

光滑的半球面内，静止不动，如图 2-55 所示。试求：

- (1) 两小球对半球面的压力；
- (2) 杆所受的压力；
- (3) 杆与水平面的夹角 θ 。

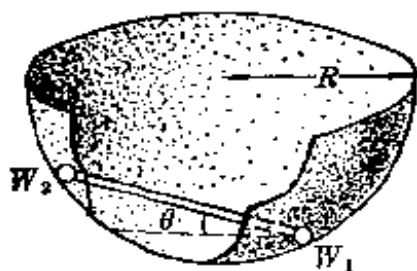


图 2-55

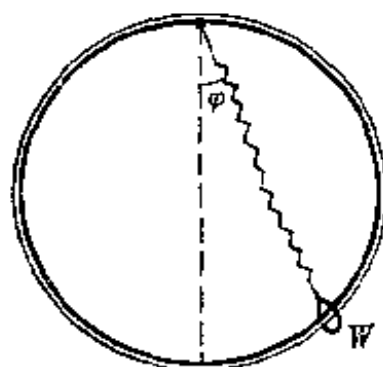


图 2-56

2-56 一个重量为 W 的小环套在竖直的半径为 R 的光滑大圆环上。如图 2-56 所示。一倔强系数为 k 、自然长度为 l ($l < 2R$) 的弹簧的一端固定在小环上，另一端固定在大圆环的最高点。当小环静止时，略去弹簧的自重和小环与大环间的摩擦力，求弹簧与竖直方向间的夹角 φ 。

2-57 一光滑的刚体球，重为 W ，半径为 R ，靠着墙静止在水平地面上，现在用一厚为 h ($h < R$) 的木块塞在球的左下边，如图 2-57 所示。若用一水平力 F 推木块，略去各接触面间的摩擦力，问 F 多大时，才能将球从地面上顶起？

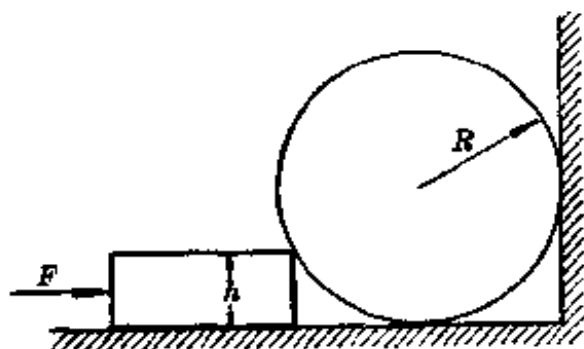


图 2-57

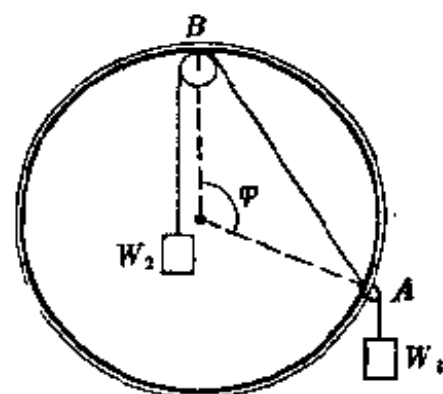


图 2-58

2-58 小圆环 A 吊着一重 W_1 的砝码套在另一竖直放着的大

圆环上。有一细绳其一端拴在小环 A 上，另一端跨过固定在大圆环最高点 B 处的定滑轮后吊着砝码 W_2 ，如果小环、滑轮、绳子的质量和环与环之间、滑轮轴承处的摩擦都可略去不计，绳子又不伸长，求平衡时 AB 弦所对应的圆心角 φ 。

2-59 一绳以 $\Delta\theta \ll 1$ 弧度的偏转角垂直地擦过一固定圆柱的表面。如图 2-59 所示。设绳与圆柱之间的摩擦系数为 μ ，试问：

(1) 若柱的一边绳中的张力为 T ，另一边绳中的张力为 $T + \Delta T$ 时，绳子刚好不能在圆柱面上滑动，问这时的 ΔT 等于多少？

(2) 若绳子以一定的角度 α 绕过固定的圆柱，刚好能拉动绳子时，绳两端的张力之比 T_A/T_B 等于多少？

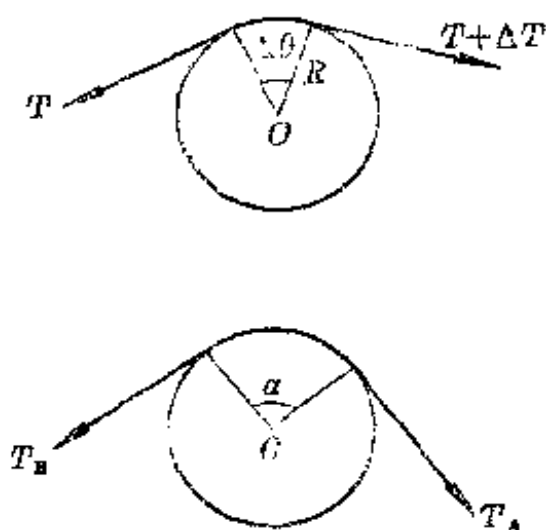


图 2-59



图 2-60

2-60 一根细绳，一头固定在一个小长木条的 A 端，另一头穿过木板的另一端的孔 B 后系着一挂勾 C 。如果把绳子挂在 O 处，在挂勾上吊着重物 W ，那么除非人为地搬起木板，绳子自己不会在 B 处滑动。成为一个可以调节悬挂重物高度的自由伸缩挂勾，如图 2-60 所示。设绳子与木板之间的静摩擦系数 $\mu_0 = 0.3$ ，证明：要

使绳在 B 处滑动，孔两边绳子的张力之比为 2.57。

2-61 一根绳子，一端被水平地拉着，另一端绕水平棒一周后竖直地吊着质量为 m 的物体，设绳子的质量可略去不计，绳子和棒之间的摩擦系数 $\mu = \frac{1}{4}$ ，如图 2-61 所示。问当物体处于静止状态时，拉绳子的水平力 F 是多少？

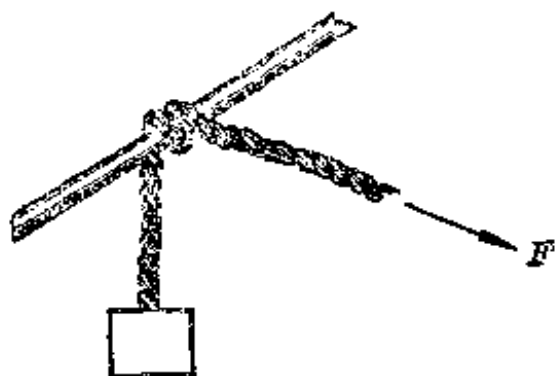


图 2-61

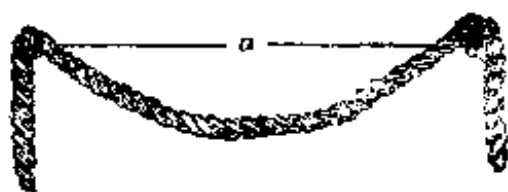


图 2-62

2-62 一条绳子挂在两个光滑的钉子上，钉子间的距离为 a ，高度相同，绳两端自由下垂，两钉子中间部分的绳子形成悬链状，如图 2-62 所示。证明：若绳子处于平衡状态，则绳子的总长度不能小于 ae 。（ e 为自然对数的底。）

2-63 一根重量为 W 的绳子，两端固定在高高度相同的两个钉子上。在其最低点再挂上一重为 W' 的物体，设 α 、 β 分别是绳子在最低点和悬点处的切线与竖直方向的夹角。证明：

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{W}{W'}.$$

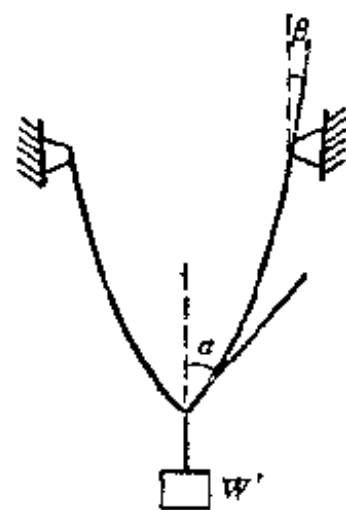


图 2-63

§ 3. 质点动力学

2-64 伽利略曾做过一个实验：在天平的一边放两个容器 A

和 B ， B 是空的， A 盛满水， A 的底部有一个可以开启的小孔。开始时天平另一边放上适当的砝码以保持天平平衡，然后，开启小孔让水漏到 B 中，如图 2-64 所示。问在实验中天平往哪边倾斜？

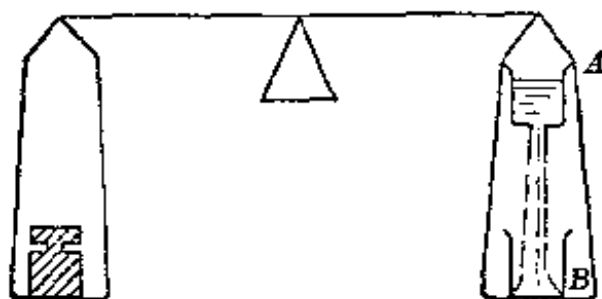
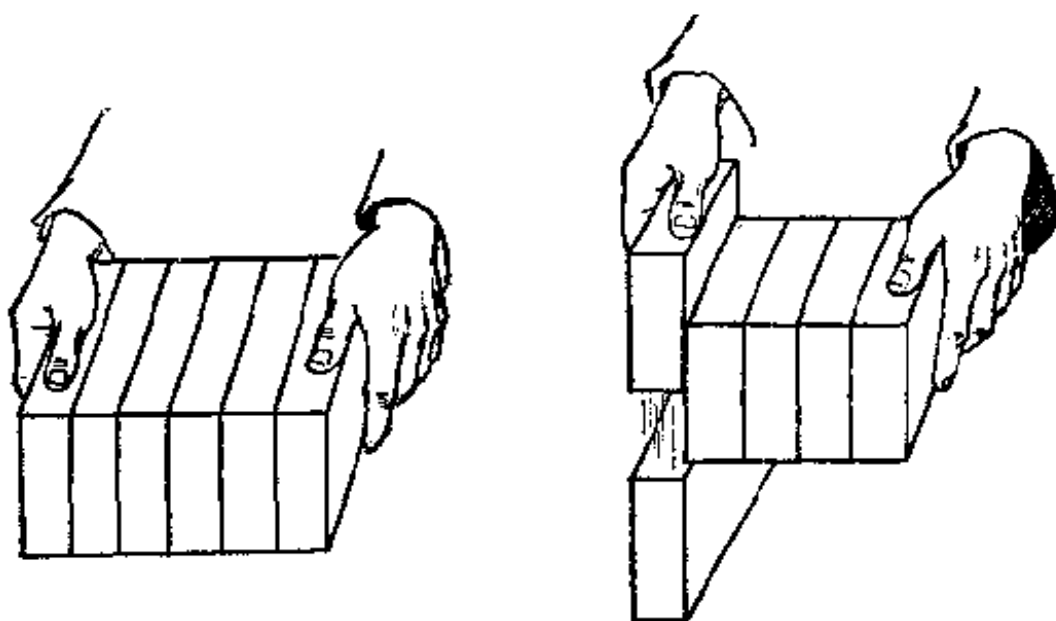


图 2-64

2-65 你见过杂技演员砍木块的表演吗？他每只手拿着一木块，中间夹着若干木块，如图 2-65(1)所示。突然他把右手拿着的那一块拿起来，自上向下砍掉原来与之相邻的那一块，如图 2-65(2)所示。在他做这些动作时，其它木块仍然整齐地靠着左手上的那一木块不掉下来，这是为什么？



(1)

(2)

图 2-65

2-66 大力士能从地上搬起比自己体重还重的东西。但是，当他用一只脚站在地上，自己用力拔站着的这只脚，即使用尽平生的

力气，也绝对拔不起来。这是为什么？

2-67 一个质点在外力作用下沿某一曲线运动，例如，从 A 到 B 。如果力突然变为方向相反的力，如图 2-67 所示， F 变为 F' ，而大小不变，问质点是否会沿原路往回运动？

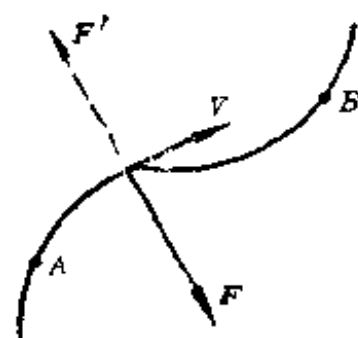


图 2-67

2-68 有人认为牛顿三定律都不对，他的理由如下：

(1) 根据日常经验事实，要维持一个物体的运动，必需有动力。任何运动的物体，如果没有动力，它就会趋于停止。（这个事实远在两千多年前亚里斯多德就指出过。）所以第一定律与事实不符。而且，宇宙间根本就不存在不受力的物体，所以牛顿第一定律的条件根本就不存在，不存在这个条件，就不存在由它决定的运动状态。

(2) 汽车停在路上，一个人用力推不动；小孩拉大人，拉不动；搬一般物体力小了就搬不动。这些都是力不为零而加速度为零的事实，可见 $F = ma$ 不成立。

(3) 大人能拉动小孩，而小孩不能拉动大人，可见，大人拉小孩的力比小孩拉大人的力大。还有，用手打人，总是被打的人感到痛，甚至受伤。可见，作用力大于反作用力。因此，牛顿第三定律不成立。

你觉得这些看法对不对？为什么？

2-69 如图 2-69 所示，依次吊着三个相同的物体 1、2 和 3，相邻两物体间的距离相等，因此，三个物体的重心与第二个物体的重心相重合。现在，把系着物体 1 的线割断，系统开始下落，整个系统的重心的加速度为 $\frac{3}{3} \frac{mg}{m} = g$ ，但是，弹簧 I 拉物体 2 向上的力为 $2mg$ ，弹簧 II 拉物体 2 向下的力为 mg ，所以，物体 2 的加速度小

于 g 。

- (1) 解释这个看起来矛盾的结论；
- (2) 求开始时刻各物体的加速度；
- (3) 若不割断系着物体 1 的线，而割断系着物体 3 的弹簧，求各物体起始时刻的加速度。

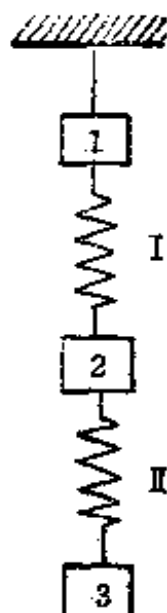


图 2-69

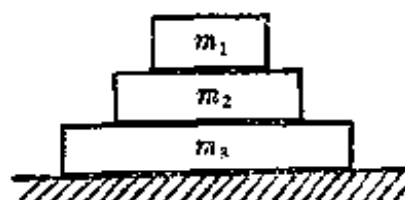


图 2-70

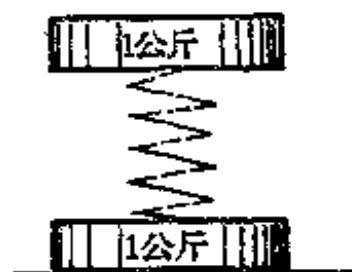


图 2-71

2-70 设有质量为 $m_1=50$ 克、 $m_2=500$ 克、 $m_3=5000$ 克的三个物体，叠放在一起，如图 2-70 所示。试问：

- (1) 它们一起匀速下降时或一起匀速上升时，每个物体所受的合力各是多少？
- (2) 它们一起自由下落时，每个物体所受的合力各是多少？
- (3) 它们一起以匀加速度 $a=4.9$ 米/秒² 上升或以 $a=4.9$ 米/秒² 匀加速度下降时，每个物体所受的合力是多少？
- (4) 当它们静止在地面上时，每个物体受力的情况如何？每个物体所受的合力各是多少？

