_2>u_1$　　$\therefore$光孔 1 是孔径光阑也是入瞳，光孔对后面的透镜成像得其出瞳位置：

$$l_1'=\frac{f'l_1}{f'+l_1}=\frac{100\times(-50)}{100-50}=-100mm$$

相应的出瞳直径为：$D_1'=\frac{D_1l_1'}{l_1}=\frac{35\times(-100)}{-50}=70mm$

当 $l=-300$ mm 时，光孔 1 和物镜 2 对物点的张角分别为：

$$u_1=\arctan\left|\frac{D_1}{2(l+d)}\right|=\arctan\left|\frac{35}{2\times(-300+50)}\right|=4.004^\circ$$

$$u_2=\arctan\left|\frac{D_2}{2l}\right|=\arctan\frac{40}{2\times300}=3.814^\circ$$

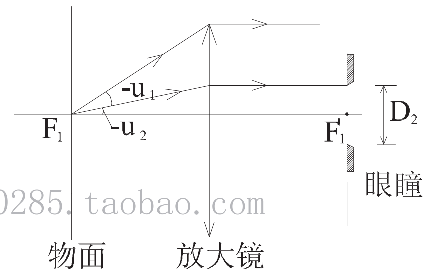
$\because u_2<u_1$　　$\therefore$透镜内孔为孔径光阑，而且也是入瞳和出瞳。

9-3.将一个 $f'=40$ mm，直径 $D_1=30$ mm 的薄透镜做成放大镜，眼瞳 2 放在透镜像方焦点上，眼瞳直径 $D_2=4$ mm，物面放在透镜物方焦点上，试问：

（1） 哪一个是孔径光阑，哪一个是视场光阑？

（2） 入瞳在哪里？物方半视场角等于多少？

（3） 入射窗在哪里？视场边缘是否有渐晕？视场线等于多少？



解：（1）如图，由于眼瞳 2 放在透镜像方焦点上，物面放在透镜物方焦点上，则透镜 1 和眼瞳 2 对物点的张角分别为：

$$u_1=\arctan\left|\frac{D_1}{2f'}\right|=\arctan\frac{30}{2\times40}=20.56^\circ$$

$$u_2=\arctan\left|\frac{D_2}{2f'}\right|=\arctan\frac{4}{2\times40}=2.86^\circ$$

$\because u_2<u_1$　　$\therefore$眼瞳是孔径光阑。由于系统只有两个光孔，所以其中之一为孔径光阑，则另一必为视场光阑，据此可知透镜框为视场光阑。

（2）$\because$孔径光阑在透镜的像方焦平面上

$\therefore$入瞳在物空间无限远处，物方半视场角：$\omega=u_2=2.86^\circ$

（3）$\because$视场光阑是透镜，在其前面没有成像透镜，所以透镜既是入射窗。且由于入射窗与物面不重合，所以视场边缘有渐晕，线视场直径为：

$$D=D_1-D_2=30-4=26\text{ mm}$$

9-5.现有一照相机，其物镜 $f'=40$ mm，现以常摄距离 $p=3$ m 进行拍摄，相对孔径 $\frac{D}{f'}$ 分别采用$1/3.5$和$1/22$，试分别求其景深。

解：$\frac{D}{f'}=1/3.5$ 时　　$2a=D=\frac{1}{1.35}f'=21.43$ mm

则景深为：$\Delta=\dfrac{4ap^2\varepsilon}{4a^2-p^2\varepsilon^2}=\dfrac{2\times21.43\times3000^2\times0.00029}{21.43^2-3000^2\times0.00029^2}=243.98\,\text{mm}$

$\dfrac{D}{f'}=1/22$ 时　　$2a=D=\dfrac{1}{22}f'=3.41\,\text{mm}$

则景深为：$\Delta=\dfrac{4ap^2\varepsilon}{4a^2-p^2\varepsilon^2}=\dfrac{2\times3.41\times3000^2\times0.00029}{3.41^2-3000^2\times0.00029^2}=1637.37\,\text{mm}$

第十章 光学仪器基础

3－1 一个年龄 50 岁的人，近点距离为－0.4m，远点距离为无限远，试求他的眼睛的调节范围。

解：$\overline{A}=R-P=\dfrac{1}{\infty}-\dfrac{1}{-0.4}=2.5\,\text{D}$

10.2 某人在其眼前 2m 远的物看不清，问需要配怎样光焦度的眼镜才能使其眼恢复正常？另一个人对在其眼前 0.5m 以内的物看不清，问需要配上怎样光焦度的眼镜才能使其眼恢复正常？

解：第一个人是近视眼，所需眼镜的光焦度为：$\dfrac{1}{-2}=-0.5\,\text{D}$

第二个人是远视眼，所需眼镜的光焦度为：$\dfrac{1}{0.25}-\dfrac{1}{0.5}=2\,\text{D}$

10.3 有一焦距为 50mm，口径为 50mm 的放大镜，眼睛到它的距离为 125mm，求放大镜的视放大率和视场。

解：视放大率为：$\Gamma=\dfrac{250}{f'}=\dfrac{250}{50}=5$

线视场为：$2y=\dfrac{500h}{\Gamma d}=\dfrac{500\times\frac{50}{2}}{5\times125}=20\,\text{mm}$

