

第一章 绪论

基本要求:

- 1.明确机械原理课程的研究对象和内容，以及学习本课程的目的。
- 2.了解机械原理在培养机械类高级工程技术人才全局中的地位、任务和作用。
- 3.了解机械原理学科的发展趋势。

教学内容:

- 1.机械原理课程的研究对象
- 2.机械原理课程的研究内容
- 3.机械原理课程的地位及学习本课程的目的
- 4.机械原理课程的学习方法

重点难点:

本章的学习重点是机械原理课程的研究对象和内容，机器、机构和机械的概念，机器和机构的用途以及区别；了解机械原理课程的性质和特点。

1.1 机械原理课程的研究对象

机械是人类用以转换能量和借以减轻人类劳动、提高生产率的主要工具，也是社会生产力发展水平的重要标志。机械工业是国民经济的支柱工业之一。当今社会高度的物质文明是以近代机械工业的飞速发展为基础建立起来的，人类生活的不断改善也与机械工业的发展紧密相连。**机械原理（Theory of Machines and Mechanisms）**是机器和机构理论的简称。它以机器和机构为研究对象，是一门研究机构和机器的运动设计和动力设计，以及机械运动方案设计的技术基础课。

机器的种类繁多，如内燃机、汽车、机床、缝纫机、机器人、包装机等，它们的组成、功用、性能和运动特点各不相同。机械原理是研究机器的共性理论，必须对机器进行概括和抽象。内燃机与机械手的构造、用途和性能虽不相同，但是从它们的组成、运动确定性及功能关系看，都具有一些共同特征：

- (1) 人为的实物（机件）的组合体。
- (2) 组成它们的各部分之间都具有确定的相对运动。
- (3) 能完成有用机械功或转换机械能。

凡同时具备上述 3 个特征的实物组合体就称为机器

内燃机和送料机械手等机器结构较复杂，如何分析和设计这类复杂的机器呢？我们可以采取“化整为零”的思想，即首先将机器分成几个部分，对其局部进行分析。机构是传递运动和动力的实物组合体。最常见的机构有连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、间歇运动机构、螺旋机构、开式链机构等。它们的共同特征是：

- (1) 人为的实物（机件）的组合体。
- (2) 组成它们的各部分之间都具有确定的相对运动。

可以看出，机构具有机器的前两个特征。机器是由各种机构组成的，它可以完成能量的转换或做有用的机械功；而机构则仅仅起着运动传递和运动形式转换的作用。在开发设计新型机器时，我们采用“积零为整”的设计思想，根据机器要完成的工艺动作和工作性能，选择已有机构或创新设计新机构，构造新型机器。内燃机就是由曲柄滑块机构(由活塞、连杆、曲轴和机架组成)、凸轮机构(由凸轮、顶杆和机架组成)和齿轮机构等组成。

随着科学技术的发展，机械概念得到了进一步的扩展：

1. 某些情况下，机件不再是刚体，气体、液体等也可参与实现预期的机械运动。我们将利用液、气、声、光、电、磁等工作原理的机构统称为广义机构。由于利用了一些新的工作介质和工作原理，较传统机构更能方便地实现运动和动力的转换，并能实现某些传统机构难以完成的复杂运动。

利用液体、气体作为工作介质，实现能量传递和运动转换的机构，分别称为液压机构和气动机构，它们广泛应用于矿山、冶金、建筑、交通运输和轻工等行业。利用光电、电磁物理效应，实现能量传递或运动转换或实现动作的一类机构，应用也十分广泛。例如，采用继电器机构实现电路的闭合与断开；电话机采用磁开关机构，提起受话器时，接通线路进行通话，当受话器放到原位时断路。

2. 机器内部包含了大量的控制系统和信息处理、传递系统。

3. 机器不仅能代替人的体力劳动，还可代替人的脑力劳动。除了工业生产中广泛使用的工业机器人，还有应用在航空航天、水下作业、清洁、医疗以及家庭服务等领域的“服务型”机器人。例如 Sony 公司新近推出的 SDR-3X 娱乐机器人。

1.2 研究内容

机械原理课程的研究内容分为以下三部分：

(1) 机构的运动设计

主要研究机构的组成原理以及各种机构的类型、特点、功用和运动设计方法。通过机构类型综合，探索创新设计机构的途径。主要内容包括机构的组成和机构分析、连杆机构、凸轮机构、齿轮机构和间歇运动机构等一些常用的机构及组合方式，阐述满足预期运动和工作要求的各种机构的设计理论和方法。

(2) 机械的动力设计

主要介绍机械运转过程中所出现的若干动力学问题，以及如何通过合理设计和实验改善机械动力性能的途径。主要包括求解在已知力作用下机械的真实运动规律的方法、减少机械速度波动的调节问题、机械运动过程中的平衡问题、以及机械效率和摩擦问题。

(3) 机械系统方案设计

主要介绍机械系统方案设计的设计内容、设计过程、设计思路和设计方法。主要内容包括机械总体方案的设计和机械执行系统的方案设计等内容。

通过对机械原理课程的学习，应掌握对已有的机械进行结构、运动和动力分析的方法，以及根据运动和动力性能方面的设计要求设计新机械的途径和方法。

1.3 机械原理课程的地位和作用

机械原理是以高等数学、物理学及理论力学等基础课程为基础的，研究各种机械所具有的共性问题；它又为以后学习机械设计和有关机械工程专业课程以及掌握新的科学技术成就打好工程技术的理论基础。因此，机械原理是机械类各专业的一门非常重要的技术基础课，它是从基础理论课到专业课之间的桥梁，是机械类专业学生能力培养和素质教育的最基本的课程。在教学中起着承上启下的作用，占有非常重要的地位。

其目的在于培养学生以下几点：

1.掌握机构运动学和机械动力学的基本理论和基本技能，并具有拟定机械运动方案、分析和设计机构的能力，为学习机械设计和机械类有关专业课及掌握新的科学技术打好工程技术的理论基础。

2.掌握机构和机器的设计方法和分析方法，为现有机器的合理使用和革新改造打基础。

3.掌握创新设计方法，培养创造性思维和技术创新能力，针对原理方案设计阶段，为机械产品的创新设计打下良好的基础。

1.4 机械原理课程的学习方法

1. 学习机械原理知识的同时,注重素质和能力的培养。

在学习本课程时，应把重点放在掌握研究问题的基本思路和方法上，着重于创新性思维的能力和意识的培养。

2. 重视逻辑思维的同时,加强形象思维能力的培养。

从基础课到技术基础课，学习的内容变化了，学习的方法也应有所转变；要理解和掌握本课程的一些内容，要解决工程实际问题，要进行创造性设计，单靠逻辑思维是远远不够的，必须发展形象思维能力。

3. 注意把理论力学的有关知识运用于本课程的学习中。

在学习本课程的过程中，要注意把高等数学、物理、理论力学和工程制图中的有关知识运用到本课程的学习当中。

4. 注意将所学知识用于实际,做到举一反三。

第二章 平面机构的结构分析

基本要求：

1. 熟练掌握机构运动简图的绘制方法。能够将实际机构或机构的结构图绘制成机构运动简图；能看懂各种复杂机构的机构运动简图；能用机构运动简图表达自己的设计构思。
2. 掌握运动链成为机构的条件。
3. 熟练掌握机构自由度的计算方法。能自如地运用平面机构自由度计算公式计算机构自由度。能准确识别出机构中存在的复合铰链、局部自由度和虚约束，并作出正确处理。
4. 了解机构的组成原理和结构分析的方法。了解高副低代的方法；学会根据机构组成原理，用基本杆组、原动件和机架创新构思新机构的方法。

教学内容：

- 1 机构的组成；
- 2 机构运动简图；
- 3 机构的自由度的计算及机构具有确定运动的条件；
- 4 机构的组成原理和结构分析。

2.1 机构的组成

1. 构件与零件

构件：从运动的观点分析机械时，构件是参加运动的最小单元体。构件可以是一个零件，也可以是由多个零件组成的刚性系统。

零件：从制造的观点分析机械时，零件是组成机械的最小单元体。任何机械都由许多零件组合而成的。

2. 运动副及其分类

运动副：两构件直接接触所形成的可动联接。

运动副元素：两构件直接接触而构成运动副的点、线、面部分。

构件的自由度：构件所具有的独立运动的数目。

两个构件构成运动副后，构件的某些独立运动受到限制，这种限制称为约束。

约束：运动副对构件的独立运动所加的限制。运动副每引入一个约束，构件就失去一个自由度。

运动副的分类：

1)按运动副的接触形式分：

低副：构件与构件之间为面接触，其接触部分的压强较低。

高副：构件与构件之间为点、线接触，其接触部分的压强较高。

2)按相对运动的形式分

平面运动副：两构件之间的相对运动为平面运动。

空间运动副：两构件之间的相对运动为空间运动。

3)按运动副引入的约束数分类

引入 1 个约束的运动副称为 1 级副，引入 2 个约束的运动副称为 2 级副，引入 3 个约束的运动副称为 3 级副，引入 4 个约束的运动副称为 4 级副，引入 5 个约束的运动副称为 5 级副。

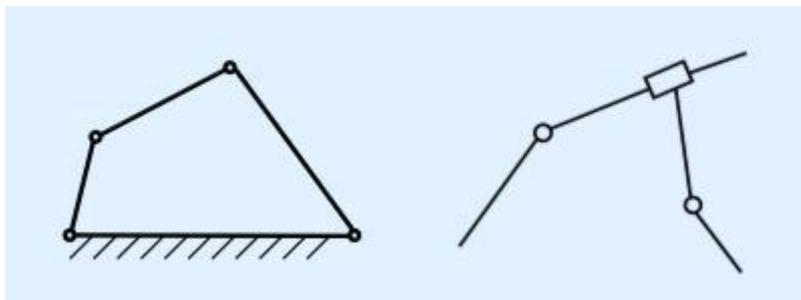
4. 按接触部分的几何形状分

3. 运动链

运动链是指两个或两个以上的构件通过运动副联接而构成的系统。

闭式运动链（闭链）：运动链的各构件构成首末封闭的系统。

开式运动链（开链）：运动链的各构件未构成首末封闭的系统。



在运动链中，如果将某一个构件加以固定，而让另一个或几个构件按给定运动规律相对固定构件运动时，如果运动链中其余各构件都有确定的相对运动，则此运动链成为机构。

机构：具有确定运动的运动链。

机架：机构中固定不动的构件；

原动件：按照给定运动规律独立运动的构件

从动件：其余活动构件。

平面机构：组成机构的各构件的相对运动均在同一平面内或在相互平行的平面内。

空间机构：机构的各构件的相对运动不在同一平面内或平行的平面内。

2.2 运动简图

机器是由机构组成，因此，在对现有机构进行分析，还是构思新机械的运动方案和对组成新机械的各种机构作进一步的运动及动力设计时，需要一种表示机构的简明图形——机构运动简图。

机构运动简图：用国家标准规定的简单符号和线条代表运动副和构件，并按一定比例尺表示机构的运动尺寸，绘制出表示机构的简明图形。它与原机械具有完全相同运动特性。

机构示意图：为了表明机械的组成状况和结构特征，不严格按比例绘制的简图。

功用：

1. 现有机械分析
2. 新机械总体方案的设计

机构简图的绘制步骤：

1. 分析机械的动作原理、组成情况和运动情况；
2. 沿着运动传递路线，分析两构件间相对运动的性质，以确定运动副的类型和数目；
3. 适当地选择运动简图的视图平面；
4. 选择适当比例尺 k (k =实际尺寸(m)/图示长度(mm))，用机构简图符号，绘制机构运动简图。并从运动件开始，按传动顺序标出各构件的编号和运动副的代号。在原动件上标出箭头以表示其运动方向。

2.3 机构自由度的计算及具有确定运动的条件

1. 机构自由度的概念：机构的独立运动数称为**机构的自由度**。
2. 平面机构自由度的计算

机构的自由度取决于活动构件的数目、联接各构件的运动副的类型和数目。

(1) 平面机构自由度计算的一般公式

设一个平面机构中共有 n 个活动构件，在用运动副将所有构件联接起来前，这些活动构件具有 $3n$ 个自由度。

当用 p_h 个高副、 p_l 个低副联接成运动链后，这些运动副共引入了 $2p_l + p_h$ 个约束。由于每引入一个约束构件就失去了一个自由度，故整个机构相对于机架的自由度数

$$F = 3n - 2p_l - p_h \quad (1.1)$$

该式称为**平面机构的结构公式**。

3. 计算平面机构自由度的注意事项

(1) 复合铰链

定义：两个以上构件在同一处以转动副相连接，所构成的运动副称为**复合铰链**。

解决问题的方法：若有 K 个构件在同一处组成复合铰链，则其构成的转动副数目应为 $(K-1)$ 个

(2) 局部自由度

定义：若机构中某些构件所具有的自由度仅与其自身的局部运动有关，并不影响其他构件的运动，则称这种自由度为局部自由度。

局部自由度经常发生的场合：滑动摩擦变为滚动摩擦时添加的滚子；轴承中的滚珠。

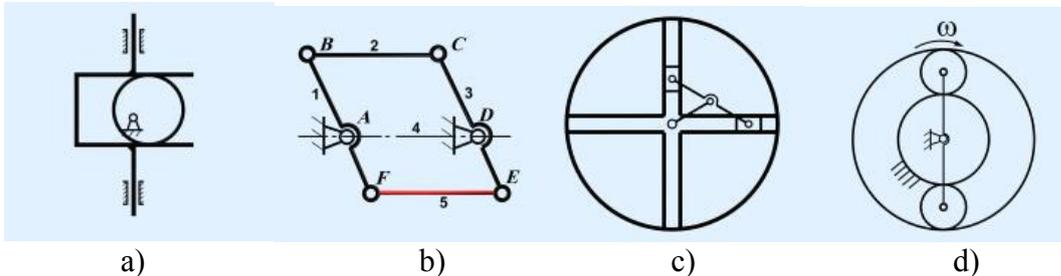
解决的方法：计算机构自由度时，设想将滚子与安装滚子的构件固结在一起，视为一个构件。

(3) 虚约束

在特定几何条件或结构条件下，某些运动副所引入的约束可能与其他运动副所起的限制作用一致，这种不起独立限制作用的重复约束称为虚约束。

虚约束经常发生的场合：

- 两构件之间构成多个运动副时；
- 两构件上某两点间的距离在运动过程中始终保持不变时；
- 联接构件与被联接构件上联接点的轨迹重合时；
- 机构中对运动不起作用的对称部分。



机构中的虚约束都是在一定的几何条件下出现的，如果这些几何条件不满足，则虚约束将变成有效约束，而使机构不能运动。

采用虚约束是为了改善构件的受力情况；传递较大功率；或满足某种特殊需要。

4. **机构具有确定运动的条件：**机构的自由度等于机构的原动件数。

【学习指导】

本节的难点是正确判别机构中的虚约束。在学习时应首先搞清楚虚约束的概念，掌握机构中存在虚约束的特定几何条件，以便计算机构自由度时，能正确判定出机构中的虚约束。同时应注意虚约束在特定的几何条件破坏后将变为实际约束。

复合铰链与局部自由度比较简单，学习时应在基本概念清楚的基础上，搞清复合铰链与局部自由度发生的场合，并采取相应的解决方法。

2.4 平面机构的组成原理分析

1. 平面机构的组成原理

任何机构中都包含原动件、机架和从动件系统三部分。由于机架的自由度为零，每个原动件的自由度为1，而机构的自由度等于原动件数，所以，从动件系统的自由度必然为零。

杆组：自由度为零的从动件系统。

基本杆组：不可再分的自由度为零的构件组合称为**基本杆组**，简称**基本组**。

杆组的结构式为： $3n = 2p_l$

机构的组成原理：把若干个自由度为零的基本杆组依次联接到原动件和机架上，就可组成新的机构，其自由度数目与原动件的数目相等。

在进行新机械方案设计时，可以按设计要求根据机构的组成原理，创新设计新机构。在设计中必须遵循的原则：在满足相同工作要求的前提下，机构的结构越简单、杆组的级别越低、构件数和运动副的数目越少越好。

2. 平面机构的结构分析

对已有机构或已设计完的机构进行运动分析和力分析时，首先需要对机构进行结构分析，即将机构分解为基本杆组、原动件和机架，结构分析的过程与由杆组依次组成机构的过程正好相反。通常称此过程为拆杆组。

拆杆组时应遵循的原则：从传动关系离原动件最远的部分开始试拆；每拆除一个杆组后，机构的剩余部分仍应是一个完整的机构；试拆时，按二级组试拆，若无法拆除，再试拆高一级别的杆组。

3. 平面机构的高副低代法

目的：为了使平面低副机构结构分析和运动分析的方法适用于含有高副的平面机构。

概念：用低副代替高副

方法：用含两个低副的虚拟构件代替高副

高副低代必须满足的条件：

1. 替代前后机构自由度不变
2. 替代瞬时速度加速度不变

对于一般的高副机构，在不同位置有不同的瞬时替代机构。经高副低代后的平面机构，可视为平面低副机构。

第三章 平面机构的运动分析和力分析

基本要求：

1. 掌握速度瞬心的概念，平面机构速度瞬心的数目及确定方法，学会用速度瞬心法对现有机构进行速度分析；
2. 掌握用相对运动图解法对机构进行速度分析的方法；
3. 掌握机构运动分析的复数矢量法，了解矩陈法；
4. 掌握平面机构力分析中的动态静力分析法，能够对给出机构用解析法建模并进行机构运动分析和力分析。

教学内容：

1. 机构速度分析的瞬心法；
2. 机构运动分析的相对运动图解法；
3. 机构运动分析的解析法；
4. 平面机构的力分析。

3.1 机构速度分析的瞬心法

1. 速度瞬心的概念

定义：当两构件（即两刚体）1，2作平面相对运动时（如图示），在任一瞬时，都可以认为它们是绕某一重合点作相对转动，而该重合点则称为瞬时速度中心，简称瞬心，以 P_{12} （或 P_{21} 表示）。瞬心是相对运动两构件上相对速度为零的重合点。

瞬心法是利用机构的瞬时速度中心来求解机构的运动问题的。瞬心分**绝对瞬心**和**相对瞬心**，前者是指等速重合点的绝对速度为零；后者是指等速重合点的绝对速度不为零。

任意两个构件无论它们是否直接形成运动副都存在一个瞬心。故若机构全部构件数为 n ，则共有 $N=n(n-1)/2$ 个瞬心。

2. 求瞬心的方法

求瞬心的方法有两种：通过直接观察和利用三心定理。

三心定理：作平面运动的三个构件的三个瞬心位于同一条直线上。

利用瞬心法可以进行某一瞬时构件的角速度之比、构件的角速度和构件上某点的速度分析。进行运动分析时不受机构级别的限制，当所求构件与已知构件相隔若干构件时，也可直接求得。在用瞬心法进行速度分析时，需要用哪个瞬心找哪个瞬心，不必找出所有瞬心后求解。在机构构件数较少的情况下，利用瞬心法对机构进行速度分析不失为一种简洁的方法。

3.2 机构运动分析的相对运动图解法

基本原理是理论力学中的运动学理论：刚体的平面运动可认为是随基点的平动和绕基点的相对转动的合成；重合点的绝对运动可认为是动系的牵连运动和动点相对动系相对运动的合成。

1. 同一构件上各点的速度和加速度分析

以铰链四杆机构为例，介绍速度图、加速度图的绘制方法。 p 为速度图的极点，它代表机构上所有绝对速度为零的点。过点 p 向外的矢量代表绝对速度，不通过点 p 的矢量代表相对速度。当已知一构件上两点的速度时，该构件上其它任意点的速度均可用速度影像的原理求出。 π 为加速度图的极点，它代表机构上所有绝对加速度为零的点。由点 π 向外的矢量代表绝对加速度，不通过点 π 的矢量代表相对加速度。当已知一构件上两点的加速度时，该构件上任意其它点的加速度均可用加速度影像的原理求出。注意：速度影像和加速度影像的原理只能应用于同一构件上的各点。

2. 组成移动副两构件重合点的速度和加速度分析

以导杆机构为例，介绍有移动副的机构的运动分析方法。其重点是列出矢量方程，必须正确判断各矢量的方向，难点是科氏加速度的确定，分别以导杆机构和正弦机构为例，使学生了解科氏加速度存在的场合，并注意方向的判断。

3. 3 机构运动分析的解析法

1. 以铰链四杆机构为例，介绍复数矢量法，重点掌握建模方法，矢量方程的建立方法。
2. 以曲柄摇块机构为例，介绍有移动副的机构的复数矢量法。

3. 4 平面机构的力分析

1. 简单介绍机械上作用的力及惯性力的求解方法。
2. 以六杆机构为例，简单介绍动态静力分析的图解法。重点是机构的拆组方法及绘力多边形的方法。
3. 简介动态静力分析的解析法，为课程设计打下基础。

第四章 机械中的摩擦和机械效率

基本要求：

1. 能够熟练地对移动副中的摩擦问题进行分析和计算；
2. 掌握螺旋副及转动副中摩擦问题的分析和计算方法；
3. 掌握考虑摩擦时机构的受力分析方法；
4. 熟练掌握机械效率的概念及效率的各种表达形式，掌握机械效率的计算方法；
5. 正确理解机械自锁的概念，掌握确定自锁条件的方法。

教学内容：

1. 移动副中的摩擦；
2. 螺旋副中的摩擦；
3. 转动副中的摩擦；
4. 考虑摩擦时机构受力分析；
5. 机械效率及自锁。

重点难点：

效率是衡量机械性能的重要指标，对于一部机器，其效率的大小在很大程度上取决于机械中摩擦所引起的功率损耗。研究机械中摩擦的主要目的在于寻找提高机械效率的途径。在本章的学习中要求重点掌握物体所受总反力方向的确定、移动副、转动副中摩擦问题的分析方法以及自锁现象和自锁条件的判断。关于自锁条件的判断是本章的难点。

4.1 移动副中的摩擦

移动副中的摩擦是运动副摩擦的一种简单的方式，广泛存在于机械运动中。有三种情况，即平面摩擦、斜面摩擦和槽面摩擦。

1. 平面摩擦

滑块与平面构成的移动副，滑块在自重和驱动力的作用下向右移动。分析滑块的受力如下图。

摩擦角：总反力 R_{21} 与法向反力 N_{21} 的夹角 φ 。

由图可知

$$\tan \varphi = \frac{F_{21}}{N_{21}} = \frac{f \cdot N_{21}}{N_{21}} = f$$

故

$$\varphi = \arctan f$$

总反力 R_{21} 与相对运动方向 v_{12} 的夹角总为钝角。其大小为 $(90^\circ + \varphi)$

2. 斜面摩擦

一滑块置于斜面上，在铅锤载荷 Q 的作用下滑块沿斜面等速运动，分析使滑块沿斜面等速运动时所需的水平力。

置于斜面上的滑块有两种运动可能即沿斜面等速上升及沿斜面等速下滑。下面分别讨论滑块所受摩擦力。

(1) 滑块等速上升

当滑块在水平力作用下等速上升时

$$F + Q + R_{21} = 0$$

式中 F 与 R 的大小未知，作力的三角形

$$F = Q \tan(\alpha + \varphi)$$

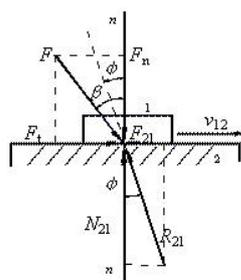
(2) 滑块等速下滑

当滑块在水平力作用下等速下滑时

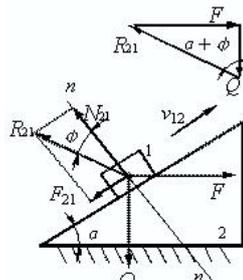
$$F' + Q + R'_{21} = 0$$

由力的三角形得

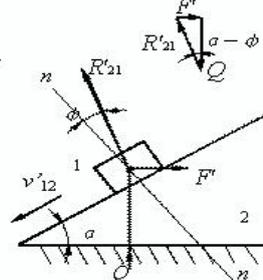
$$F' = Q \tan(\alpha - \varphi)$$



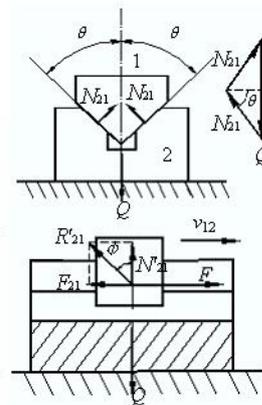
a) 平面摩擦



b) 滑块等速上升



c) 滑块等速下滑



d) 槽面摩擦

3. 槽面摩擦

由力三角形得：
$$N_{21} = \frac{Q}{2 \sin \theta} \text{ 故 } F_{21} = 2f \cdot N_{21} = f \cdot \frac{Q}{\sin \theta} \text{ 若令 } \frac{f}{\sin \theta} = f_e \text{ 则}$$

$$F_{21} = f_e Q$$
。式中 f_e 称当量摩擦系数，相当于把楔形滑块视为平滑块时的摩擦系数。与之对应的摩擦角称为当量摩擦角。引入当量摩擦系数的意义在于：当量摩擦系数引入后，在分析运动副中的滑动摩擦系数时，不管运动副两元素的几何形状如何，均可视为单一平面接触来计算其摩擦力。

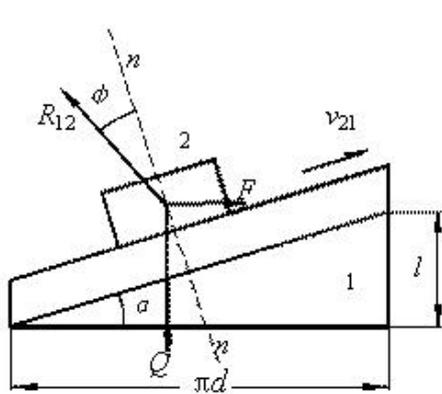
4.2 螺旋副中的摩擦

螺旋副为一种空间运动副，其接触面是螺旋面。当螺杆和螺母的螺纹之间受有轴向载荷时，拧动螺杆或螺母，螺旋面之间将产生摩擦力。

在研究螺旋副中的摩擦时，通常假设螺杆与螺母之间的作用力 Q 集中在平均直径为 d 的螺旋线上。由于螺旋线可以展成平面上的斜直线，螺旋副中力

的作用与滑块和斜面间的力的作用相同。就可以把空间问题转化为平面问题来研究。下面就矩形螺纹螺旋副中的摩擦和三角形螺纹螺旋副中的摩擦进行研究。

1. 矩形螺纹螺旋副中的摩擦



$$\tan \alpha = \frac{l}{\pi d} = \frac{zp}{\pi d}$$

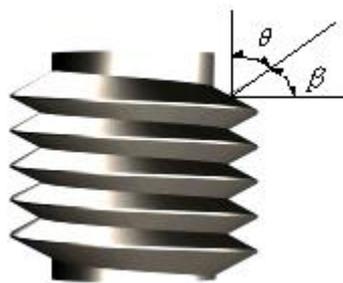
由力的三角形得：

$$F = Q \tan(\alpha + \varphi)$$

拧紧力矩：
$$M = F \cdot \frac{d}{2} = \frac{d}{2} Q \tan(\alpha + \varphi)$$

2. 三角形螺纹螺旋副中的摩擦

三角形螺纹和矩形螺纹的区别在于螺纹间接触面的形状不同。螺母在螺杆上的运动近似的认为是楔形滑块沿斜槽面的运动。



此时，斜槽面的夹角等于 2θ ($\theta = 90^\circ - \beta$ ， β 称为牙

形半角)

$$f_e = \frac{f}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{f}{\cos \beta}$$

$$\varphi_e = \arctan f_e = \arctan\left(\frac{f}{\cos \beta}\right)$$

可得拧紧力矩

$$M = F \cdot \frac{d}{2} = \frac{d}{2} Q \tan(\alpha + \varphi_e)$$

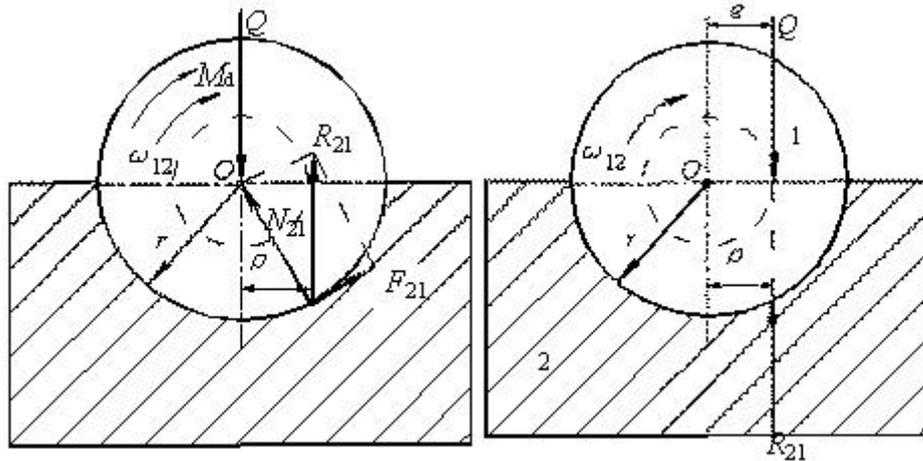
由于 $\varphi_e > \varphi$ ，故三角形螺纹的摩擦力矩较大，宜用于联接紧固。矩形螺纹摩擦力矩较小，宜用于传递动力的场合。