2-71 质量都是 1 公斤的两个物体分别固定在倔强系数为 k 的弹簧两端，竖直地放在水平桌面上，如图 2-71 所示。若突然把

桌面移开，在移开的一瞬间，两物体的加速度各为多少？（弹簧自重略去不计。）

2-72 质量均为 100 克的甲、乙两木块并排地放在光滑的水平面上，甲由一水平弹簧与墙壁联结着，弹簧的倔强系数为 $k = 2 \times 10^6$ 达因/厘米。假若把甲、乙两木块向墙推进使簧压缩 2.0 厘米，使之静止，然后放手，弹簧便将两木块向外推开。试问：

- (1) 在什么地方乙将与甲脱离？乙得到的速度等于多少？
- (2) 甲、乙脱离后，甲将继续向外移动多少距离开始反向运动？

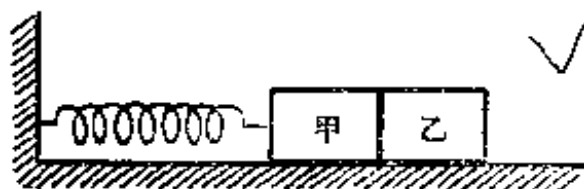


图 2-72

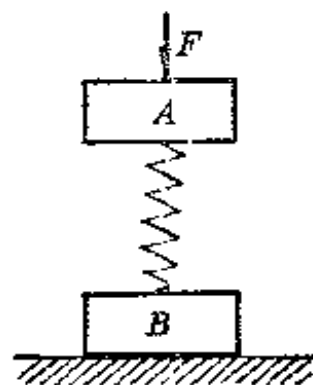


图 2-73

2-73 质量分别为 m_A 和 m_B 的两物体 A、B，固定在倔强系数为 k 的弹簧两端，竖直地放在水平桌面上。如图 2-73 所示。用一力 F 垂直地压在 A 上，并使其静止不动。然后突然撤去 F ，问欲使 B 离开桌面 F 至少应多大？

2-74 一质量为 $m = 6.0 \text{ kg}$ 的物体沿 x 轴在一无摩擦的路径上运动， $t = 0$ 时物体的位置 $x_0 = 0$ ，速度 $v_0 = 0$ 。试问：

- (1) 在力 $F = (3 + 4x)$ 牛顿的作用下，物体移动了 3.00 米 (x 以米作单位) 时，
 - a. 它的速度是多少？
 - b. 它的加速度是多少？
- (2) 在力 $F = (3 + 4t)$ 牛顿的作用下，物体移动了三秒

钟(t 以秒为单位),

a. 它的速度是多少?

b. 它的加速度是多少?

2-75 一个力 $\mathbf{F} = 1.5y\mathbf{i} + 3x^2\mathbf{j} - 0.2(x^2 + y^2)\mathbf{k}$ (牛顿)作用在一质量为 1.00 公斤的质点上。 $t=0$ 时质点的速度为 $\mathbf{V} = 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ 米/秒, 位置为 $\mathbf{r} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ 米。

(1) 求 $t=0$ 时作用在质点上的力和质点的加速度;

(2) 近似地求 $t=0.01$ 秒时质点的位置、速度和加速度。

2-76 质量为 1 吨的汽车沿着一条平直公路行驶, 速度为 28 米/秒, 当司机突然看到前面 100 米处有一棵倒下的树挡住去路时, 在允许的反应时间(0.75 秒)内立即使用刹车,

(1) 假设刹车引起的是匀减速运动, 结果车在离树 9.00 米处停了下来。问减速力有多大? 这个力是汽车重量的几分之几? (取 $g=9.80$ 米/秒²。)

(2) 如果汽车沿倾角为 $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ 的斜面向下行驶, 而刹车的减速力与(1)相同, 问汽车撞树时的速率有多大?

2-77 一条细绳跨过滑轮 A 后两端各系一物体, 两个物体的质量分别为 $m_1 = 10.0$ 克和 $m_2 = 5.0$ 克, 如图 2-77 所示。设滑轮和绳子的质量、滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计, 绳子长度不变。试求:

(1) m_1 和 m_2 的加速度;

(2) 滑轮两边绳子的张力;

(3) 滑轮轴承 O 所受的压力。

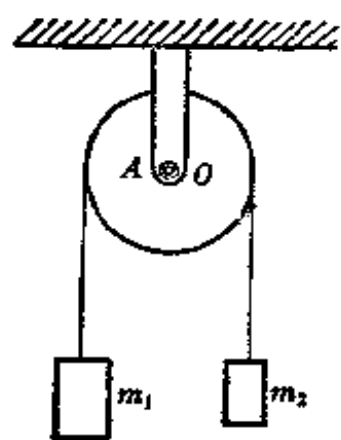


图 2-77

2-78 一质量为 M 的光滑小滑块平放在光滑桌面上。一细绳跨过此滑块后两端各挂一物体，物体质量分别为 m 和 m' ，绳子跨过桌边竖直朝下，如图 2-78 所示。绳子质量以及绳子和桌面间的摩擦力都可以略去。证明：滑块的加速度为

$$a = \frac{4mm'}{M(m+m') + 4mm'}g。$$

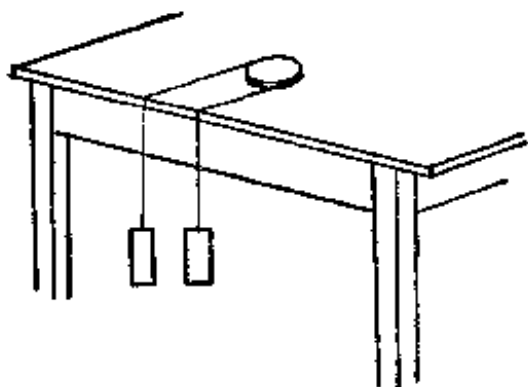


图 2-78

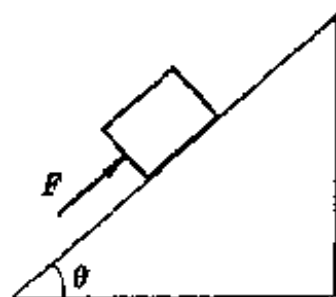


图 2-79

2-79 一质量为 m 的木块，在一倾角为 θ 的固定斜面上，如图 2-79 所示。如果木块和斜面间的静摩擦系数为 $\mu < \tan\theta$ ，试问：

- (1) 木块沿斜面开始向上滑时；
- (2) 木块沿斜面开始向下滑时；
- (3) 不让木块滑动时，

需给木块沿斜面方向的向上推力至少各为多少？

2-80 质量为 10 吨的一节车厢被机车甩下后以 0.3 米/秒的匀速率在铁轨上滑行。一工人想使它在 1.0 米的距离内停下来，问他至少必须用多大的水平方向的力拉这节车厢？(设车厢所受的其它阻力可略去不计。)

2-81 一质量为 m 的小物体在倾角为 θ 的固定斜面上的 h 高度处，由静止开始下滑，设物体与斜面间的摩擦系数为 μ 。

- (1) 求 t 秒钟后，物体的速度和走过的距离；
- (2) 当 $\tan\theta < \mu$ 时物体将如何运动？



图 2-81

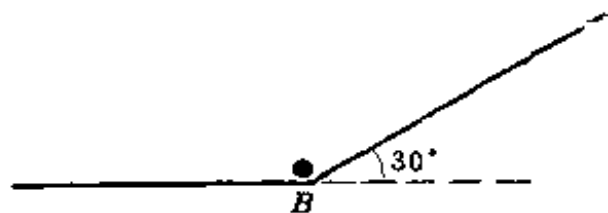


图 2-82

2-82 如图 2-82 所示, 一个石块以某一初速度自斜面底边 B 处沿斜面上滑, 斜面的倾角为 $\alpha = 30^\circ$, 2 秒钟滑了 $s = 12$ 米的距离又回头下滑。问石块由最高处滑回到 B 处需多少时间? (设石块与斜面间有摩擦, 但摩擦系数在向上和向下滑动过程中保持不变。)

2-83 已知固定斜面在水平方向的投影长为 l , 物体 m 和斜面间的摩擦系数为 μ 。试问:

(1) m 由静止开始从斜面顶端滑到斜面底边所需的时间与斜面倾角 α 的关系如何?

(2) 若此斜面的倾角 α 分别为 60° 和 45° 时, 物体从顶端滑到底边所用的时间相同, 物体与斜面间的摩擦系数等于多少?

(3) 设斜面体的质量是 M , 在 m 下滑过程中, M 对水平面的作用力等于多少?

2-84 一固定斜面 $AB = 130$ 厘米, $AC = 50$ 厘米, 如图 2-84 所示。滑块 $m_1 = 200$ 克, $m_2 = 60$ 克, 静置在斜面上。两滑块间静摩擦系数 $\mu_0 = 0.50$, m_2 与斜面间的摩擦系数 $\mu = 0.33$, 今用平行于斜面的力 F 向上拉 m_2 , 试问:

(1) 当 m_1 开始在 m_2 上滑动时, m_2 的加速度等于多少?

(2) 上述滑动开始时的 F 等于多少?

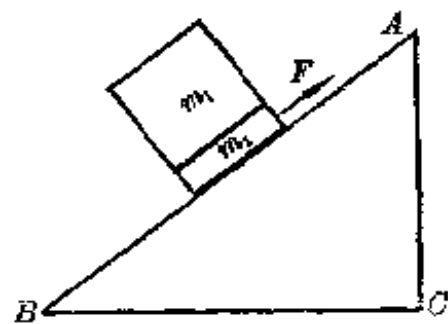


图 2-84

2-85 在加速运动的升降机中，用天平和弹簧秤称同一物体的重量，所得结果是否相同？为什么？

2-86 一气球和它下面所载物体的总质量为 M ，在空气中匀加速下落。欲使这气球以同样大小的加速度上升，须去掉多少负荷？

2-87 有两滴相同的雨点由同一高度自由下落，但下落时间相差 t 。设空气阻力正比于雨滴的速度，求此两雨滴间的距离与时间的关系。

2-88 用同一种质料做成的两个实心小球，在空气中下落。其中一球的直径是另一球直径的二倍。假设空气阻力与运动物体的横截面积成正比，也与运动物体的速度平方成正比，问两小球收尾速度之比等于多少？

2-89 一个半径为 r 、以速度 v 在空气中运动的小球，所受到的空气阻力可以表示为：

$$f(v) = 3.1 \times 10^{-4} r v + 0.87 r^2 v^2,$$

这是一个对很宽的速度区间都有效的公式。其中 $f(v)$ 的单位为牛顿， r 的单位为米， v 的单位为米/秒。把雨滴看做在空气中运动的小球，求雨滴下落的收尾速度表示式，并计算一个半径为 2 毫米的雨滴的收尾速度。

2-90 重为 W 、牵引力为 F 的一列火车所受阻力为 R 。当它从静止出发由一车站沿直线走过距离 s 到另一站停止时，如果途中不用刹车，证明：该列车行驶时间最少为

$$t_{\min} = \sqrt{\frac{2s}{g} \frac{WF}{R(F-R)}};$$

途中最大速度为

$$V_{\max} = \sqrt{2gs \frac{R(F-R)}{FW}}.$$

2-91 火车行驶时作用在列车上的合外力等于车重的 $\frac{1}{50}$ ，刹车时列车受到的阻力为车重的 $\frac{1}{15}$ 。若两车站海拔高度相同，水平距离为 10 公里，求第一站上的列车由静止出发，沿直线驶到第二站停止所需的最短时间。

2-92 已知吊索的破坏张力为 T ，今用它起吊地面上的重物，想使重物在 t 秒时间内吊高 h 米，问能吊起的最大重量应小于多少？

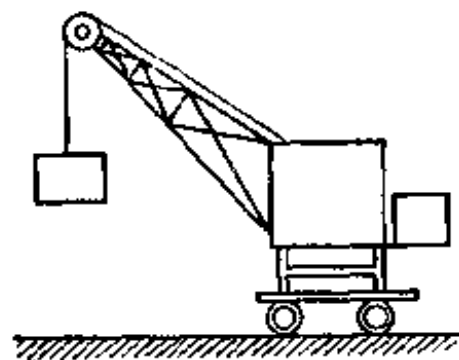


图 2-92

2-93 设一运动质点所受的阻力 f 与速度的立方成正比，即 $f = m\dot{V} = -CV^3$ ，其中 C 是一常数。初始时刻质点的位置为 $x = 0$ 、速度为 V_0 。沿 x 方向直线运动。

- (1) 求 $v(t)$ 、 $x(t)$ ；
- (2) 求 $v(x)$ 。

2-94 吊车缆绳的最大承受重量为 P ，用它竖直起吊地面上重量为 w 的物体并送到高为 h 的地方。问最少要用多少时间？

2-95 一质量为 m 的小船，在湖水中扬帆前进，速度为 v_0 ，设水对它的阻力与它的速度的平方成正比，试问：

- (1) 当把帆降下后，小船运动的速度如何随时间变化？
- (2) 到小船完全静止时，它走过多少路程？

2-96 一弹簧秤挂在升降机中，下端吊一重物。试问：

- (1) 若升降机以 245 厘米/秒^2 的加速度上升，秤的指针指着 45 公斤。这物体的实重（即在地面上静止时的重量）是多少？
- (2) 在什么情况，指针指在 35 公斤处？
- (3) 若升降机缆绳突然断了，弹簧秤的指针指在何处？

2-97 某人用定滑轮把质量为 m 的重物往高处送。人的质量为 M ，设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计。问在下述两种情形下，人对地面的压力是多少？

- (1) 物体以匀速上升；
- (2) 物体以加速度 a 上升。

2-98 一充满氢气的气球，总质量为 M ，用绳系着一质量为 m 的沙袋从静止以加速度 a 上升。上升 t 秒后绳子突然断了。试问：绳子刚断时，

- (1) 气球的加速度变为多少？
- (2) 沙袋如何运动？

2-99 对于竖直上抛的物体来说，如果空气阻力略去不计，在运动轨迹的哪一点物体具有最大的加速度？如果空气阻力随物体运动速度而增加，在运动轨迹的哪一点物体具有最大的加速度？

2-100 跨过定滑轮的绳子的两端拴着两个物体，质量分别为 m_1 和 m_2 ($m_1 > m_2$)，如果两物体从静止开始运动，经 t 秒后 m_1 下降的距离正好等于它在同样时间内自由下落走过的距离的一半，两物体质量之比是多少？如果 m_1 下降的距离恰好等于它在同样时间内自由下落距离的 $1/n$ ，两物体质量之比是多少？（设定滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力都可略去不计，绳子长度不变。）