∴视场为：$2\omega'=2\arctan\dfrac{2y}{2f'}=2\arctan\dfrac{10}{50}=22.62°$

10.4 已知显微目镜 $\Gamma_2=15$，物镜 $\beta=2.5$，光学筒长 180mm，试求显微镜的总放大率和总焦距为多少？

解：显微镜的总放大率为：$\Gamma=\beta\Gamma_2=2.5\times15=37.5$

目镜焦距：$f_2'=\dfrac{250}{\Gamma_2}=\dfrac{250}{15}\,\text{mm}$

物镜焦距：$f_1'=-\dfrac{\Delta}{\beta}=-\dfrac{180}{2.5}=72\,\text{mm}$

∴显微镜的总焦距为：$f'=-\dfrac{f_1'f_2'}{\Delta}=-\dfrac{72\times\frac{250}{15}}{180}=6.67\,\text{mm}$

10.5. 一架显微镜，物镜焦距为 4mm，中间像成在第二焦面（像方焦点）后 160mm 处，如果目镜为 20 倍，则显微镜的总放大率为多少？

解：物镜的放大率为：$\beta=-\dfrac{x'}{f'}=-\dfrac{160}{4}=-40$

∴显微镜的总放大率为：$\Gamma=\beta\Gamma_2=-40\times20=-800$

10.8. 一望远镜物镜焦距为 1m，相对孔径 1:12，测得出瞳直径为 4mm，试求望远镜的视放大率和目镜的焦距。

解：由题中可知：$\dfrac{D}{f'}=\dfrac{1}{12}$　　$\therefore D=\dfrac{f'}{12}=\dfrac{1}{12}\,\text{m}$

∴望远镜的视放大率为：$\Gamma=-\dfrac{D}{D'}=-\dfrac{\frac{1}{12}}{0.004}=-20.83$

又∵$\Gamma=-\dfrac{f_1'}{f_2'}$

∴目镜的焦距为：$f_2'=-\dfrac{f_1'}{\Gamma}=-\dfrac{1}{-20.83}=0.048\,\text{m}=48\,\text{mm}$

10.10. 拟制一架 6 倍望远镜，已有一焦距为 150mm 的物镜，问组成开普勒型和伽利略型望远镜时，目镜的焦距应为多少？筒长各多少？

解：组成开普勒型望远镜时，$\Gamma=-6=-\dfrac{f_1'}{f_2'}$

∴目镜的焦距为：$f_2'=-\dfrac{f_1'}{\Gamma}=-\dfrac{150}{-6}=25\,\text{mm}$

筒长为：$L=f_1'+f_2'=150+25=175\,\text{mm}$

组成伽利略型望远镜时，$\Gamma=6=-\dfrac{f_1'}{f_2'}$

∴目镜的焦距为：$f_2'=-\dfrac{f_1'}{\Gamma}=-\dfrac{150}{6}=-25\,\text{mm}$

筒长为：$L=f_1'+f_2'=150-25=125\,\text{mm}$

10.12.拟制一个 8 倍的惠更斯目镜，若两片都用 $n=1.5163$ 的 K9 玻璃，且 $f_1':f_2'=3:2$，满足校正倍率色差，试求目镜两片各面的曲率半径和间隔。

解：满足校正倍率色差条件时，两透镜的间隔为：$d=\dfrac{f_1'+f_2'}{2}$

∴目镜的总焦距为：$f'=-\dfrac{f_1'f_2'}{d-f_1'-f_2'}=\dfrac{2f_1'f_2'}{f_1'+f_2'}$

$\because f'=\dfrac{250}{\Gamma}=\dfrac{250}{8}=31.25\,\text{mm}$

$\therefore \dfrac{2f_1'f_2'}{f_1'+f_2'}=31.25$　　由已知：$f_1':f_2'=3:2$

解得：$f_1'=39.063\,\text{mm}$　　$f_2'=26.042$

惠更斯目镜由两块平凸镜构成，则其凸面的曲率半径分别为：

$$r_1=(n-1)f_1'=(1.5163-1)\times 39.063=20.168\,\text{mm}$$

$$r_2=(n-1)f_2'=(1.5163-1)\times 26.042=13.446\,\text{mm}$$

平面的曲率半径为∞，两透镜的间隔为：

$$d=\frac{f_1'+f_2'}{2}=\frac{39.063+26.042}{2}=32.553\,\text{mm}$$

10-13. 拟制一个 10 倍的冉斯登目镜，若两片都用 n=1.5163 的 K9 玻璃，且 $f_1'=f_2'$，$d=(f_1'+f_2')/2$，求两片目镜各面的曲率半径和它们的间隔。

解：由于目镜的视角放大率$\Gamma_e=250/f_e'=10\times$，所以 $f_e'=25$mm，由双光组组合公式有 $f_e'=-f_1'\times f_2'/(-f_2')=f_1'=25$mm, 所以构成冉斯登目镜的两个薄透镜的间距为 25mm;