4.3 转动副中的摩擦

转动副在各种机械中应用很广，常见的有轴和轴承以及各种铰链。转动副可按载荷作用情况的不同分成径向轴颈与轴承和止推轴颈与轴承。

1. 径向轴颈的摩擦

当载荷垂直于轴的几何轴线时，称为径向轴颈与轴承。轴颈在驱动力矩的作用下，在轴承中等速回转。



由于存在法向反力 N_{12} ，摩擦力 $F_{21} = fN_{21} = f_e Q$ ，其中 f_e 为当量摩擦系数。对于非跑合的径向轴颈 $f_e = \frac{\pi}{2} f$ ，跑合的径向轴颈 $f_e = \frac{4}{\pi} f$ ，摩擦力矩为 $M_f = F_{21}r = f_e Qr$ ，由力平衡 $R_{21} = -Q$ (R_{21} 为总反力)，力矩平衡 $M_d = -R_{21}\rho = -M_f$ 。可得： $\rho = f_e r$ 。

对于具体的轴颈， ρ 为定值。以轴颈中心 O 为圆心， ρ 为半径的圆称为摩擦圆， ρ 为摩擦圆半径。总反力 R_{21} 始终切于摩擦圆，大小与载荷 Q 相等。其对轴颈轴心 O 之距的方向必与轴颈相对于轴承的角速度的方向相反。上图中用一偏距为 e 的载荷 Q 代替原载荷及驱动力矩 M ，则 $M_d = Qe$

$e > \rho$ 轴颈将加速运动

$e = \rho$ 轴颈将等速运动

$e < \rho$ 轴颈将减速运动，若加载前静止，则保持静止状态。

2. 止推轴颈的摩擦

轴用以承受载荷的部分称为轴端或轴踵。轴端和承受轴向载荷的止推轴承 2 构成一转动副。非跑合的止推轴承轴端各处压强相等；跑合的止推轴承，轴端各处的压强不相等，离中心远的地方磨损较快，因而压强减小；离中心近的部分磨损较慢，因而压强增大。

4. 4 考虑摩擦时机构的受力分析

运动副中的摩擦是客观存在的，考虑摩擦的机构受力分析才能反映机构的实际受力状况。以曲柄滑块机构为例，介绍机构的受力分析方法。

4. 5 机械效率及自锁

1. 机械的效率

作用在机械上的力可分为驱动力、生产阻力和有害阻力三种。通常把驱动

力所做的功称为驱动功（输入功），克服生产阻力所做的功称为输出功，而克服有害阻力所做之功称为损耗功。

机械稳定运转时，有

$$W_d = W_r + W_f$$

式中 W_d 、 W_r 、 W_f 分别为输入功，输出功和损耗功。输出功和输入功的比值反映了输入功在机械中有效利用的程度，称为**机械效率**。

(1) 效率以功或功率的形式表达

根据机械效率的定义

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{W_d - W_f}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d}$$

用功率可表示为：

$$P_d = P_r + P_f \qquad \eta = \frac{P_r}{P_d} = 1 - \frac{P_f}{P_d}$$

式中 P_d 、 P_r 、 P_f 分别为输入功率、输出功率和损耗功率

$$P_d = Fv_F, \quad P_r = Qv_Q,$$

$$P_f = P_d - P_r$$

由于损耗功率不可能为零，所以机械的效率总是小于 1。为提高机械效率，应尽量减少机械中的损耗，主要是减少摩擦损耗。

(2) 效率以力或力矩的形式表达

F 为驱动力， Q 为生产阻力， v_F 和 v_Q 分别为 F 和 Q 沿该力作用线的速度

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{Qv_Q}{Fv_F}$$

假设机械中不存在摩擦，该机械称为理想机械。此时所需的驱动力称为理想驱动力 F_0 ，此力必小于实际驱动力 F 。对于理想机械：

$$\eta_0 = \frac{Qv_Q}{F_0v_F} = 1$$

故

$$Qv_Q = F_0v_F$$

所以

$$\eta = \frac{Qv_Q}{Fv_F} = \frac{F_0v_F}{Fv_F} = F_0 / F$$

此式表明，机械效率等于理想驱动力与实际驱动力的比。

$$\eta = \frac{M_{F_0}}{M_F}$$

若用力矩之比的形式表达机械效率为：式中 M_{F_0} 、 M_F 分别表示为了克服同样生产阻力所需的理想驱动力矩和实际驱动力矩。从另一角度讲，

同样驱动力 F ，理想机械所能克服的生产阻力 Q_0 必大于所能克服的生产阻力 Q 。

$$\eta_0 = \frac{Q_0 v_Q}{F v_F} = 1$$

对于理想机械：

$$\eta = \frac{Q v_Q}{F v_F} = \frac{Q v_Q}{Q_0 v_Q} = Q / Q_0$$

同理，有下式成立：

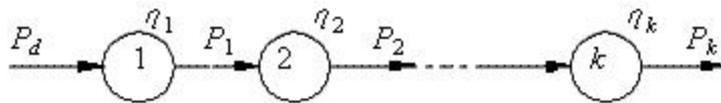
$$\eta = \frac{M_Q}{M_{Q_0}}$$

式中， M_Q, M_{Q_0} 分别表示在同样驱动力情况下，机械所能克服的实际生产阻力矩和理想生产阻力矩。

2. 机械系统的机械效率

对于由许多机械或机器组成的机械系统的机械效率以及计算，可以根据组成系统的机械效率计算求得。若干机械的连接组合方式一般有串联、并联、混联三种。

(1) 串联

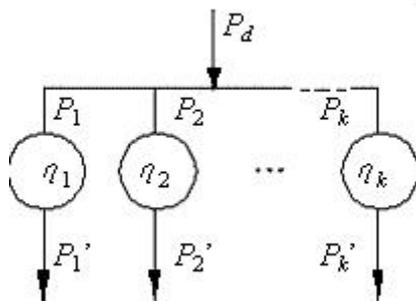


由 k 台机械串连组成的机械系统，设系统的输入功率为 P_d ，各机械的效率分别为 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k$ ； P_k 为系统的输出功率。则系统的总效率为：

$$\eta = \frac{P_k}{P_d} = \frac{P_1}{P_d} \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_3}{P_2} \cdots \frac{P_k}{P_{k-1}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_k$$

结论：串联系统的总效率等于各机器的效率的连乘积。串联的级数越多，机械系统的效率越低。

(2) 并联



由 k 台机械并联组成的机械系统。设系统的输入功率为 P_d , 各机械的效率分别为 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k$; P_k 为系统的输出功率。则系统的总功率:

$$P_d = P_1 + P_2 + \dots + P_k$$

总输出功率为:

$$P_r = P_1' + P_2' + \dots + P_k'$$

$$P_r = P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \dots + P_k\eta_k$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \dots + P_k\eta_k}{P_1 + P_2 + \dots + P_k}$$

并联系统的总效率不仅与各组成机器的效率有关,而且与各机器所传递的功率也有关。设 η_{\max} 和 η_{\min} 为各个机器中效率的最大值和最小值则 $\eta_{\max} < \eta < \eta_{\min}$ 。

若各台机器的输入功率均相等,即 $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_k$, 则

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \dots + P_k\eta_k}{P_1 + P_2 + \dots + P_k} \\ &= \frac{(\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_k)P_1}{kP_1} \\ &= (\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_k) / k \end{aligned}$$

若各台机器的效率均相等, 即

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \dots = \eta_k$$

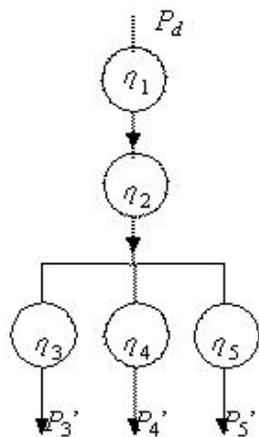
$$\eta = \frac{P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \dots + P_k\eta_k}{P_1 + P_2 + \dots + P_k} = \frac{\eta_1(P_1 + P_2 + \dots + P_k)}{P_1 + P_2 + \dots + P_k}$$

则:

$$= \eta_1 (= \eta_2 = \eta_3 = \dots = \eta_k)$$

结论: 若各台机器的效率均相等,并联系统的总效率等于任一台机器的效率。

(3) 混联

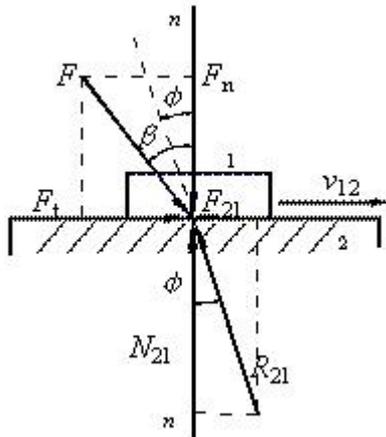


由串联和并联组成的混联式机械系统。其总效率的求法按其具体组合方式而定。图示系统中, 设串联部分效率为 η' , 并联部分效率为 η'' , 则总效率为:

$$\eta = \eta' \cdot \eta''$$

3 机械的自锁

在实际机械中，由于摩擦的存在以及驱动力作用方向的问题，有时会出现无论驱动力如何增大，机械都无法运转的现象，这种现象称为**机械的自锁**。



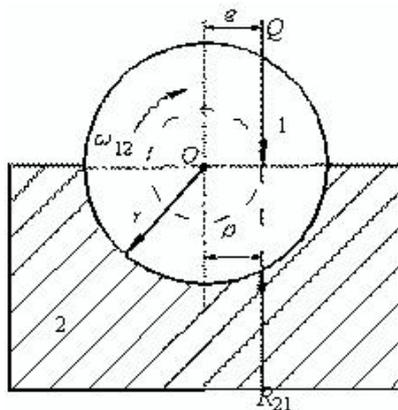
在图中所示的移动副中，驱动力有效分力为

$$F_t = F \sin \beta = F_n \tan \beta$$

阻力为摩擦力 $F_{21} = F_n \tan \varphi$

当 $\beta \leq \varphi$ 时有 $F_t \leq F_{21}$

此时无论 F 多大，均无法使滑块运动，出现自锁现象。此时驱动力作用在摩擦角内



图中所示的转动副中，作用在轴颈上的载荷为

Q ，当 $e \leq \rho$ 即 Q 作用在摩擦圆之内，此时

$$M_d (= Qe) < M_f (= R_{21}\rho = Q\rho)$$

由于驱动力矩总小于它产生的摩擦阻力矩，故无论 Q 如何增大，也不能使轴转动，即出现自锁现象。

总结：

机械是否发生自锁，与驱动力作用线的位置和方向有关。在移动副中，若驱动力作用在摩擦角之外，则不会发生自锁；在转动副中，若驱动力作用在摩擦圆之外，则不会发生自锁；故一个机械是否会发生自锁，可以通过分析组成机械的各个环节的自锁情况来判断。

若一个机械的某个环节发生自锁，则该机械必发生自锁。自锁时，驱动力不超过它产生的摩擦阻力，即此时驱动力所做的功总小于或等于由它所产生的摩擦阻力所作的功。此时机械的效率小于或等于零，即 $\eta \leq 0$ 。故可借机械效率的计算式来判断机械是否自锁和分析自锁产生的条件。

系统任意环节自锁则系统自锁，故在分析机械系统的自锁特性时应注意。机械通常有正反两个行程，它们的机械效率一般并不相等，反行程的效率小于零的机械称为自锁机械。自锁机械常用于夹具、螺栓连接、起重装置和压榨机械上。但自锁机械的正行程效率都较低，因而在传递动力时，只适用功率小的场合。

第五章 连杆机构

基本要求:

- 1.了解平面四杆机构的基本型式，掌握其演化方法。
- 2.掌握平面四杆机构的工作特性。
- 3.了解连杆机构传动的特点及其功能。
- 4.了解平面连杆机构设计的基本问题，熟练掌握根据具体设计条件及实际需要，选择合适的机构型式和合理的设计方法，解决具体设计问题。

教学内容:

1. 平面四杆机构的类型及应用;
2. 平面四杆机构的基本知识;
3. 平面四杆机构设计的图解法;
4. 平面四杆机构设计的解析法。

5.1 平面四杆机构的基本型式

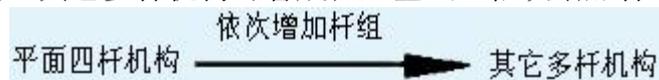
连杆机构是由若干个刚性构件用低副联接所组成。

平面连杆机构 若各运动构件均在相互平行的平面内运动，则称为平面连杆机构。

空间连杆机构 若各运动构件不都在相互平行的平面内运动，则称为空间连杆机构。

平面连杆机构较空间连杆机构应用更为广泛，故着重介绍平面连杆机构。

在平面连杆机构中，**结构最简单的且应用最广泛**的是由4个构件所组成的**平面四杆机构**，其它多杆机构可看成在此基础上依次增加杆组而组成。



1. 平面四杆机构的基本型式

所有运动副均为转动副的四杆机构称为**铰链四杆机构**。它是平面四杆机构的基本型式。在铰链四杆机构中，按连架杆能否作整周转动，可将四杆机构分为3种基本型式。

(1) 曲柄摇杆机构

定义:在铰链四杆机构中，若两连架杆中有一个为曲柄，另一个为摇杆，则称为**曲柄摇杆机构**。

(2) 双曲柄机构

定义:在铰链四杆机构中，若两连架杆均为曲柄，称为**双曲柄机构**。

传动特点:当主动曲柄连续等速转动时，从动曲柄一般不等速转动。双曲柄机构中有两种特殊机构：平行四边形机构和反平行四边形机构

定义:在双曲柄机构中，若两对边构件长度相等且平行，则称为**平行四边形机构**。

传动特点:主动曲柄和从动曲柄均以相同角速度转动。

定义：两曲柄长度相同，而连杆与机架不平行的铰链四杆机构，称为**反平行四边形机构**

(3) 双摇杆机构

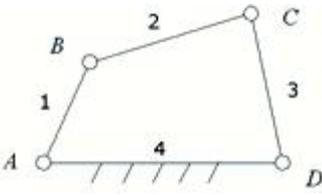
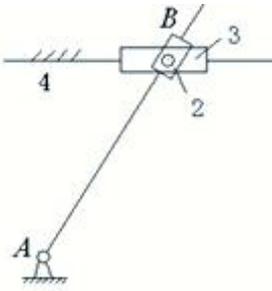
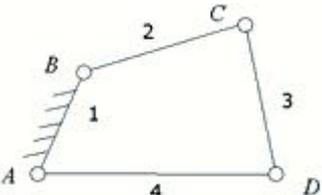
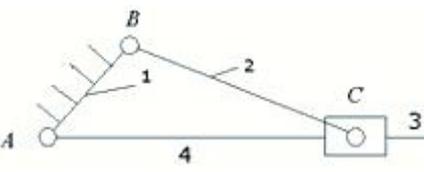
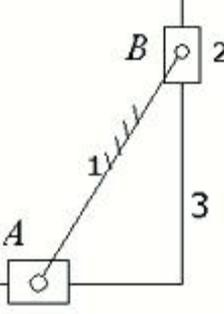
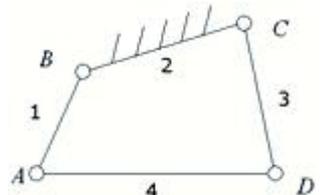
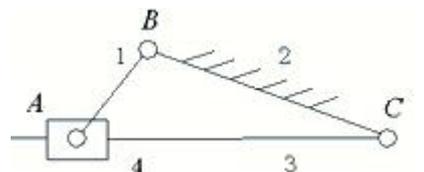
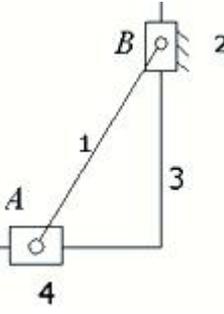
定义：在铰链四杆机构中，若两连架杆均为摇杆，则称为**双摇杆机构**。

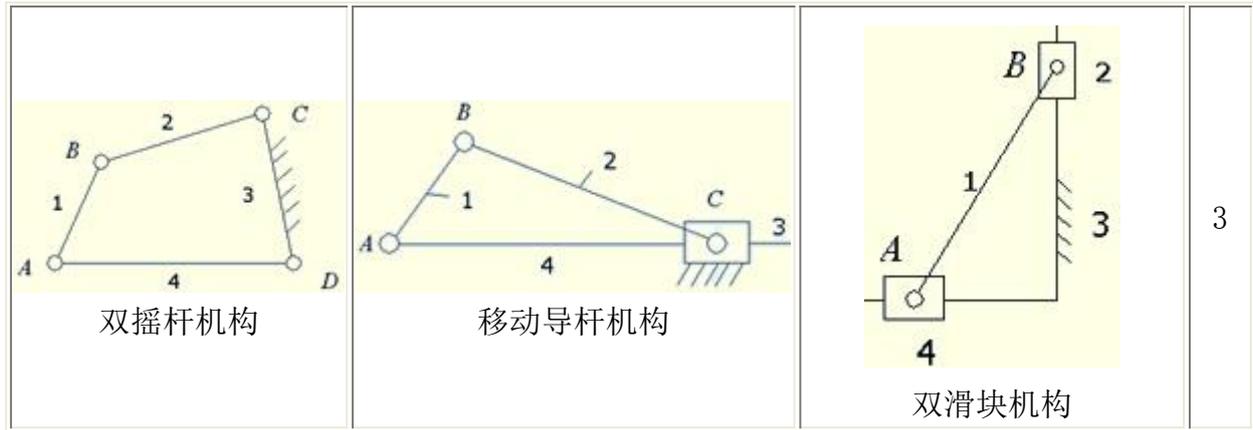
2. 平面四杆机构的演化

由于各种工程实际的需要，所用四杆机构的型式是多种多样的。这些四杆机构可看作是由铰链四杆机构通过不同方法演化而来的，并与之有着相同的相对运动特性。掌握这些演化方法，有利于对连杆机构进行创新设计。

当取不同的构件为机架时，会得到不同的四杆机构。下面我们看一下表：

表 2.1 四杆机构的几种型式

I 铰链四杆机构	II 含一个移动副的四杆机构	III 含有两个移动副的四杆机构	机架
 <p>曲柄摇杆机构</p>	 <p>曲柄滑块机构</p>	 <p>正切机构</p>	4
 <p>双曲柄机构</p>	 <p>转动导杆机构</p>	 <p>双转块机构</p>	1
 <p>曲柄摇杆机构</p>	 <p>摆动导杆机构</p>  <p>曲柄摇块机构</p>	 <p>正弦机构</p>	2



铰链四杆机构可以通过四种方式演化出其他形式的四杆机构。即(1)取不同构件为机架；(2)转动副变移动副；(3)杆状构件与块状构件互换；(4)销钉扩大。在曲柄摇杆机构或曲柄滑块机构中，当载荷很大而摇杆（或滑块）的摆角（或行程）不大时，可将曲柄与连杆构成的转动副中的销钉加以扩大，演化成偏心盘结构，这种结构在工程上应用很广。

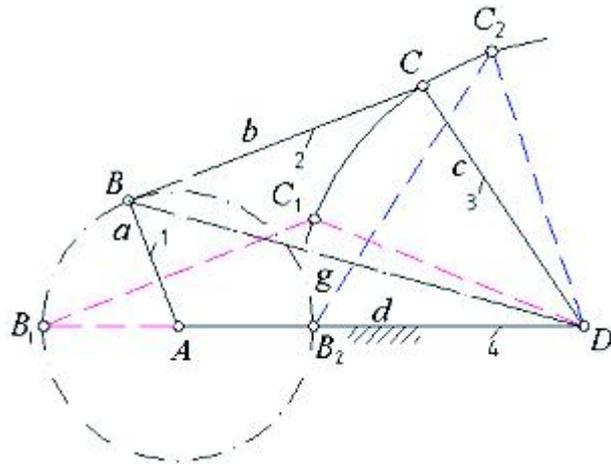
5.2 平面四杆机构的基本知识

1. 平面四杆机构有曲柄存在的条件

周转副：两构件能做 360° 相对转动的运动副。否则称**摆转副**。

曲柄：与机架相铰接能整周回转的构件。

下面以图示的四杆机构为例，说明平面四杆机构有曲柄存在的条件。



在图中，设 $d > a$ ，在杆 1 绕转动副 A 转动过程中，铰链点 B 与 D 之间的距离 g 是不断变化的，当 B 点到达图示点 B_1 和 B_2 两位置时， g 值分别达到最大值 $g_{\max} = d + a$ 和最小值 $g_{\min} = d - a$ 。

如要求杆 1 能绕转动副 A 相对杆 4 作整周转动，则杆 1 应通过 AB_1 和 AB_2 这两个关键位置，即可以构成三角形

B_1C_1D 和三角形 B_2C_2D 。根据三角形构成原理经过公式推导可得出如下**重要结论**：

在铰链四杆机构中，如果某个转动副能成为周转副，则它所连接的两个构件中，必有一个为最短杆，并且四个构件的长度关系满足杆长之和条件

我们考虑一下当选取不同的构件作机架时，会得到什么样的机构？

(1) 若取最短杆为机架——得双曲柄机构；

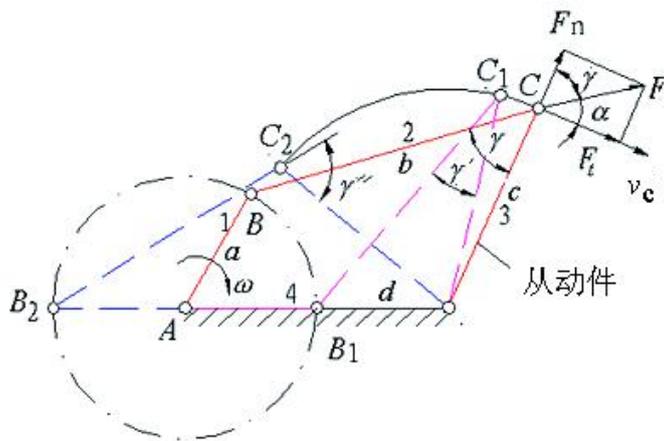
- (2) 若取最短杆的任一相邻的构件为机架——得曲柄摇杆机构；
- (3) 若取最短杆对面的构件为机架——得双摇杆机构。
- (4) 如果四杆机构不满足杆长之和条件，则不论选取哪个构件为机架，

所得机构均为双摇杆机构。

得出铰链四杆机构有曲柄存在的条件为：

- (1) 最短杆与最长杆长度之和小于或等于其它两杆长度之和。
- (2) 边架杆和机架中必有一杆是最短杆。

2. 压力角和传动角



v_c 方向之间所夹的锐角为 α ，则

$$\begin{cases} F_t = F \cdot \cos\alpha \\ F_n = F \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

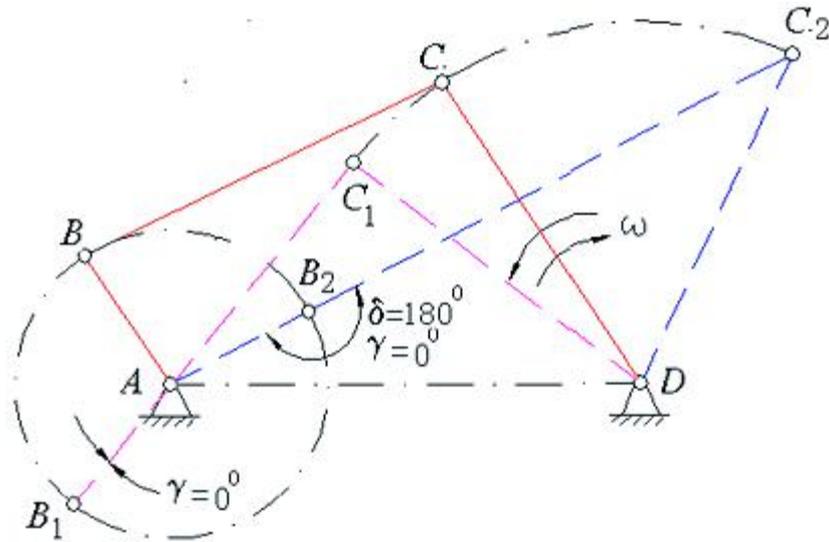
其中，沿 v_c 方向的分力 F_t 是使从动件转动的有效分力，对从动件产生有效回转矩；而 F_n 则是仅仅在转动副 D 中产生附加径向压力的分力。由上式可知： α 越大，径向压力 F_n 也越大，故称角 α 为压力角。压力角的余角称为传动角，用 γ 表示， $\gamma = 90^\circ - \alpha$ 。显然， γ 角越大，则有效分力 F_t 越大，而径向压力 F_n 越小，对机构的传动越有利。因此，在连杆机构中，常用传动角的大小及其变化情况来衡量一机构传力性能的优劣。

在机构的运动过程中，传动角的大小是变化的。当曲柄 AB 转到与机架 AD 重叠共线和展开共线两位置 AB_1 、 AB_2 时，传动角将出现极值 γ' 和 γ'' （传动角总取锐角）。这两个值的大小为

$$\gamma' = \arccos \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc}$$

$$\gamma'' = 180^\circ - \arccos \frac{b^2 + c^2 - (d+a)^2}{2bc}$$

在图示的铰链四杆机构中，如果不计惯性力、重力、摩擦力，则连杆 2 是二力共线的构件，由主动件 1 经过连杆 2 作用在从动件 3 上的驱动力 F 的方向将沿着连杆 2 的中心线 BC 。力 F 可分解为两个分力：沿着受力点 C 的速度 v_c 方向的分力 F_t 和垂直于 v_c 方向的分力 F_n 。设力 F 与着力点的速度