2-101 如图 2-101 所示的天平，一边的滑轮上挂有两物体，质量分别为 m_1 、 m_2 ， $m_1 > m_2$ ，先卡住滑轮，使 m_1 和 m_2 不动，并使天平处于平衡状态。试问：

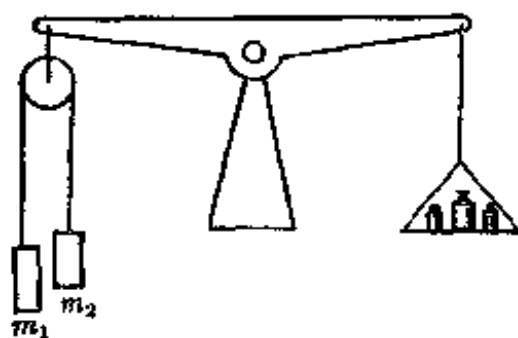


图 2-101

(1) 松开滑轮使其转动时，天平往哪边倾斜？

(2) 在滑轮转动时，要使天平平衡，则需要在砝码盘上增加(或取去)多少砝码？(设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力都可略去不计，绳子长度不变。)

2-102 一消防队员要从距地面 15 米高的窗口处下到地面，他把一根绳子的一端拴在窗口处的钩子上，绳子的另一端不着地面，然后他顺着绳子由静止出发匀加速下滑。若消防队员的体重为 70 公斤，绳子能够承受的最大张力为 600 牛顿。试问：

(1) 若略去绳子的质量，消防队员到达地面时，速度应大于多少？

(2) 若绳子的质量为 10 公斤，消防队员到达地面时，速度应大于多少？

2-103 一质量为 65 公斤的宇航员，如果(1) 在 650 公里的高空(此处的重力加速度为 $g = 8.1$ 米/秒²)；(2) 在距地球中心 10 个地球半径的地方，相对地球处于静止状态。他的视重各为多少公斤？又，在上述两个地方，如果宇航员在航天飞行器中的视重与他在地面上的视重相同，当航天飞行器沿径向向地球飞来时或者离地球飞去时，飞行器的加速度各是多少？

2-104 在升降机中，以相对于升降机为 u 的速度竖直向上抛一物体，物体不触及天花板便返回手中，在空中的时间为 t 。证明：升降机向上的加速度为 $\frac{2u - gt}{t}$ 。

2-105 一细绳两端分别系着质量为 M_1 和 M_2 的两物体， M_2 放在水平桌面上，绳子跨过固定在桌边的滑轮吊着 M_1 ，如图 2-105 所示。当它们自由运动时，加速度为 a 。若把吊着的物体的质量增加一倍，即 $M'_1 = 2M_1$ ，这时的加速度为 a' 。设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可略去不计，试问：

(1) 在 M_2 与桌面间没有摩擦的情况下，加速度 a' 是否为加速度 a 的二倍？

(2) 在 M_2 与桌面间有摩擦的情况下，摩擦系数 μ 等于多少， a' 才是 a 的二倍？

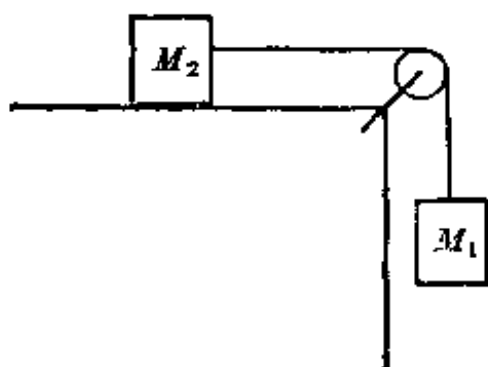


图 2-105

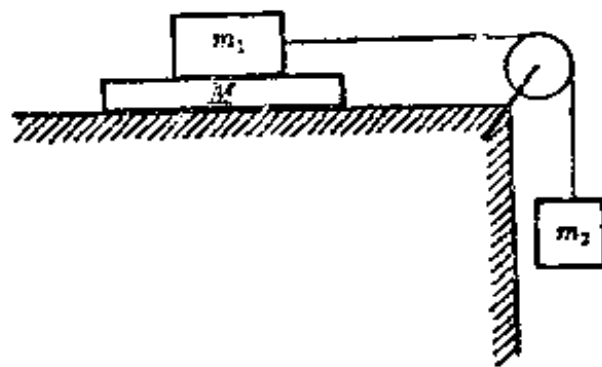


图 2-106

2-106 如图 2-106 所示， m_1 和 M 之间的摩擦系数为 μ_1 ， M 与固定的水平桌面间的摩擦系数为 μ_2 。设滑轮、绳子的质量和滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，分析 m_1 、 m_2 、 M 的运动状态，并对 $\mu_2=0$ 和 $\mu_2 \neq 0$ 的情况进行讨论。

2-107 一细绳拴着三个物体，它们的质量分别为 m_1 、 m_2 和 m_3 ，如图 2-107 所示。 m_2 与固定的水平桌面间的摩擦系数为 0.20，设绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承上的摩擦力均可以略去不计。求物体的加速度和绳中 A、B、C、D 各处的张力。

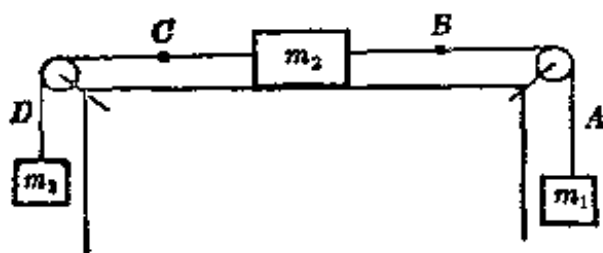


图 2-107

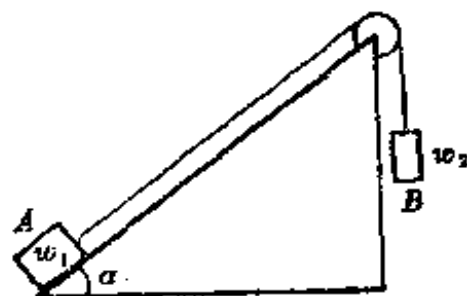


图 2-108

2-108 如图 2-108 所示，在倾角为 $\alpha=30^\circ$ 的固定光滑斜面的上端装一定滑轮，一细绳跨过滑轮拴着两个物体 A 和 B，A 和 B

的重量分别为 w_1 和 w_2 ，如果绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，由静止开始， w_2 拉 w_1 到斜面上端所需时间为其位置互换后 w_1 拉 w_2 到斜面上端所需时间的一半。求证： $w_2 = \frac{2}{3}w_1$ 。

2-109 如图 2-109 所示。A 为一固定斜面体，其倾角为 $\alpha = 30^\circ$ ，B 为固定在斜面下端与斜面垂直的木板，P 为动滑轮，Q 为定滑轮，两物体的质量分别为 $m_1 = 400$ 克和 $m_2 = 200$ 克， m_1 与斜面间的摩擦系数 $\mu = 0$ ，斜面上的绳子与斜面平行。如果绳子长度不变，绳子、滑轮的质量以及滑轮轴承的摩擦力均可略去不计，求 m_2 的加速度和各段绳中的张力。

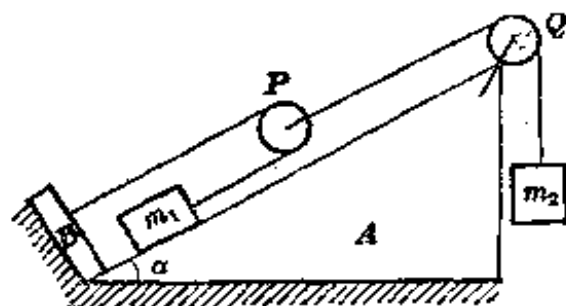


图 2-109

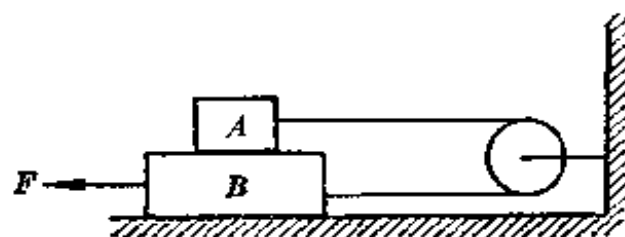


图 2-110

2-110 4 公斤重的物体 A，放在 8 公斤重的物体 B 上，B 放在水平桌面上。一细绳绕过定滑轮连接物体 A 和 B，如图 2-110 所示。A 与 B 之间、B 与桌面之间的静摩擦系数均为 0.25，若使物体 B 向左运动，并保持细绳始终水平，滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可以略去不计，绳子长度不变，求所需最小水平拉力 F 是多少？

2-111 一长为 a 、重为 w 的均匀细绳挂在一钉子上自由下滑。证明：当绳长一边为 b ，另一边为 c 时，它对钉子的压力为

$$F = 4w \left(\frac{bc}{a^2} \right).$$

2-112 如图 2-112 所示，两个楔子的质量 $m_1 = m_2 = 8.0$ 公斤，物体的质量 $M = 384$ 公斤，作用在 m_1 楔子上的水平方向的力 $F = 592$ 公斤力。假设所有的接触面的摩擦系数均为 $\mu = 0$ ， m_2 与墙固定不动。试求：

- (1) m_1 的加速度的大小和方向；
- (2) M 的加速度的大小和方向；
- (3) m_2 作用在 M 上的力的大小和方向。

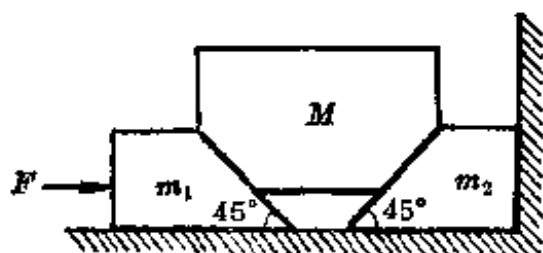


图 2-112

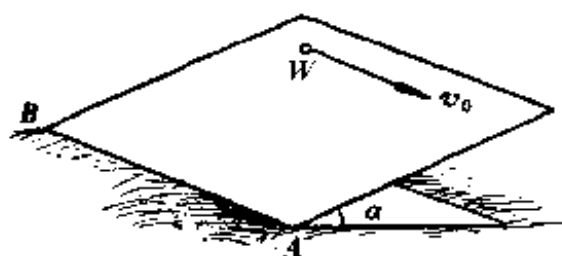


图 2-113

2-113 一重为 W 的质点在光滑的固定斜面上以初速度 v_0 运动， v_0 的方向与斜面底边的水平线 AB 平行，如图 2-113 所示。求这质点的运动轨迹。

2-114 一质量为 M 的楔形物体放在倾角为 α 的固定的光滑斜面上，楔形物体的上表面与水平面平行，再在这个面上放一质量为 m 的质点(如图 2-114 所示。)



图 2-114

- (1) 若质点与 M 间的摩擦系数为 $\mu = 0$ ，证明：当 m 在 M 上运动时，它相对于斜面的加速度为

$$a = \frac{(M+m)g \sin^2 \alpha}{M + m \sin^2 \alpha};$$

- (2) 求楔形物体与斜面间的作用力。

2-115 在水平桌面上放一质量为 M 的劈形体，劈形体的斜面倾角为 α ，在斜面上放一质量为 m 的物体，设物体和斜面之间的

摩擦系数为 $\mu=0$ ，劈形体和桌面间的摩擦系数为 μ' ，且 $\mu \neq 0$ ，问 μ' 等于多少时， m 下滑而 M 保持不动。

2-116 水平桌面的边上安一定滑轮，一细绳跨过滑轮两端各系着重量分别为 w_1 和 w_2 的物体。桌子重量为 w_3 ，如图 2-116 所示。设桌子不动，绳子长度不变，绳子和滑轮的质量以及各处摩擦均可略去不计，当 w_1 和 w_2 运动时，桌子对地面的压力是多少？

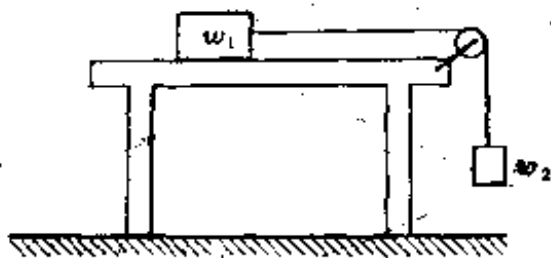


图 2-116

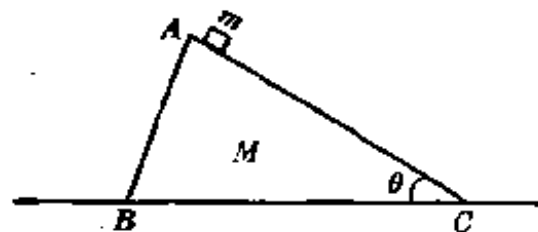


图 2-117

2-117 如图 2-117 所示， ABC 是质量为 M 的劈形物体，静止在固定的水平桌面上。斜面 AC 的倾角为 θ ，其上放一质量为 m 的小物体，自静止向下滑动。略去各面之间的摩擦，求 m 和 M 相对于桌面的加速度。如果因为 BC 面与桌面间有摩擦力， M 在桌面上不动，求这时桌面所受的力。

2-118 上题中：

(1) 若以向右的水平力 F 作用在 M 上，问 m 和 M 的运动状况如何？

(2) 若以向左的水平力 F 作用在 M 上，问 m 和 M 的运动状况如何？

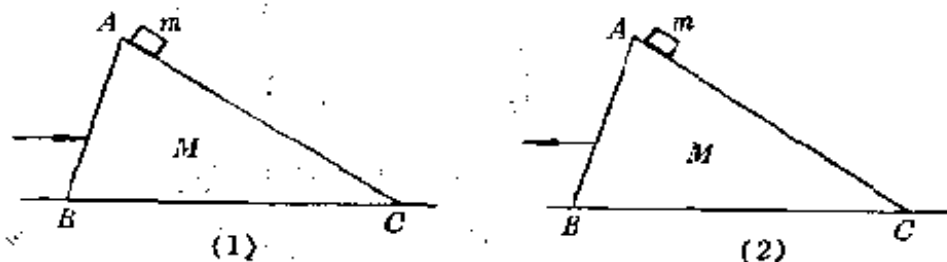


图 2-118

2-119 水平面上放一质量为 M 的三棱柱体，其上又放一质量为 $m = \frac{1}{2}M$ 的小三棱柱。两横截面都是直角三角形， M 的水平直角边的边长为 a ， m 的水平直角边的边长为 b 。如图 2-119 所示。若它们由静止开始自由滑动，略去各接触面之间的摩擦力，求当 m 的下边缘滑到水平面时 M 移动的距离。