由平凸透镜的焦距公式 $f'=r_2/(1-n_0)=r_1/(n_0-1)$ 可知，构成冉斯登目镜的第一个平凸透镜凸面的曲率半径为-12.91mm，构成冉斯登目镜的第二个平凸透镜凸面的曲率半径为 12.91mm。

第 1 章　光在各向同性介质中的传播特性

本章根据光的电磁场理论，讨论了光波的基本属性，重点讨论光在各向同性介质中的传播特性，光波在介质界面上的反射和折射特性。这是全书讨论内容的基础。

1.1　基 本 要 求

1. 基本要求

（1）熟练掌握平面光波的基本属性：能量、速度、偏振。

（2）熟练掌握平面光波在界面上的反射定律、折射定律和菲涅耳公式，掌握平面光波反射和折射的相位、偏振特性和全反射特性。

（3）了解光波在金属表面上的反射和折射特性。

2. 重点和难点

（1）重点：平面光波的基本属性，平面光波在各向同性介质中的反射和折射特性。

（2）难点：平面光波反射和折射的偏振特性，全反射特性。

1.2　基本概念和公式

1. 光波的基本属性

1）*麦克斯韦方程组*

光波是一种电磁波，遵从电磁场理论。如果描述的光波在无穷大、均匀、各向同性介质中，并限定所讨论的区域远离辐射源、不存在自由电荷(ρ)和传导电流($\boldsymbol{J}$)，则光电磁波满足的麦克斯韦方程组为

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=0$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$
$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

2）*物质方程*

光波在各向同性介质中传播时，应满足物质方程：

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$$
$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}$$

式中，$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$，为介质的介电常数，描述介质的电学性质，$\varepsilon_0$ 是真空中的介电常数，ε_r 是相对介电常数；$\mu=\mu_0\mu_r$，为介质磁导率，描述介质的磁学性质，μ_0 是真空中的磁导率，μ_r 是相对磁导率；σ 为电导率，描述介质的导电特性。通常，我们只研究介质的电学特性，如果介质是均匀各向同性的，则介电常数为一常数量 ε，电位移矢量($\boldsymbol{D}$)与电场矢量($\boldsymbol{E}$)同方向；如果介质是非均匀的，介电常数为空间位置的函数 $\varepsilon(\boldsymbol{r})$；如果介质是各向异性的，则介电常数是一常张量 $\boldsymbol{\varepsilon}$。在一般情况下，电位移矢量($\boldsymbol{D}$)与电场矢量($\boldsymbol{E}$)方向不同，这种情况是本书第 4 章所讨论的内容。

3）波动方程

基于麦克斯韦方程组和物质方程，光波在各向同性介质中传播时所满足的波动方程为

$$\begin{cases} \nabla^2 \boldsymbol{E} - \mu\varepsilon \dfrac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \boldsymbol{H} - \mu\varepsilon \dfrac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

凡是能够在介质中传播的电磁波一定满足该方程，反之，若某光波场不满足该方程，则这个光波场一定不存在。

4）光波

光波的频率极高，为方便起见，通常采用波长表征。光波的光谱范围为 1 mm～10 nm，包含红外线、可见光和紫外线。真空中可见光的波长范围为 380～760 nm，正常视力的人眼对波长为 550 nm 的绿光最敏感。

光波在真空中的传播速度大小为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 2.997\ 92 \times 10^8\ \mathrm{m/s} \approx 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$$

光波在介质中的传播速度 v 取决于介质的光学性质，其大小可表示为

$$v = \frac{c}{n}$$

式中，n 是光波在该介质中的折射率，且 $n=\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$。实际上，这个速度指的是光波的相速度，其方向为光波的波矢方向。

除铁磁性介质外，大多数介质的磁性都很弱，可以认为 $\mu_r\approx1$。因此，折射率可表示为

$$n = \sqrt{\varepsilon_r}$$

对于一般的介质，ε_r 或 n 都是频率的函数，具体的函数关系取决于介质的特性。

5）光矢量

在通常应用的情况下，光波对介质的磁作用远小于电作用，所以常将光波中的电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 称为光矢量，将电场 $\boldsymbol{E}$ 的振动称为光振动，讨论光波的传播特性时常常只考虑电场特性。

6）特殊光波

求解光波在各向同性介质中传播的波动方程，可以得到几种特殊形式的光波：平面光

波、球面光波、柱面光波及高斯光束，任何一种复杂的光波均可视为这些特殊光波的线性叠加。

（1）平面光波。沿着任一波矢 $\boldsymbol{k}$ 方向传播的单色平面光波的表示式为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \cos(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} + \varphi_0)$$

沿着 z 方向传播的单色平面光波表示式为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

这种单色平面光波是一个在时间、空间上无限延伸的正弦简谐光波动，其时间周期性用周期 T、频率 ν、圆频率 ω 表征，且有 $\nu=1/T$，$\omega=2\pi/T$；空间周期性用空间周期 λ(波长)、空间频率 $1/\lambda$、空间圆频率 k 表征，有 $k=1/\lambda$。单色平面光波的时间周期性与空间周期性相关，可由 $\nu=v/\lambda$ 联系。