提出问题：四杆机构中是否存在死点位置，决定于什么？

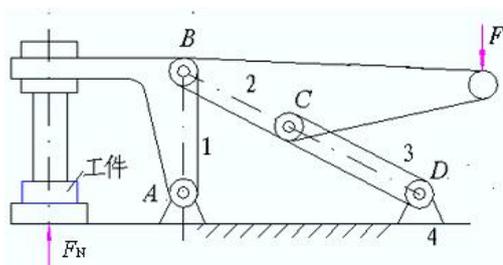
答：从动件是否与连杆共线。

对于传动机构来说，机构有死点是不利的，应该采取措施使机构能顺利通过死点位置。

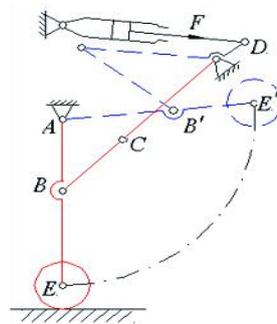
措施：

- 对于连续运转的机器，可以利用从动件的惯性来通过死点位置；
- 采用机构错位排列的方法，即将两组以上的机构组合起来，而使各组机构的死点位置相互错开；

机构的死点位置的积极作用：在工程实际中，不少场合也利用机构的死点位置来实现一定的工作要求。夹紧工件用的**连杆式快速夹具**是利用死点位置来夹紧工件的。在连杆2的手柄处施以压力 F 将工件夹紧后，连杆 BC 与连架杆 CD 成一直线。撤去外力 F 之后，在工件反弹力 T 作用下，从动件3处于死点位置。即使此反弹力很大，也不会使工件松脱。当飞机起落架处于放下机轮的位置时，此时连杆 BC 与从动件 CD 位于一直线上。因机构处于死点位置，故机轮着地时产生的巨大冲击力不会使从动件反转，从而保持着支撑状态。



连杆式快速夹具



飞机起落架

5.3 平面四杆机构设计的图解法

1. 平面四杆机构设计的两类基本问题

平面连杆机构在工程实际中应用十分广泛。根据工作对机构所要实现运动的要求，这些范围广泛的应用问题，通常可归纳为三大类设计问题。

(1) 实现刚体给定位置的设计

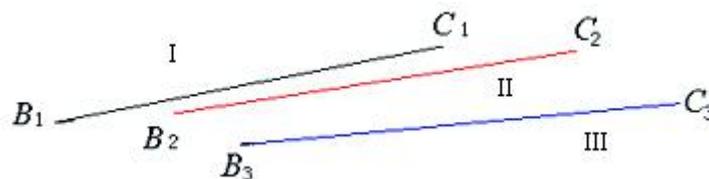
在这类设计问题中，要求所设计的机构能引导一个刚体顺序通过一系列给定的位置。该刚体一般是机构的连杆。

(2) 实现预定运动规律的设计

在这类设计问题中，要求所设计机构的主、从动连架杆之间的运动关系能满足某种给定的函数关系。如车门开闭机构，工作要求两连架杆的转角满足大小相等而转向相反的运动关系，以实现车门的开启和关闭；又如汽车前轮转向机构，工作要求两连架杆的转角满足某种函数关系，以保证汽车顺利转弯；再比如，在工程实际的许多应用中，要求在主动连架杆匀速运动的情况下，从动连架杆的运动具有急回特性，以提高劳动生产率。

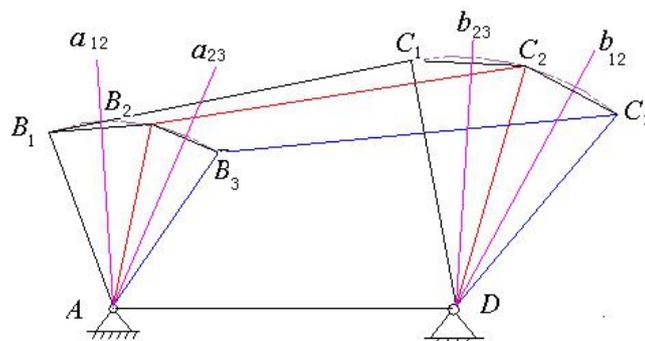
平面连杆机构的设计方法大致可分为**图解法**、**解析法**和**实验法**三类。

2. 按给定连杆位置设计四杆机构



如图示，设工作要求某刚体在运动过程中能依次占据 I，II，III 三个给定位置，试设计一铰链四杆机构，引导该刚体实现这一运动要求。设计问题为实现**连杆给定位置的设计**。首先根据刚体的具体结构，在其上选择活动铰链点 B 、 C 的位置。一旦确定了 B 、 C 的位置，对应于刚体 3 个位置时活动铰链的位置 B_1C_1 ， B_2C_2 ， B_3C_3 也就确定了。

设计的主要任务：确定固定铰链点 A 、 D 的位置。



设计步骤：

因为连杆上活动铰链 B, C 分别绕固定铰链 A, D 转动，所以连杆在 3 个给定位置上的 B_1, B_2 和 B_3 点，应位于以 A 为圆心，连架杆 AB 为半径的圆周上；同理， C_1, C_2 和 C_3 三点应位于以 D 为圆心，以连架杆 DC 为半径的圆周上。因此，连接 B_1, B_2 和 B_2, B_3 ，再分别作这两条线段的中垂线 a_{12} 和 a_{23} ，其交点即为固定铰链中心 A 。同理，可得另一固定铰链中心 D 。则 AB_1C_1D 即为所求四杆机构在第一个位置时的机构运动简图。

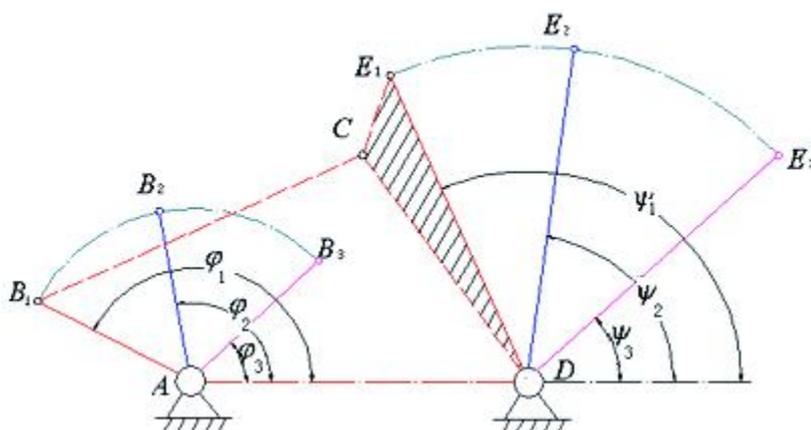
在选定了连杆上活动铰链点位置的情况下，由于三点唯一地确定一个圆，故给定连杆 3 个位置时，其解是确定的。改变活动铰链点 B, C 的位置，其解也随之改变，从这个意义上讲，实现连杆 3 个位置的设计，解有无穷多个。如果给定连杆两个位置，则固定铰链点 A, D 的位置可在各自的中垂线上任取，故其解有无穷多个。设计时，可添加其他附加条件（如机构尺寸、传动角大小、有无曲柄等），从中选择合适的机构。如果给定连杆 4 个位置，因任一点的 4 个位置并不总在同一个圆周上，因而活动铰链 B, C 的位置就不能任意选定。但总可以在连杆上找到一些点，它的 4 个位置是在同一圆周上，故满足连杆 4 个位置的设计也是可以解决的，不过求解时要用到所谓圆点曲线和中心点曲线理论。关于这方面的问题，需要时可参阅有关文献，这里不再作进一步介绍。

综上所述，刚体导引机构的设计，就其本身的设计方法而言，一般并不困难，关键在于如何判定一个工程实际中的具体设计问题属于刚体导引机构的设计。

3. 按给定连架杆对应位置设计四杆机构

设计一个四杆机构作为函数生成机构，这类设计命题即通常所说的按两连架杆预定的对应角位置设计四杆机构。

如图示，设已知四杆机构中两固定铰链 A 和 D 的位置，连架杆 AB 的长度，要求两连架杆的转角能实现三组对应关系。



设计此四杆机构的关键：求出连杆 BC 上活动铰链点 C 的位置，一旦确定了 C 点的位置，连杆 BC 和另一连架杆 DC 的长度也就确定了。

设已有四杆机构 $ABCD$ ，当主动连架杆 AB 运动时，连杆上铰链 B 相对于另一连架杆 CD 的运动，是绕铰链点 C 的转动。因此，以 C 为圆心，以 BC 长为

半径的圆弧即为连杆上已知铰链点 B 相对于铰链点 C 的运动轨迹。如果能找到铰链 B 的这种轨迹，则铰链 C 的位置就不难确定了。主要采用机构反转法

在函数生成机构的设计中，当要求实现几组对应位置，即设计一个四杆机构使其两连架杆实现预定的对应角位置时，可以用所谓的“刚化-反转”法求此四杆机构。这个问题是本章的难点之一。

刚化-反转法也适用于曲柄滑块机构的设计，但要注意曲柄滑块机构与曲柄摇杆机构的关系，根据不同的设计命题，分清楚什么情况“反转”，什么情况“反移”。

从以上分析可知，在设计某个连杆机构时，首先应分清已知什么，要设计什么，然后再选定设计参考位置，用刚化反转或反移法进行设计。

这种运动倒置的方法是一种带有普遍性的方法，如在凸轮机构设计中用的反转法，在轮系的传动比计算中的转化机构法等，均是运动倒置的原理。

3. 按给定行程速比系数 K 设计四杆机构

已知曲柄摇杆机构中摇杆长 CD 和其摆角 ψ 以及行程速比系数 K ，要求设计该四杆机构。

设计步骤：

首先，根据行程速比系数 K ，计算极位夹角 θ ，即

$$\theta = 180 \times \frac{K-1}{K+1}$$

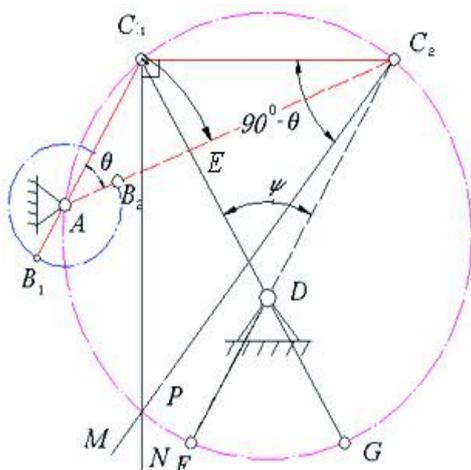
其次，任选一点 D 作为固定铰链，如图所示，并以此点为顶点作等腰三角形 DC_1C_2 ，使两腰之长等于摇杆长 CD ， $\angle C_1DC_2 = \psi$ 。然后过 C_1 点作 $C_1N \perp C_1C_2$ ，再过 C_2 点作 $\angle C_1C_2M = 90^\circ - \theta$ ，得到直线 C_1N 和 C_2M 的交点为 P 。最后以线段 C_2P 为直径作圆，则此圆周上任一点与 C_1, C_2 连线所夹之角度均为 θ 。而曲柄转动中心 A 可在圆弧 C_1PF 或 C_1G 上任取。

由图可知，曲柄与连杆重叠共线和拉直共线的两个位置为 $\overline{AC_1}$ 和 $\overline{AC_2}$ ，则

$$\begin{aligned} \overline{AC_1} &= \overline{B_1C_1} - \overline{AB_1} \\ \overline{AC_2} &= \overline{AB_2} + \overline{B_2C_2} \end{aligned}$$

由以上两式可解得曲柄长度

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AC_2} - \overline{AC_1}}{2} = \frac{\overline{EC_2}}{2}$$



线段 $\overline{EC_2}$ 可由以 A 为圆心、 $\overline{AC_1}$ 为半径作圆弧与 $\overline{AC_2}$ 的交点 E 来求得，而连杆长 \overline{BC} 为

$$\overline{BC} = \overline{AC_1} - \overline{AB_1}$$

由于曲柄轴心 A 位置有无穷多，故满足设计要求的曲柄摇杆机构有无穷多个。如未给出其他附加条件，设计时通常以机构在工作行程中具有较大的传动角为出发点，来确定曲柄轴心的位置。如果设计要求中给出了其它附加条件，则 A 点的

位置应根据附加条件来确定。

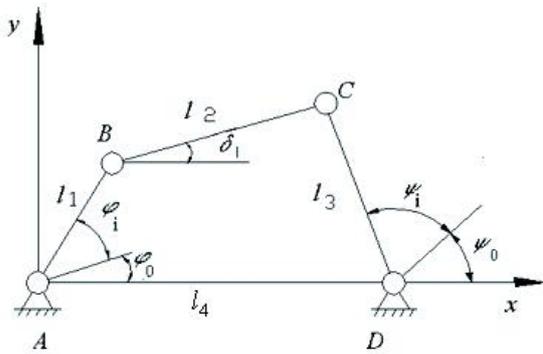
如果工作要求所设计的急回机构为曲柄滑块机构，则图中的 C_1, C_2 点分别对应于滑块行程的两个端点，其设计与上述相同。

5. 4 平面四杆机构设计的解析法

图解法设计四杆机构形象直观、思路清晰，但作图麻烦且误差较大。而解析法设计四杆机构是建立机构结构参数与运动参数的解析关系式，从而按给定条件求出未知结构参数，求解准确。

1. 按给定连架杆对应位置设计四杆机构

如图示，已知铰链四杆机构中两连架杆 AB 和 CD 的三组对应转角，即 $\varphi_1, \psi_1, \varphi_2, \psi_2, \varphi_3, \psi_3$ (以 φ_i, ψ_i 表示)。设计此四杆机构。



首先，建立坐标系，使 x 轴与机架重合，各构件以矢量表示，其转角从 x 轴正向沿逆时针方向度量。根据各构件所构成的矢量封闭形，可写出下列矢量方程式：

$$l_1 + l_2 = l_4 + l_3$$

将上式向坐标轴投影，可得

$$l_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_0) + l_2 \cos \delta_i = l_4 + l_3 \cos(\psi_2 + \psi_0)$$

$$l_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_0) + l_2 \sin \delta_i = l_3 \sin(\psi_2 + \psi_0)$$

$$\frac{l_1}{l_1} = 1, \frac{l_2}{l_1} = m, \frac{l_3}{l_1} = n, \frac{l_4}{l_1} = p.$$

并移项，得

如取各构件长度的相对值，即

$$m \cos \delta_i = p + n \cos(\psi_i + \psi_0) - \cos(\varphi_i + \varphi_0)$$

$$m \sin \delta_i = n \sin(\psi_i + \psi_0) - \sin(\varphi_i + \varphi_0)$$

将上两式等式两边平方后相加，整理后得

$$\cos(\varphi_i + \varphi_0) = n \cos(\psi_i + \psi_0) - \frac{n}{p} \cos[(\psi_i + \psi_0) - (\varphi_i + \varphi_0)] + \frac{n^2 + p^2 + 1 - m^2}{2p}$$

为简化上式，再令

$$G_0 = n$$

$$G_1 = -n/p$$

$$C_2 = (n^2 + p^2 + 1 - m^2) / 2p$$

可得

$$\cos(\varphi_i + \varphi_0) = C_0 \cos(\psi_i + \psi_0) + C_1 \cos[(\psi_i + \psi_0) - (\varphi_i + \varphi_0)] + C_2$$

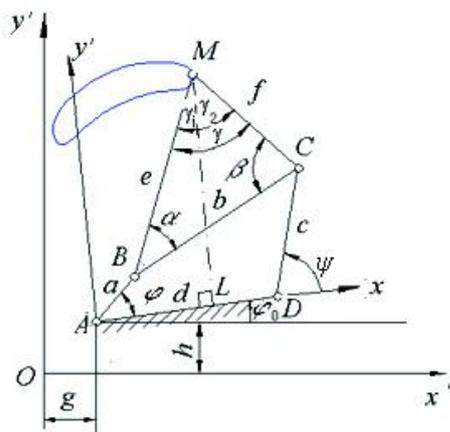
上式含有 $C_0, C_1, C_2, \varphi_0, \psi_0$ 5 个待定参数，由此可知，两连架杆转角对应关系最多只能给出 5 组，才有确定解。如给定两连架杆的初始角 φ_0, ψ_0 ，则只需给定 3 组对应关系即可求出 C_0, C_1, C_2 ，进而求出 m, n, p 。最后可根据实际需要决定构件 AB 的长度，这样其余构件长度也就确定了。相反，如果给定的两连架杆对应位置组数过多，或者是一个连续函数 $\psi = \psi(\varphi)$ (即从动件的转角 ψ 和主动的转角 φ 连续对应)。则因 φ 和 ψ 的每一组相应值即可构成一个方程式，因此方程式的

数目将比机构待定尺度参数的数目多，而使问题成为不可解。在这种情况下，设计要求仅能近似地得以满足。

2. 按给定连杆某点轨迹设计四杆机构

设计一个四杆机构作为轨迹生成机构，此类设计命题即通常所说的按给定的运动轨迹设计四杆机构。

在图中，蓝色实线所示为工作要求实现的运动轨迹，今欲设计一铰链四杆机构，使其连杆上某一点 M 的运动轨迹与该给定轨迹相符。



设计步骤:

为了确定机构的尺度参数和连杆上 M 点的位置，首先需要建立四杆机构连杆上 M 点的位置方程，亦即连杆曲线方程。

设在坐标系 xAy 中，连杆上 M 点的坐标为 (x, y) ，该点的位置方程可如下求得。

由四边形 $ABML$ 可得

$$x = a \cos \varphi + e \sin \gamma_1$$

$$y = a \sin \varphi + e \cos \gamma_1$$

由四边形 $DCML$ 可得

$$x = d + c \cos \psi - f \sin \gamma_2$$

$$y = c \sin \psi + f \cos \gamma_2$$

将前两式平方相加消去 φ ，后两式平方相加消去 ψ ，可分别得

$$x^2 + y^2 + e^2 - a^2 = 2e(x \sin \gamma_1 + y \cos \gamma_1)$$

$$(d - x)^2 + y^2 + f^2 - c^2 = 2f[(d - x) \sin \gamma_2 + y \cos \gamma_2]$$

根据 $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$ 的关系，消去上述两式中的 γ_1 和 γ_2 ，即可得连杆上 M 点的位置方程

$$U^2 + V^2 = W^2 \quad (6.23)$$

该式又称为连杆曲线方程。

式中

$$U = f[(x - d) \cos \gamma + y \sin \gamma](x^2 + y^2 + e^2 - a^2) - ex[(x - d)^2 + y^2 + f^2 - c^2]$$

$$V = f[(x - d) \sin \gamma - y \cos \gamma](x^2 + y^2 + e^2 - a^2) + ex[(x - d)^2 + y^2 + f^2 - c^2]$$

$$W = 2ef \sin \gamma [x(x - d) + y^2 - dy \cot \gamma]$$

上式中共有 6 个待定尺寸参数 a, c, d, e, f, γ ，故如在给定的轨迹中选取 6 组坐标值 (x_i, y_i) ，分别代入上式，即可得到 6 个方程，联立求解这个 6 个方程，即可解出全部待定尺寸。这说明连杆曲线上只有 6 个点与给定的轨迹重合。

设计时，为了使连杆曲线上能有更多点与给定轨迹重合，可再引入坐标系 $x'Oy'$ ，如图所示，即引入了表示机架在 $x'Oy'$ 坐标系中位置的 3 个待定参数 g, h, ϕ_0 。然后用坐标变换的方法将式 (6.23) 变换到坐标系 $x'Oy'$ 中，即可得到在该坐标系中的连杆曲线方程。

$$F(x', y', a, c, d, e, f, g, h, \gamma, \phi_0) = 0 \quad (2.64)$$

式中共含有 9 个待定尺寸参数，这说明铰链四杆机构的连杆上的一点最多能精确地通过给定轨迹上所选的 9 个点。若在给定的轨迹上选定的 9 个点的坐标为 (x_j, y_j) ，代入式 (2.64)，即可得到 9 个非线性方程，利用数值方法解此非线性方程组，便可求得所要设计机构的 9 个待定尺寸参数。

第六章 凸轮机构

基本要求:

- 1.了解凸轮机构的类型及各类凸轮机构的特点和适用场合，学会根据工作要求和适用场合选择凸轮机构的类型。
- 2.掌握从动件几种常用运动规律的特点和适用场合以及不同运动规律位移曲线的拼接方法，学会根据工作要求选择或设计从动件的运动规律。
- 3.掌握凸轮机构基本尺寸确定的原则，学会根据这些原则确定移动滚子从动件盘形凸轮机构的基圆半径、滚子半径和偏置方向以及移动平底从动件盘形凸轮机构的基圆半径、平底宽度和偏置方向。
- 4.熟练掌握并灵活运用反转法原理，学会根据这一原理设计各类凸轮的廓线。
- 5.掌握凸轮机构设计的基本步骤，学会用计算机对凸轮机构进行辅助设计的方法。

教学内容:

1. 凸轮机构的应用和类型;
2. 从动件运动规律
3. 凸轮廓线设计的图解法
4. 凸轮廓线设计的解析法
5. 凸轮机构基本参数的确定

6. 1 凸轮机构的应用和分类

1. 凸轮机构的应用

凸轮机构是由具有曲线轮廓或凹槽的构件，通过高副接触带动从动件实现预期运动规律的一种高副机构。它广泛地应用于各种机械，特别是自动机械、自动控制装置和装配生产线中。在设计机械时，当需要其从动件必须准确地实现某种预期的运动规律时，常采用凸轮机构。

当凸轮运动时，通过其上的曲线轮廓与从动件的高副接触，可使从动件获得预期的运动。凸轮机构是由**凸轮**、**从动件**和**机架**这三个基本构件所组成的一种高副机构。

2. 凸轮机构的分类

工程实际中所使用的凸轮机构型式多种多样，常用的分类方法有以下几种：

a.按照凸轮的形状分类

(1) 盘形凸轮

这种凸轮是一个绕固定轴转动并且具有变化向径的盘形零件，当其绕固定轴转动时，可推动从动件在垂直于凸轮转轴的平面内运动。它是凸轮的最基本型式，结构简单，应用最广。

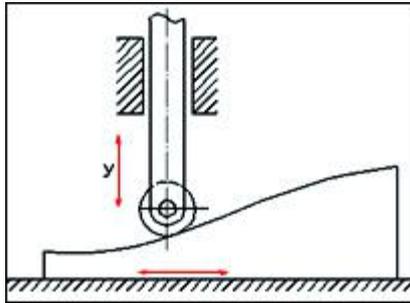
(2) 移动凸轮

当盘形凸轮的转轴位于无穷远处时，就演化成了移动凸轮（或楔形凸轮）。凸轮呈板状，它相对于机架作直线移动。

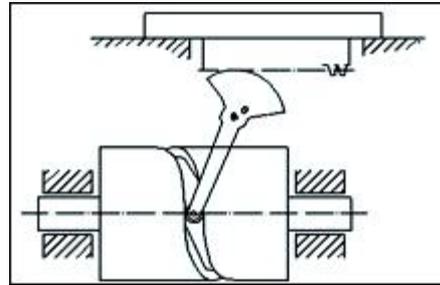
在以上两种凸轮机构中，凸轮与从动件之间的相对运动均为平面运动，故又统称为**平面凸轮机构**。

(3) 圆柱凸轮

如果将移动凸轮卷成圆柱体即演化成圆柱凸轮。在这种凸轮机构中凸轮与从动件之间的相对运动是空间运动，故属于空间凸轮机构。



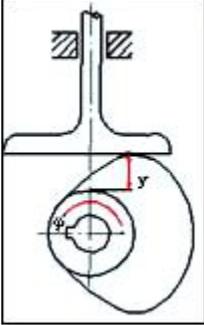
移动凸轮



圆柱凸轮

b)按照从动件的形状分类

名称	图形	说明
尖端从动件		<p>从动件的尖端能够与任意复杂的凸轮轮廓保持接触，从而使从动件实现任意的运动规律。这种从动件结构最简单，但尖端处易磨损，故只适用于速度较低和传力不大的场合。</p>
曲面从动件		<p>为了克服尖端从动件的缺点，可以把从动件的端部做成曲面，称为曲面从动件。这种结构形式的从动件在生产中应用较多。</p>
滚子从动件		<p>为减小摩擦磨损，在从动件端部安装一个滚轮，把从动件与凸轮之间的滑动摩擦变成滚动摩擦，因此摩擦磨损较小，可用来传递较大的动力，故这种形式的从动件应用很广。</p>

平底从动件		<p>从动件与凸轮轮廓之间为线接触，接触处易形成油膜，润滑状况好。此外，在不计摩擦时，凸轮对从动件的作用力始终垂直于从动件的平底，受力平稳，传动效率高，常用于高速场合。缺点是与之配合的凸轮轮廓必须全部为外凸形状。</p>
-------	---	--

c)按照从动件的运动形式分类

按照从动件的运动形式分为**移动从动件**和**摆动从动件**凸轮机构。移动从动件凸轮机构又可根据其从动件轴线与凸轮回转轴心的相对位置分成**对心**和**偏置**两种。

d)按照凸轮与从动件维持高副接触的方法

(1) 力封闭型凸轮机构

所谓力封闭型，是指利用重力、弹簧力或其它外力使从动件与凸轮轮廓始终保持接触。

(2) 形封闭型凸轮机构

所谓形封闭型，是指利用高副元素本身的几何形状使从动件与凸轮轮廓始终保持接触。

以上介绍了凸轮机构的几种分类方法。将不同类型的凸轮和从动件组合起来，就可以得到各种不同形式的凸轮机构。设计时，可根据工作要求和使用寿命的不同加以选择。

6. 2 从动件的运动规律

设计凸轮机构时，首先应根据工作要求确定从动件的运动规律，然后按照这一运动规律设计凸轮廓线。以尖端移动从动件盘形凸轮机构为例，说明从动件的运动规律与凸轮廓线之间的相互关系。

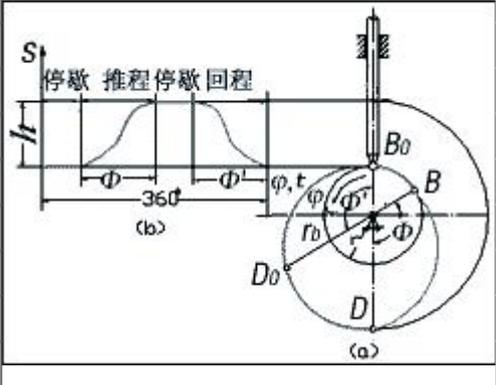
从动件的运动规律：指从动件的位移 s 、速度 v 、加速度 a 及加速度的变化率 j 随时间 t 和凸轮转角 φ 变化的规律。