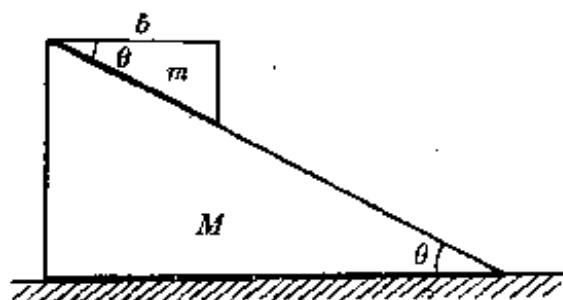


图 2-119

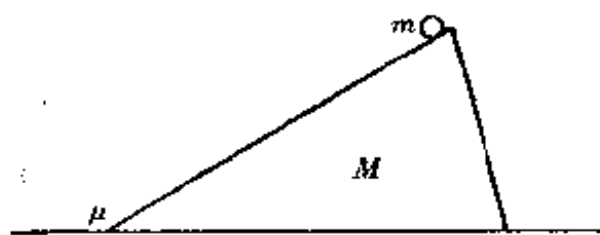


图 2-120

2-120 一质量为 M 、斜面倾角为 α 的劈形物体，放在粗糙的水平面上，如图 2-120 所示。劈形体与水平面间的摩擦系数为 μ 。若将一质量为 m 的光滑质点轻轻地放在斜面上，证明：如果 M 运动，它的加速度将是

$$a = \frac{m \cos \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - \mu M}{m \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) + M} g.$$

2-121 一个三棱柱平放在水平桌面上，形成两个倾角分别为 α 和 β ($\beta > \alpha$) 的斜面，在顶角处有一个滑轮，一绳子跨过这个滑轮拴着质量相等的两物体 A 和 B 。如果绳子和滑轮的质量和所有摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，问棱柱体应以多大的加速度沿水平方向运动(如图 2-121 所示)才能使斜面上的两物体与斜面之间不发生相对运动？

2-122 在水平桌面上有一质量为 M 的劈形物体，它的斜面的倾角为 α ，在这斜面上放一质量为 m 的物体，今用一水平推力 F 作用在 M 上，如图 2-122 所示。设各面之间的摩擦系数均为零，问推

力 F 等于多少时 m 与 M 之间才没有相对运动？

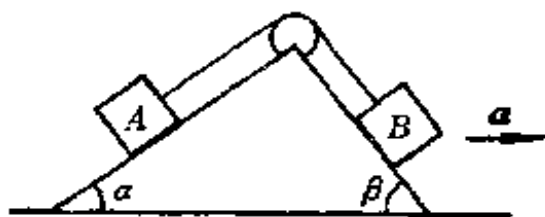


图 2-121

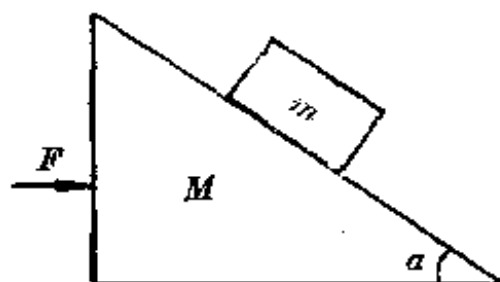


图 2-122

2-123 上题中，设水平桌面与劈形物体间的摩擦系数 $\mu_1 = 0$ ，物体与斜面间的摩擦系数 $\mu_2 \neq 0$ ，当用水平方向的力 F 推斜面体 M 时， μ_2 等于多少时物体和斜面间才没有相对运动？

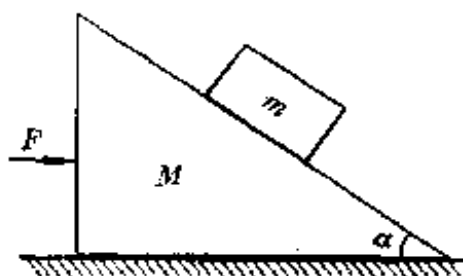


图 2-123

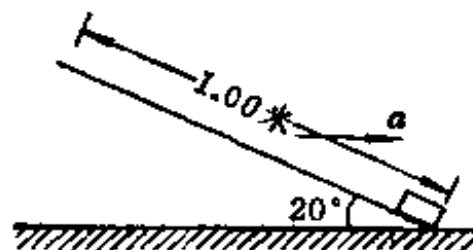


图 2-124

2-124 一物体静止在一光滑的、倾角为 20° 、长为 1.00 米的斜面的底部，然后斜面以 $a = 4.00$ 米/秒² 的加速度由静止开始沿水平方向运动，如图 2-124 所示。问斜面走多远距离，物体滑到斜面的顶端？

2-125 在一质量为 M 的水平工作台的边缘处装一滑轮，一细绳跨过滑轮，两端各拴着质量分别为 m_1 和 m_2 的物体。 m_1 放在工作台上， m_2 吊在下边，在 m_2 的靠工作台一边装有小轮，使得 m_2 即使靠在工作台上，其摩擦力也可略去不计，如图 2-125 所示。设绳子和滑轮的质量以及各接触面间的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，今用一水平力 F 推工作台，问 F 等于多大时物体 m_1 和 m_2 才能对工作台相对静止？

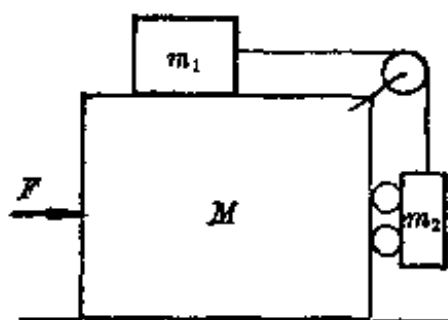


图 2-125

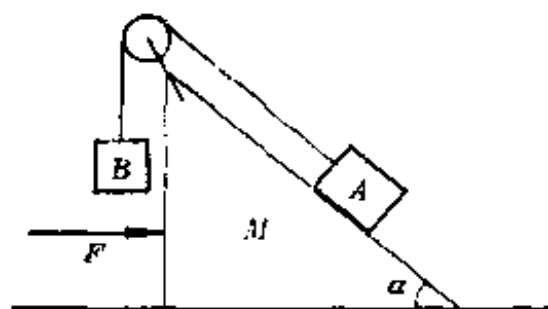


图 2-126

2-126 一质量为 M 的光滑斜面体放在光滑的水平面上, 斜面的顶端装一滑轮, 一条细绳跨过滑轮拴着两个质量分别为 m_1 和 m_2 的物体 A 和 B , 如图 2-126 所示。设绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计, 绳子长度不变, 问在 A 下滑过程中欲使 M 不动时作用在 M 上的水平方向的力 F 需要多大?

2-127 两根相同的细绳跨过两个相同的定滑轮。其中一根绳子的两端分别系着质量为 5.0 公斤和 10 公斤的两个物体, 另一根绳子一端吊着一质量为 5.0 公斤的物体, 另一端作用着一个向下的恒力 $F = 10$ 公斤力。如图 2-127 所示。设绳子长度不变, 绳子和滑轮的质量均可略去不计, 滑轮轴承处光滑。分别求两种情形下 5.0 公斤物体的加速度。

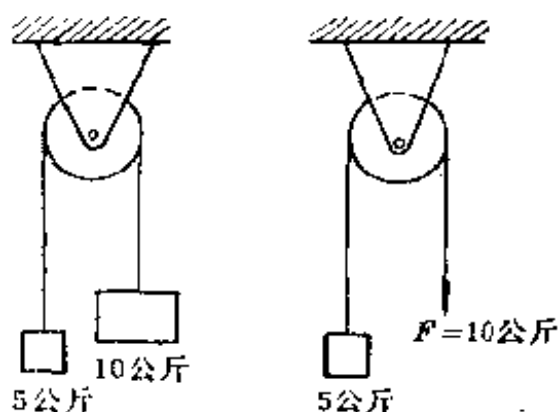


图 2-127

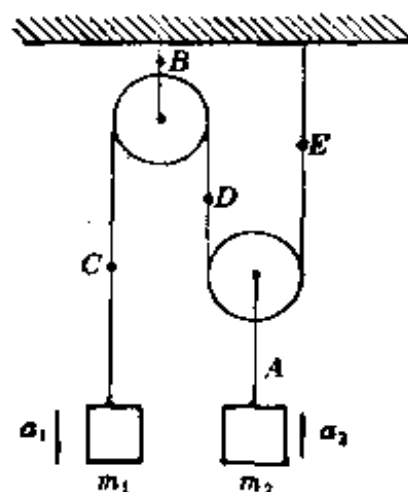


图 2-128

2-128 今有一如图 2-128 所示的滑轮组, 设滑轮和绳子的质

量、滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变，求 m_1 和 m_2 的加速度 a_1 、 a_2 和绳中的张力 T_C 、 T_E 、 T_D 和 T_A 、 T_B 。当 $m_1 = 1.5$ 公斤、 $m_2 = 1.2$ 公斤时计算上述 a_1 、 a_2 、 T_A 、 T_B 、 T_C 、 T_D 、 T_E 的数值。

2-129 如图 2-129 所示，质量为 m_1 、 m_2 的两个物体分别系在一跨过滑轮 A 的细绳的两端。滑轮 A 又与质量为 m_3 的物体系于另一跨过定滑轮 B 的细绳的两端。设滑轮的质量、绳子的质量和滑轮轴承处的摩擦均可略去不计，绳子长度不变，试求：

- (1) m_1 、 m_2 和 m_3 相对地面的加速度；
- (2) 绳子中的张力 T_1 、 T_2 、 T_3 和 T'_3 。

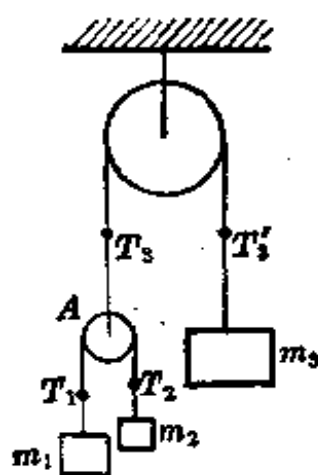


图 2-129

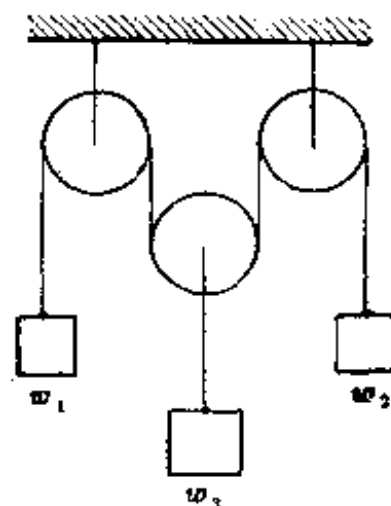


图 2-131

2-130 上题中，初始时 $m_1 = m_2 = 250$ 克、 $m_3 = 500$ 克，系统静止，后来在 m_1 上加 $\Delta m = 5$ 克的砝码，物体开始运动，当 m_1 下降 1.0 米时。

- (1) 求 m_1 运动的时间和速度；
- (2) 问 Δm 对 m_1 的压力是多少？

2-131 如图 2-131 所示，一质量可以忽略且长度不变的绳子跨过两个等高的定滑轮，两端各系着一个重量分别为 w_1 和 w_2 的重物，这绳子在两定滑轮之间的一段又兜着一动滑轮，动滑轮下边吊

着一重量为 w_3 的物体。略去滑轮的质量和滑轮轴承处的摩擦力，

(1) 求每一物体的加速度和每段绳中的张力；

(2) 证明：若 w_3 静止或作匀速运动，则

$$\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} = \frac{4}{w_3}.$$

2-132 如图 2-132 所示，一复杂的滑轮组，吊着的物体质量分别为 m_1, m_2, m_3, m_4 ，设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可略去不计，且绳子长度不变，求每个物体的加速度和每段绳子中的张力。

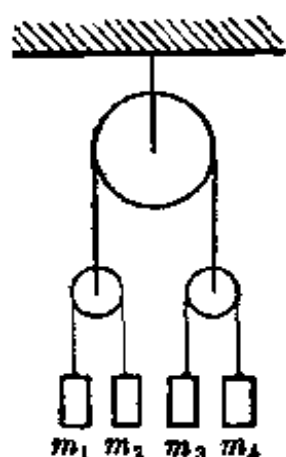


图 2-132

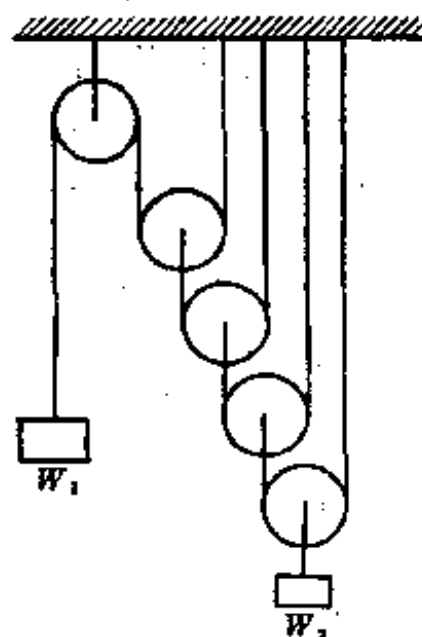


图 2-133

2-133 如图 2-133 所示，一滑轮组由一个定滑轮和 n 个动滑轮组成。设所有的滑轮大小相同，下垂的绳子彼此平行，定滑轮的绳子下吊着一重为 W_1 的物体，最右边的一个动滑轮下吊着一重为 W_2 的物体，如果滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承上的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变。

(1) 当整个系统平衡时，证明： $W_2 = 2^n W_1$ ；

(2) 当 W_1, W_2 加速运动时，设 W_1 的加速度为 a_1 ， W_2 的加速度为 a_2 ，证明： $a_1/a_2 = -2^n$ ；

(3) 求各段绳子中的张力。

2-134 在 2-132 题中，如果在跨过定滑轮的绳子的两端再挂上质量分别为 m_1' 和 m_2' 的两个物体，而滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力仍可略去不计，且绳子长度不变。每个物体的加速度和各段绳中的张力如何？

2-135 一细绳的一端固定在天花板的 A 点上，另一端跨过一定滑轮吊着一重量为 W_1 的物体，又在 A 点和定滑轮之间的绳子上兜着一动滑轮，动滑轮下吊着一物体，物体重量为 W_2 ，且 $W_1 = W_2$ 。在动滑轮和定滑轮之间的绳子上拴一重物 W_3 ，如图 2-135 所示。假设滑轮和绳子的质量及滑轮轴上的摩擦力均可忽略不计，绳子长度不变。问当系统静止时 W_3 等于多少？

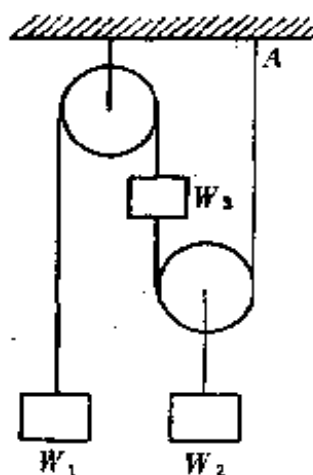


图 2-135

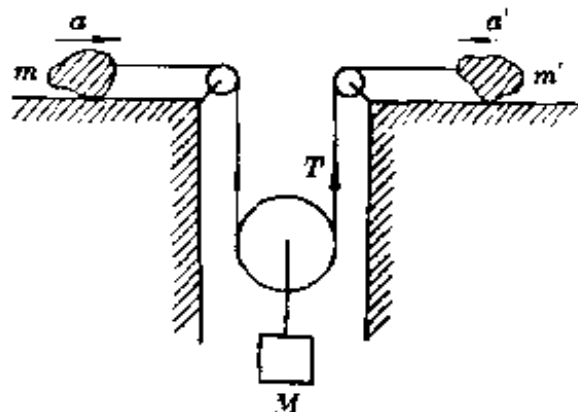


图 2-136

2-136 一细绳的两端分别拴着质量为 m 和 m' 的物体，这两个物体分别放在两个水平桌面上， m 与桌面的摩擦系数为 μ ， m' 与桌面的摩擦系数为 μ' 。绳子跨过桌边滑轮吊着一个动滑轮，动滑轮下吊着一质量为 M 的物体（如图 2-136 所示）。设整个绳子在同一竖直平面内，吊着动滑轮的两段绳子相互平行。若绳子和滑轮的质量以及滑轮轴上的摩擦力均可略去不计，绳子长度不变。