为了理论运算的方便，常将沿着波矢 $\boldsymbol{k}$ 方向传播的单色平面光波表示为复数形式：

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi_0)} = \tilde{\boldsymbol{E}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

式中，$\tilde{\boldsymbol{E}}$ 称为光场的复振幅。

应当指出的是：① 光场除了采用上述形式外，还可采用 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi_0)}$ 的形式，两种不同形式得到的结果形式可能不同，但其物理结论相同；② 光场的复数表示仅有数学意义，对于这种复数形式量的线性运算，只有取实部才有物理意义。

（2）球面光波。由点光源产生的单色球面光波的复数表示形式为

$$E = \frac{A_1}{r}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega t-kr+\varphi_0)} = \tilde{E}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

式中，A_1 为离开点光源单位距离处的振幅值；球面光波矢径 $\boldsymbol{r}$ 的计算起点为光波的源点。可见，球面波的振幅随 r 成反比例变化。如果 $\boldsymbol{k}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 方向一致，则是发散球面波，相反，则为会聚球面波。

（3）柱面光波。由线光源产生的单色柱面光波的复数表示形式为

$$E = \frac{A_1}{\sqrt{r}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega t-kr+\varphi_0)} = \tilde{E}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

式中，A_1 是离开线光源单位距离处光波的振幅值。柱面光波的振幅与$\sqrt{r}$成反比。

（4）高斯光束。基模高斯光束是以 z 轴为柱对称的光波，它也是波动方程的一种特解，是大体朝着 z 轴方向传播、等相位面的曲率半径不断变化、振幅在横截面内为高斯分布的特殊光波。

基模高斯光束的标量波光场表示式为

$$E_{00}(r, z, t) = \frac{E_0}{w(z)}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left[k\left(z+\frac{r^2}{2R(z)}\right)-\arctan\frac{z}{f}\right]}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

式中，E_0 为常数，其余符号的意义为

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
$$w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{f}\right)^2}$$
$$R(z) = z + \frac{f^2}{z}$$

$$f = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

$w(z)$为与传播轴线相交于 z 点的高斯光束等相位面上的光斑半径；$w_0 = w(z=0)$为基模高斯光束的束腰半径；f 为高斯光束的共焦参数或瑞利长度；$R(z)$为与传播轴线相交于 z 点的高斯光束等相位面的曲率半径。

7）能流密度

光波是一种携带能量在空间传播的电磁波，能流密度（或称为玻印亭矢量）描述了电磁能量的传播：

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$$

其大小表示单位时间内、通过垂直于传播方向上的单位面积的能量，其方向为能量传播的方向。在实际应用中，都是利用能流密度的时间平均值$\langle S\rangle$表征光电磁场的能量传播，并称$\langle S\rangle$为光强，以 I 表示：

$$I = \langle S\rangle = \frac{1}{2}\frac{n}{\mu_0 c}E_0^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}}E_0^2 = \alpha E_0^2$$

式中，$\alpha = \frac{n}{2\mu_0 c} = \frac{\sqrt{\varepsilon/\mu_0}}{2}$是比例系数，光强度的单位为 $\mathrm{W/m^2}$。由此可见，光强与电场强度振幅的平方成正比。在同一种介质中，常常只关心光强的相对值，而将比例系数省略，把光强表示为

$$I = \langle E^2\rangle = E_0^2$$

2. 平面光波的传播特性

1）平面光波的横波特性

平面光波在各向同性介质中传播时，其电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁场矢量 $\boldsymbol{H}$ 均垂直于波矢 $\boldsymbol{k}$ 方向（波阵面法线方向）。因此，平面光波是横电磁波（TEM 波）。

2）平面光波的偏振特性

平面光波的偏振特性是指光矢量相对于传播方向的不对称性。

（1）平面光波的偏振态。对于一个单色平面光波，根据空间任一点光电场 $\boldsymbol{E}$ 的振动矢量末端在不同时刻的轨迹，可以将其分为线偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光。

① 线偏振光。线偏振光是指平面光波在垂直于传播方向的某一平面内，其光矢量只改变大小、不改变方向，末端的轨迹是一直线。由于在同一时刻，线偏振光传播方向上各点的光矢量都在同一平面内，所以又叫平面偏振光。通常，将光振动方向与光波传播方向构成的平面称为线偏振光的振动面。

② 圆偏振光。圆偏振光在垂直于传播方向的某一平面内，光矢量以 ω 角速度旋转，其大小不变，末端轨迹描绘出一个圆。

③ 椭圆偏振光。椭圆偏振光在垂直于传播方向的某一平面内，光矢量的大小和方向都在改变，其末端轨迹是一个椭圆。

（2）偏振光的表示。

① 直角坐标表示法。任一线偏振光都可以看成是振动方向相互垂直、相位相同或相反、振幅比一定的两个线偏振光的合成，可表示为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{i}E_x + \boldsymbol{j}E_y$$

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}m\pi} \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