从动件的运动线图：从动件的 s 、 v 、 a 、 j 随时间 t 或凸轮转角 φ 变化的曲线。

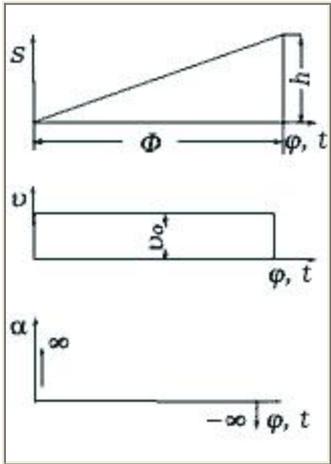
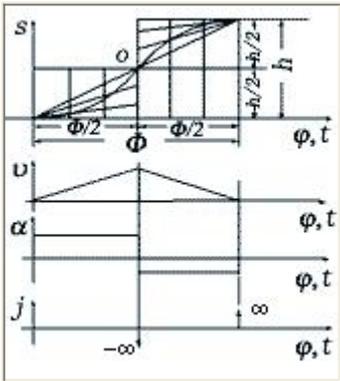
常用运动规律：在工程实际中经常用到的运动规律，它们具有不同的运动和动力特性。

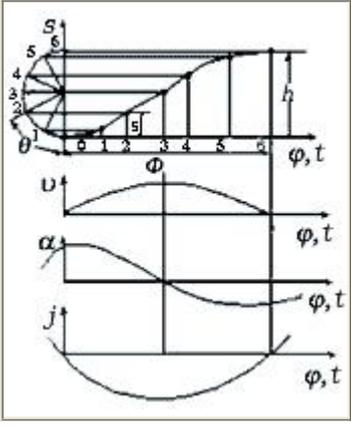
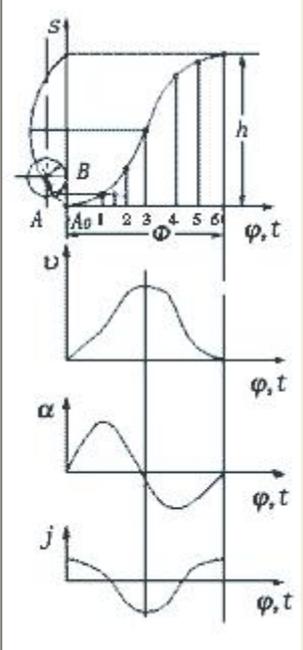
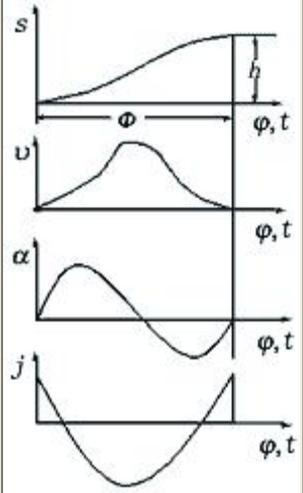
●基本概念：

涉及概念	定义
<u>基圆</u>	以凸轮轮廓的最小向径 r_b 为半径作的圆。
<u>基圆半径</u>	即为最小向径 r_b 。
<u>推程</u>	从动件远离凸轮轴心的运动。
<u>升距</u>	从动件上升的最大距离，用 h 表示。
<u>推程运动角</u>	与推程对应的凸轮转角。
<u>停歇</u>	从动件处于静止不动的那段时间。
<u>回程</u>	从动件朝着凸轮轴心运动的那段行程。
<u>回程运动角</u>	与回程对应的凸轮转角。



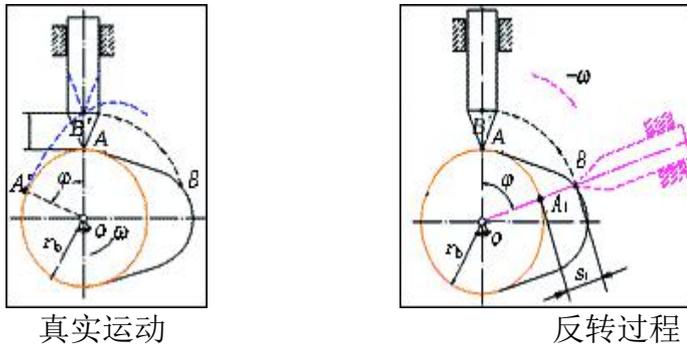
●几种常用运动规律的运动线图和特点

名称	运动线图	特点及应用
等速运动规律		<p>从动件速度为常量，故称为等速运动规律，由于其位移曲线为一条斜率为常数的斜直线，故又称直线运动规律。</p> <p>特点：速度曲线不连续，从动件运动起始和终止位置速度有突变，会产生刚性冲击。</p> <p>适用场合：低速轻载。</p>
等加速等减速运动规律		<p>从动件在推程或回程的前半段作等加速运动，后半段作等减速运动，通常加速度和减速度绝对值相等。由于其位移曲线为两段在 O 点光滑相连的反向抛物线，故又称为抛物线运动规律。</p> <p>特点：速度曲线连续，不会产生刚性冲击；因加速度曲线在运动的起始、中间和终止位置有突变，会产生柔性冲击。</p> <p>适用场合：中速轻载。</p>

<p>简谐运动规律</p>		<p>当质点在圆周上作匀速运动时，其在该圆直径上的投影所构成的运动称为简谐运动，由于其加速度曲线为余弦曲线，故又称为余弦加速度运动规律。</p> <p>特点：速度曲线连续，故不会产生刚性冲击，但在运动的起始和终止位置加速度曲线不连续，故会产生柔性冲击。</p> <p>适用场合：中速中载。当从动件作无停歇的升--降--升连续停歇运动时，加速度曲线变成连续曲线，可用于高速场合。</p>
<p>摆线运动规律</p>		<p>当滚圆沿纵坐标轴作匀速纯滚动时，圆周上一点的轨迹为一摆线。此时该点在纵坐标轴上的投影随时间变化的规律称摆线运动规律，由于其加速度曲线为正弦曲线，故又称为正弦加速度运动规律。</p> <p>特点：速度曲线和加速度曲线均连续无突变，故既无刚性冲击也无柔性冲击。</p> <p>适用场合：高速轻载。</p>
<p>3-4-5次多项式运动规律</p>		<p>其位移方程式中多项式剩余项的次数为3、4、5，故称3-4-5次多项式运动规律。也称五次多项式运动规律。</p> <p>特点：速度曲线和加速度曲线均连续无突变，故既无刚性冲击也无柔性冲击。</p> <p>适用场合：高速中载。</p>

6.3 凸轮轮廓设计的图解法

凸轮机构工作时，凸轮和从动件都在运动，为了在图纸上绘制出凸轮的轮廓曲线，可采用**反转法**。下面以图示的**对心尖端移动从动件盘形凸轮机构**为例来说明其原理。



从图中可以看出：

a. 凸轮转动时，凸轮机构的真实运动情况：

凸轮以等角速度 ω 绕轴 O 逆时针转动，推动从动件在导路中上、下往复移动。当从动件处于最低位置时，凸轮轮廓曲线与从动件在 A 点接触，当凸轮转过 φ_1 角时，凸轮的向径 OA 将转到 OA' 的位置上，而凸轮轮廓将转到图中兰色虚线所示的位置。这时从动件尖端从最低位置 A 上升到 B' ，上升的距离 $s_1=AB'$ 。

b. 采用反转法，凸轮机构的运动情况：

现在设想凸轮固定不动，而让从动件连同导路一起绕 O 点以角速度 $(-\omega)$ 转过 φ_1 角，此时从动件将一方面随导路一起以角速度 $(-\omega)$ 转动，同时又在导路中作相对移动，运动到图中粉红色虚线所示的位置。此时从动件向上移动的距离与前相同。此时从动件尖端所占据的位置 B 一定是凸轮轮廓曲线上的点。若继续反转从动件，可得凸轮轮廓曲线上的其它点。

由于这种方法是假定凸轮固定不动而使从动件连同导路一起反转，故称**反转法**（或运动倒置法）。凸轮机构的形式多种多样，反转法原理适用于各种凸轮轮廓曲线的设计。

1. 移动从动件盘形凸轮轮廓线的设计

(1) 尖端从动件

以一偏置移动尖端从动件盘形凸轮机构为例。设已知凸轮的基圆半径为 r_b ，从动件轴线偏于凸轮轴心的左侧，偏距为 e ，凸轮以等角速度 ω 顺时针方向转动，从动件的位移曲线如图（b）所示，试设计凸轮的轮廓曲线。

依据反转法原理，**具体设计步骤**如下：

a) 选取适当的比例尺，作出从动件的位移线图。将位移曲线的横坐标分成若干等份，得分点 $1, 2, \dots, 12$ 。

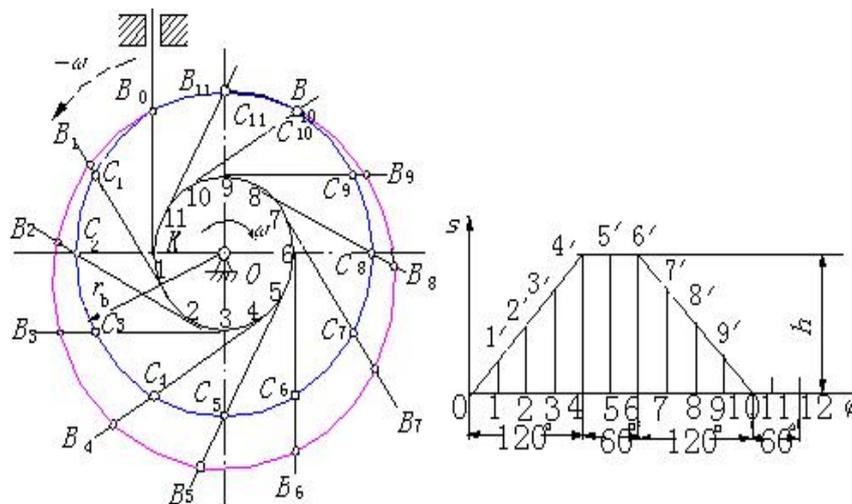
b) 选取同样的比例尺，以 O 为圆心， r_b 为半径作基圆，并根据从动件的偏置方向画出从动件的起始位置线，该位置线与基圆的交点 B_0 ，便是从动件尖端的初始位置。

c) 以 O 为圆心、 $OK=e$ 为半径作偏距圆，该圆与从动件的起始位置线切于 K 点。

d) 自 K 点开始，沿 $(-\omega)$ 方向将偏距圆分成与图(b)横坐标对应的区间和等份，得若干个分点。过各分点作偏距圆的切射线，这些线代表从动件在反转过程中从动件占据的位置线。它们与基圆的交点分别为 C_1, C_2, \dots, C_{11} 。

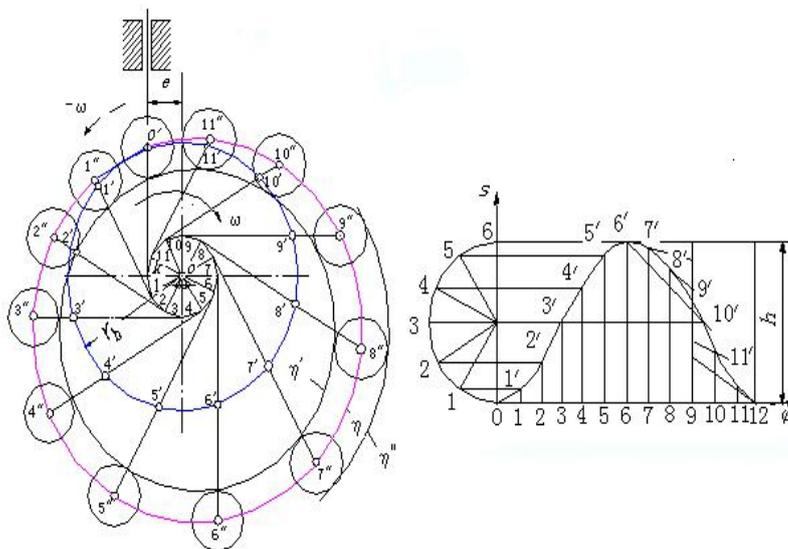
e) 在上述切射线上，从基圆起向外截取线段，使其分别等于图 (b) 中相应的坐标，即 $C_1B_1=11'$, $C_2B_2=22'$, ..., 得点 B_1, B_2, \dots, B_{11} ，这些点即代表反转过程中从动件尖端依次占据的位置。

f) 将点 B_0, B_1, B_2, \dots 连成光滑的曲线，即得所求的凸轮轮廓曲线。



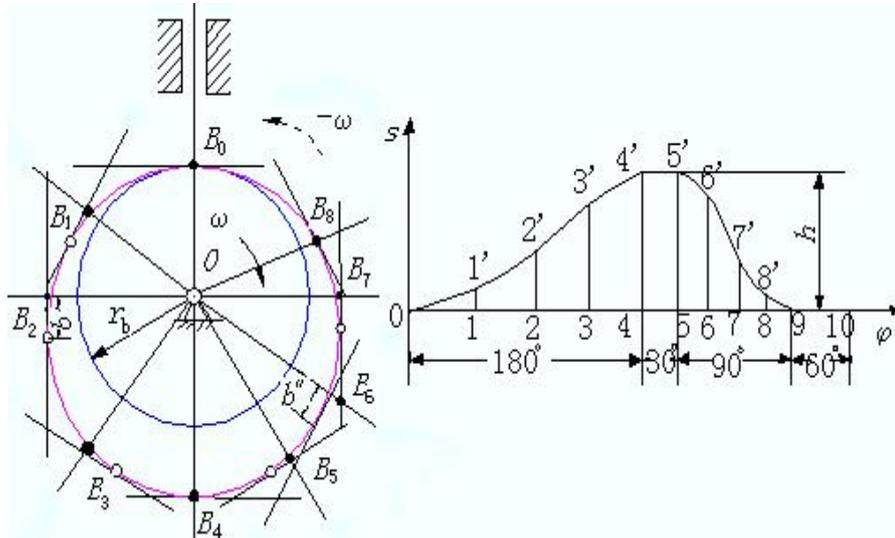
(2) 滚子从动件

对于下图示偏置移动滚子从动件盘形凸轮机构，当用反转法使凸轮固定不动后，从动件的滚子在反转过程中，将始终与凸轮轮廓曲线保持接触，而滚子中心将描绘出一条与凸轮廓线法向等距的曲线 η 。由于滚子中心 B 是从动件上的一个铰接点，所以它的运动规律就是从动件的运动规律，即曲线 η 可根据从动件的位移曲线作出。一旦作出了这条曲线，就可顺利地绘制出凸轮的轮廓曲线了。



(3) 平底从动件

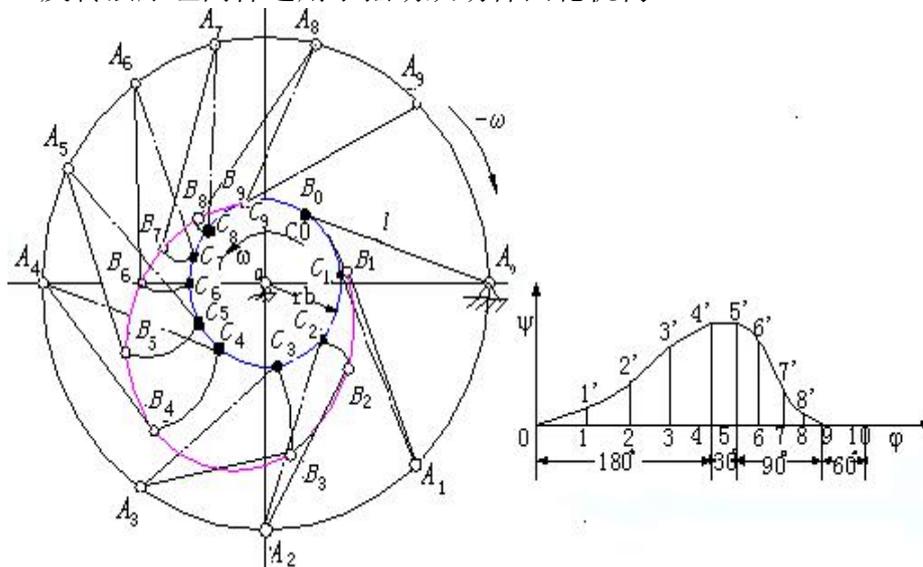
平底从动件盘形凸轮机构凸轮轮廓曲线的设计思路与上述滚子从动件盘形凸轮机构相似，不同的是取从动件平底表面上的 B_0 点作为假想的尖端。



2. 摆动从动件盘形凸轮廓线的设计

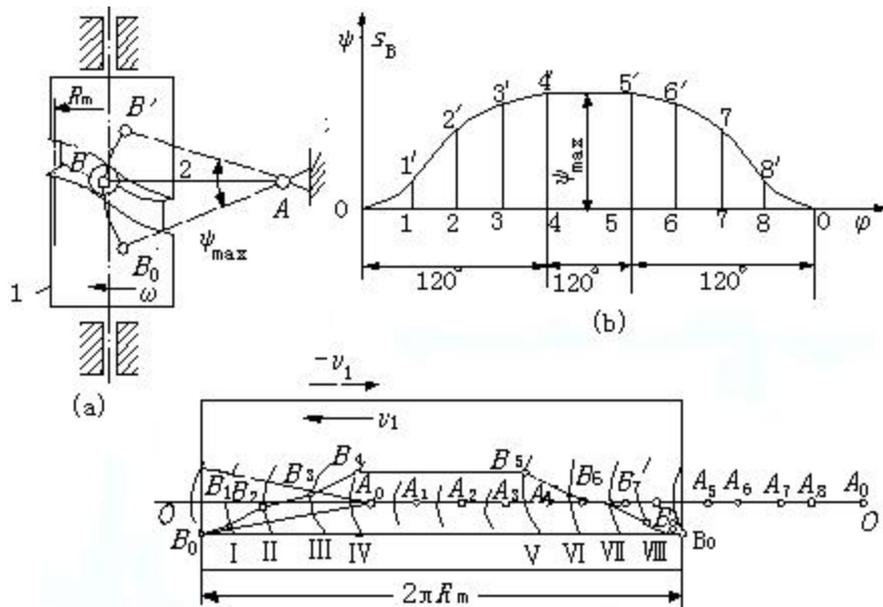
图示为一尖端摆动从动件盘形凸轮机构。已知凸轮轴心与从动件转轴之间的中心距为 a ，凸轮基圆半径为 r_b ，从动件长度为 l ，凸轮以等角速度 ω 逆时针转动，从动件的运动规律如图示。设计该凸轮的轮廓曲线。

反转法原理同样适用于摆动从动件凸轮机构。



3. 圆柱凸轮轮廓曲线的设计

圆柱凸轮机构是一种空间凸轮机构。其轮廓曲线为一条空间曲线，不能直接在平面上表示。但是圆柱面可以展开成平面，圆柱凸轮展开后便成为平面移动凸轮。平面移动凸轮是盘形凸轮的一个特例，它可以看作转动中心在无穷远处的盘形凸轮。因此可用前述盘形凸轮轮廓曲线设计的原理和方法，来绘制圆柱凸轮轮廓曲线的展开图。



【学习指导】

在选定了凸轮机构型式、从动件运动规律和凸轮基圆半径后，就可以着手进行凸轮廓线的设计了。各类盘形凸轮机构凸轮廓线的设计方法是本章的重点内容，要求读者熟练掌握。

1. 反转法原理

无论是用图解法还是解析法设计凸轮廓线，所依据的基本原理都是反转法原理。该原理可归纳如下：

在凸轮机构中，如果对整个机构绕凸轮转动轴心 O 加上一个与凸轮转动角速度 ω 大小相等、方向相反的公共角速度 $(-\omega)$ ，这时凸轮与从动件之间的相对运动关系并不改变。但此时凸轮将固定不动，而移动从动件将一方面随导路一起以等角速度 $(-\omega)$ 绕 O 点转动，同时又按已知的运动规律在导路中作往复移动；摆动从动件将一方面随其摆动中心一起以等角速度 $(-\omega)$ 绕 O 点转动，同时又按已知的运动规律绕其摆动中心摆动，由于从动件尖端应始终与凸轮廓线相接触，故反转后从动件尖端相对于凸轮的运动轨迹，就是凸轮的轮廓曲线。

凸轮机构的型式多种多样，反转法原理适用于各种凸轮廓线的设计。关于各种盘形凸轮机构凸轮廓线的设计方法和步骤，已作了详细论述，读者应在熟知反转法原理的基础上，结合教材认真复习，熟练掌握。

2. 设计中易出现的错误

- 1) 凸轮转角的分度
- 2) 从动件位移量的量取
- 3) 理论廓线与实际廓线

3. 反转法的灵活运用

凸轮廓线设计的反转法原理是本章的重点内容之一，读者应通过以下几方面的练习灵活运用这一原理。

- 1) 已知从动件的运动规律，能熟练地运用反转法原理绘制出凸轮廓线。
- 2) 已知凸轮廓线，能熟练地运用反转法原理反求出从动件运动规律的位移曲线。

3) 已知凸轮廓线，能熟练地运用反转法原理求出凸轮从图示位置转过某一给定角度时，从动件走过的位移量。

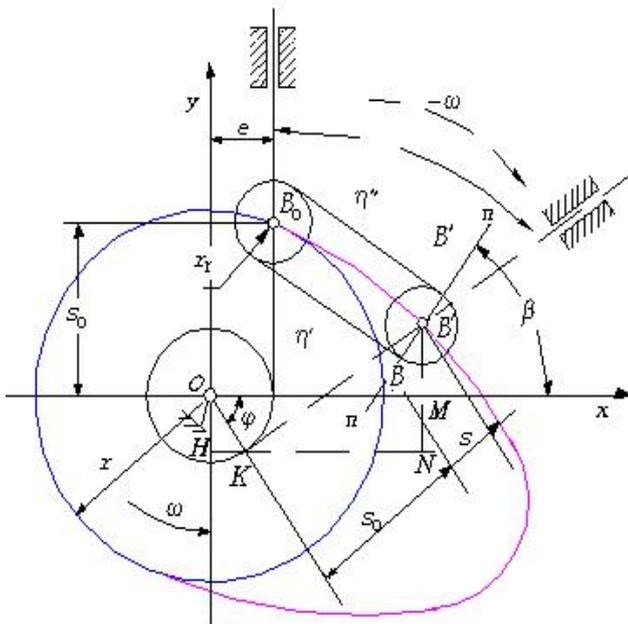
4) 已知凸轮廓线，能熟练地运用反转法原理求出当凸轮从图示位置转过某一角度时，凸轮机构压力角的变化。

5) 已知凸轮廓线，能熟练地运用反转法原理求当凸轮与从动件从某一点接触到另一点接触时，凸轮转过的角度。

6. 4 凸轮轮廓设计的解析法

所谓用解析法设计凸轮廓线，就是根据工作所要求的从动件的运动规律和已知的机构参数，求出凸轮廓线的方程式，并精确地计算出凸轮廓线上各点的坐标值。

1. 理论廓线方程



图示为一偏置移动滚子从动件盘形凸轮机构。选取直角坐标系 xOy 如图所示。图中， B_0 点为从动件处于起始位置时滚子中心所处的位置；当凸轮转过 φ 角后，从动件的位移为 s 。根据反转法原理作图，由图中可以看出，此时滚子中心将处于 B 点，该点的直角坐标为

$$\begin{cases} x = KN + KH = (s_0 + s) \sin \varphi + e \cos \varphi \\ y = BN - MN = (s_0 + s) \cos \varphi - e \sin \varphi \end{cases} \quad (3-1)$$

式中， e 为偏距； $s_0 = \sqrt{r_b^2 - e^2}$ 。式 (3.1) 即为凸轮理论廓线的方程式。若为对心移动从动件，由于 $e=0$ ， $s_0=r_b$ ，故上式可写成

$$\begin{cases} x = (r_b + s) \sin \varphi \\ y = (r_b + s) \cos \varphi \end{cases} \quad (3-2)$$

2. 实际廓线方程

在滚子从动件盘形凸轮机构中，凸轮的实际廓线是以理论廓线上各点为圆心，作一系列滚子圆，然后作该圆族的包络线得到的。因此，实际廓线与理论廓线在法线方向上处处等距，该距离均等于滚子半径 r_r 。所以，如果已知理论廓线上任一点 B 的坐标 (x, y) 时，只要沿理论廓线在该点的法线方向取距离为 r_r ，即可得到实际廓线上相应点 B' 的坐标值 (x', y') 。

由高等数学可知，曲线上任一点的法线斜率与该点的切线斜率互为负倒数，故理论廓线上 B 点处的法线 nn 的斜率为

$$\tan \beta = \frac{dx}{-dy} = \frac{\frac{dx}{d\varphi}}{\left(-\frac{dy}{d\varphi}\right)} \quad (3-3)$$

式中 $dx/d\varphi, dy/d\varphi$ 可由式(3.1)求得。

由上图可以看出，当 β 求出后，实际廓线上对应点 B' 的坐标可由下式求出：

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \mp r_r \cos \beta \\ y' &= y \mp r_r \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

式中 $\cos \beta, \sin \beta$ 可由式(3.3)求出，即有

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta &= \frac{-dy/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2}} \\ \sin \beta &= \frac{dx/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-5)$$

将上两表达式代入式(3.4)可得

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \pm r_r \frac{dy/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2}} \\ y' &= y \mp r_r \frac{dx/d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-6)$$

此即凸轮实际廓线的方程式。式中，上面一组加减号表示一条内包络廓线 η' ，下面一组加减号表示一条外包络廓线 η'' 。

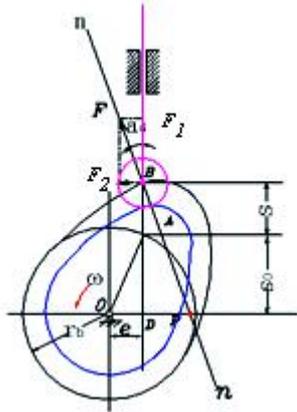
6.5 凸轮机构基本参数的确定

无论是用作图法还是解析法，在设计凸轮廓线前，除了需要根据工作要求选定从动件的运动规律外，还需确定凸轮机构的一些基本参数，如基圆半径 r_b 、偏距 e 、滚子半径 r_r 等。这些参数的选择除应保证使从动件能准确地实现预期的运动规律外，还应使机构具有良好的受力状况和紧凑的尺寸。

下面以常用的移动滚子从动件和平底从动件盘形凸轮机构为例，来讨论凸轮机构基本尺寸的设计原则和方法。

1. 凸轮机构的压力角

压力角是衡量凸轮机构传力特性好坏的一个重要参数。



压力角：在不计摩擦的情况下，凸轮对从动件作用力的方向线与从动件上力作用点的速度方向之间所夹的锐角。

如图所示的移动滚子从动件盘形凸轮机构，过滚子中心所作理论廓线的法线 mn 与从动件的运动方向线之间的夹角 α 就是其压力角。

(1) 压力角与作用力的关系

凸轮对从动件的作用力 F 可以分解成两个分力，即沿着从动件运动方向的分力 F_1 和垂直于运动方向的分力 F_2 。只有前者是推动从动件克服载荷的有效分力，而后者将增大从动件与导路间的滑动摩擦，它是一种有害分力。压力角 α 越大，有害分力越大；当压力角 α 增加到某一数值时，有害分力所引起的摩擦阻力将大于有效分力 F_1 ，这时无论凸轮给从动件的作用力多大，都不能推动从动件运动，即机构将发生自锁。因此，从减小推力，避免自锁，使机构具有良好的受力状况来看，压力角 α 应越小越好。