(1) 证明： m 与 m' 均运动时，绳中的张力为

$$T = \frac{2 + \mu + \mu'}{\frac{1}{m} + \frac{1}{m'} + \frac{4}{M}} g;$$

(2) 若 $\mu m > \mu' m'$ ，只有

$$\frac{1}{m'} + \frac{4}{M} < \frac{2 + \mu'}{\mu m} \text{ 时物体 } m \text{ 才会运动。}$$

2-137 一根绳子跨过一定滑轮，一端拴在爬绳人的身上，另一端握在爬绳人的手里，人以自身体重的 $2/3$ 的力量往下拉绳。略去滑轮和绳子的质量以及它们之间的摩擦，绳子长度不变，求人的加速度和绳中的张力。

2-138 跨过定滑轮的一根绳子，一头系着 50 公斤重的石头，一头握在一 60 公斤重的人的手里，如果人不把绳子握死，而是相对于地面以 $a = \frac{1}{18}g$ 的加速度下降，如图 2-138 所示。设绳子和滑轮的质量、滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变，试问：

(1) 绳子相对于人手运动的加速度是多少？

(2) 石头如何运动？其加速度是多少？

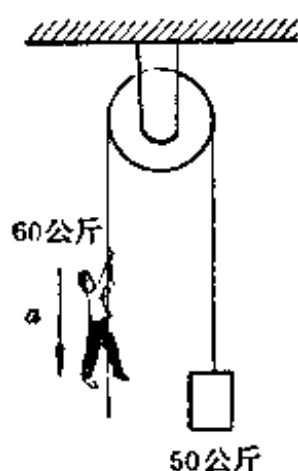


图 2-138

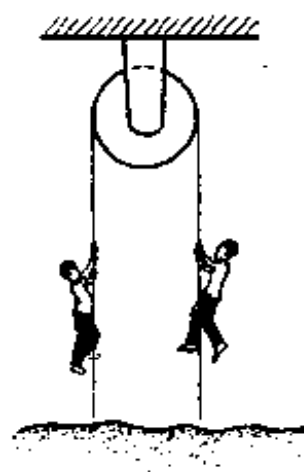


图 2-139

2-139 质量分别为 M 和 $M + m$ 的两个人，如图 2-139 所示，分别拉住定滑轮两边的绳子往上爬。开始时两人与滑轮的距离都是 h 。设滑轮和绳子的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变。证明：如果质量轻的人在 t 秒钟爬到滑轮，这时质量重的人与滑轮的距离为

$$\frac{m}{M+m} \left(\frac{gt^1}{2} + h \right).$$

2-140 某人体重 60 公斤，一物体重 50 公斤，分别吊在一个定滑轮的两边。人握住绳子不动，则他落地的时间为 t_1 ；人沿绳子向上攀爬，则他落地时间为 $t_2 = \sqrt{2} t_1$ 。若滑轮、绳子的质量和滑轮轴承处的摩擦均可不计，求此人往上爬时相对于绳子的加速度。

2-141 一跨过滑轮的绳子两端各吊着一只猴子，两猴体重相同。开始时两猴都静止不动，且距地面高度相同，后来有一只猴子往上爬，另一只猴子抓住绳子不爬。问那只爬的猴子是否首先到达滑轮？又若两只猴子同时爬，但其中一个力气大些，相对于绳子爬得快些，它是否先到达滑轮？（设绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计）。

§ 4. 曲线运动中的力

2-142 一摩托车在水平地面上沿半径为 $R=90$ 米的圆弧行驶，如果车胎与地面间的摩擦系数为 $\mu=0.40$ ，问最大的行驶速率可达多少？

2-143 长为 l 的一均匀细杆，质量可略去不计，一端固定，另一端装置一质量为 m 的小球，小球的大小与 l 相比很小。令小球以速率 v 绕杆的固定端在竖直面内旋转，如图 2-143 所示。

(1) 求杆在水平位置时，小球所受的切向力和法向力以及小球对杆的作用力的大小和方向；

(2) 当杆在竖直位置时，要使杆对小球的力为推力或拉力，则 v 各应如何？

2-144 用长度为 r 的细绳竖直地悬挂一质点，起初静止不动，然后以水平力冲击这质点，使它获得初速度 $\sqrt{6gr}$ 。若绳子的

质量可略去不计，证明：绳子成水平时，绳子中的张力 T_1 与质点在悬点正上方最高处绳子中的张力 T_2 之比为 4:1。

2-145 一质量为 m 的小车，以速率 v 通过一路面，分别求下述情况下车对路面的压力：

- (1) 路面是水平的；
- (2) 路面是凸的，曲率半径为 R ，车在路面的最高点；
- (3) 路面是凹的，曲率半径为 R ，车在路面的最低点。

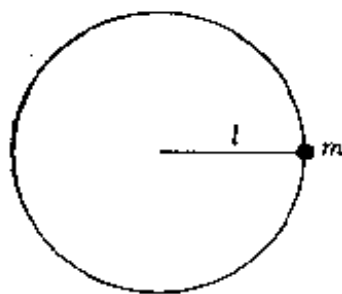


图 2-144

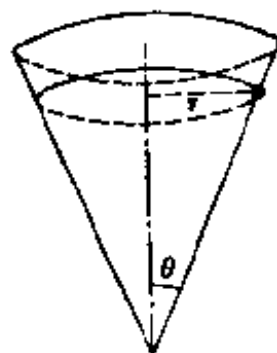


图 2-146

2-146 一顶角为 2θ 的空心光滑圆锥，底面向上倒置着，轴与地面垂直。证明：在此圆锥内表面上绕圆锥轴作圆周运动的质点与轴的距离为 $r = \frac{g \cot \theta}{4\pi^2 n^2}$ ，其中 n 是质点每秒钟绕轴旋转圈数。

2-147 一水平弯道的倾角为 α ，半径为 R 。若车胎与路面间的摩擦系数为 μ ，求车沿此弯道行驶的速率范围，若车的速率超出此范围，车会怎样？



图 2-147

2-148 一质量为 M 的火车，以速率 v 沿水平的、半径为 R 的一段圆弧轨道匀速前进。试问：

- (1) 作用在铁轨上的侧压力等于零时，路面的坡度 θ_0 等于多少？
- (2) 当 $\theta > \theta_0$ 及 $\theta < \theta_0$ 时，内轨和外轨所受的力各等

于多少？

2-149 一天车以水平速度 v 前进时突然停止，重物因惯性而向前摆动。已知：重物重量为 1.0 吨， $v=1.0$ 米/秒，钢丝绳长 $L=2.0$ 米。问天车刚刚停止时，钢丝绳所受的拉力增加了多少？

2-150 在水平转台上离转轴 50 厘米的地方放一个重为 1 公斤的物体，物体与转台间的摩擦系数为 $\mu=0.25$ ，设转台的角速度为 $\omega=12$ 转/分。问这物体相对于转台动不动？

2-151 一质量为 $m_1=100$ 公斤的小车装着质量为 $m_2=20$ 公斤的货物，以每秒 3.0 米的速率经过一座半径为 $R=30.0$ 米的圆弧形拱桥。求这小车经过桥顶时它对桥面的压力 f_1 和货物对小车的压力 f_2 。

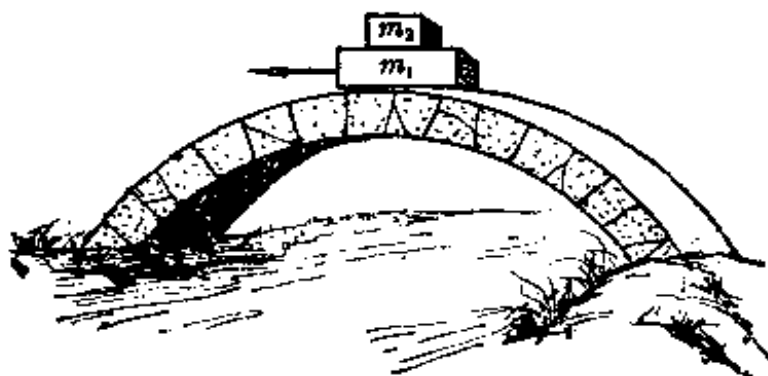


图 2-151

2-152 一重量为 P 的汽车以速率 v 过一拱桥，桥的纵截面为一抛物线 $y=ax^2$ ，如图 2-152 所示。求汽车经过桥的最高点时对桥面的压力。

2-153 一长为 a 的细线系着一小球悬挂在 O 点静止不动。若使小球获得一个水平初速度 $v_0=\sqrt{(2+\sqrt{3})ag}$ ，略去空气阻力，证明：

(1) 当线与铅垂方向夹角 $\theta=\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ 时，线中的张力为零；

(2) 小球的运动轨迹经过悬点 O 。(如图 2-153 所示。)

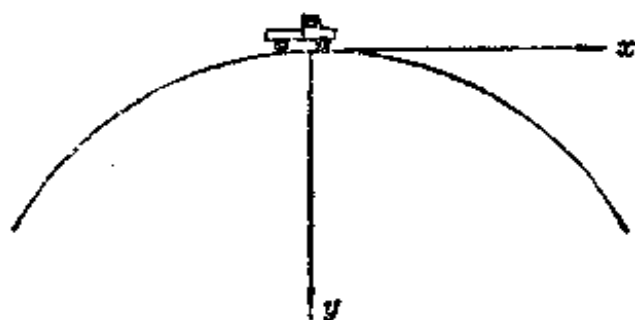


图 2-152

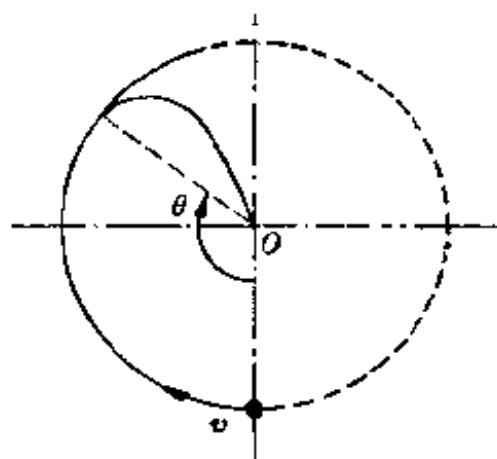


图 2-153

2-154 用一 50 厘米长的细线将一重物悬于点 O 。开始时，细线与铅垂线成 60° 角。重物以初速度 $v_0 = 3.5$ 米/秒向下摆动，速度方向与线垂直，如图 2-154 所示。试求：

- (1) 线开始松弛时重物的位置和速度的大小；
- (2) 此后重物的运动轨迹和线松弛的时间。

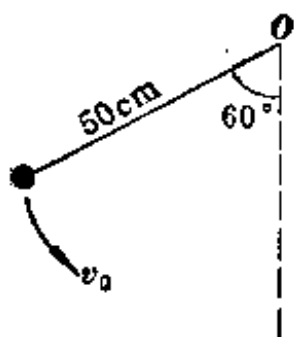


图 2-154

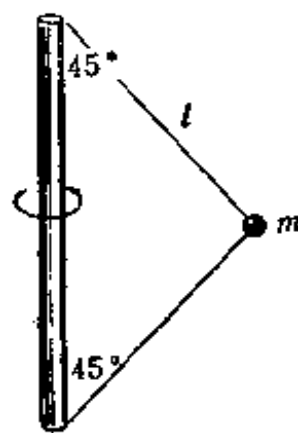


图 2-155

2-155 一质量为 m 的物体，由两根长为 l 的细绳拴在一竖直转轴上。当轴和物体都以匀角速度 ω 转动时，两根绳子与轴都成 45° 角，如图 2-155 所示。

- (1) 画出物体 m 的受力图；
- (2) 分别求出两根绳子中的张力。

2-156 一离心节速器如图 2-156 所示，有两个质量均为 m_1 的小球分别与长为 l 的两个杆相连，两杆的另一端与轴连接，另两杆与套在轴上可以在轴上滑动的环连接，环的质量为 m_2 。设 m_1 、 m_2 和 l 都已知，当小球的线速度为 v 时，问 l 与轴的夹角以及 T_1 和 T_2 各等于多少？（除 m_1 、 m_2 外，系统其它部分的质量和摩擦力均可不计）。

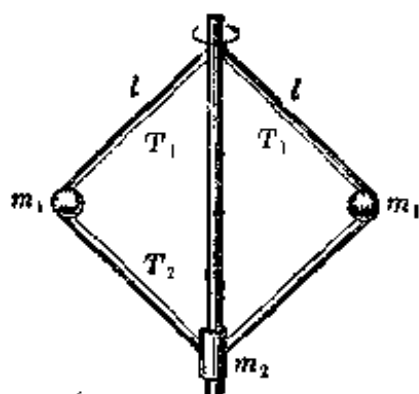


图 2-156

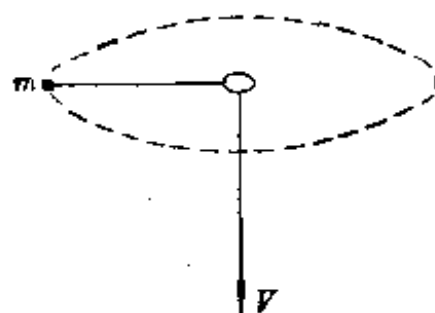


图 2-158

2-157 设想某天体自转很快，快到它的赤道上的物体的视重（用弹簧秤测出的重量）为零。问此时该天体上其它纬度处的物体的视重如何？在纬度 φ 的地方，当单摆静止时，悬线与当地竖直方向即半径方向的夹角如何？

2-158 一质量为 m 的质点拴在细绳的一端，细绳的另一端穿过光滑水平桌面中间一小孔， m 到孔的距离 r_0 比孔的半径大很多，让 m 在桌面上绕孔中心作圆周运动，如图 2-158 所示。开始时 m 到孔中心的距离为 r_0 ，旋转的角速度为 ω_0 ，从 $t=0$ 时刻开始以固定的速度 v 从桌面下拉绳子，略去绳子质量，画出物体 m 的受力图，写出 ω 满足的微分方程。并求：