当 m 为零或偶数时，光场振动方向在Ⅰ、Ⅲ象限内；当 m 为奇数时，光场振动方向在Ⅱ、Ⅳ象限内。

沿 z 轴方向传播的圆偏振光，可以看做是 x 和 y 方向等振幅、相位差为$\pm\pi/2$ 奇数倍的两线偏振光的合成：

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{i}E_x + \boldsymbol{j}E_y$$

$$\frac{E_y}{E_x} = \mathrm{e}^{\mp \mathrm{i}m\frac{\pi}{2}} = \mp \mathrm{i}m \qquad m = 1, 3, 5, \cdots$$

式中，如果 $\pi/2$ 前取负号，即 y 方向的振动相位超前于 x 方向振动，逆着光传播的方向观察时，光矢量沿顺时针方向旋转，称为右旋圆偏振光；如果 $\pi/2$ 前取正号，即 y 方向的振动相位落后于 x 方向振动，逆着光传播的方向观察时，光矢量沿逆时针方向旋转，称为左旋圆偏振光。

沿 z 轴方向传播的椭圆偏振光，可以看做是在 x、y 方向振动的、具有一定相位差且振幅不相等的两线偏振光的合成。合成光波光矢量末端的轨迹方程为

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varphi = \sin^2\varphi$$

式中，$\varphi = \varphi_y - \varphi_x$。

椭圆的长、短半轴和取向与二分量的振幅和相位差有关，其旋向取决于 φ：当$(2m+1)\pi > \varphi > 2m\pi$，即 y 方向振动的相位超前于 x 方向振动时，逆着光传播的方向观察，为右旋椭圆偏振光；当 $2m\pi > \varphi > (2m-1)\pi$ 时，y 方向振动的相位落后于 x 方向振动，逆着光传播的方向看，为左旋椭圆偏振光。

② 琼斯矩阵表示法。偏振光的琼斯矩阵表示是利用一个称为琼斯矢量的列矩阵来表示电矢量的 x、y 分量，即

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_x} \\ E_{0y}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_y} \end{bmatrix}$$

考虑到光强 $I = E_x^2 + E_y^2$，有时采用标准归一化琼斯矢量表示偏振光。标准归一化琼斯矢量可以用琼斯矢量的每一个分量除以$\sqrt{I}$得到。例如，x 方向振动的线偏振光、y 方向振动的线偏振光、45°方向振动的线偏振光、振动方向与 x 轴成 θ 角的线偏振光、左旋圆偏振光、右旋圆偏振光的标准归一化琼斯矢量形式分别为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ \mathrm{i} \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ -\mathrm{i} \end{bmatrix}$$

一般偏振光的标准归一化琼斯矢量的矩阵可以查阅相关琼斯矩阵表得到。

互为正交的两个偏振光，满足如下关系：

$$\boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2^* = [E_{1x} E_{1y}]\begin{bmatrix} E_{2x}^* \\ E_{2y}^* \end{bmatrix} = 0$$

偏振光 $\boldsymbol{E}_i$ 通过几个偏振元件后的偏振态，可用琼斯矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} E_{tx} \\ E_{ty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$$

式中，$\begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix}$为表示光学元件偏振特性的琼斯矩阵，可由光学手册查到。

3）一般光波的偏振态与偏振度

（1）一般光波的偏振态。

① 实际上，由普通光源发出的沿某一方向传播的光波都不是单一的平面波，而是由大量平面光波组合而成的。它们具有一切可能的振动方向，各个振动方向上的振幅在观察时间内的平均值相等，初相位独立无关，通常称这样的光束为完全非偏振光，或自然光。

② 如果由于外界的控制作用，使得各个振动方向上的振动强度不相等，就变成部分偏振光。

③ 如果光场矢量有确定不变的或有规则变化的振动方向，则称为完全偏振光。

部分偏振光可以看成是完全偏振光和自然光的混合，而完全偏振光可以是线偏振光、圆偏振光、椭圆偏振光。

（2）一般光波的偏振度。为了表征光波的偏振特性，引入偏振度 P，它表示在部分偏振光的总强度中，完全偏振光所占有的比例，即

$$P = \frac{I_L}{I_{总}}$$

偏振度还可以表示为

$$P = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

式中，I_M 和 I_m 分别为两个特殊（正交）方向上所对应的最大和最小光强。

对于完全非偏振光，$P=0$；完全偏振光，$P=1$；部分偏振光，$1>P>0$。P 值愈接近于1，光的偏振程度愈高。

3. 光波场频谱

由光的电磁理论，光波场是时间和空间的函数，因此可以在时间域和空间域中处理。根据傅里叶变换，光波场问题还经常在时间频率域和空间频率域中处理，从而引入时域频谱和空域频谱的概念。

1）时域频谱

（1）准单色光波。理想的单色光波是不存在的，实际上能够得到的是包含有许多频率分量的复色光波，其频率分量愈少，愈接近于单色光波。对于一个实际的表观频率为 ν_0 的振荡，若其振幅随时间的变化比振荡本身缓慢得多，则该光波的频率分量就集中在 ν_0 附近的一个很窄的频谱宽度 $\Delta\nu$ 内，可认为是中心频率为 ν_0 的准单色光波，其电场振动表达式为

$$E(t) = E_0(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\nu_0 t}$$

（2）时域频谱。在一般情况下，若只考虑准单色光波场在时间域内的变化，则可以表示为时间的函数 $E(t)$。通过傅里叶变换，它可以表示为

$$E(t) = \mathrm{F}^{-1}[E(\nu)] = \int_{-\infty}^{\infty} E(\nu)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\nu t}\mathrm{d}\nu$$