(2) 压力角与机构尺寸的关系

设计凸轮机构时，除了应使机构具有良好的受力状况外，还希望机构结构紧凑。而凸轮尺寸的大小取决于凸轮基圆半径的大小。在实现相同运动规律的情况下，基圆半径愈大，凸轮的尺寸也愈大。因此，要获得轻便紧凑的凸轮机构，就应当使基圆半径尽可能地小。但是基圆半径的大小又和凸轮机构的压力角有直接关系。在移动滚子从动件盘形凸轮机构的情况下，可推导出压力角与基圆半径的关系如下：

$$r_b = \sqrt{\left(\frac{\left| \frac{ds}{d\phi} \mp e \right|}{\tan \alpha} - s \right)^2 + e^2} \quad (3.7)$$

由前式可以看出，在其他条件不变的情况下，压力角 α 越大，基圆半径越小，即凸轮尺寸越小。因此，从使机构结构紧凑的观点来看，压力角越大越好。

(3) 许用压力角

在一般情况下，总希望所设计的凸轮机构既有较好的传力特性，又具有较紧凑的尺寸。但由以上分析可知，这两者是互相制约的，因此，在设计凸轮机构时，应兼顾两者统筹考虑。为了使机构能顺利工作，规定了压力角的许用值 $[\alpha]$ ，在使 $\alpha < [\alpha]$ 的前提下，选取尽可能小的基圆半径。根据工程实践的经验，推荐推程时许用压力角取以下数值：移动从动件， $[\alpha]=30^\circ \sim 38^\circ$ ，当要求凸轮尺寸尽可能小时，可取 $[\alpha]=45^\circ$ ；摆动从动件， $[\alpha]=45^\circ$ 。回程时，由于通常受力较小一般无自锁问题，故许用压力角可取得大些，通常取 $[\alpha]=70^\circ \sim 80^\circ$ 。

2. 凸轮基圆半径的确定

凸轮的基圆半径应在 $\alpha \leq [\alpha]$ 的前提下选择。由于在机构的运转过程中，压力角的值是随凸轮与从动件的接触点的不同而变化的，即压力角是机构位置的函数，因此，我们最感兴趣的是压力角的最大值 α_{\max} ，只要使 $\alpha_{\max} = [\alpha]$ ，就可以确定出凸轮的最小基圆半径。

3. 从动件偏置方向的选择

在设计凸轮机构时，如压力角超过了许用值、而机械的结构空间又不允许增大基圆半径，则可通过选取从动件适当的偏置方向来获得较小的推程压力角。即：若凸轮逆时针回转，使从动件轴线偏于凸轮轴心右侧；若凸轮顺时针回转，使从动件轴线偏于凸轮轴心左侧。

4. 滚子半径的选择

滚子从动件盘形凸轮的 actual 廓线，是以理论廓线上各点为圆心作一系列滚子圆，然后作该圆族的包络线得到的。因此，凸轮实际廓线的形状将受滚子半径大小的影响。若滚子半径选择不当，有时可能使从动件不能准确地实现预期的运动规律。

第七章 齿轮机构

基本要求:

1. 了解齿轮机构的类型及功用。
2. 理解齿廓啮合基本定律。
3. 了解渐开线的形成过程，掌握渐开线的性质、渐开线方程及渐开线齿廓的啮合特性。
4. 深入理解和掌握渐开线直齿圆柱齿轮啮合传动需要满足的条件。
5. 了解范成法切齿的基本原理和根切现象产生的原因，掌握不发生根切的条件。
6. 了解渐开线直齿圆柱齿轮机构的传动类型及特点。学会根据工作要求和已知条件，正确选择传动类型，进行直齿圆柱齿轮机构的传动设计。
7. 了解平行轴和交错轴斜齿圆柱齿轮机构传动的特点，并能借助图表或手册对平行轴斜齿圆柱齿轮机构进行传动设计。
8. 了解阿基米德蜗杆蜗轮机构传动的特点，并能借助图表或手册进行传动设计。
9. 了解直齿圆锥齿轮机构的传动特点，并能借助图表或手册进行传动设计。
10. 了解非圆齿轮机构的传动特点和适用场合。

教学内容:

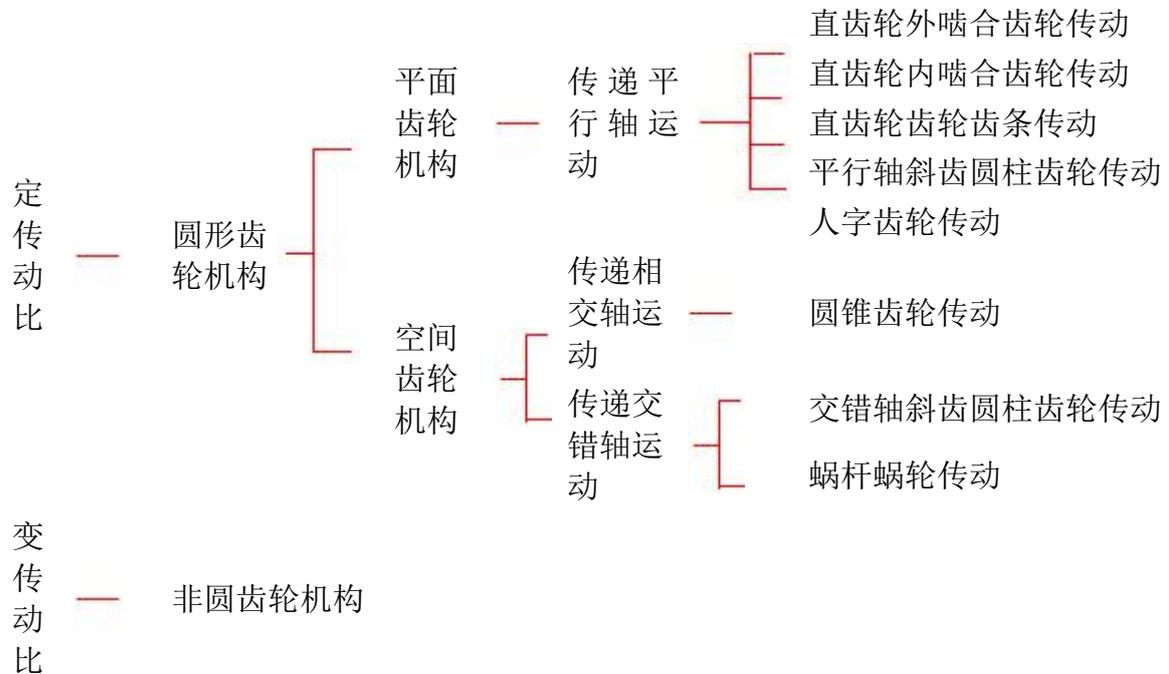
1. 齿轮机构的应用和分类;
2. 齿轮的共轭齿廓曲线;
3. 渐开线及其齿廓啮合特性;
4. 渐开线标准齿轮的参数和尺寸;
5. 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合传动;
6. 渐开线齿廓的切削加工;
7. 渐开线变位齿轮;
8. 变位齿轮传动及设计;
9. 斜齿圆柱齿轮机构;
10. 蜗轮蜗杆机构;
11. 锥齿轮机构。

重点难点:

学习本章的目的是了解齿轮机构的类型、特点及功用，掌握其设计方法。其中，渐开线直齿圆柱齿轮机构的传动设计是本章的重点。对于其他齿轮机构重点掌握其与直齿圆柱齿轮机构的特性及异同点。

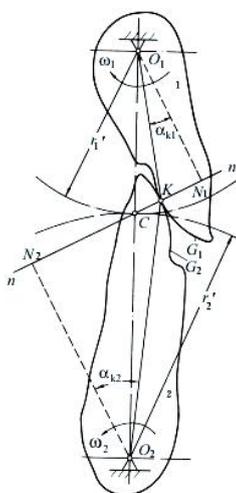
7.1 齿轮机构的应用和分类

齿轮机构是现代机械中应用最为广泛的一种传动机构。它可以用来传递空间任意两轴之间的运动和动力，而且传动准确、平稳、机械效率高、使用寿命长，工作安全可靠。按照一对齿轮传动的传动比是否恒定，齿轮机构可分为两大类：



7.2 齿轮的共轭齿廓曲线

1. **共轭齿廓**：指两齿轮相互接触传动并能实现预定传动比规律的一对齿廓。
2. 齿廓啮合基本定律



图示为一对分属于齿轮 1 和齿轮 2 的两条齿廓曲线 G_1 、 G_2 在点 K 啮合接触的情况。齿廓曲线 G_1 绕 O_1 点转动， G_2 绕 O_2 转动。过 K 点所作的两齿廓的公法线 nm 与连心线 O_1O_2 相交于点 C 。

由三心定理知，点 C 是两齿廓的相对速度瞬心，齿廓曲线 G_1 和齿廓曲线 G_2 在该点有相同的速度：

$$v_C = \overline{O_1C} \omega_1 = \overline{O_2C} \omega_2$$

$$\text{由此可得} \quad i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} \quad (7.1)$$

我们称点 C 为两齿廓的啮合节点，简称节点。由以上分析可得**齿廓啮合基本定律**：两齿廓在任一位置啮合接触时，过接触点所作的两齿廓的公法线必通过节点 C ，它们的传动比等于连心线

O_1O_2 被节点 C 所分成的两条线段的反比。要求 i_{12} 为常数，则由式 (7.1) 可知，其齿廓曲线需满足的条件是：节点 C 为连心线上的一个定点。当两齿轮作定传动比传动时，节点 C 在齿轮 1 运动平面上的轨迹是以 O_1 为圆心、以 O_1C (r_1') 为半径的圆；节点 C 在齿轮 2 运动平面上的运动轨迹是以 O_2 为圆心、以 O_2C (r_2') 为半径的圆。由于啮合传动的两齿廓在节点 C 有相同的速度，所以两个圆在传动过程中作无滑动的纯滚动，我们把这两个圆称为节圆。

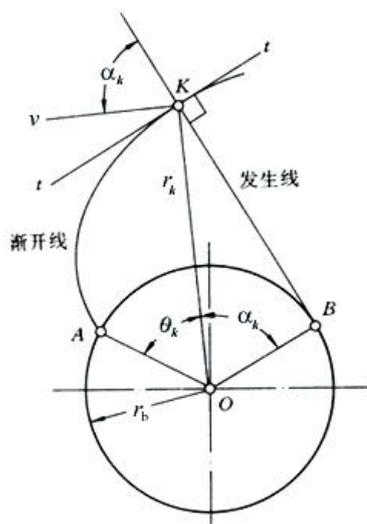
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{r_2'}{r_1'} = \text{常数}$$

即一对齿轮啮合传动的传动比，等于两齿轮节圆半径的反比。

在给定工作要求的传动比的情况下，只要给出一条齿廓曲线，就可以根据齿廓啮合基本定律求出与其共轭的另一条齿廓曲线。因此，理论上满足一定传动比规律的共轭曲线有很多。但在生产实践中，选择齿廓曲线时，还必须综合考虑设计、制造、安装、使用等方面的因素。目前常用的齿廓曲线有渐开线、摆线、变态摆线、圆弧曲线、抛物线等。其中以渐开线作为齿廓曲线的齿轮（称为渐开线齿轮）应用最为广泛。为什么？下一节我们研究渐开线的特点。

7.3 渐开线及其齿廓啮合特性

1. 渐开线的形成



直线 BK 沿半径为 r_b 的圆作纯滚动时，直线上任一点 K 的轨迹称为该圆的**渐开线**。该圆称为渐开线的**基圆**。

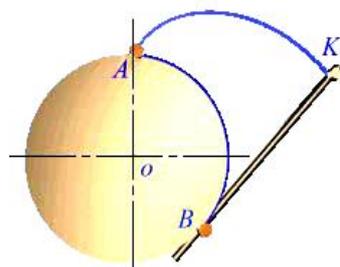
r_b --- 基圆半径

BK --- 渐开线发生线

θ_k --- 渐开线上 K 点的展角

2. 渐开线的特性

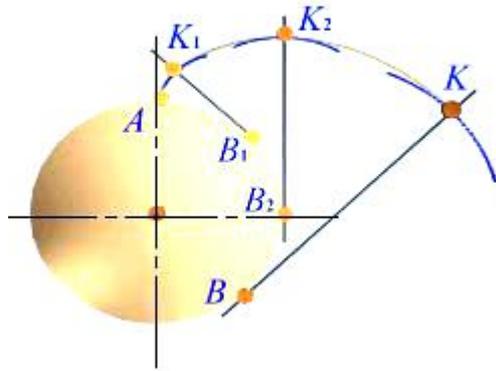
(1) 发生线沿基圆滚过的长度，等于基圆上被滚过的圆弧长度。



由于发生线 BK 在基圆上作纯滚动，故

$$\overline{KB} = \widehat{AB}$$

(2) 渐开线上任一点的法线恒与基圆相切。



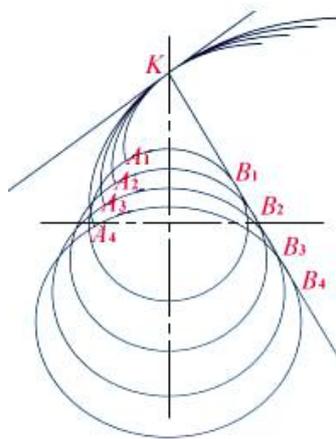
发生线 BK 沿基圆作纯滚动，它与基圆的切点 B 即为其速度瞬心，所以发生线 BK 即为渐开线在 K 点的法线。又由于发生线恒切于基圆，故渐开线上任一点的法线恒与基圆相切。

(3) 渐开线上越远离基圆的点，其曲率半径愈大，渐开线愈平直。

发生线 BK 与基圆的切点 B 是渐开线在点 K 的曲率中心，而线段 KB 是相应的曲率半径，故渐开线上离基圆愈远的部分，其曲率半径愈大，渐开线愈平直；渐开线初始点 A 处的曲率半径为零。

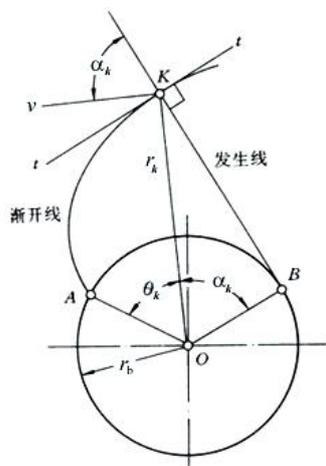
(4) 基圆内无渐开线。

(5) 渐开线的形状取决于基圆的大小。



基圆愈小，渐开线愈弯曲；基圆愈大，渐开线愈平直。当基圆半径为无穷大，其渐开线将成为一条直线。

3. 渐开线方程式



建立渐开线方程式前，我们先了解一下渐开线压力角的概念：

当以渐开线作为齿轮齿廓曲线并与其共轭的齿廓在 K 点啮合时，该齿廓在 K 点所受正压力的方向线为 KB ，齿轮绕 O 点转动时， K 点速度方向线为 Kv ，两者之间所夹的锐角称为渐开线在 K 点的压力角，用 α_k 表示，其大小等于 $\angle KOB$ 。

以 O 为极点， OA 为极轴，建立渐开线的极坐标方程。

由 $\triangle OBK$ 可知：

$$r_k = \frac{r_b}{\cos \alpha_k}$$

向径：

极角：
$$\theta_k = \frac{\widehat{AB}}{r_b} - \alpha_k = \frac{\widehat{KB}}{r_b} - \alpha_k = \tan \alpha_k - \alpha_k$$

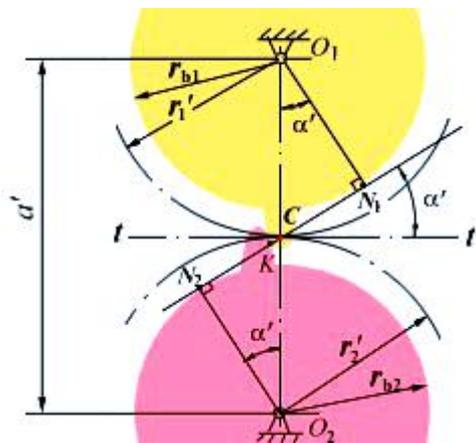
θ_k 称为压力角 α_k 的渐开线函数，工程上用 $\text{inv } \alpha_k$ 表示。

渐开线的极坐标方程式：
$$r_k = \frac{r_b}{\cos \alpha_k}$$

$$\theta_k = \text{inv } \alpha_k = \tan \alpha_k - \alpha_k$$

为使用方便，在工程中已把不同压力角的渐开线函数值列成渐开线函数表。

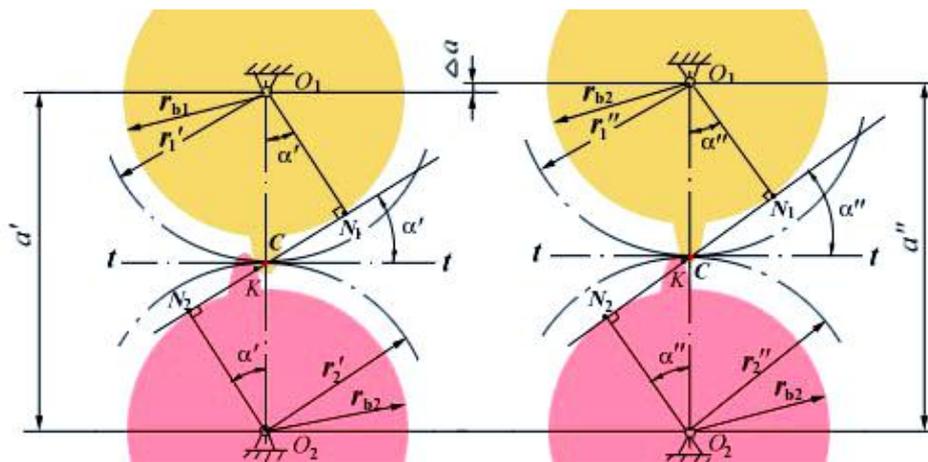
4. 渐开线齿廓啮合的定传动比性



由于啮合线为一条定直线，故C点为一定点，所以能实现定传动比传动。传动比为：

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

5. 渐开线齿廓传动的可分性和平稳性



中心距变化前

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

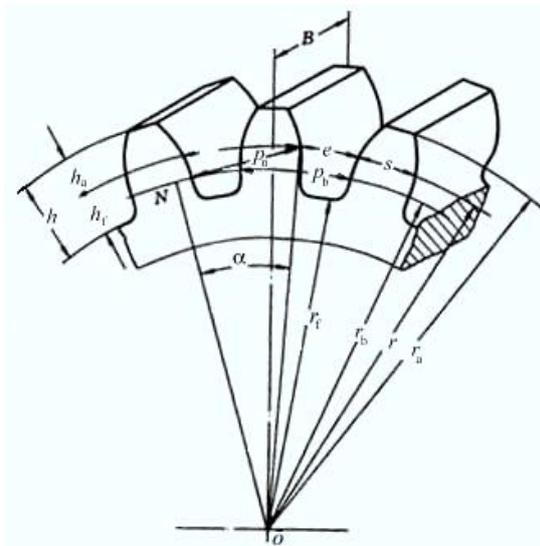
中心距变化后（如下图所示）， C 点随之改变，但 r_{b1}, r_{b2} 不变，故传动比不变。说明中心距变化后，只要一对渐开线仍能啮合传动，就能保持原来的传动比不变，这一特性称为中心距可变性。**优点：**对渐开线齿轮的加工，安装和使用十分有利。

如图所示，一对渐开线齿廓在点 K 相啮合。由渐开线的性质可知，这对齿廓在点 K 的法线 N_1K 和 N_2K 分别切于各自的基圆。由于这对齿廓在 K 点相切接触构成高副，则必有一条过点 K 的公法线。因此 N_1K 和 N_2K 必与此公法线重合而成为一条直线 N_1N_2 ，成为两基圆的一条内公切线。

无论两齿廓在什么位置啮合，啮合点都在两基圆的内公切线 N_1N_2 上，**这条内公切线就是啮合点 K 走过的轨迹，称为啮合线。**在两基圆的大小和位置都确定的情况下，在同一方向上只有一条内公切线，所以，啮合线为一条定直线。**优点：**在渐开线齿轮传动过程中，齿廓间的正压力方向始终不变，对传动的平稳性极为有利。

7. 4 渐开线标准齿轮的参数和尺寸

1. 齿轮各部分的名称和代号



齿轮上每个凸起部分称为齿，齿轮的齿数用 z 表示。

分度圆：人为选定的设计齿轮的基准圆。半径用 r 、直径用 d 表示

齿顶圆：过所有轮齿顶端的圆。半径用 r_a 、直径用 d_a 表示。

齿顶高：分度圆与齿顶圆之间的径向距离。用 h_a 表示。

齿根圆：过所有齿槽底部的圆。半径用 r_f 、直径用 d_f 表示。

齿根高：分度圆与齿根圆之间的径向距离。用 h_f 表示。

全齿高：齿顶圆与齿根圆之间的径向距离。用 h 表示。

基圆：产生渐开线的圆。半径用 r_b 、直

径用 d_b 表示。

齿厚：每个轮齿上的圆周弧长。在半径为 r_k 的圆上度量的弧长称为该半径上的齿厚，用 s_k 表示；在分度圆上度量的弧长称为分度圆齿厚，用 s 表示。

槽宽：两个轮齿间槽上的圆周弧长。在半径为 r_k 的圆周上度量的弧长称为该半径上的槽宽，用 e_k 表示。在分度圆上度量的弧长称为分度圆槽宽，用 e 表示。

齿距：相邻两个轮齿同侧齿廓之间的圆周弧长。在半径为 r_k 的圆周上度量的弧长称为该半径的齿距，用 p_k 表示；显然 $p_k = s_k + e_k$ 。在分度圆上度量的弧长称为分度圆齿距，用 p 表示， $p = s + e$ 。在基圆上度量的弧长称为基圆齿距，用 p_b 表示， $p_b = s_b + e_b$ 。

法向齿距：相邻两个轮齿同侧齿廓之间在法线方向上的距离。用 p_n 表示。由渐开线性质可知： $p_n = p_b$

2. 基本参数

我们知道了齿轮各部分的定义及名称，那么，齿轮各部分的关系是怎样的？如何进行计算？为此，我们规定了以下五个基本参数：

- (1) 齿数 Z ;
- (2) 分度圆模数

分度圆周长 $= \pi d = zp$ ，因而分度圆直径 d 为：

$$d = \frac{zp}{\pi}$$

从这个式子可见，由于 π 是无理数，所以不论 p 取任何有理数，都会使计算出的分度圆和以它为基准的其它圆的直径为无理数，这会给齿轮的设计、制造

和测量带来诸多不便，为此，我们人为地将 $\frac{p}{\pi}$ 的比值取为有理数，用 m 表示，我们将 m 称为分度圆模数，简称为模数，单位是 mm。

- (3) 分度圆压力角

分度圆确定后，就要确定用作齿廓曲线的渐开线的形状。渐开线的形状是由

$$r_k = \frac{r_b}{\cos \alpha_k}$$

基圆决定的，由 $\cos \alpha_k$ 可知，已知分度圆半径后，只要选定一个分度圆压力角 α ，就可以求出基圆半径：

$$r_b = r \cos \alpha$$

- (4) 齿顶高系数

齿顶高 h_a 用齿顶高系数 h_a^* 与模数的乘积表示： $h_a = h_a^* m$

- (5) 顶隙系数

齿根高 h_f 用齿顶高系数 h_a^* 与顶隙系数 c^* 之和乘以模数表示： $h_f = (h_a^* + c^*) m$
在这五个参数中，模数 m 、压力角 α 、 h_a^* 、 c^* 都已标准化，设计齿轮时，一般按国家标准选取。

3. 几何尺寸计算公式

两个重要定义：

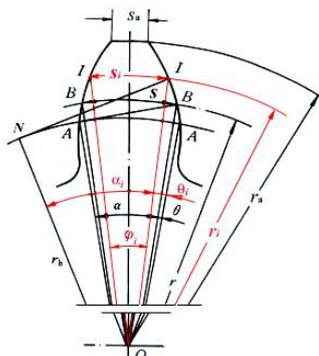
分度圆——— 齿轮中具有标准模数和标准压力角的圆；

标准齿轮——— 除 m 、 α 、 h_a^* 、 c^* 四个基本参数为标准值外，还有两个特征：

- (1) 分度圆齿厚与槽宽相等，即 $s = e = p/2 = \pi m/2$
- (2) 具有标准齿顶高和齿根高，即 $h_a = h_a^* m$ ， $h_f = (h_a^* + c^*) m$
不具备上述特征的齿轮是非标准齿轮。

4. 任意圆上的齿厚

一个齿轮不同圆上的齿厚是不一样的，下面推导任意圆齿厚的公式，由图可知：



$$\begin{aligned} s_i &= \overline{IJ} = r_i \varphi_i \\ \varphi_i &= \angle BOB - 2\angle BOI = \frac{s}{r} - 2(\theta_i - \theta) \\ &= \frac{s}{r} - 2(\text{inv } \alpha_i - \text{inv } \alpha) \\ s_i &= s \frac{r_i}{r} - 2r_i(\text{inv } \alpha_i - \text{inv } \alpha) \end{aligned}$$

据上式可得齿顶圆齿厚：

$$s_a = s \frac{r_a}{r} - 2r_a (\text{inv } \alpha_a - \text{inv } \alpha)$$

式中 α_a 为齿顶圆压力角 $\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}$

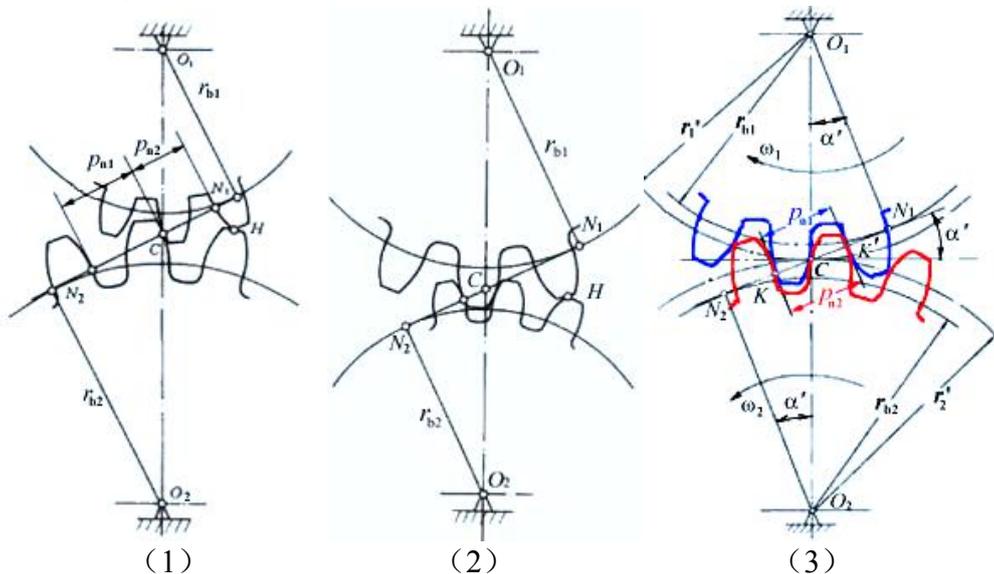
节圆齿厚： $s' = s \frac{r'}{r} - 2r' (\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha)$ ，其中 r' 为节圆半径， α' 为节圆压力角

$$\alpha' = \arccos \frac{r_b}{r'}$$

基圆齿厚： $s_b = s \frac{r_b}{r} + 2r_b \text{inv } \alpha = \cos \alpha (s + mz \text{inv } \alpha)$