- (1) $\omega(t)$;
- (2) 拉绳子所需要的力。

2-159 一质量为 m 的质点 A 拴在细绳的一端放在光滑的水平桌面上，绳的另一端穿过该桌面中间的一小圆孔吊着一质量为

M 的物体。质点在桌面上作半径为 R 的匀速圆周运动。问质点的速率等于多少时才能使 M 静止不动？

2-160 一质量为 m 的质点，自半径为 R 的半球形碗的碗口处，由静止出发自由下滑，设质点与碗之间的摩擦系数 $\mu=0$ 。

(1) 求质点经过碗底时对碗的压力；证明：若质点在碗内某处的速率为 v ，则质点在该处对碗的压力为

$$F = \frac{3}{2R}mv^2;$$

(2) 写出质点的法向运动方程和切向运动方程；

(3) 若质点在碗口的速度 $v_0 \neq 0$ ，重复(1)的计算。

2-161 一根弯成如图 2-161 所示形状的金属丝，其上套一小环。当金属丝以匀角速度 ω 绕竖直对称轴转动时，若要求小环在金属丝上任何地方都能平衡，与金属丝无相对运动。设环与金属丝之间的摩擦力可略去不计，问这根金属丝要弯成什么形状？（即写出 y 与 x 的关系。）

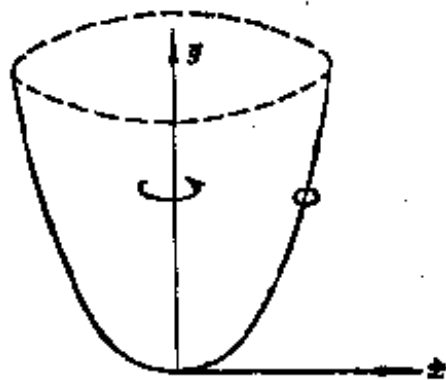


图 2-161

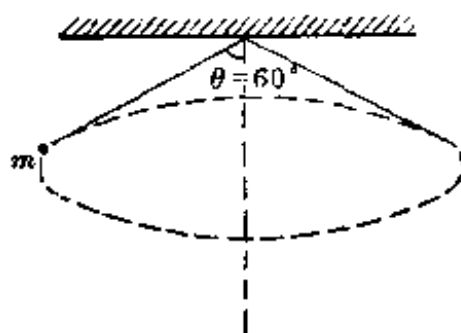


图 2-162

2-162 一绳长 50 厘米，上端固定，下端挂一质量为 0.50 公斤的小球。当小球在水平面内做匀速圆周运动时，绳子与铅直方向成 $\theta=60^\circ$ 角，如图 2-162 所示。

(1) 求小球受到的向心力、绳子的张力和小球的线速度；

(2) 为什么小球的速度愈大, 绳子与铅直方向的夹角

θ 愈大? 这个夹角能不能等于 $\frac{\pi}{2}$?

2-163 一质量为 M 、均匀分布的圆环, 其半径为 r , 单位长度的质量为 ρ , 几何轴与水平面垂直。

(1) 证明: 当此环以角速度 ω 绕它的几何轴旋转时, 环的张力为

$$T = \frac{M}{2\pi} r \omega^2;$$

(2) 如果圆环是 $\rho = 7.8$ 克/厘米³ 的钢环, 它能经受的最大张力为 4.0×10^6 达因, 求此钢环可以绕几何轴旋转的最大角速度。

2-164 当单摆摆到最高点 A 处时, m 所受到的切向力和法向力各等于多少? (如图 2-164 所示。)

2-165 铁轨相距 $b = 1435$ 毫米, 火车以 $v = 12.0$ 米/秒的速度沿半径为 300 米的弯道行驶, 问外轨应比内轨高多少, 火车对两条

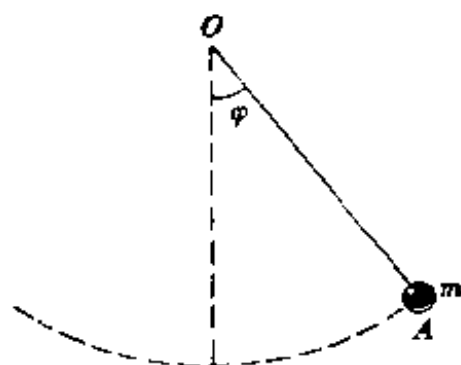


图 2-164

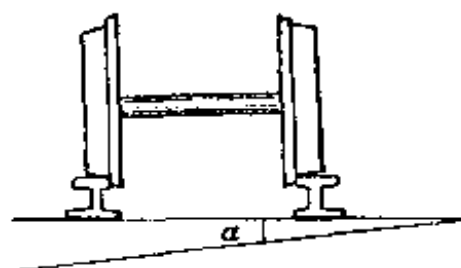


图 2-165

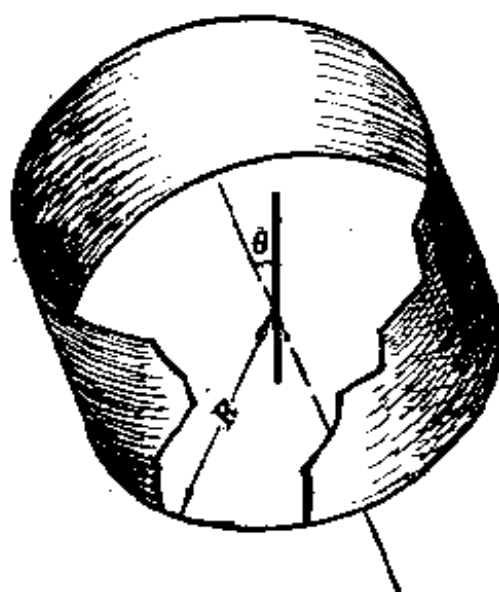


图 2-166

铁轨的压力才相同？

2-166 如图 2-166 所示，一个大圆盘，四周有与盘面垂直的壁，以匀角速度 ω 绕它的几何轴转动，这几何轴与竖直方向成 θ 角并在空间固定不动，当 ω 足够大时，圆盘中与圆盘一起运动的物体贴到盘边的壁上。

(1) 当物体运动到最高点和最低点时，求壁对物体的作用力；

(2) 当圆盘的半径为 $R = \frac{15}{4}$ 米、转一周的时间为 π 秒和 $\theta = 53^\circ$ 时，求圆盘壁作用在物体上的力。这个力的水平分量和垂直分量、平行于圆盘和垂直于圆盘的分量各是多少？

(3) 如果略去摩擦力，对于任意的 R 和 θ ，物体运动到最高点不滑下来的 ω 的最小值是多少？

2-167 两个质量各为 m_1 和 m_2 的质点分别固定在绳子的一端和绳子的中点，绳子的另一端固定在光滑的水平桌面上的 O 点。令两质点与绳子一起绕 O 点转动，并且使整个绳子成一条直线。证明：两部分绳子中的张力之比为 $T_2:T_1 = 2m_1 - m_2:2m_1$ 。（若 $m_1 = m_2$ 则两部分绳子中的张力之比为 3:2。）

2-168 一弹性绳圈，倔强系数为 k ，每单位固有长度的重量为 w ，使其伸长到固有长度的二倍（仍在弹性限度以内），将其套在一平放着的转轮上，转轮的半径为 a 。问转轮在水平面内转动多快时，绳圈作用在转轮上的压力为零？

2-169 如图 2-169 所示，一药农在悬崖边想获得长在对面山顶上的药材，悬崖到山顶的水平距离为 9 米。悬崖边长着一棵树，于是他将一根 15 米长的绳子的一端拴在距地面 12 米高的树枝上，另一端系在自己的腰上，沿着半径为 9.0 米的圆弧猛跑。当他

的速率足够大时，他将飞越悬崖，沿圆弧运动取得药材后回到悬崖一边。

（1）画出正在飞行的药农的隔离体图；

（2）取 $g = 10$ 米/秒²，药农的体重为 60 公斤，计算绳子中的张力；

（3）药农的加速度的大小是多少？所需速度是多少？



图 2-169

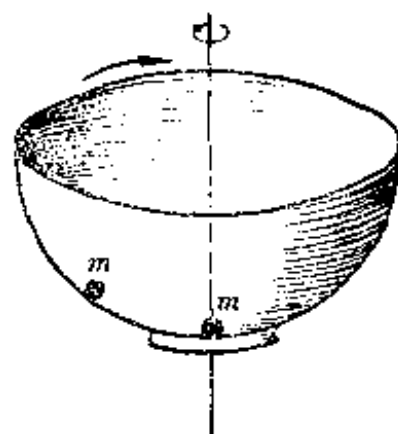


图 2-170

2-170 如图 2-170 所示，一质量为 m 的质点放在碗内，设碗的内表面是光滑球面的一部分，当碗以匀角速度 ω 绕通过球心的竖直轴转动时，质点将停在碗内什么地方？这地方比碗底高多少？（分别就 m 开始时静止在碗底和不在碗底两种情况进行讨论。）

2-171 如图 2-171 所示，在顶角为 60° 的圆锥形漏斗内，有一质量 $m = 10$ 克的质点，当这漏斗绕它的几何轴以 $5/\pi$ 转/秒的匀角速度旋转时，质点在漏斗尖底以上 $h = 15$ 厘米的高度处跟漏斗一起转动。问：

（1）质点与漏斗间的摩擦力 f_μ 是多少？

（2）静摩擦系数 μ 至少是多少？

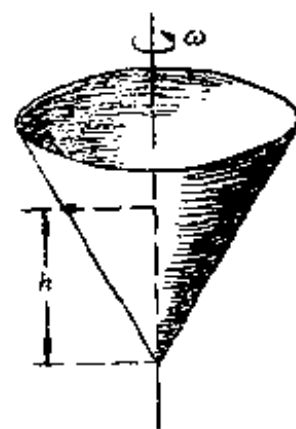


图 2-171

2-172 一质量为 m 的质点被一长为 l 的细绳(质量可略去不计)吊着, 悬点 A 与一光滑水平桌面的距离为 $a(a < l)$ 。设该质点在桌面上绕过点 A 的垂直轴作匀速圆周运动, 每秒钟的转数为 n 。

(1) 求桌面对质点的作用力的大小;

(2) 使质点与桌面维持接触的最大转数是多少?

2-173 在顶角为 θ 的圆锥形漏斗内有一质量为 m 的小球, 小球距尖底的高度为 h 。

(1) 如果小球与锥面间摩擦力等于零, 要使 m 停在 h 高度随锥面一起绕其几何轴以匀角速度转动, 问 m 应具有多大的速率?

(2) 如果小球与锥面间的摩擦系数为 μ , 要使小球稳定在 h 高度随锥面一起以匀角速度转动, 但有向上或向下运动趋势, 小球速率的范围如何?

2-174 如图 2-174 所示, 一细绳穿过一光滑细管, 两端分别拴着质量为 m 和 M 的小球。小球 m 到管口的绳长为 l , $l \gg$ 细管半径, 管子不动, 当小球 m 绕管子的几何轴转动时, 它的绳子与竖直方向夹角为 θ 。

(1) 求小球的速度和所受的向心力;

(2) 证明下列三式:

$$a) \cos \theta = \frac{m}{M};$$

$$b) \text{ 小球所受的向心力 } F = Mg \sqrt{1 - \frac{m^2}{M^2}};$$

$$c) \text{ 小球转动的周期 } T = 2\pi \sqrt{lm/Mg}.$$

2-175 如图 2-175 所示, 长为 l 的细绳, 两端分别拴着质量为 m_1 和 m_2 的质点, 一起放在半径为 $R > l$ 的光滑球面上, m_1 在球面的顶点, 绳子在球面上。设绳子长度不变, 绳子的质量可以略

去不计，让小球由球面上从静止开始自由下滑，求 m_2 离开球面时的 θ 角。

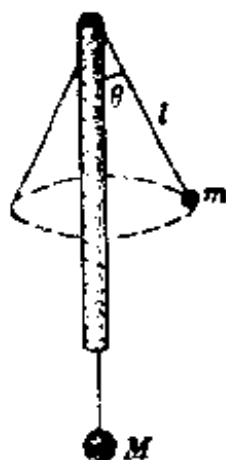


图 2-174

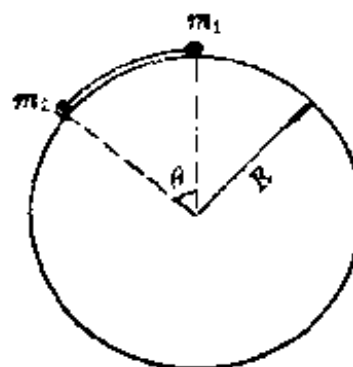


图 2-175

2-176 一个小环套在半径为 a 的竖直大圆环上，小环与大环之间的摩擦系数为 μ 。证明：当大环以匀角速度 ω 绕它自己的水平轴线转动时，如果

$$\omega > \sqrt{\frac{g}{a} \left(1 + \frac{1}{\mu^2} \right)^{1/4}},$$

则小环与大环之间无相对运动。如图 2-176 所示。（其中 g 为重力加速度）

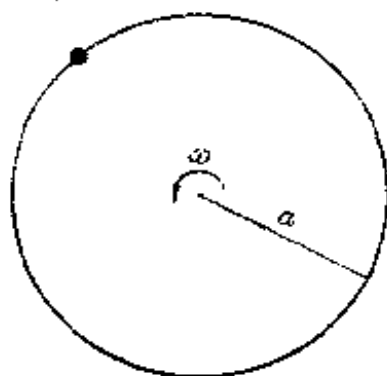


图 2-176

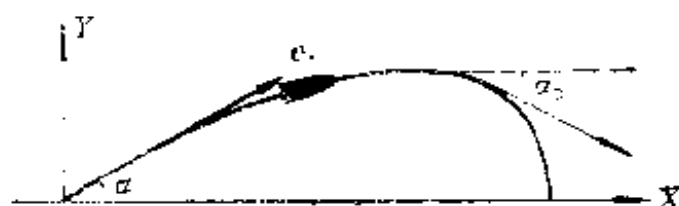


图 2-177

2-177 设一质量为 m 的炮弹，自炮筒射出时的速度大小为 V_0 ， V_0 的仰角为 α_0 。若此炮弹飞行中所受到的空气阻力的大小等于 RV ， R 为常数， V 为炮弹的飞行速度。问从开炮到 V 的俯角为 α 时（如图 2-177 所示）所需时间是多少？

2-178 如图 2-178 所示，以速度 V 发射一质点， V 与水平方向夹角为 α ，发射点处在一光滑斜面，斜面与水平方向夹角为 θ ，质点与斜面的碰撞是完全弹性的。证明：如果 $\cot \theta \cot(\alpha - \theta)$ 为一整数，质点将逐点返跳到发射点。

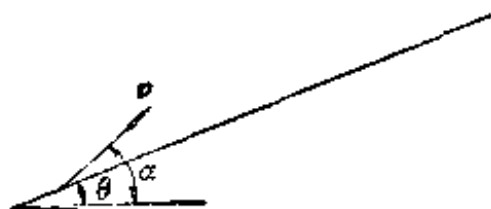


图 2-178

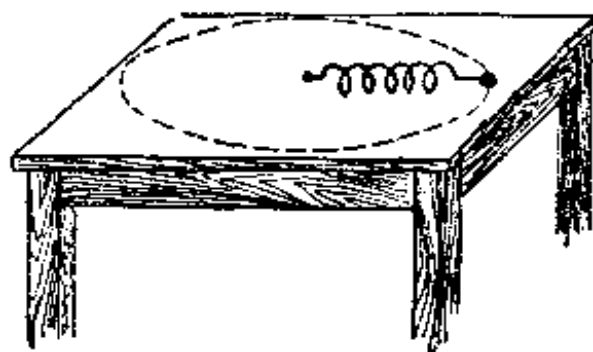


图 2-179

2-179 一质量为 2.0 公斤的小物体，放在光滑的水平桌面上。一质量可以忽略的弹簧，一端连着此物体，另一端连在无摩擦的轴承上，如图 2-179 所示。弹簧产生一大小为 $3r$ 牛顿的力作用在物体上。 r 为轴承到物体的距离（以米计）。物体作圆周运动时，系统的总能量为 12 焦耳。设物体的大小比 r 小很多，可略去不计。