科大科院考研网 专业提供中科大中科院考研资料 QQ:985673089

即一个随时间变化的光波场振动 $E(t)$，可以视为许多单频成分简谐振荡的叠加，各成分相应的振幅为

$$E(\nu) = \mathrm{F}[E(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\nu t}\mathrm{d}t$$

该 $E(\nu)$ 为复数，它就是 ν 频率分量的复振幅：

$$E(\nu) = |E(\nu)|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi(\nu)}$$

式中，$|E(\nu)|$为复振幅模（大小）；$\varphi(\nu)$为辐角。光波场的功率谱为 $|E(\nu)|^2$。所以，一个时域光波场 $E(t)$可以在频率域内通过它的频谱描述。

2）空域频谱

（1）空间频率。沿任意空间方向 $\boldsymbol{k}$ 传播的单色平面光波的表示式为

$$E = E_0\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} + \varphi_0)} = E_0\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0)}$$

因为 k 与描述光波空间周期性的波长 λ 的关系为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

且 $\boldsymbol{k}$ 分量可利用方向余弦表示为

$$k_x = k\cos\alpha,\ k_y = k\cos\beta,\ k_z = k\cos\gamma$$

所以，通过定义空间频率（空间呈正弦或余弦变化的光场，在其某一方向上单位距离内所包含的空间周期数）：

$$f_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda},\ f_y = \frac{\cos\beta}{\lambda},\ f_z = \frac{\cos\gamma}{\lambda}$$

可将该平面光波表示为

$$E = E_0\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[\omega t - 2\pi(f_x x + f_y y + f_z z) + \varphi_0]}$$

在任意 $z=z_0$ 的 xy 平面上，其复振幅可表示为

$$\widetilde{E} = E_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z_0}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_x x + k_y y)} = \widetilde{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_x x + k_y y)} = \widetilde{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)}$$

式中

$$\widetilde{E}_0 = E_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_z z_0}$$

当研究任意垂直于 z 轴的一个平面上单色光波的复振幅分布时，每一组空间频率(f_x, f_y)值对应于一个沿一定方向传播的单色平面光波。

（2）空域频谱。在任一 xy 平面上复振幅分布为$\widetilde{E}(x, y)$的单色光波，可以利用二维傅里叶变换，将 $\widetilde{E}(x, y)$分解成无数个形式为 $\exp[\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)]$的基元函数的线性组合，即

$$\widetilde{E}(x, y) = \mathrm{F}^{-1}[\widetilde{E}(f_x, f_y)] = \iint_{-\infty}^{\infty} \widetilde{E}(f_x, f_y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi(f_x x,\ f_y y)}\mathrm{d}f_x\,\mathrm{d}f_y$$

式中，基元函数 $\exp[\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)]$为传播方向由空间频率$(f_x, f_y)$决定的平面光波，所占比例的大小由$\widetilde{E}(f_x, f_y)$决定。通常，称$\widetilde{E}(f_x, f_y)$随$(f_x, f_y)$的变化分布为$\widetilde{E}(x, y)$的空间频率谱，简称为空间频谱（或角谱）。

于是，可以将任意单色光波场的复振幅视为沿空间不同方向传播的单色平面光波的叠加，其每一个平面光波分量与一组空间频率(f_x, f_y)相对应：

$$\widetilde{E}(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} \widetilde{E}_z(f_x, f_y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi(f_x x,\ f_y y)}\mathrm{d}f_x\,\mathrm{d}f_y$$

资料有效期:2012.3月-2013.1月 过期作废 最新资料请联系 QQ:985673089

4. 光波的速度

1）单色光波速度

（1）相速度。相速度 $\boldsymbol{v}$ 是单色光波所特有的一种速度，它指的是等相位面的传播速度。对于单色平面光波，其相速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\omega}{k}\boldsymbol{k}_0$$

（2）光线速度。光线速度 $\boldsymbol{v}_r$ 指的是单色平面光波的能量传播速度。在各向同性介质中，光线速度等于相速度。

2）复色光波的群速度

复色光波的群速度 v_g 表征的是复色光波等振幅面的传播速度，也称为包络速度，其大小为

$$v_g=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}$$

考虑到介质的色散效应，v_g 与 v 的关系为

$$v_g=\frac{\mathrm{d}(kv)}{\mathrm{d}k}=v+k\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}k}$$

$$v_g=v-\lambda\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\lambda}$$

$$v_g=v\left(1+\frac{\lambda}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)$$

特别要强调指出，群速度是对复色光而言的，只有在该复色光的频谱宽度 $\Delta\omega$ 很窄，介质的色散很小的条件下，群速度才有意义。在这种情况下，它表征的就是光波能量的传播速度。在无色散介质 $\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}=0\right)$ 中，复色光波的群速度等于相速度。