7. 5 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合传动

1. 正确啮合条件



三图中的齿轮都是渐开线齿轮，但（1）和（2）中的主动轮只能带动从动轮转过一个小角度就卡死不能动了，而（3）中的主动轮可以带动从动轮整周转动，看来并不是任意两个渐开线齿轮都能正确地进行啮合，而是必须满足一定的条件，即正确啮合条件。那么，这个条件是什么？

从（3）中可以看出：两个渐开线齿轮在啮合过程中，参加啮合的轮齿的工作一侧齿廓的啮合点都在啮合线 N_1N_2 上。而在（1）和（2）中，工作一侧齿廓的啮合点 H 不在啮合线 N_1N_2 上，这就是两轮卡死的原因。

从（3）图中可以看出

$$\overline{K_1K_1'} = \overline{K_2K_2'} = \overline{KK'}$$

$\overline{K_1K_1'}$ 是齿轮 1 的法向齿距 p_{n1} ， $\overline{K_2K_2'}$ 是齿轮 2 的法向齿距 p_{n2} ，亦即：

$$p_{n1} = p_{n2}$$

这个式子就是一对相啮合齿轮的轮齿分布要满足的几何条件，称为正确啮合条件。

由渐开线性质可知，法向齿距与基圆齿距相等，故上式也可写成

$$P_{b1} = P_{b2}$$

将 $P_{b1} = \pi m_1 \cos \alpha_1$ 和 $P_{b2} = \pi m_2 \cos \alpha_2$ 代入式中得： $\pi m_1 \cos \alpha_1 = \pi m_2 \cos \alpha_2$

$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2$$

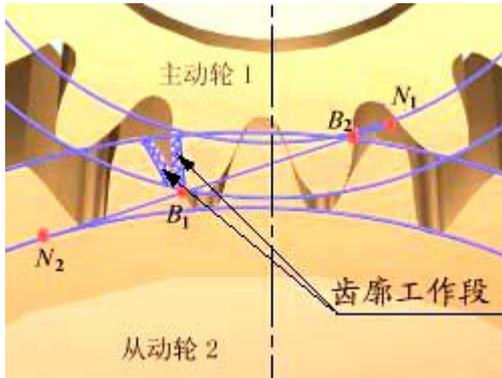
由于模数 m 和压力角 α 均已标准化，不能任意选取，所以要满足上式必须使：

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

结论：一对渐开线齿轮，在模数和压力角取标准值的情况下，只要它们分度圆上的模数和压力角分别相等，就能正确啮合。

2. 连续传动条件



图中 B2 点（从动轮 2 齿顶圆与啮合线 N1N2 的交点），是一对轮齿啮合的起始点。随着啮合传动的进行，两齿廓的啮合点沿着啮合线移动，直到 B1 点（主动轮 1 的齿顶圆与啮合线的交点）时，两轮齿即将脱离接触，B1 点为轮齿啮合的终止点。

从一对轮齿的啮合过程来看，啮合点实际走过的轨迹只是啮合线上的一段，即 $\overline{B_2B_1}$ ，称为实际啮合线。当两轮齿顶圆

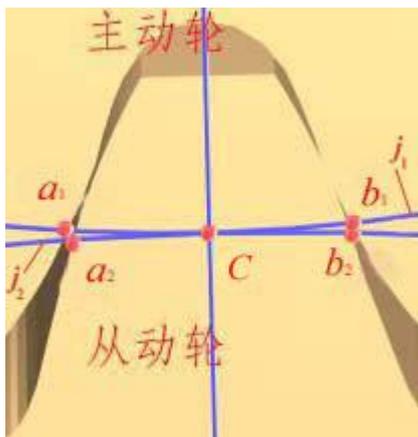
加大时，点 B2 和 B1 将分别趋近于点 N1 和 N2，实际啮合线将加长，但因基圆内无渐开线，所以实际啮合线不会超过 N1N2，即 N1N2 是理论上可能的最长啮合线，称为理论啮合线。

齿轮连续传动的条件是实际啮合线 $\overline{B_2B_1}$ 大于或至少等于法向齿距 p_n 。我们把 $\overline{B_2B_1}$ 与 p_n 的比值用 ϵ_α 表示， ϵ_α 称为齿轮传动的重合度，故齿轮连续传动的条件为：

$$\epsilon_\alpha = \frac{\overline{B_2B_1}}{p_n} \geq 1$$

从理论上讲重合度 $\epsilon_\alpha=1$ 就能保证齿轮的连续传动，但在实际应用中考虑到制造和安装的误差，为确保齿轮传动的连续， ϵ_α 应大于或至少等于许用值 $[\epsilon_\alpha]$ 。

3. 无侧隙啮合条件



为了避免齿轮在正转和反转两个方向的传动中齿轮发生撞击，要求相啮合的轮齿的齿侧没有间隙。如图所示为主动齿轮与从动齿轮处于无齿侧间隙啮合状态的情况。当主动轮按顺时针方向转动时：两轮齿廓在节圆上的共轭点 b_1 、 b_2 将同时到达 C 点。由于两节圆作纯滚动，

故有： $\widehat{b_1C} = \widehat{b_2C}$ ；当主动轮按逆时针方向转动时：两轮齿廓在节圆上的共轭点 a_1 、

a2 将同时到达 C 点。由于两节圆作纯滚动，故有： $\widehat{a_1C} = \widehat{a_2C}$ ；由此可得：

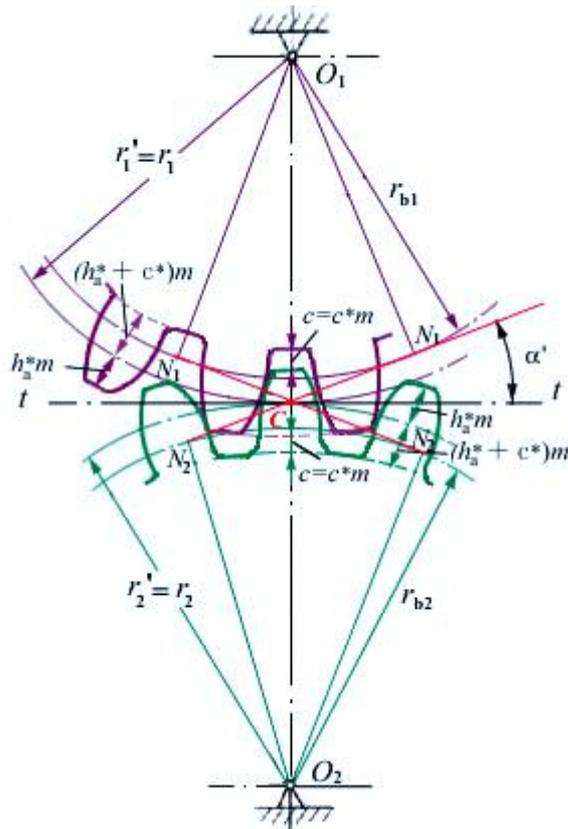
$$\widehat{a_1b_1} = \widehat{a_2b_2}$$

$\widehat{a_1b_1}$ 是主动轮在节圆 j_1 上的槽宽 e'_1 ， $\widehat{a_2b_2}$ 是从动轮在节圆 j_2 上的齿厚 s'_2 。

即 $s'_2 = e'_1$ $s'_1 = e'_2$

无侧隙啮合条件为：一个齿轮节圆上的槽宽等于另一个齿轮节圆上的齿厚。

4. 标准安装



如图所示为满足正确啮合条件的一对外啮合标准直齿圆柱齿轮，它的中心距是两轮分度圆半径之和，此中心距称为标准中心距。

$$a = r_1 + r_2 = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

啮合线 N_1N_2 与 O_1O_2 的交点 C 是啮合节点，而两轮分度圆也相切于 C 点，所以分度圆与节圆重合为一个圆。即

$$r'_1 = r_1 \quad r'_2 = r_2 \quad \alpha' = \alpha$$

由于标准齿轮的分度圆齿厚与槽宽相等，因此

$$s_1 = e_1 = s_2 = e_2 = \frac{\pi m}{2} = s' = e'$$

结论：两个标准齿轮如果按照标准中心距安装，就能满足无齿侧间隙啮合条件，能实现无齿侧间隙啮合传动。

从图中可以看出一轮齿顶与另一轮齿根之间有一个径向间隙 c ，

我们称为顶隙，它是为储存润滑油以润滑齿廓表面而设置的，这就是标准齿轮齿根高大于齿顶高的原因，并因此把 c^* 称为顶隙系数。在上述的安装情况下 $c = c^*m$ ， c^*m 称为标准顶隙。一对标准齿轮按照标准中心距安装，我们称之为标准安装。

7. 6 渐开线齿廓的切削加工

1. 齿廓的切削加工原理

近代齿轮加工方法很多，如：切制法、铸造法、热轧法、冲压法、电加工法等。但从加工原理的角度看，可分为两大类，即仿形法和范成法。

(1) 仿形法

仿形法是用与齿槽形状相同的成形刀具或模具将轮坯齿槽的材料去掉。常用的有铣削法和拉削法。

铣削法优点：在普通铣床上即可加工齿轮，加工费用低。缺点：由于受到铣刀号数的限制，加工的大多数齿数的齿轮的渐开线齿廓形状不准确，且采用分度头转位引入分度误差，因而加工出的齿轮的精度低。另外，由于只能逐个加工齿槽，生产效率低。这种加工方法适用于修配或小量生产。

拉削法是利用齿轮拉刀来加工齿轮的。优点：加工精度和加工效率都非常高。缺点：拉刀价格昂贵，需要专用的机床。这种加工方法适用于大批量的专业化生产。

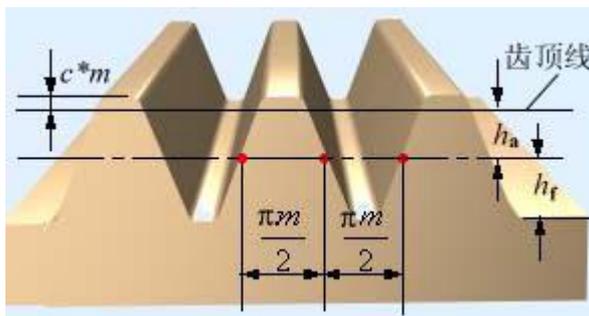
(2) 范成法

范成法是利用一对齿轮作无侧隙啮合传动时，两轮齿廓互为包络线的原理来加工齿轮的方法。它又称为包络法、展成法，是目前齿轮加工中最常用的一种切削加工方法。

一对齿轮作无侧隙啮合传动时，共存在四个基本因素：两个几何因素(两轮的渐开线齿廓)；两个运动因素(两轮的角速度 ω_1 和 ω_2)。在这四个因素中，只要给定其中任何三个因素，就能获得第四个因素。齿轮刀具加工齿轮时，是已知两个运动因素(利用机床传动系统人为地使刀具与轮坯按 $\omega_{刀}/\omega_{坯}$ 的关系运动)和一个几何因素(刀具的齿廓)，通过包络，得到第四个因素---轮坯上的齿廓。

常用的刀具有齿轮插刀、齿条插刀和齿轮滚刀。

2. 用标准齿条型刀具加工标准齿轮

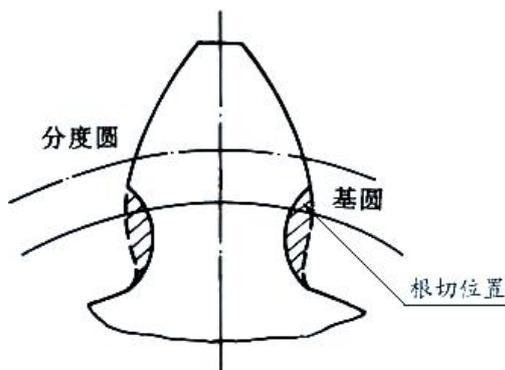


从图中可以看出，齿条型刀具与传动用齿条在几何尺寸上的不同点是：顶部多出 c^*m 段。

顶部 c^*m 段的作用：加工出齿轮齿根部分的顶隙。顶部 c^*m 段(齿顶线以上)的刀刃不是直线而是一段圆弧，它切削出被加工齿轮靠近齿根圆的一段非渐开线曲线，这段曲线称为**过渡曲线**，它把渐开线齿廓与齿根圆平滑地连接起来。当一对齿轮啮合传动时，这段曲线不参与啮合。刀具中线与被加工齿轮分度圆相切并作纯滚动，加工出的齿轮就是标准齿轮。

线，这段曲线称为**过渡曲线**，它把渐开线齿廓与齿根圆平滑地连接起来。当一对齿轮啮合传动时，这段曲线不参与啮合。刀具中线与被加工齿轮分度圆相切并作纯滚动，加工出的齿轮就是标准齿轮。

3. 渐开线齿廓的根切及其成因

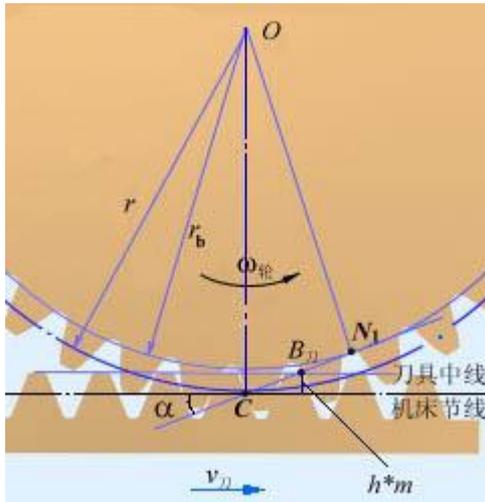


用范成法加工齿轮时,有时会发现刀具的齿顶部分把被加工齿轮齿根部分已经范成出来的渐开线齿廓切去一部分,这种现象称为**根切**。

产生严重根切的齿轮，一方面削弱了轮齿的抗弯强度，另一方面使实际啮合线缩短，从而使重合度降低，影响传动的平稳性。因而应力求避免发生根切现象。发生根切的根本原因在于刀具的齿顶线超过了极限啮合点 N_1 ,即当 $\overline{CB_1} > \overline{CN_1}$ 时，就会发生根切。根切的成因可通过几何关系

证明。

4. 渐开线标准齿轮不根切的最少齿数



由图可知：
$$\overline{CB_r} = \frac{h_a^* m}{\sin \alpha}$$

$$\overline{CN_1} = \overline{OC} \sin \alpha = r \sin \alpha = \frac{1}{2} m z \sin \alpha$$

要不产生根切需满足：

$$\overline{CB_r} \leq \overline{CN_1}$$

由此得不产生根切的最少的齿数：

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$$

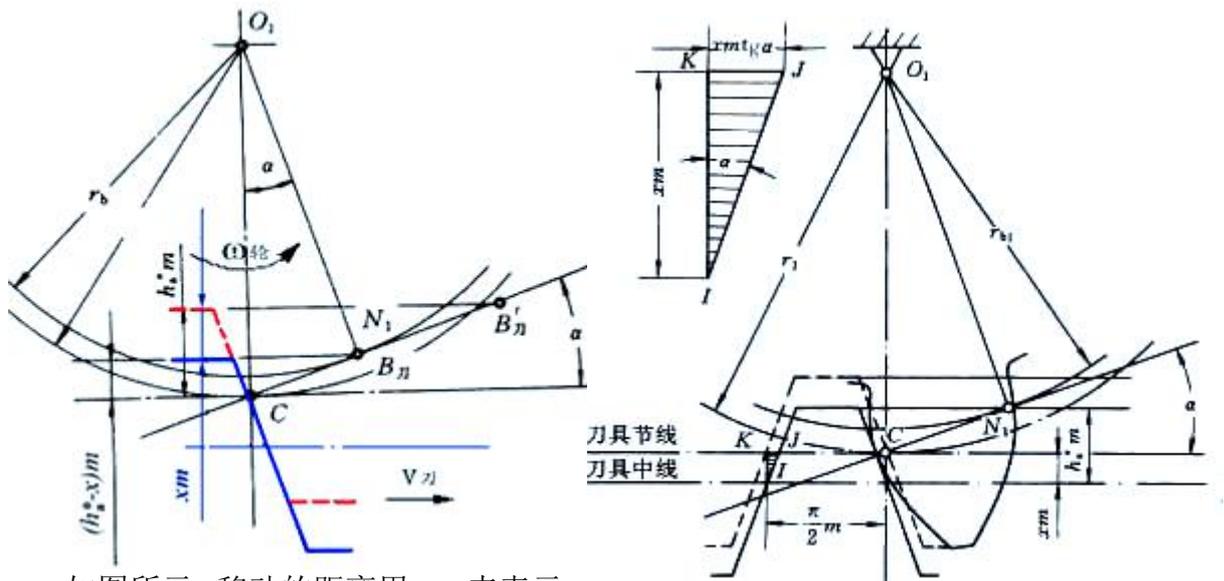
当 $\alpha = 20^\circ, h_a^* = 1$ 时， $z_{\min} = 17$ ，

即标准齿轮不发生根切的最小齿数是 17。

7. 7 渐开线变位齿轮

1. 渐开线标准齿轮的局限性
2. 变位修正法
3. 不根切的最小变位系数

如果根据传动要求确定了齿轮的齿数 z ，而 $z < z_{\min}$ ，要避免根切只能将刀具远离轮坯中心移动一段距离，最少移动多少距离，可避免根切？



如图所示，移动的距离用 xm 来表示（ x 称为变位系数），则：

$$\overline{CB_r} = \frac{(h_a^* - x)m}{\sin \alpha} \quad \overline{CN_1} = r \sin \alpha = \frac{mz}{2} \sin \alpha$$

不发生根切须满足：
$$\overline{CB_r} \leq \overline{CN_1}$$

由此可得：
$$x \geq h_a^* - z \frac{\sin^2 \alpha}{2}$$

则最小变位系数为：
$$x_{\min} = h_a^* - z \frac{\sin^2 \alpha}{2}$$

当 $\alpha = 20^\circ, h_a^* = 1$ 时：
$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}$$

4. 变位齿轮的几何尺寸

此图为标准齿条型刀具加工正变位齿轮的情况，刀具中线远离轮坯中心移动了 xm 的距离，即径向变位量 $xm > 0$ 。从图中可以看出，刀具节线上的齿厚比刀具中线上的齿厚减少了 $2\overline{KJ}$ 。由于齿条刀具的节线与轮坯的分度圆相切并作纯滚动，则被加工齿轮分度圆上的槽宽也减少 $2\overline{KJ}$ 。由 $\triangle IKJ$ 可知： $KJ = x_m \tan \alpha$ 。因此正变位齿轮分度圆上的槽宽为：

$$e = \frac{\pi m}{2} - 2\overline{KJ} = \left(\frac{\pi}{2} - 2x \tan \alpha\right)m$$

而分度圆齿厚为：

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2\overline{KJ} = \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha\right)m$$

加工正变位齿轮时，刀具中线与节线分离，移出 xm 距离因此齿根高比标准齿轮减少了 xm ，即 $h_f = (h_a^* + c^* - x)m$ ，故齿根圆半径为：

$$r_f = \frac{mz}{2} - (h_a^* + c^* - x)m$$

为保持全齿高不变，仍等于 $(2h_a^* + c^*)m$ ，则齿顶高为 $ha = (h_a^* + x)m$ ，齿顶圆半径为：

$$r_a = \frac{mz}{2} + (h_a^* + x)m$$

7. 8 变位齿轮传动及设计

1. 无齿侧间隙啮合方程式

一对相啮合的齿轮为了实现无齿侧间隙啮合，必须满足下列条件

$$s_1' = e_2', s_2' = e_1'$$

$$p' = s_1' + e_1' = s_2' + e_2' = s_1' + s_2'$$

根据 $r_b = r' \cos \alpha' = r \cos \alpha$

$$p'/p = \frac{2\pi r'}{z} / \frac{2\pi r}{z} = \frac{r'}{r} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

整理后，可得无齿侧间隙啮合方程式：

$$inv\alpha' = \frac{2(x_1 + x_2)\tan\alpha}{z_1 + z_2} + inv\alpha$$

2. 传动类型及其选择

按照一对齿轮变位系数之和的不同，可分为三类：

(1) **零传动**：一对齿轮的变位系数之和等于零。 $(x_1 + x_2 = 0)$

a. 标准齿轮传动：两轮的变位系数均为零，即 $x_1 = x_2 = 0$

b. 等变位齿轮传动：两轮的变位系数不为零，但 $x_1 = -x_2 \neq 0$

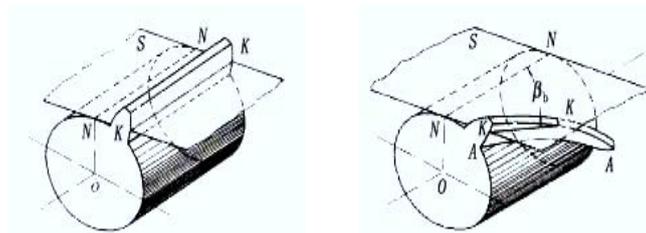
(2) **正传动**：一对齿轮的变位系数之和大于零。 $(x_1 + x_2 > 0)$

(3) **负传动**：一对齿轮的变位系数之和小于零。 $(x_1 + x_2 < 0)$

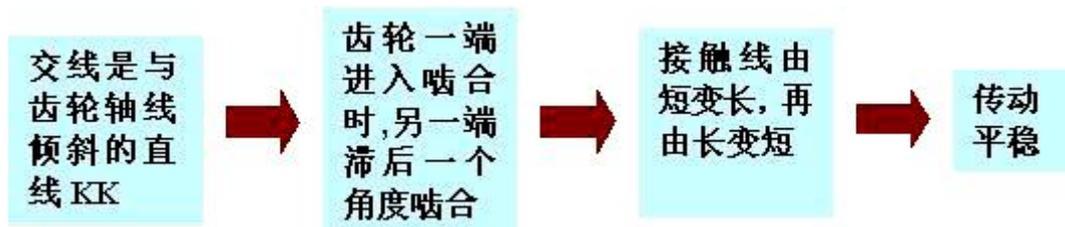
注意：正传动优点较多，一般情况下，应采用正传动；负传动缺点较多，除用于配凑中心距外，一般不用。在传动中心距等于标准中心距的情况下，为提高传动质量，可采用等变位齿轮传动代替标准齿轮传动。

7. 9 斜齿圆柱齿轮机构

1. 齿面形成及啮合特点



斜齿圆柱齿轮齿面的形成原理与直齿圆柱齿轮相似，所不同的是，发生面上展成渐开面的直线 KK 不再与基圆柱母线 NN 平行，而是相对于 NN 偏斜一个角度 β_b ，如图所示。 β_b 称斜齿轮基圆柱上的螺旋角。显然， β_b 越大，轮齿的齿向越偏斜，而当 $\beta_b = 0$ 时，斜齿轮就变成了直齿轮。因此可以认为直齿圆柱齿轮是斜齿圆柱齿轮的一个特例。传动情况如下图：



2. 斜齿轮的基本参数

斜齿轮的法面参数为标准值。

- 斜齿轮的几何尺寸及传动中心距
- 斜齿圆柱齿轮的当量齿数
- 斜齿圆柱齿轮的啮合传动及其特点

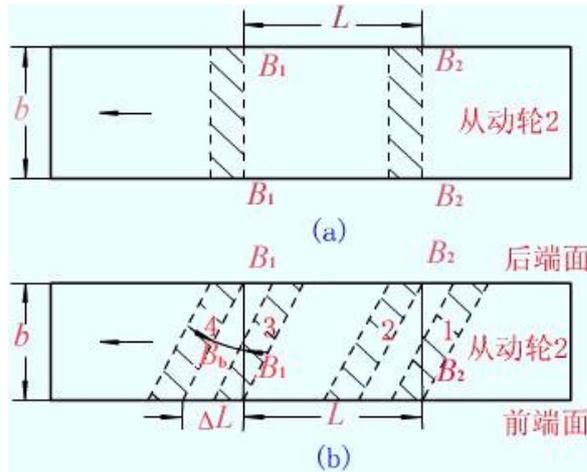
(1) 正确啮合条件：

$$\beta_1 = -\beta_2 (\text{外啮合}) \quad \beta_1 = \beta_2 (\text{内啮合})$$

$$m_{n1} = m_{n2} = m_n \quad m_{t1} = m_{t2} = m_t$$

$$\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = \alpha_n \quad \alpha_{t1} = \alpha_{t2} = \alpha_t$$

(2) 连续传动条件：



要保证一对平行轴斜齿圆柱齿轮能够连续传动，其重合度必须大于等于 1。

图示是直齿圆柱齿轮传动和平行轴斜齿圆柱齿轮传动的对照， B_2B_2 表示进入啮合的位置， B_1B_1 表示脱离啮合的位置。斜齿轮到达位置 1 时一端进入啮合，到达 2 时全齿宽进入啮合，到达 3 时一端脱离啮合，到达 4 时全齿宽脱离啮合。

因此，平行轴斜齿轮传动的实际啮合区比直齿轮传动增大了

$$\Delta L = b \tan \beta_b, \text{ 增大的重合度称为纵向重合度，用 } \epsilon_\beta \text{ 表示，}$$

纵向重合度，用 ϵ_β 表示，

$$\epsilon_\beta = \frac{\Delta L}{P_{bt}} = \frac{b \tan \beta_b}{\pi m_t \cos \alpha_t}$$

由于 $\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$,

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}, \text{ 故}$$

$$\epsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$$

而端面重合度

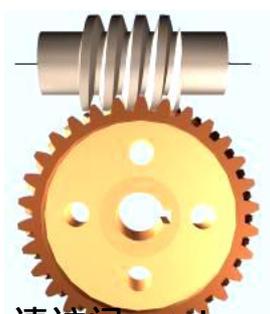
$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t') + z_2 (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t')]$$

(α_t' 为端面啮合角， α_{at} 为端面齿顶圆压力角)

总重合度

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta$$

7. 11 蜗轮蜗杆机构

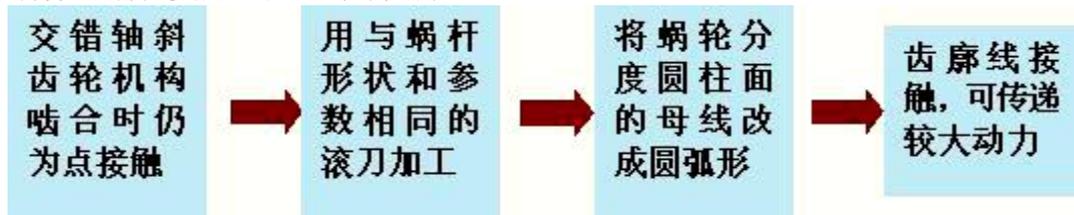


蜗杆蜗轮机构是用来传递两交错轴之间运动的一种齿轮机构，通常取其交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 。