(1) 求此物体的轨道半径和速度；

(2) 设一沿半径向外的冲量作用在物体上，使物体得到一沿径向向外的速度 $v_r = 1.0$ 米/秒。求出新轨道的 r 的极大值和极小值。

第三章 非惯性参照系

3-1 (1) 什么叫惯性系的等价性？举例说明。

(2) 惯性力的反作用力作用在什么物体上？

(3) 北半球南北向的河流总是冲刷右岸，是否因为科里奥利力作用在河岸上的结果？

(4) 科里奥利力做功吗？别的惯性力做功吗？

3-2 如果定义物体的重量为地球作用于物体上的万有引力，并把它叫做物体的“实重”，而把弹簧秤上测得的物体的重量叫做“视重”。试问：

(1) 视重是否等于实重？分别讨论在赤道上和在两极的情况；

(2) 一个人在赤道上静止时的视重为 100.00 斤，他的实重是多少？

(3) 当地球以什么角速度自转时，物体在赤道上的视重为零？又在此种情况下，一日的时间是多长？

3-3 设想地球绕自转轴旋转很快，使赤道上物体的视重为零。试问：

(1) 这时地球上其它纬度处物体的视重与实重相差多少？

(2) 此时挂在天花板下的单摆静止平衡的位置指向什么方向？

3-4 地球 24 小时自转一周，地球半径为 $R=6378$ 公里。一飞机沿赤道自东向西飞行。问它以相对地球表面多大速度飞行时，飞机上的一切东西的视重正好等于实重？

3-5 一体重为 60 公斤的人乘电梯上下楼，电梯的加速度为 a ，试求下列情况下他作用在电梯地板上的力：

(1) $a = 327$ 厘米/秒²，向上；

(2) $a = g$ ，向上；

(3) $a = -g$ ，向下。

3-6 质量相等的两个物体，分别放在天平的两个托盘上，两盘平衡。当这天平放在一个升降机中，升降机向上或向下作加速运动时，问天平是否仍保持平衡？

3-7 用一根线把一物体悬挂在升降机中。

(1) 当升降机以 3.0 米/秒² 的加速度向上运动时，如果悬线的张力是 10 公斤，问此物的质量是多少？

(2) 当升降机以 3.0 米/秒² 的加速度下降时，悬线的张力又是多少？

3-8 一质量为 m 的小球用细线悬于一架子上，架子固定在小车上，如图(3-8)。在下述诸情况中，求静止平衡时线的方向(即 α 角)和线中的张力 T ：

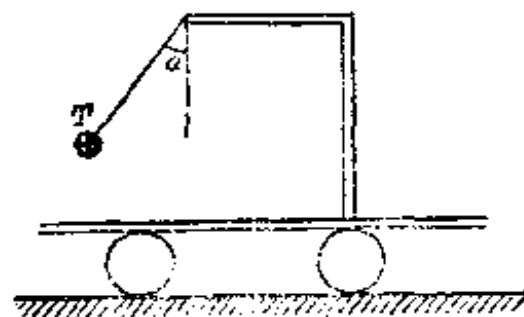


图 3-8

(1) 小车沿水平面作匀速直线运动；

(2) 小车沿斜面作匀速直线运动；

(3) 小车以匀加速度 a 沿水平直线运动；

(4) 小车自由地从倾角为 θ 的斜面上滑下；

(5) 用与斜面平行的加速度 b 把小车沿斜面往上推；

(6) 以同样大的加速度 b 把小车自斜面上推下来。

3-9 在上题诸情况中，若球 m 不是处于静止平衡，而是处于小振动时，分别讨论球 m 的受力、运动状况及振动周期。

3-10 车上有一弹簧秤，下挂一重物，当车静止或作匀速直线运动时，弹簧秤读数为 P [如图 3-10(1)]，当车以匀速率 v 沿一圆轨道拐弯时，重物 and 弹簧也跟着拐弯，在这情况下，当弹簧秤稳定时的读数为 $P + \Delta P$ [如图 3-10(2)]。求该处弯道的曲率半径 ρ 。



图 3-10

3-11 在以匀加速度沿平直轨道行驶着的车厢中，有一单摆，摆长为 l ，摆锤质量为 m ，用手拿住摆锤，使悬线保持竖直且静止不动，然后突然放手。

- (1) 求悬线偏离竖直线 α 角时，摆锤的位能 U ；
- (2) 求使摆锤偏离竖直线 α 角的力所做的功 A ；
- (3) 在实验的条件下，求悬线的最大偏离角 $\alpha_{\max}$ ；
- (4) 证明：最大偏离角 $\alpha_{\max}$ 是在此车厢中摆静止平衡时摆线与竖直线夹角的二倍。
- (5) 摆锤被释放后，在车厢中的观察者看来，摆锤作什么运动？

3-12 当火车匀速前进时，挂在车厢中的摆保持竖直位置。当火车制动时，摆开始摆动，摆线与竖直线的夹角的最大值为 $\alpha_{\max} = 3^\circ$ 。假设制动开始时火车速度为 47 公里/时，在车停止前加速度为恒量。问火车从制动开始到车停止所走过的距离 s 为多少。

3-13 摆长为 $l = 50$ 厘米的单摆在飞机舱中摆动，求下面三种情况下摆动的周期：

- (1) 飞机匀速水平飞行；
- (2) 飞机以加速度 $a = 25 \text{ 米/秒}^2$ 沿水平直线飞行；
- (3) 飞机与水平成 $\alpha = 15^\circ$ 的倾角匀速向下滑行。

3-14

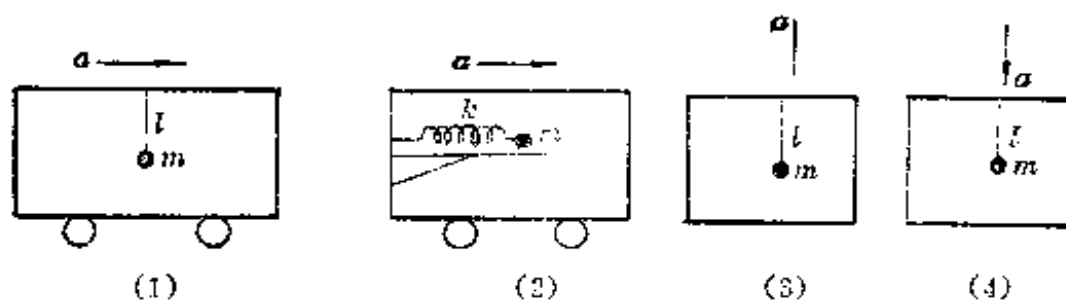


图 3-14

图 3-14 中四情况分别为

(1) 以匀加速 a 沿直线运行的车厢中，有一摆长为 l 的单摆；

(2) 以匀加速 a 沿直线运行的火车，车厢内一个光滑的水平木板上，有一个一端固定的、倔强系数为 k 的轻质弹簧(弹簧的质量可忽略不计)，弹簧的另一端连着一个质量为 m 的小球；

(3) 在一向上作匀加速 a 运动的升降机中，一个摆长为 l 的单摆；

(4) 在一向下作匀加速 a 运动的升降机中，一个摆长为 l 的单摆。

分别求它们作小振动时的周期 T ，并与 $a = 0$ 时的 T_0 比较。

3-15 如图 3-15， ABC 是放在固定水平桌面上的楔形物体，其质量为 M ，在它的斜面 AB (倾角为 θ) 上有一质量为 m 的物体自由向下滑动，设 m 与 M 之间和 M 与桌面之间的摩擦力均可不计，试求：

- (1) m 和 M 相对于桌面的加速度；
- (2) m 对 M 的压力；
- (3) 桌面受到的压力。

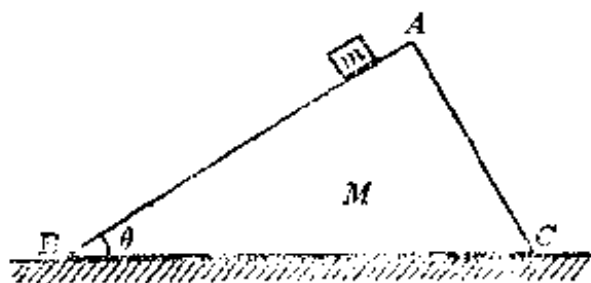


图 3-15

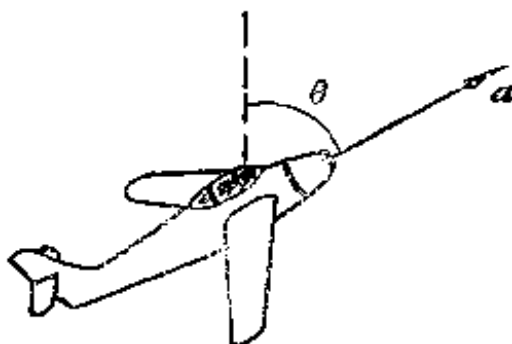


图 3-16

3-16 一飞机以加速度 a 飞行， a 与竖直方向的夹角为 θ (如图 3-16)，驾驶员在地面上重为 P 公斤。

- (1) 求这时他作用在座位上的力；
- (2) 当 $\theta = 0$ 时，情况如何？
- (3) 当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时，情况如何？
- (4) 当 $\theta = \pi$ ， $a = g$ 时情况如何？
- (5) 当 $a = 0$ 时，情况如何？

3-17 如图 3-17 所示，升降机内有两物体，质量分别为 $m_1 = 100$ 克和 $m_2 = 200$ 克，用细绳连接后跨过滑轮。设绳子长度不变，绳和滑轮的质量以及滑轮轴上的摩擦均可不计，当升降机以匀加速度 $a = \frac{1}{2}g = 4.9$ 米/秒² 上升时，

- (1) 在机内的观察者看来， m_1 和 m_2 的加速度 a'_1 ， a'_2 各是多少？
- (2) 在机外地面上的观察者看来，它们的加速度 a_1 ， a_2 又各是多少？

3-18 如图 3-18 所示，用长为 l 的细绳，将质量为 m 的小球

悬挂起来，并令 m 以匀速率 v 沿一水平圆周运动，这时绳与竖直方向的夹角 θ 不变，这个装置叫锥动摆，求 m 绕行一周所需的时间（即周期 T ）。

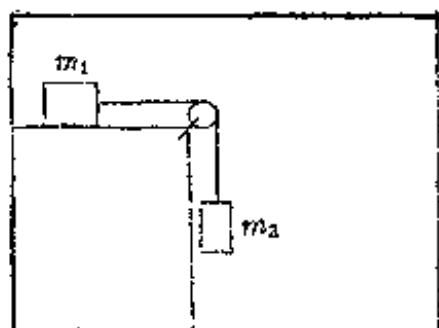


图 3-17

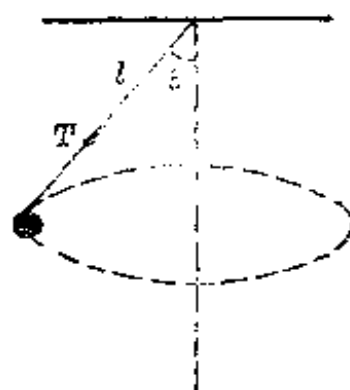


图 3-18

3-19 长为 $l = 40$ 厘米的细绳，一端固定于一点，另一端系一质量 $m = 100$ 克的小球，小球在竖直平面内作圆周运动。

(1) 设通过最高点时绳中张力 $T = 0$ ，求这时小球的速度 v_0 ；

(2) 若通过最高点时小球的速度为 $2v_0$ ，问这时绳中的张力 T 又是多少？

(3) 如果小球分别按(1)、(2)中确定的 v_0 、 $2v_0$ 作匀速圆周运动，当小球通过最低点时，绳中的张力分别是多少？

3-20 一轰炸机以 1000 公里/时的速度俯冲后，即离开俯冲线而改沿一竖直圆周路线飞行，速度大小不变，若飞机在最低点的加速度不超过“ $4g$ ”，

(1) 求此圆的最小半径？

(2) 当飞机在圆周路线的最低点时，一个 60 公斤的驾驶员的视重是多少？

3-21 飞行员和宇航员都要做承受加速度的试验。试验时，人被安置在一个“转子”（即一可绕竖直轴旋转的小箱子）中。

(1) 设人到转轴的距离为 R ，转子以角速度 ω 旋转，问质量为 m 的人承受多大的惯性离心力？

(2) 如果略去重力加速度，要使人承受“ $10g$ ”的加速度试验，设此时 $R=5.0$ 米，问角速度 ω 应等于多少？

3-22 一杂技演员表演飞车技术，骑一快速摩托车冲上圆柱形房间的圆壁，沿着房间圆壁上的圆轨道以相当高的速度行驶，车就不会掉下来。试问：

(1) 设车与壁间的静摩擦系数为 μ_s ，房间半径为 R ，若将车与人整个视为质点， v 至少为多大时演员才不会掉下来？

(2) 设此房间的直径为 $D=18$ 米，车与人的重心离轮与壁接触点的距离为 $h=1.0$ 米， $\mu_s=0.4$ ， v 至少为多大？

(3) 若其速度 $v=20$ 米/秒，演员与水平面所成的角 α 应为多大？

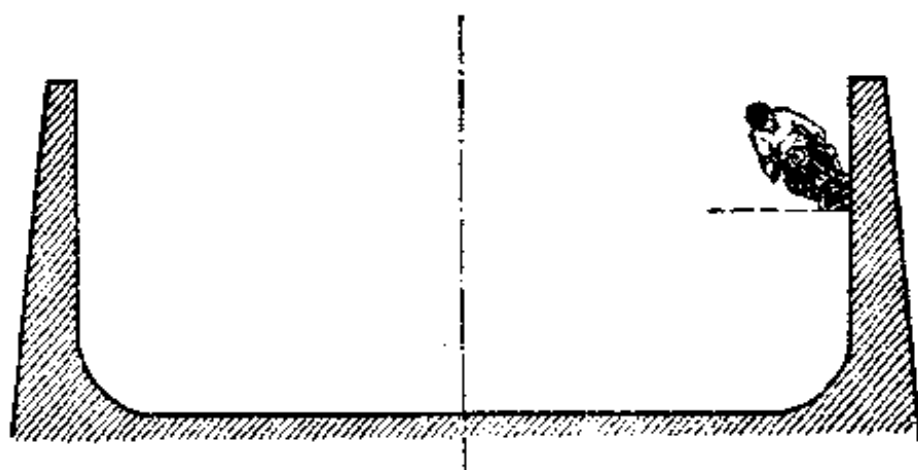


图 3-22

3-23 在平直路轨上加速行驶的火车上，固定一斜面，斜面倾角是 θ 。有一物体静止在斜面上，物体与斜面间的最大静摩擦系数是 μ_s ，如图 3-23 所示。

(1) 如果火车加速度小于某一值 a_1 ，物体就会下滑，求 a_1 的表达式。

(2) 如果火车加速度

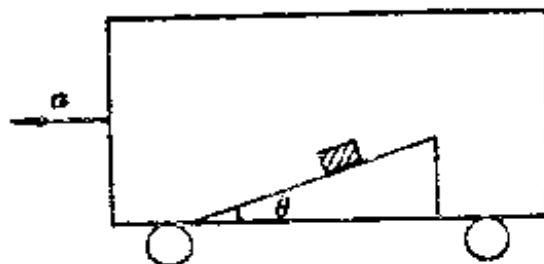


图 3-23

大于某一值 a_2 ，物体就会上滑，求 a_2 的表达式。

3-24 一内半径为 R 的球壳以匀角速度 ω 绕本身的竖直的直径转动，球壳内表面是光滑的，它上面有一个质量为 m 的质点，问 m 能稳定在哪个高度 h 的位置上随球壳一起运动？