5. 介质界面的反射和折射

1）反射定律和折射定律

光由一种介质入射到另一种介质时，在界面上将产生反射和折射。若二介质为均匀、透明、各向同性介质，并且分界面为无穷大的平面，则入射、反射和折射光均为在入射面内、具有相同频率的平面光波。

介质界面上的反射定律和折射定律为

$$n_i\sin\theta_i=n_r\sin\theta_r$$
$$n_i\sin\theta_i=n_t\sin\theta_t$$

它们给出了入射、反射和折射光传播方向间的关系。对于各向同性介质，反射角等于入射角。

2）反射系数和透射系数

反射系数和透射系数表征了反射光和折射光相对于入射光光场复振幅的关系，其定义式为

$$r_m=\frac{E_{0rm}}{E_{0im}},\ t_m=\frac{E_{0tm}}{E_{0im}}\qquad m=s,\ p$$

相应于 s 分量和 p 分量的反射系数和透射系数表示式为菲涅耳公式：

$$r_s=\frac{E_{0rs}}{E_{0is}}=-\frac{\sin(\theta_1-\theta_2)}{\sin(\theta_1+\theta_2)}=\frac{n_1\cos\theta_1-n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2}=-\frac{\tan\theta_1-\tan\theta_2}{\tan\theta_1+\tan\theta_2}$$

$$r_p=\frac{E_{0rp}}{E_{0ip}}=\frac{\tan(\theta_1-\theta_2)}{\tan(\theta_1+\theta_2)}=\frac{n_2\cos\theta_1-n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1+n_1\cos\theta_2}=\frac{\sin2\theta_1-\sin2\theta_2}{\sin2\theta_1+\sin2\theta_2}$$

$$t_s=\frac{E_{0ts}}{E_{0is}}=\frac{2\cos\theta_1\sin\theta_2}{\sin(\theta_1+\theta_2)}=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2}$$

$$t_p=\frac{E_{0tp}}{E_{0ip}}=\frac{2\cos\theta_1\sin\theta_2}{\sin(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)}=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1+n_1\cos\theta_2}$$

3）反射率和透射率

反射率和透射率分别定义为单位时间、单位面积上的反射光和折射光相对于入射光的能量比例，其 s 分量和 p 分量表示式分别为

$$R_s=\frac{W_{rs}}{W_{is}}=r_s^2=\frac{\sin^2(\theta_1-\theta_2)}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}$$

$$R_p=\frac{W_{rp}}{W_{ip}}=r_p^2=\frac{\tan^2(\theta_1-\theta_2)}{\tan^2(\theta_1+\theta_2)}$$

$$T_s=\frac{W_{ts}}{W_{is}}=\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}t_s^2=\frac{\sin2\theta_1\sin2\theta_2}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}$$

$$T_p=\frac{W_{tp}}{W_{ip}}=\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}t_p^2=\frac{\sin2\theta_1\sin2\theta_2}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_1-\theta_2)}$$

自然光的反射率和透射率为

$$R_n=\frac{W_r}{W_i}=\frac{1}{2}(R_s+R_p)$$

$$T_n=\frac{W_t}{W_i}=\frac{1}{2}(T_s+T_p)$$

垂直入射时的反射系数和透射系数、反射率和透射率为

$$r_p=-r_s=\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1},\ t_p=t_s=\frac{2n_1}{n_2+n_1}$$

$$R_p=R_s=\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2,\ T_p=T_s=\frac{4n_1n_2}{(n_2+n_1)^2}$$

4）自然光入射时的反射光和折射光的偏振度

由于介质界面对 s 分量和 p 分量的反射系数、透射系数不同，所以反射光和折射光相对于入射光的偏振状态将发生变化。

反射光的偏振度：

$$P_r=\left|\frac{I_{rp}-I_{rs}}{I_{rp}+I_{rs}}\right|=\left|\frac{R_p-R_s}{R_p+R_s}\right|$$

折射光的偏振度：

$$P_t=\left|\frac{I_{tp}-I_{ts}}{I_{tp}+I_{ts}}\right|=\left|\frac{T_p-T_s}{T_p+T_s}\right|$$

5）布儒斯特角

在介质界面上，相应于 p 分量反射系数 r_p 为零的入射角 θ_1，称为布儒斯特角 θ_B，且有 $\theta_B=\arctan\frac{n_2}{n_1}$。当光以布儒斯特角入射时，

（1）入射角与相应的折射角互为余角，即 $\theta_B+\theta_2=90°$；

（2）反射光的传播方向与折射光的传播方向垂直；

（3）反射光是线偏振光，该反射光中不存在 p 分量，仅有 s 分量，其振动方向垂直入射面。

6）半波损失

（1）一束光波从光疏介质向光密介质（$n_1<n_2$）接近正入射或掠入射时，其反射光相对入射光有半波损失，即反射光振动相位相对入射光振动发生了 π 的相位突变。