1. 蜗轮蜗杆机构的形成及传动特点

蜗轮蜗杆机构是由交错轴斜齿圆柱齿轮机构演变而来的，如图所示交错角 $= 90^\circ$ 、螺旋角旋向相同，小齿轮

螺旋角很大，分度圆柱直径较小、轴向长度较长、齿数很少，外形像一根螺杆，称为蜗杆。蜗轮实际上是一个斜齿轮。

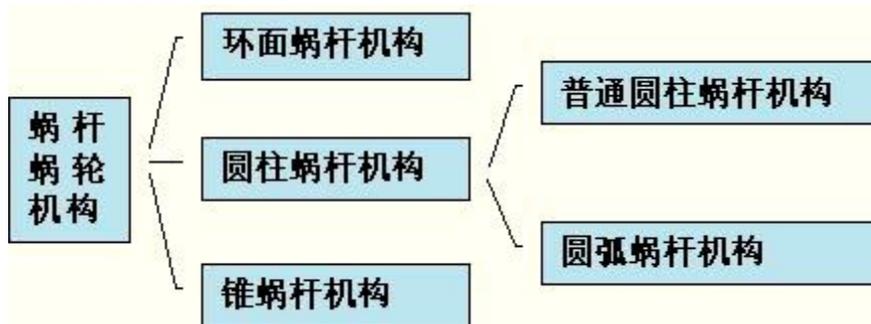


蜗轮蜗杆机构的传动特点：

- (1) 传动比大，结构紧凑。
- (2) 传动平稳，无噪声。
- (3) 具有自锁性。
- (4) 传动效率较低，磨损较严重。
- (5) 蜗杆轴向力较大，致使轴承摩擦损失较大。

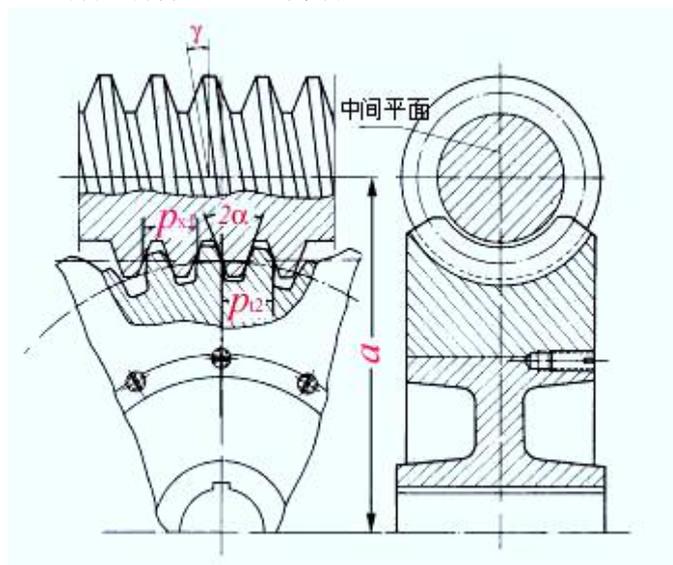
常用于两轴交错、传动比较大、传递功率不太大或间歇工作的场合。当要求传递功率较大时，为提高传动效率，常取 $z_1 = 2 \sim 4$ 。此外，由于当 γ_1 较小时机构具有自锁性，故常用于卷扬机等起重机构中。

2. 蜗轮蜗杆传动的类型



本节着重介绍普通圆柱蜗杆机构中最简单的阿基米德蜗杆机构。阿基米德蜗杆的端面齿形为阿基米德螺线。

3. 蜗轮蜗杆的啮合传动



蜗杆传动的中间平面：

过蜗杆轴线作一垂直于蜗轮轴线的平面。在该平面内蜗杆与蜗轮的啮合传动相当于齿条与齿轮的传动。

正确啮合条件：

$$m_{x1} = m_{t2} = m$$

$$\alpha_{x1} = \alpha_{t2} = \alpha$$

($m_{x1} \alpha_{x1}$ 分别为蜗杆的轴面模数和压力角； $m_{t2} \alpha_{t2}$ 分别为蜗轮的端面模数和压力角。) 还必须满足 $\gamma_1 = \beta_2$ ，且蜗杆与蜗轮旋向相同。

4. 蜗轮蜗杆传动的基本参数与几何尺寸

模数： 参照国标。

压力角： 阿基米德蜗杆压力角 $\alpha = 20^\circ$ 。此外，在动力传动中，允许 $\alpha = 25^\circ$ ；在分度传动中，允许 $\alpha = 15^\circ$ 或 12° 。

导程角： 螺旋线导程 $p_z = z_1 p_x = z_1 \pi m$ (z_1 表示蜗杆头数， p_x 表示轴向齿距，其导程角 γ 由下式求出

$$\tan \gamma = \frac{p_z}{\pi d_1} = \frac{z_1 \pi m}{\pi d_1} = \frac{z_1 m}{d}$$

蜗杆头数和蜗轮齿数：

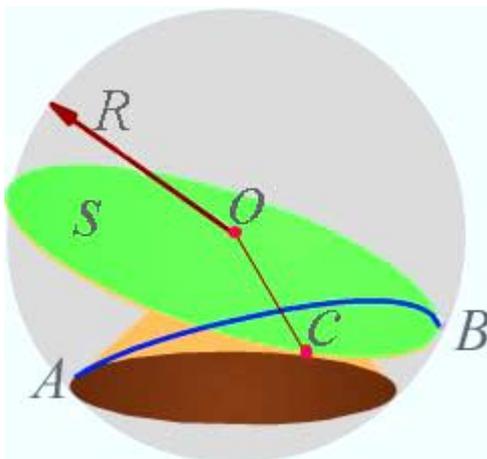
z_1 一般取 1~10，推荐 $z_1 = 1, 2, 4, 6$

z_2 根据 z_1 确定，推荐 $z_2 = 29 \sim 70$

蜗杆直径系数： 蜗杆分度圆直径 d_1 与模数 m 的比值，用 q 表示。

7. 12 锥齿轮机构

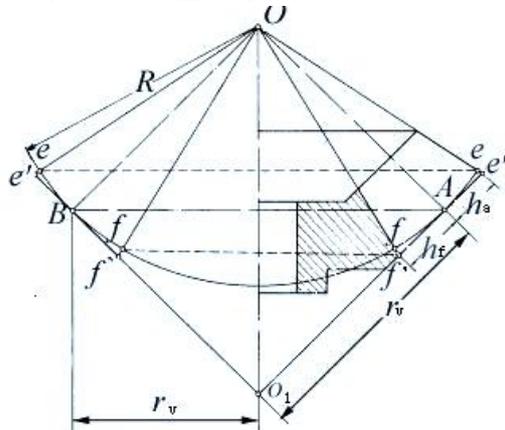
1. 直齿锥齿轮齿廓的形成



如图，一个圆平面 S 与一个基圆锥切于直线 OC ，圆平面半径与基圆锥锥距 R 相等，且圆心与锥顶重合。当圆平面绕圆锥作纯滚动时，该平面上任一点 B 将在空间展出一条渐开线 AB 。渐开线必在以 O 为中心、锥距 R 为半径的球面上，成为球面渐开线。

为了便于设计和加工，需要用平面曲线来近似球面曲线。

2. 背锥及当量齿数



OAB 为分度圆锥， $e\tilde{A}$ 和 $f\tilde{A}$ 为轮齿在球面上的齿顶高和齿根高，过点 A 作直线 $AO_1 \perp AO$ ，与圆锥齿轮轴线交于点 O_1 ，设想以 OO_1 为轴线， O_1A 为母线作一圆锥 O_1AB ，称为直齿圆锥齿轮的背锥。由图可见 A 、 B 附近背锥面与球面非常接近。因此，可以用背锥上的齿形近似地代替直齿圆锥齿轮大端球面上的齿形。从而实现了平面近似球面。

将背锥展成扇形齿轮，它的参数等于圆锥齿轮大端的参数，齿数就是圆锥

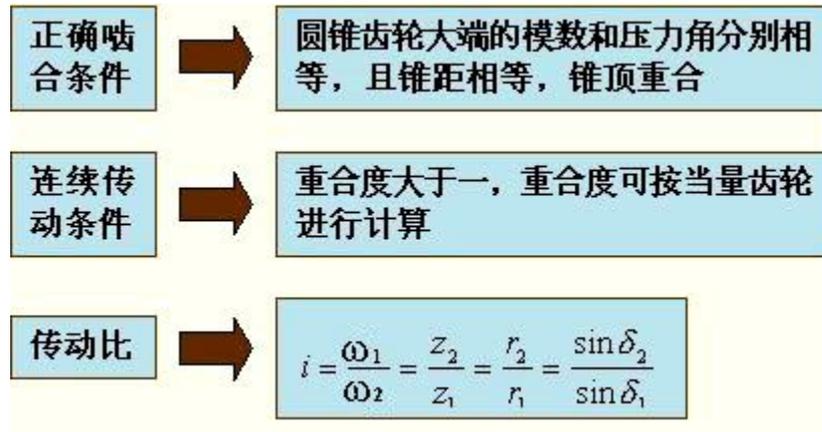
齿轮的实际齿数 z 。将扇形齿轮补足，则齿数增加为 z_v 。这个补足后的直齿圆柱齿轮称为当量齿轮，齿数称为当量齿数。其中

$$z_v = \frac{z}{\cos \delta}$$

当量齿数的用途：

- (1) 仿形法加工直齿圆锥齿轮时，选择铣刀的号码。
- (2) 计算圆锥齿轮的齿根弯曲疲劳强度时查取齿形系数。

3. 直齿锥齿轮的啮合传动



4. 直齿锥齿轮传动的参数与几何尺寸

直齿圆锥齿轮大端模数 m 的值为标准值，压力角 $\alpha = 20^\circ$ 。

第八章 轮 系

基本要求:

1. 了解各类轮系的组成和运动特点，学会判断一个已知轮系属于何种轮系。
2. 熟练掌握各种轮系传动比的计算方法，会确定主、从动轮的转向关系。
3. 了解各类轮系的功能，学会根据工作要求选择轮系的类型。
4. 掌握行星轮系的齿数条件。

教学内容:

1. 轮系及其分类;
2. 定轴轮系的传动比计算;
3. 周转轮系传动比的计算;
4. 混合轮系传动比的计算;
5. 轮系的功用及行星轮系的齿数条件;

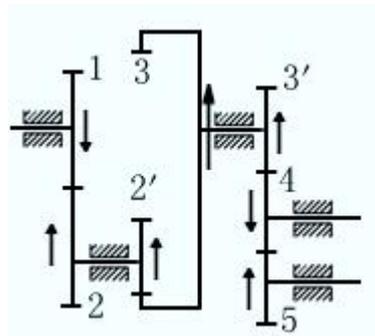
重点难点:

轮系是由一系列齿轮所组成的传动装置，它通常介于原动机和执行机构之间，把原动机的运动和动力传给执行机构。工程实际中常用其实现变速、换向和大功率传动等，具有非常广泛的应用。

本章的重点是轮系的传动比计算和轮系设计。前者是指判断一个给定轮系的类型并确定其传动比；后者指根据工作要求选择轮系的类型并确定各轮的齿数。

8. 1 轮系及其分类

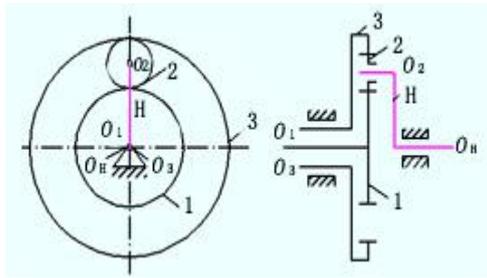
1. 定轴轮系



图示轮系中，运动由齿轮 1 输入，通过一系列齿轮传动，带动从动齿轮 5 转动。运转过程中，每个齿轮几何轴线的位置都是固定不变的。

定义：这种所有齿轮几何轴线的位置在运转过程中均固定不变的轮系，称为**定轴轮系**，又称为普通轮系。

2. 周转轮系



图示轮系中，齿轮 1、3 的轴线相重合，它们均为定轴齿轮，而齿轮 2 的转轴装在构件 H 的端部，在构件 H 的带动下，它可以绕齿轮 1，3 的轴线作周转。

定义：这种在运转过程中至少有一个齿轮几何轴线的位置并不固定，而是绕着其它定轴齿轮轴线回转的轮系，称为**周转轮系**。由于中心轮 1，3 和系杆 H 的回转

轴线的位置均固定且重合，通常以它们作为运动的输入或输出构件，故称其为周转轮系的基本构件。

根据周转轮系所具有的自由度数不同，可将其分为：

(1) 行星轮系

周转轮系中，若将中心轮 3（或 1）固定，则整个轮系的自由度为 1。这种自由度为 1 的周转轮系称为行星轮系。为了确定该轮系的运动，只需要给定轮系中一个构件以独立的运动规律即可。

(2) 差动轮系

周转轮系中，若中心轮 1 和 3 均不固定，则整个轮系的自由度为 2。这种自由度为 2 的周转轮系称为差动轮系。为了使其具有确定的运动，需要两个原动件。

在一个轮系运转的过程中，若其中至少有一个齿轮的几何轴线的位置不固定，而是绕着其它齿轮的轴线作周转运动，则可判定该轮系中含有周转轮系。一个周转轮系由行星轮、系杆和中心轮等几部分组成，其中，中心轮和系杆的运转轴线重合。

3. 混合轮系

在工程实际中，除了采用单一的定轴轮系和单一的周转轮系外，还经常采用既含定轴轮系部分又含周转轮系部分、或由几部分周转轮系所组成的复杂轮系，称**混合轮系**或**复合轮系**

8. 2 定轴轮系传动比的计算

1. 传动比大小的计算

传动比定义：所谓轮系的传动比，指的是轮系中输入轴的角速度（或转速）与输出轴的角速度（或转速）之比，即：

$$i_{iO} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{z_{in}}{z_{out}}$$

主动轮到从动轮之间的传动是通过一对对齿轮依次啮合来实现的。为此，首先求出轮系中各对啮合齿轮传动比的大小。举例讨论定轴轮系传动比的计算方法。

定轴轮系的传动比等于组成该轮系的各对啮合齿轮传动比的连乘积；其大小等于各对啮合齿轮中所有从动轮齿数的连乘积与所有主动轮齿数的连乘积之比。即

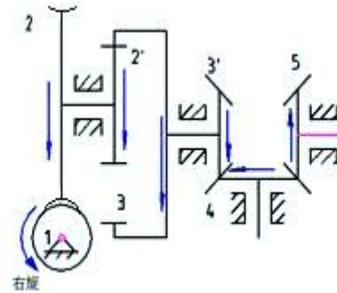
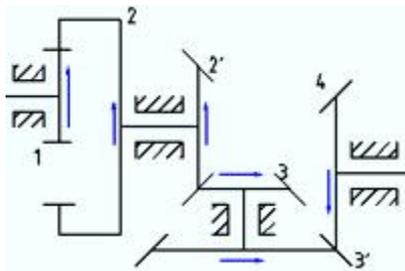
$$\text{定轴轮系的传动比} = \frac{\text{所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{所有主动轮齿数的连乘积}}$$

2. 主、从动轮转向关系的确定

(1) 轮系中各轮几何轴线均互相平行

这在工程实际中最为常见。组成这种轮系的所有齿轮均为直齿或斜齿圆柱齿轮。用 m 表示轮系中外啮合的对数；用 $(-1)^m$ 来确定轮系传动比的正负号。若计算结果为正，则说明主、从动轮转向相同；若为负则相反。

(2) 轮系中所有齿轮的几何轴线不都平行，但首、尾两轮的轴线互相平行
图示情况下，可在图上用箭头表示各轮的转向。由于该轮系中首尾两轮的轴线互相平行，仍可在传动比的计算结果中加上“+”、“-”号来表示主、从动轮的转向关系。

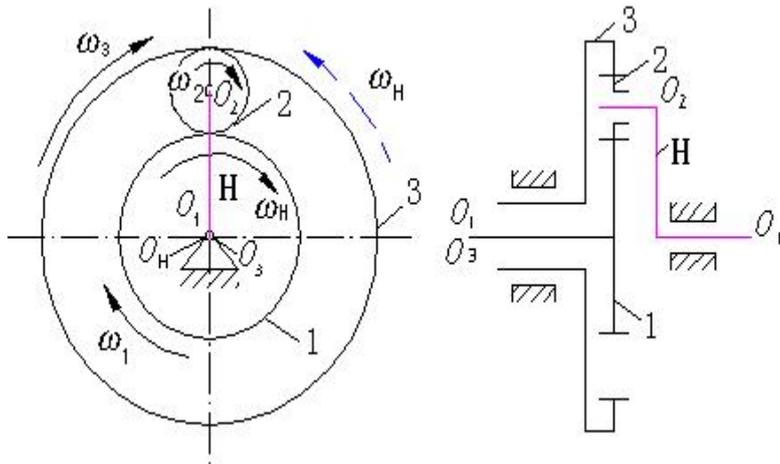


(3) 轮系中首、尾两轮几何轴线不平行的情况

图示主动轮 1 (蜗杆) 几何轴线和从动轮 5 (锥齿轮) 的几何轴线不平行，它们分别在两个不同的平面内转动。这种情况只能采用箭头表示主、从动轮转向间的关系。

8. 3 周转轮系传动比的计算

周转轮系与定轴轮系的根本区别：周转轮系中有一个转动着的系杆，因此使行星轮既自转又公转。如果能设法使系杆固定不动，那么周转轮系就可转化成一个定轴轮系。为此，假想给整个轮系加上一个公共的角速度 $(-w_H)$ ，据相对运动原理，各构件之间的相对运动关系并不改变，但此时系杆的角速度就变成了 $w_H - w_H = 0$ ，即系杆可视为静止不动。于是，周转轮系就转化成了一个假想的定轴轮系，通常称这个假想的定轴轮系为周转轮系的转化机构。



首先求转化机构的传动比：

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}$$

i_{13}^H --表示转化机构中 1 轮主动、3 轮从动时的传动比。

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}$$

因 $i_{13}^H = -\frac{z_3}{z_1}$

所以 $i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}$

周转轮系转化机构传动比的一般公式：设周转轮系中两个中心轮分别为 1 和 n，系杆为 H，则周转轮系转化机构传动比 i_{1n}^H 的一般公式：

$$i_{1n}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \pm \frac{z_2 \cdots z_n}{z_1 \cdots z_{n-1}}$$

若一个周转轮系转化机构的传动比为“+”，则称其为正号机构；为“-”则称为负号机构。

8. 4 混合轮系传动比的计算

在实际机械中，除了广泛应用单一的定轴轮系和单一的周转轮系外，还大量用到由定轴轮系与周转轮系组成的混合轮系，或由几个单一的周转轮系组合而成的混合机构。

在计算混合轮系传动比时，既不能将整个轮系作为定轴轮系来处理，也不能对整个机构采用转化机构的办法。

计算混合轮系传动比的正确方法是：

- (1) 首先将各个基本轮系正确地区分开来。
- (2) 分别列出计算各基本轮系传动比的方程式。
- (3) 找出各基本轮系之间的联系。
- (4) 将各基本轮系传动比方程式联立求解，即可求得混合轮系的传动比。

最关键的一步是正确划分各个基本轮系。所谓基本轮系，指的是单一的定轴轮系或单一的周转

8. 5 轮系的功用及行星轮系的齿数条件

工程实际中轮系应用广泛。其功能可概括为以下几方面：

- (1) 实现大传动比传动
- (2) 实现变速与换向传动
- (3) 实现结构紧凑的大功率传动
- (4) 实现分路传动
- (5) 实现运动的合成与分解
- (6) 实现执行构件的复杂运动

行星轮系的齿数条件；

- (1) 保证轮系的齿数条件；
- (2) 保证满足同心条件；
- (3) 保证满足均布安装条件
- (4) 保证满足邻接条件。

第九章 间歇机构与其它机构

基本要求：

1. 了解间歇运动机构在设计中对从动件的动、停时间和位置的要求及对其动力性能的要求。
2. 掌握棘轮机构、槽轮机构的工作原理、运动特点、功能和适用场合。
3. 了解凸轮式间歇运动机构、万向铰链机构的工作原理、特点、功能及适用场合。
4. 了解组合机构的几种形式。

教学内容：

1. 棘轮机构；
2. 槽轮机构；
3. 其它机构；
4. 组合机构。

重点难点：

本章学习的重点是掌握常用的一些间歇运动机构的工作原理、运动特点和功能，并了解其适用场合。在进行机械系统方案设计时，能够根据工作要求，正确选择间歇机构的类型。

9.1 棘轮机构

棘轮机构主要由棘轮、主动棘爪、止回棘爪和机架组成。



工作原理：主动摆杆逆时针摆动时，摆杆上铰接的主动棘爪插入棘轮的齿内，推动棘轮同向转动一定角度。当主动摆杆顺时针摆动时，止回棘爪阻止棘轮反向转动，此时主动棘爪在棘轮的齿背上滑回原位，棘轮静止不动。此机构将主动件的往复摆动转换为从动棘轮的单向间歇转动。利用弹簧使棘爪紧压齿面，保证止回棘爪工作可靠。

常用棘轮机构的分类表

按结构分类	齿式棘轮机构	摩擦式棘轮机构
-------	--------	---------

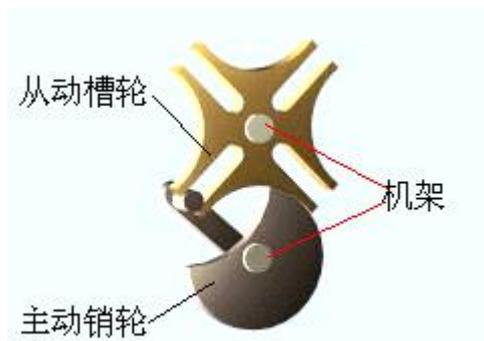
按啮合方式分类	外啮合式	内啮合式
按运动形式分类	单向间歇转动	单向间歇移动
	双动式棘轮机构	双向式棘轮机构

棘轮机构种类繁多，运动形式多样，在工程实际中得到了广泛的应用。其主要功能如下：

- (1) 间歇送进（牛头刨床的间歇送进机构）；
- (2) 制动（卷扬机制动机构）；
- (3) 转位、分度（手枪盘分度机构）；
- (4) 超越离合（钻床的自动进给机构）。

9.2 槽轮机构

槽轮机构由具有圆柱销的主动销轮、具有直槽的从动槽轮及机架组成。从动槽轮实际上是由多个径向导槽所组成的构件，各个导槽依次间歇地工作。



工作原理：由主动销轮利用圆柱销带动从动槽轮转动，完成间歇转动。主动销轮顺时针作等速连续转动，当圆销未进入径向槽时，槽轮因内凹的锁止弧被销轮外凸的锁止弧锁住而静止；圆销进入径向槽时，两弧脱开，槽轮在圆销的驱动下转动；当圆销再次脱离径向槽时，槽轮另一圆弧又被锁住，从而实现了槽轮的单向间歇运动。

槽轮机构主要分为传递平行轴运动的**平面槽轮机构**和传递相交轴运动的**空间槽轮机构**两大类。平面槽轮机构又分为**外槽轮机构**和**内槽轮机构**，上述两种槽轮机构都用于传递平行轴运动。与外槽轮机构相比，内槽轮机构传动较平稳、停顿时间较短、所占空间小。空间槽轮机构结构比较复杂，设计和制造难度较大。

槽轮机构能准确控制转角、工作可靠、机械效率高，与棘轮机构相比，工作平稳性较好，但其槽轮机构动程不可调节、转角不可太小，销轮和槽轮的主从动关系不能互换、起停有冲击。槽轮机构的结构要比棘轮机构复杂，加工精度要求较高，因此制造成本上升。槽轮机构一般应用于转速不高和要求间歇转动的机械当中，如自动机械、轻工机械或仪器仪表等。

9.3 其它机构

1. 星轮机构；
2. 不完全齿轮机构；
3. 凸轮间歇机构；
4. 万向铰链机构；
5. 非圆齿轮机构。

9. 4 组合机构

在工程实际中，对于比较复杂的运动变换，单一的基本机构往往由于其本身所固有的局限性而无法满足多方面的要求。由此，人们把若干种基本机构用一定方式连接起来成为**组合机构**，以便得到单个基本机构所不能有的运动性能。机构的组合是发展新机构的重要途径之一。机构的组合方式有多种。在机构组合系统中，单个的基本机构称为**组合系统的子机构**。常见的机构组合方式主要有以下几种：

1. 串联式组合；
2. 并联式组合；
3. 反馈式组合；
4. 复合式组合。

第十章 新型传动机构

基本要求:

1. 了解 RV 传动机构的结构组成、传动原理和特性。
2. 了解钢球行星传动机构的组成结构、传动原理和传动特点。
3. 了解章动齿轮传动机构的章动过程和传动原理。
4. 了解活齿传动机构的分类、组成及传动特点。
5. 了解几种等速传动机构的传动原理。
6. 了解变自由度传动机构的运动特点及其在实际中的应用。

第十一章 机械动力学

基本要求:

1. 掌握机械运转过程的三个阶段中，机械系统的功、能量和原动件运动速度的特点。了解作用在机械中的外力与某些运动参数之间的函数关系。
2. 掌握建立单自由度机械系统等效动力学模型的基本思路及建立运动方程式的方法。
3. 能求解等效力矩和等效转动惯量均是机构位置函数时机械的运动方程式。
4. 掌握飞轮调速原理及飞轮设计基本方法，能求解等效力矩是机构位置函数时飞轮的转动惯量。
5. 了解机械非周期性速度波动调节的基本概念和方法。

教学内容:

1. 机械的运转过程及作用力;
2. 机械系统的等效动力学模型;
3. 机械系统运动方程式;
4. 机械的速度波动及其调节方法;

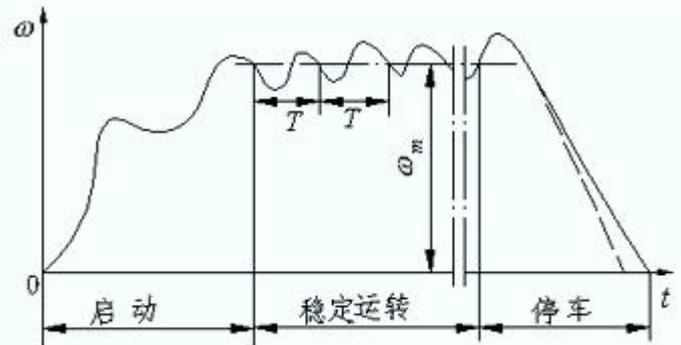
重点难点:

本章主要研究两个问题：一是解决如何确定机械真实的运动规律；二是研究如何对机械运转速度波动进行调节。学习时应注意建立机械系统等效动力学模型时，运动方程式的求解过程可能很复杂，有时难以精确求解，这是本章的难点。

11.1 机械运转过程及作用力

1. 机械的运转阶段及特征

机械系统的运转从开始到停止的全过程可以分为以下三个阶段：



(1) 启动阶段 原动件的速度从零逐渐上升到开始稳定的过程。

(2) 稳定运转阶段 原动件速度保持常数（称匀速稳定运转）或在正常工作速度的平均值上下作周期性的速度波动（称变速稳定运转）。图中 T 为稳定运转阶段速度波动的周期， ω_m 为原动件的平均角速度。经过一个周期后，原动件以及机械各构件的运动均回到原来的状态。