3-25 一质量为 $m = 200$ 克的小球用细绳悬于架子上，架子以匀角速度 ω 绕竖直轴转动。如图 3-25 所示，已知 $L = 20$ 厘米， $a = 10$ 厘米。试问：

(1) ω 是多少时，悬线与竖直方向的夹角 $\theta = 45^\circ$ ？

(2) 当 $\theta = 45^\circ$ 时，绳中的张力是多少？

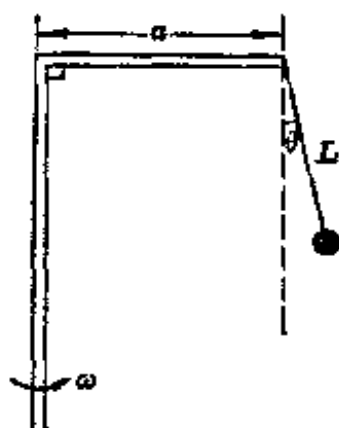


图 3-25

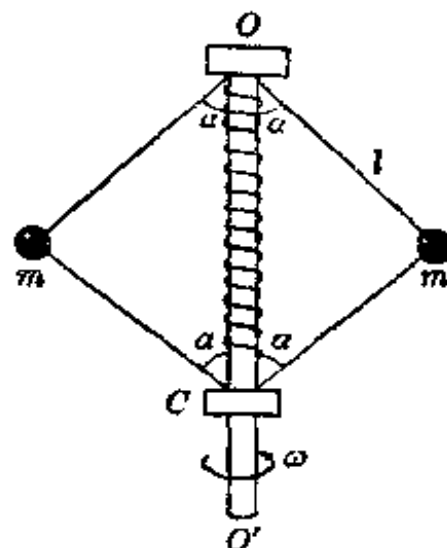


图 3-26

3-26 一离心调速器装置如图 3-26 所示，质量都是 $m = 200$ 克的两个小球绕 OO' 轴转动，转动角速度为 $\omega = 20$ 弧度/秒， C 套轴可以无摩擦地上下滑动，其中四个臂长都是 $l = 10$ 厘米，且与轴 OO' 的夹角都是 $\alpha = 45^\circ$ ，整个装置只计小球质量，其它部分质量都很小，可以略去不计，问轴上弹簧所受到的压缩力是多少？

3-27 (1) 手 A 提一筐，筐底有一蛋 B ，蛋到手的距离 $AB = 50$ 厘米，令筐绕经过 A 点的水平轴转动。问当蛋转过手的顶上时，蛋的速度至少等于多少，蛋才不会离开筐底？

(2) 如果换成一桶水，结果有变化吗？

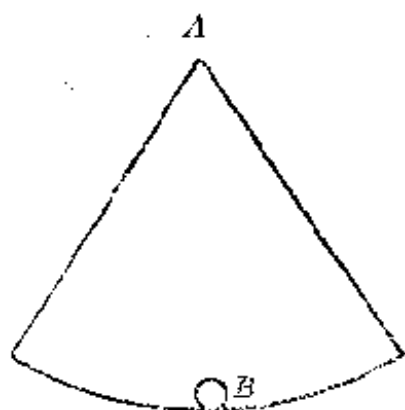


图 3-27

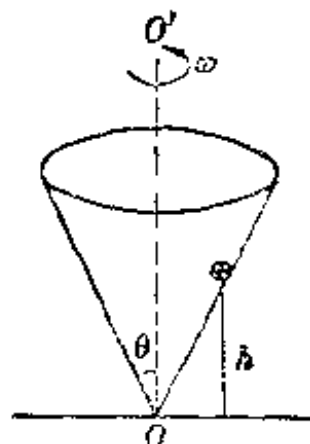


图 3-29

3-28 一圆环平放在水平面上，以匀角速度绕它的对称轴旋转，圆周上的速度为 v ，证明环中的胁强(即应力)为 $\rho v^2/g$ 克力， ρ 是单位长度圆环的质量。

3-29 图 3-29 为一圆锥面。以匀角速度 ω 绕竖直的对称轴 OQ' 转动，圆锥的顶角为 θ ，在锥内面上放一质量为 m 的小球， m 离锥顶的高为 h ，试问：

(1) 如果 m 与锥面间没有摩擦，要使 m 稳定在高为 h 处，且随锥面一起匀速旋转，这时 m 的速率 v 是多大？

(2) 如果 m 与锥面间的摩擦系数为 μ ，要使 m 稳定在高为 h 处，且随锥面一起以匀速率 v 转动，且有向上运动的趋势，这时 m 的速率 v 是多大？

(3) 如(2)，但有向下运动的趋势，这时 m 的速率 v 是多大？

[注：上面的题限定用非惯性系的概念解。]

3-30 一长为 l 的细绳，一端固定在光滑的水平圆盘的中心 O ，另一端系着一质量为 m 的小球，圆盘以匀角速度 ω 绕过 O 的竖直轴转动。欲使小球在盘上相对于盘以速率 v 作匀速圆周运动(与 ω 反向，如图 3-30)，问绳中张力是多少？

3-31 一炮弹沿水平弹道(可近似看成是直线)以 900 米/秒

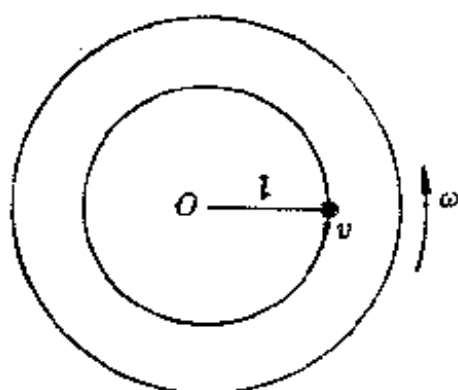


图 3-30

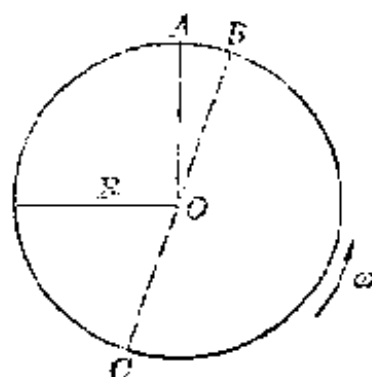


图 3-32

的速度飞行,炮弹是在北纬 60° 向着正北方向上距离为 18 公里处的目标发射的。地球自转角速度为 7.3×10^{-5} 弧度/秒,若不考虑地球的公转,略去空气阻力,不计惯性离心力,问因地球自转,炮弹打到目标附近时,在水平方向偏离多少? 偏向什么方向?

3-32 一半径为 R 的水平大圆盘绕通过圆心的竖直轴旋转,旋转角速度为 ω 。试问:

(1) 站在圆盘中心 O 的人用手枪射击盘边缘上一点 B (图 3-32), 子弹速率为 v , 问直接对准 B 射击能否射中? 若不能, 应给什么样的提前量 AB , (即瞄准 A), 才能击中 B ?

(2) 如果人站在盘边缘 C 处射击 B , BC 为直径, 他应当怎样瞄准?

3-33 气象学中所用的非惯性活动坐标是按如下方法选取的: 选地面上进行观测的点为原点, 此点指向天顶的方向为 Z 轴, 向上为正; 通过原点的纬线为 X 轴, 向东为正; 通过原点的径线为 Y 轴, 向北为正, 对此非惯性活动坐标, 空气速度的三个分量用 u 、 v 、 w 表示。设在北纬 30° , 空气速度的三个分量分别为 $u=4.0$ 米/秒, $v=6.0$ 米/秒, $w=3.0$ 厘米/秒, 求科里奥利加速度在 X 、 Y 、 Z 轴三个方向的分量。

3-34 在北纬 40° , 一质量为 60 公斤的人向东以 9.0 米/秒的速度跑步, 求他所受的科里奥利力。

3-35 两个分别在两个旋转坐标系中的观察者发现：如果将惯性力当作真实存在的某种场的力，则在这两个系统中，所有的物理规律都是相同的。他们能够判断哪一个转得快些吗？

3-36 一只盛水的圆桶，水中有一弹簧，它的一端固定在桶底的中心，另一端系一浮标，浮标浮在水面上并拉伸弹簧，如图 3-36 所示。开始时，桶、水和浮标都静止不动地放在一个高台子上，然后将支承桶的高台子突然撤掉，使它们作为整体自由竖直下落，问弹簧和浮标将会发生什么情况？

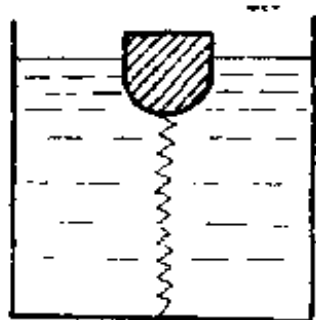


图 3-36

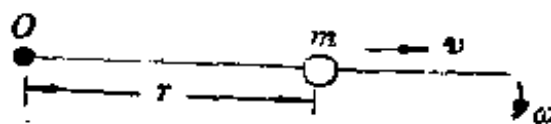


图 3-38

3-37 在非惯性系内，惯性力做功吗？

3-38 一光滑的细竿，在竖直平面内作匀角速度转动，转轴通过它的一端 O ，竿上套有一个质量为 m 的小环。设 $t=0$ 时：竿在水平位置， m 到 O 的距离为 r_0 ，沿竿向外运动的速率为 v_0 。

- (1) 求 m 到 O 的距离 r 与时间 t 的关系；
- (2) 是否当 r_0 和 v_0 取某值时， m 会作简谐振动？

3-39 设有一加速系统，其中某些点可以没有万有引力。

(1) 一质点 m 以加速度 a 运动时，在以这个质点为参照系时，证明在距离它为 $r = \sqrt{Gm/a}$ 的点（在与 a 方向相反的一边），没有万有引力。

(2) 设一个质量为球对称分布的球或壳体绕本身直径旋转，角速度为 ω ，则在与 ω 垂直的平面内，在与球心相距为 $r = \sqrt[3]{GM/\omega^2}$ 的点（ $r >$ 球或壳体的外半径），没有万有引

力，式中 M 为球的质量。你怎样理解上述说法？

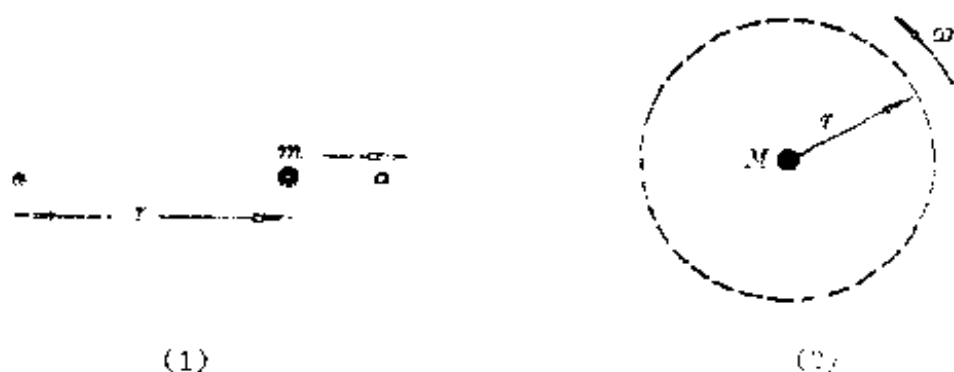


图 3-39

3-40 有一倔强系数为 k ，质量可忽略的弹簧，两端分别固定两小球，两小球的质量各为 m_1 和 m_2 ，开始时小球 m_1 拿在手中，弹簧沿竖直方向下垂，小球 m_2 在下方，都静止不动。然后突然放手，让 m_1 、 m_2 和弹簧自由下落。若略去空气阻力，试讨论这系统的运动情况。

第四章 功 和 能

§ 1. 功

4-1 在地面上有一固定斜面，斜面上装了一套滑轮组，一辆重 W 的车挂在动滑轮 B 上（如图 4-1），忽略滑轮轴上的摩擦力。问当 f 多大时，才能使车匀速上升？将 W 从地面匀速地拉到高为 h 的位置，要做多少功？

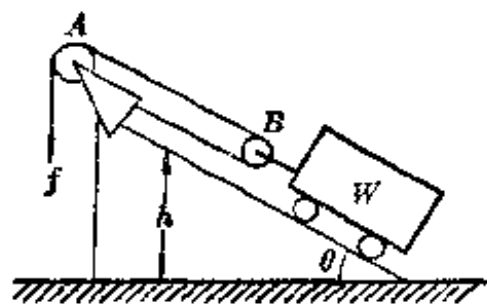


图 4-1

4-2 有两个质量相同的物体 A 和 B ，分别放在粗糙的和光滑的水平面上。如果对 A 和 B 施以相同的力 F ，推行了相同的距离 s ，问两种情况下，力 F 所做的功是否相等？

4-3 用 100 公斤的牵引力沿水平方向拉一辆 1.0 吨重的大车，使它移动 10 米；用同样大小的牵引力拉一辆 50 公斤重的小车，也使它移动 10 米，问牵引力在两种情况下做的功是否相同？效果是否相同？若两车原来静止，不计摩擦，车的运动状态是否相同？

4-4 一物体在固定的桌面上滑行，所受的摩擦力为 f ，滑行距离 s 后停止。问在这过程中桌面对物体做了多少功？物体对桌面做了多少功？对桌面所做的功产生了什么效果？

4-5 如图 4-5 所示，用 $F=1.0$ 公斤的水平力把 $m=1.0$ 公斤的物体沿斜面推 1.0 米，物体与斜面间的滑动摩擦系数 $\mu=0.10$ ，则 F 做的功为__焦耳；重力做的功为__焦耳；摩擦力做的功为__焦耳；斜面对物体的支持力做的

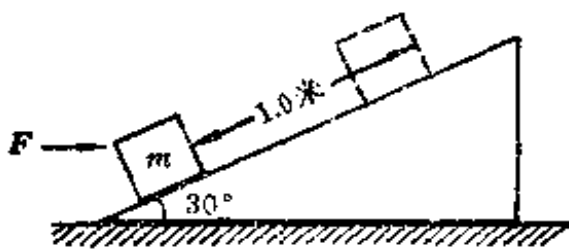


图 4-5