（2）一束光波从光密介质向光疏介质（$n_1>n_2$）入射时，其反射光与入射光之间没有半波损失。

（3）不管光波是从光密介质还是从光疏介质入射界面，其折射光与入射光之间均没有半波损失。

7）全反射

光由光密介质射向光疏介质（$n_1>n_2$）时，如果入射角 θ_1 大于临界角 θ_C，光能量将在界面上发生全反射，没有透射。光的全反射是光纤传输及许多光电子技术应用的理论基础。

（1）全反射的反射光。

① 临界角 θ_C：光由光密介质射向光疏介质时，对应折射角 $\theta_2=90°$的入射角为临界角，其表示式为

$$\sin\theta_C=\frac{n_2}{n_1}$$

② 反射光相位。

光波发生全反射时，反射光强等于入射光强，而反射光中的 s 分量和 p 分量的相位变化不同，其相位差 $\Delta\varphi$ 为

$$\Delta\varphi=\varphi_{rs}-\varphi_{rp}=2\arctan\frac{\cos\theta_1\sqrt{\sin^2\theta_1-n^2}}{\sin^2\theta_1}$$

因此，在 $n(=n_2/n_1)$一定的情况下，适当地控制入射角 θ_1，即可改变 $\Delta\varphi$，从而改变反射光的偏振状态。

（2）衰逝波（倏逝波）。当光由光密介质射向光疏介质发生全反射时，在第二个介质中存在一个衰逝波。该衰逝波是沿着界面方向传播的非均匀波，沿着界面法线方向的平均能流为零，其振幅沿界面法线方向指数衰减，光场表示式为

$$\boldsymbol{E}_t=\boldsymbol{E}_{0t}e^{-k_t z\sqrt{\sin^2\theta_1-n^2}/n}e^{-i(\omega t-k_t x\sin\theta_1/n)}$$

衰逝波在第二个介质中的穿透深度约为波长量级。

进一步的研究表明，发生全反射时，光由第一个介质进入第二个介质的能量入口处与返回能量的出口处之间，相隔约半个波长。所以，当以有限宽度的光束入射时，反射光在界面上有一个横向位移，称为古斯—哈恩斯位移，它是造成全反射时反射光相位跃变的原因。

8）光在金属中的传播

金属与各向同性介质的主要差别是其电导率 σ 不等于零，且因电导率与焦耳热损耗有关，将导致光在金属中传播时产生损耗衰减，以致于几乎不透明。

金属中光波所满足的波动方程为

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\mu\varepsilon\alpha\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0$$

式中

$$\alpha=1+i\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}$$

与各向同性介质波动方程的差别在于，以复数值 $\mu\varepsilon\alpha$ 代替了 $\mu\varepsilon$。因此，金属中传播的单色平面光波电场表示式为

$$E=E_0e^{-i(\omega t-\tilde{k}\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r})}=E_0e^{-\frac{\omega}{c}n''(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r})}e^{-i\left[\omega t-\frac{\omega}{c}n'(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r})\right]}$$

式中，$\tilde{k}$ 为“复波数”。这种单色平面光波是一个衰减的平面波，n'是光在金属中传播时的折射率，n''是描述光在金属中传播时衰减特性的量，它们都是光频率 ω 的函数。

1.3 典型例题

例题 1-1 写出在 xOy 平面内、沿与 y 轴夹角为 θ 的 $\boldsymbol{r}$ 方向传播的平面波的复振幅。

解：本题要求具体写出平面波的复振幅 $E_0e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\varphi_0}$。据已知条件，该平面波波矢的三个分量分别为

$$k_x=k\sin\theta,\ k_y=k\cos\theta,\ k_z=0$$

则初相位分布形式为

$$\varphi(r)=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\varphi_0=k(x\sin\theta+y\cos\theta)-\varphi_0$$

其中 φ_0 为原点处的初始相位。设振幅 $E(r)=E_0$，其复振幅为

$$\widetilde{E}(r)=E_0e^{i[k(x\sin\theta+y\cos\theta)-\varphi_0]}$$

例题 1-2 证明群速度可以表示为

$$v_g=\frac{c}{n+\omega(dn/d\omega)}$$

证明：本题属于相速度和群速度求解的问题。

根据群速度及其与相速度的关系：

$$v_g=\frac{d\omega}{dk}=\frac{d(kv)}{dk}=v+k\frac{dv}{dk}$$

而

$$\frac{dv}{dk}=\frac{dv}{d\omega}\cdot\frac{d\omega}{dk}=v_g\frac{dv}{d\omega}$$

由于 $v=\frac{c}{n}$，所以有

$$\frac{dv}{d\omega}=\frac{dv}{dn}\cdot\frac{dn}{d\omega}=-\frac{c}{n^2}\frac{dn}{d\omega}$$

因此

$$v_g=v-\frac{v_g ck}{n^2}\cdot\frac{dn}{d\omega}=\frac{v}{1+\left(\frac{ck}{n^2}\right)\left(\frac{dn}{d\omega}\right)}=\frac{c}{n+\omega\left(\frac{dn}{d\omega}\right)}$$

例题 1-3 一电矢量振动方向与入射面成 45°的线偏振光，分别以 50°和 60°的角度斜