(3) 停车阶段 原动件速度从正常工作速度值下降到零。

在启动阶段，根据能量守恒定律，作用在机械系统上的力在任一时间间隔内所作的功，应等于机械系统动能的增量。用机械系统的动能方程式可表示为

$$W_d - (W_r + W_f) = W_d - W_c = E_2 - E_1$$

式中， W_d 为驱动力所作的功，即输入功； W_r , W_f 分别为克服工作阻力和有害阻力（主要是摩擦力）所需的功，两者之和为总耗功 W_c ， E_1 、 E_2 分别为机械系统在该时间间隔开始和结束时的动能。

$$W_d - W_c = E_2 - E_1 > 0$$

在稳定运转阶段，若机械作变速稳定运转，则每一个运动周期的末速度等于初速度，于是

$$W_d - W_c = E_2 - E_1 = 0$$

即在一个运动循环以及整个稳定运转阶段中，输入功等于总耗功。但在一个周期内任一时间间隔中，输入功与总耗功不一定相等。

若机械系统作匀速稳定运转，由于该阶段的速度是常数。故在任一时间间隔中输入功总是等于总耗功。

在停车阶段，机械系统的动能逐渐减小，即

$$W_d - W_c = E_2 - E_1 < 0$$

在此阶段，由于驱动力通常已经撤去，即 $W_d = 0$ 。故当总耗功逐渐将机械具有的动能消耗殆尽时，机械便停止运转。

启动阶段和停车阶段统称为机械的过渡过程。为了缩短这一过程，在启动阶段，一般常使机械在空载下启动，或者另加一个启动马达来加大输入功，以达到快速启动的目的；在停车阶段，通常依靠机械上安装的制动装置，用增加摩擦阻力的方法来缩短停车时间。

2. 作用在机械上的力

当忽略机械中各构件的重力以及运动副中的摩擦力时，作用在机械上的力可分为工作阻力和驱动力两大类。

机械特性的定义：力（或力矩）与运动参数（位移、速度、时间等）之间的关系。

●工作阻力

指机械工作时需要克服的工作负荷，它决定于机械的工艺特点。有些机械在某段工作过程中，工作阻力近似为常数（如车床）；有些机械的工作阻力是执行构件位置的函数（如曲柄压力机）；还有一些机械的工作阻力是执行构件速度的函数（如鼓风机、搅拌机等）；也有极少数机械，其工作阻力是时间的函数（如揉面机、球磨机等）。

●驱动力

指驱使原动件运动的力，其变化规律决定于原动机的机械特性。如蒸汽机、内燃机等原动机输出的驱动力是活塞位置的函数；机械中应用最广泛的电动机，其输出的驱动力矩是转子角速度的函数。

11. 2 机械系统的等效力学模型

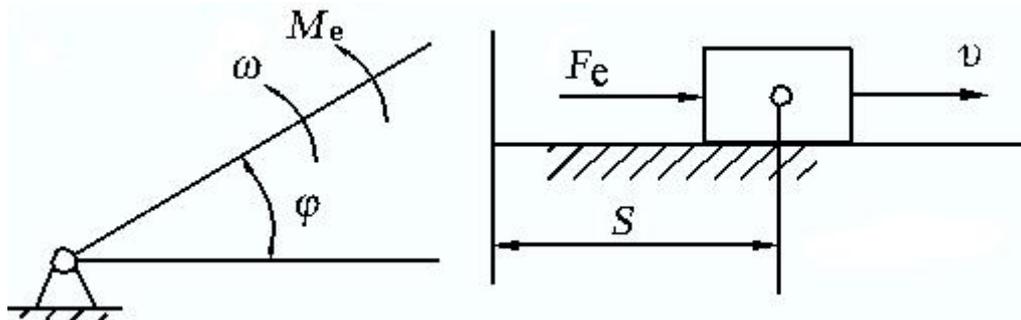
1. 等效动力学模型的建立

研究机械系统的真实运动，必须首先建立外力与运动参数间的函数表达式，这种函数表达式称为机械的运动方程式。虽然机械是由机构组成的多构件的复杂系统，其一般运动方程式不仅复杂，求解也很繁琐。但是，对于单自由度的机械系统，只要知道其中一个构件的运动规律，其余所有构件的运动规律就可随之求得。因此：可把复杂的机械系统简化成一个构件（称为**等效构件**），建立最简单的等效动力学模型，将使研究机械真实运动的问题大为简化。为了使等效构件和机械中该构件的真实运动一致，根据质点系动能定理，将作用于机械系统上的所有外力和外力矩、所有构件的质量和转动惯量，都向等效构件转化。**转化的原则**：使该系统转化前后的动力学效果保持不变。即：

- 等效构件的质量或转动惯量所具有的动能，应等于整个系统的总动能；
- 等效构件上的等效力、等效力矩所做的功或所产生的功率，应等于整个系统的所有力、所有力矩所做功或所产生的功率之和。

满足这两个条件，就可将等效构件作为该系统的**等效动力学模型**。

为了便于计算，通常将绕定轴转动或作直线移动的构件取为等效构件，如图所示。



当取等效构件为绕定轴转动的构件时，作用于其上的等效力矩为 M_e ，它具有的绕定轴转动的等效转动惯量为 J_e ；当取等效构件为作直线移动的构件时，作用在其上的力为等效力 F_e ，它具有的等效质量为 m_e 。

2. 等效量的计算

(1) 等效力矩和等效力

设作用在机械上的外力为 $F_i (i=1,2,\dots,n)$ ，作用点的速度为 v_i ， F_i 的方向和 v_i 的方向间夹角为 α_i ，作用在机械中的外力矩为 $M_j (j=1,2,\dots,m)$ ，受力矩 M_j 作用的构件的角速度为 ω_j ，则作用在机械中所有外力和外力矩所产生的功率之和为

$$P = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \theta_i + \sum_{j=1}^m \pm M_j \omega_j$$

式中，当 M_j 和 ω_j 同方向时取“+”号，否则取“-”号。

若等效构件为绕定轴转动的构件，其上作用有假想的等效力矩 M_e ，等效构件的角速度为 ω ，则根据等效构件上作用的等效力矩所产生的功率应等于整个机械系统中所有外力、外力矩所产生的功率之和，可得

$$M_e \omega = P = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \theta_i + \sum_{j=1}^m \pm M_j \omega_j$$

于是

$$M_e = \sum_{i=1}^n F_i \frac{v_i \cos \theta_i}{\omega} + \sum_{j=1}^m \pm M_j \frac{\omega_j}{\omega}$$

同理，当等效构件为移动件、其速度为 v 时，仿照上述推导过程，可得作用于其上的等效力为

$$F_e = \sum_{i=1}^n F_i \frac{v_i \cos \theta_i}{v} + \sum_{j=1}^m \pm M_j \frac{\omega_j}{v}$$

(2) 等效转动惯量和等效质量

设机械系统中各运动构件的质量为 $m_i (i=1,2,\dots,m)$ ，其质心 S_i 的速度为 v_{s_i} ；各运动构件对其质心轴线的转动惯量为 $J_{s_j} (j=1,2,\dots,m)$ ，角速度为 ω_j ，则整个机械系统所具有的动能为

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_{s_i}^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} J_{s_j} \omega_j^2$$

若等效构件为绕定轴转动的构件，其角速度为 ω ，其对转动轴的假想的等效转动惯量为 J_e ，则根据等效构件所具有的动能应等于机械系统中各构件所具有的动能之和，可得

$$E = \frac{1}{2} J_e \omega^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_{s_i}^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} J_{s_j} \omega_j^2$$

$$J_e = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{s_i}}{\omega} \right)^2 + \sum_{j=1}^m J_{s_j} \left(\frac{\omega_j}{\omega} \right)^2$$

当等效构件为移动件，其速度为 v 时，仿照上述推导过程，可得等效构件所具有的假想的等效质量为

$$m_e = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{s_i}}{v} \right)^2 + \sum_{j=1}^m J_{s_j} \left(\frac{\omega_j}{v} \right)^2$$

等效量不仅与作用于机械系统中的力、力矩以及各活动构件的质量、转动惯量有关，而且和各构件与等效构件的速比有关，但与系统的真实运动无关。因此，可在机械真实运动未知的情况下计算各等效量。

11.3 机械系统运动方程式

机械的真实运动可通过建立等效构件的运动方程式求解，常用的机械运动方程式有以下两种形式。

1. 动能形式的机器运动方程式

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{ed} d\varphi - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{er} d\varphi = \frac{1}{2} J_{e2} \omega_2^2 - \frac{1}{2} J_{e1} \omega_1^2 \quad \text{或} \quad \int_{s_1}^{s_2} F_{ed} ds - \int_{s_1}^{s_2} F_{er} ds = \frac{1}{2} m_{e2} v_2^2 - \frac{1}{2} m_{e1} v_1^2$$

2. 力和力矩形式的机器运动方程式

$$M_e = M_{ed} - M_{er} = \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_e}{d\varphi} + J_e \frac{d\omega}{d\tau} \quad \text{或} \quad F_e = F_{ed} - F_{er} = \frac{v^2}{2} \frac{dm_e}{ds} + m_e \frac{dv}{dt}$$

通过等效动力学模型的建立可知，对于单自由度的机械系统，无论它如何复杂，均可将其简化为只含有一个活动构件的等效动力学模型。根据动能定理，可建立两种形式的等效动力学模型的运动方程，由这些运动方程可描述机械系统的运动规律，并解出所需要的运动参数。

11. 4 机械系统速度波动及调节方法

机械在运转过程中，由于其上所作用的外力或力矩的变化，会导致机械运转速度的波动。过大的速度波动对机械的工作是不利的。因此在机械系统设计阶段，设计者就应采取措施，设法降低机械运转的速度波动程度，将其限制在许可的范围内，以保证机械的工作质量。

1. 周期性速度波动产生的原因

下面以等效力矩和等效转动惯量是等效构件位置函数的情况为例，分析速度波动产生的原因。

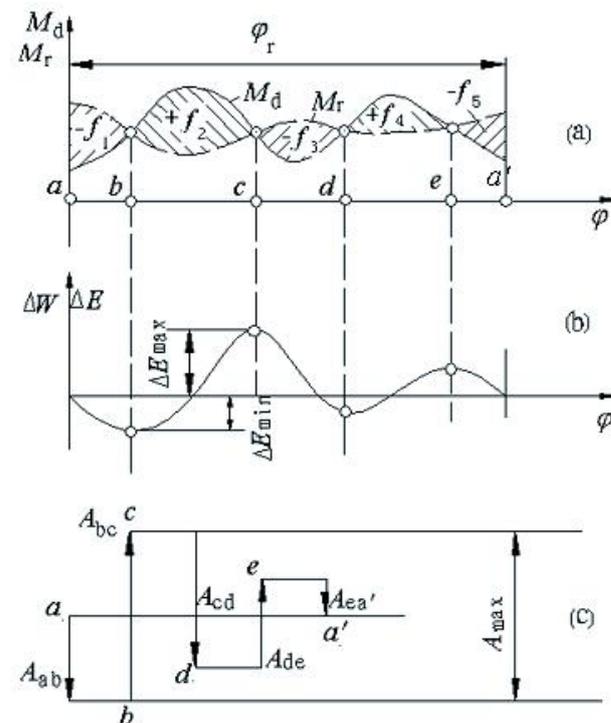


图 (a) 为某一机械在稳定运转过程中，其等效构件在稳定运转的一个周期 φ_r 内所受等效驱动力矩 $M_d(\varphi)$ 与等效阻力矩 $M_r(\varphi)$ 的变化曲线。在等效构件回转过 φ 角时（设其起始位置为 φ_a ），其等效驱动力矩和等效阻力矩所作功之差值为

$$\Delta W = \int_{\varphi_a}^{\varphi} (M_d - M_r) d\varphi$$

ΔW 为正值时称为盈功，为负值是称为亏功。

由图中可以看出：在 bc 段、 de 段，由于 $M_d > M_r$ ，因而驱动功大于阻抗功，多余的功在图中以“+”号标识，称为盈功；反之，在 ab 段、 cd 段和 ea 段，由于 $M_d < M_r$ ，因而驱动功小于阻抗功，不足的功在图中以

“—”号标识，称为亏功。

图 (b) 表示以 a 点为基准的 ΔW 与 φ 的关系。 $\Delta W - \varphi$ 曲线亦为机械的动能增量 ΔE 对 φ 的曲线。 ab 区间为亏功区，等效构件的角速度由于机械动能的减小而下降；反之，由 b 到 c 的盈功区间，等效构件角速度由于机械动能的增加而上升。如果在等效力矩 M 和等效转动惯量 J 变化的公共周期内（如图中由区间 φ_a 到 $\varphi_{a'}$ 所示）驱动力矩与阻力矩所作功相等，则机械动能的增量等于零。于是经过等效力矩与等效转动惯量变化的一个公共周期，机械的动能又恢复到原来的值，因而等效构件的角速度也将恢复到原来的数值。由以上分析可知，等效构件在稳定运转过程中其角速度将呈现周期性的波动。

2. 速度波动程度的衡量指标

如果一个周期内角速度的变化如下图所示，其最大和最小角速度分别为 ω_{\max} 和 ω_{\min} ，则在周期内的平均角速度应为

$$\omega_m = \frac{\int_0^{\varphi_T} \omega d\varphi}{\varphi_T}$$

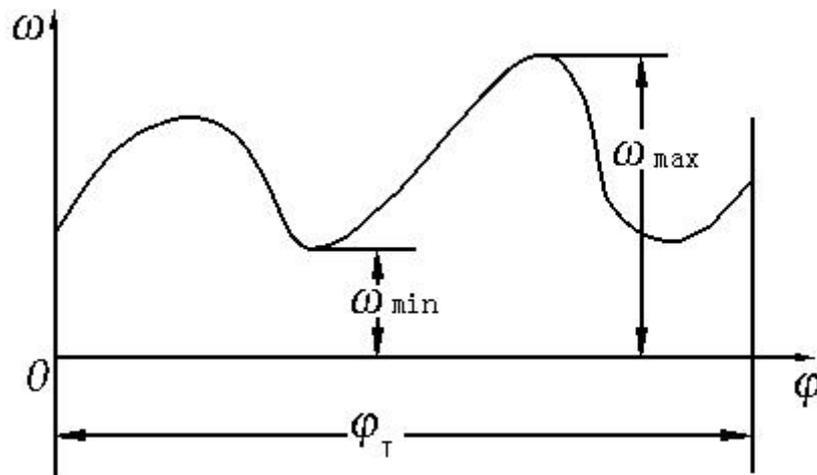
在工程实际中，当 ω 变化不大时，常按最大和最小角速度的算术平均值来计算平均角速度，即

$$\omega_m = \frac{1}{2}(\omega_{\max} + \omega_{\min})$$

机械速度波动的程度不能仅用 $\omega_{\max} - \omega_{\min}$ 表示，因为当 $\omega_{\max} - \omega_{\min}$ 一定时，对低速机械和对高速机械其变化的相对百分比显然是不同的。因此，平均角速度 ω_m 也是衡量速度波动程度的一个重要指标。综合考虑这两方面的因素，采用角速度的变化量及其平均角速度的比值来反映机械运转的速度波动程度，这个比值以 δ 表示，称为**速度波动系数**，或速度不均匀系数。

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m}$$

不同类型的机械，所允许的波动程度是不同的。为了使所设计的机械系统在运转过程中速度波动在允许范围内，设计时应保证速度不均匀系数小于等于许用值。



3. 周期性速度波动的调节方法

如何减少机械运转时的周期性速度波动呢？

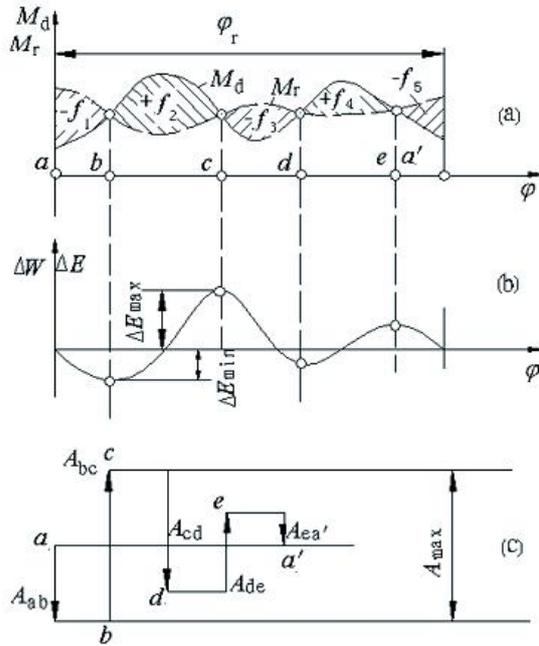
最常用的方法是安装飞轮，即在机械系统中安装一个具有较大转动惯量的盘状零件。由于飞轮转动惯量很大，当机械出现盈功时，它可以以动能的形式将多余的能量储存起来，从而使主轴角速度上升的幅度减小；反之，当机械出现亏功时，飞轮又可释放出其储存的能量，以弥补能量的不足，从而使主轴角速度下降的幅度减小。从这个意义上讲，飞轮在机械中的作用，相当于一个能量储存器。

4. 飞轮的简易设计方法

根据机械的平均角速度和允许的速度波动系数 $[\delta]$ 来确定飞轮的转动惯量。下面我们以等效力矩为机构位置函数时的情况为例，介绍飞轮设计的基本原理和方法。

(1) 基本原理

由图(b)可以看出，该机械系统在 b 点处具有最小的动能增量 ΔE_{\min} ，它对应于最大的亏功 ΔW_{\min} ，其值等于图(a)中的阴影面积 $-f_1$ ；而在 c 点，机械具有最大的动能增量 ΔE_{\max} ，它对应于最大的盈功 ΔW_{\max} ，其值等于图(a)中的阴影面积 f_2 与阴影面积 $-f_1$ 之和。两者之差称为最大盈亏功，用 $[W]$ 表示。对于该图



所示的系统

$$[W] = \Delta W_{\max} - \Delta W_{\min} = \int_{\phi_b}^{\phi_c} (M_d - M_r) d\phi$$

如果忽略等效转动惯量中的变量部分，即假设机械系统的等效转动惯量 J 为常数，则当时 $j = j_b$ 时， $w = w_{\min}$ ；当 $j = j_c$ 时， $w = w_{\max}$ 。若设为调节机械系统的周期性速度波动，安装的飞轮的等效转动惯量为 J_F ，则根据动能定理可得

$$[W] = \Delta E_{\max} - \Delta E_{\min} = \frac{1}{2}(J + J_F)(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = (J + J_F)\omega_m^2 \delta$$

由此可得：机械系统在安装飞轮后其速度波动系数的表达式为

$$\delta = \frac{[W]}{\omega_m^2 (J + J_F)}$$

在设计机械时，为了保证安装飞轮后机械速度波动的程度在工作许可的

范围内，应满足 $\delta \leq [\delta]$ ，即

$$\delta = \frac{[W]}{\omega_m^2 (J + J_F)} \leq [\delta]$$

由此可得应安装的飞轮的等效转动惯量为

$$J_F \geq \frac{[W]}{\omega_m^2 [\delta]} - J$$

式中 J 为系统中除飞轮以外其它运动构件的等效转动惯量。

(2) 飞轮转动惯量的近似计算

上式中若 $J \ll J_F$ ，则 J 通常可忽略不计，上式可近似写为

$$J_F \geq \frac{[W]}{\omega_m^2 [\delta]}$$

若将上式中的平均角速度用平均转速 n (r/min) 取代，则有

$$J_F \geq \frac{900 [W]}{\pi^2 n^2 [\delta]}$$

显然，忽略 J 后算出的飞轮转动惯量将比实际需要的大，从满足运转平稳性的要求来看是趋于安全的。当 $[W]$ 与 n 一定时，若加大飞轮转动惯量 J_F ，则机械的速度波动系数将下降，起到减小机械速度波动的作用，达到调速的目的。但是，如果 $[\delta]$ 值取得很小，飞轮转动惯量就会很大，而且 J_F 是一个有限值，不可能使 $[\delta] = 0$ 。因此，不能过分追求机械运转速度的均匀性，否则将会使飞轮过于笨重。另外，当 $[W]$ 与 $[\delta]$ 一定时，与 n 的平方值成反比，所以为减小飞轮转动惯量，最好将飞轮安装在机械的高速轴上。

5. 非周期性速度波动的调节方法

对于非周期性速度波动，安装飞轮是不能达到调节目的的，这是因为飞轮的作用只是"吸收"和"释放"能量，它既不能创造出能量，也不能消耗掉能量。

非周期性速度波动的调节问题可分为两种情况：

(1) 当机械的原动机所发出的驱动力矩是速度的函数且具有下降的趋势时，机械具有自动调节非周期性速度波动的能力。

(2) 对于没有自调性的机械系统（如采用蒸汽机，汽轮机或内燃机为原动机的机械系统），就必须安装一种专门的调节装置 - 调速器，来调节机械出现的非周期性速度波动。

第十二章 机械的平衡

基本要求：

1. 了解机械平衡的目的及其分类，常握机械平衡的方法。
2. 熟练掌握刚性转子的平衡设计方法。
3. 了解平衡试验的原理及方法。
4. 了解平面机构惯性力平衡的方法。

教学内容：

1. 机械平衡的目的和内容；
2. 刚性转子的平衡原理；
3. 刚性转子的平衡试验；
4. 平面机构的平衡原理。

重点难点：

机械平衡的目的是要尽可能地消除或减小惯性力对机械的不良影响。为了使机械达到平衡，通常需要做两方面的工作。首先，在机械的设计阶段，对所设计的机械在满足其工作要求的前提下，应在机构上保证其不平衡惯性力最小或为零，即进行平衡设计。其次，不到设计要求，此时需要用试验的方法加以平衡，即进行平衡试验。

12.1 机械平衡的目的和内容

机械平衡的目的是要尽可能地消除或减小惯性力对机械的不良影响。机械的平衡大致可分为三类：

1. 刚性转子的平衡；
2. 挠性转子的平衡；
3. 机械的平衡。

12.2 刚性转子的平衡原理

若只要求对转子惯性力的平衡，称为**静平衡**；若要求转子惯性力及其引起的惯性力矩同时达到平衡，称为**动平衡**。

静平衡设计：为了消除惯性力的不利影响，设计时需要首先根据转子结构定出偏心质量的大小和方位，然后计算出为平衡偏心质量需添加的平衡质量的大小及方位，最后在转子设计图上加上该平衡质量，以便使设计出来的转子在理论上达到平衡。这一过程称为转子的静平衡设计。

转子的动平衡设计：为了消除动不平衡现象，在设计时需要首先根据转子结构确定出各个不同回转平面内偏心质量的大小和位置。然后计算出为使转子得到动平衡所需增加的平衡质量的数目、大小及方位，并在转子设计图上加上这些平衡质量，以便使设计出来的转子在理论上达到动平衡，这一过程称为转子的动平衡设计。

12. 3 刚性转子的平衡试验

经过平衡设计的机械，虽然从理论上已达到平衡，但由于制造不精确、材料不均匀及安装不准确等非设计方面的原因，实际制造出来后往往达不到原来的设计要求，还会有不平衡现象。这种不平衡在设计阶段是无法确定和消除的，需要通过试验的方法加以平衡。平衡实验有静平衡实验和动平衡实验。

12. 4 平面机构的平衡原理

对于存在有往复运动或平面复合运动构件的机构，其惯性力和惯性力矩不可能在构件内部消除，但所有构件上的惯性力矩可合成为一个通过机构质心并作用于机架上的总惯性力和惯性力矩。因此，这类平衡问题必须就整个机构加以研究，应设法使其总惯性力和总惯性力矩在机架上得到完全或部分平衡，所以这类平衡又称为机构在机架上的平衡。

第十三章 机械传动系统方案设计

基本要求：

1. 了解机械运动方案设计的过程和具体内容。实现同一功能要求，可以采用不同的工作原理，从而得出不同的设计方案，学会根据机械预期实现的功能要求，进行功能原理的创新构思。
2. 实现同一运动规律，可以采用不同的机构形式，从而得到不同设计方案。掌握执行机构形式的设计原理，学会运用选型和构型的方法进行执行机构型式的设计。
3. 了解执行机构协调设计的目的和原则，掌握机械运动循环图的绘制方法。

教学内容：

1. 机械运动方案设计的过程和内容；
2. 机构选型方法；
3. 执行系统的协调设计原则。

13. 1 机械运动方案设计的过程和内容

机械产品的设计开发一般要经过产品规划、方案设计、技术设计、施工设计等几个阶段。机械执行系统方案设计是机械系统方案设计的核心。

机械执行系统方案设计的过程主要包括七个步骤，分别是：**1.功能原理设计；2.运动规律设计；3.执行机构型式设计；4.执行系统协调设计；5.机构尺度设计；6.运动和动力分析；7.方案评价。**

13. 2 机构选型方法

所谓机构的选型，是利用发散思维的方法，将前人创造发明的各种机构按照运动特性或动作功能进行分类，然后根据设计对象中执行构件所需要的运动特性或动作功能进行搜索、选择、比较和评价，选出执行机构的合适形式。有以下两种选型方法：

1. 按照执行构件所需的运动特性进行机构选型

这种方法是从具有相同运动特性的机构中，按照执行构件所需的运动特性进行搜索。当有多种机构均可满足所要求时，则可根据上节所述原则，对初选的机构形式进行分析和比较，从中选择出较优的机构。

2. 按照动作功能分解与组合原理及型机构选型

任何一个复杂的执行机构都可以认为是由一些基本机构组成的，这些基本机构具有下图所示的进行运动变换和传递动力的基本功能。在根据生产工艺和使用要求进行执行机构设计时，可首先认真研究它需实现的总体功能。一般情况下，总体功能可以分解成若干分功能，而每一个分功能又可以用不同的机构来实现。

13. 3 执行系统协调设计的原则

当根据生产工艺要求确定了机械的工作原理和各执行机构的运动规律、并确定了各执行机构的型式及驱动方式后，还必须将各执行机构统一于一个整体，形成一个完整的执行系统，使这些机构以一定的次序协调工作，互相配合，以完成机械预定的功能和生产过程。这方面的工作称为执行系统的协调设计。

执行系统协调设计的原则：

1. 满足各执行机构动作先后的顺序性要求

执行系统中各执行机构的动作过程和先后顺序，必须符合工艺过程所提出的要求，以确保系统中各执行机构最终完成的动作及物质、能量、信息传递的总体效果能满足设计要求。

2. 满足各执行机构动作在时间上的同步性要求

为了保证各执行机构的动作不仅能够以一定的先后顺序进行，而且整个系统能够周而复始地循环协调工作，必须使各执行机构的运动循环时间间隔相同，或按工艺要求成一定的倍数关系。

3. 满足各执行机构在空间布置上的协调性要求

各执行机构的空间位置应协调一致，对于有位置制约的执行系统，必须进行各执行机构在空间位置上的协调设计，以保证在运动过程中各执行机构间及机构与环境间不发生干涉。

4. 满足各执行机构操作上的协同性要求

当两个或两个以上的执行机构同时作用于同一对象完成同一执行动作时，各执行机构之间的运动必须协调一致。

5. 各执行机构的动作安排要有利于提高劳动生产率

为了提高生产率，应尽量缩短执行系统的工作循环周期。通常有两种办法，一是尽量缩短各执行机构工作行程和空回行程的时间；二是在前一个执行机构回程结束之前，后一个即开始工作行程，即在不产生干涉的前提下，充分利用两个执行机构的空间裕量。

6. 各执行机构的布置要有利于系统的能量协调和效率的提高

当系统中包含多个低速大功率执行机构时，宜采用多个运动链并行的联接方式；当系统中有几个功率不大，效率均很高的执行机构时，采用串联方式比较适宜。