

电路分析基础

2010年10月21日

第五章

电容元件与电感元件

动态元件

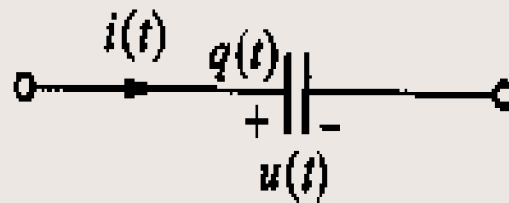
- ❖ 实际电路不能只用电阻元件和电源元件来构成模型，还包含电容元件和电感元件。
- ❖ 这两种元件的电压、电流关系都涉及对电流、电压的微分或积分，称为动态元件。
 - (1) 在电路中常常需要接入电容和电感器件。例如滤波，必须利用动态元件才能实现这一功能。
 - (2) 当信号变化很快时，一些实际器件已不能再用电阻模型来表示，必须考虑到磁场变化及电场变化的现象，在模型中需要增添电感、电容等动态元件。
- ❖ 至少包含一个动态元件的电路称为动态电路。
- ❖ 基尔霍夫定律施加于电路的约束关系只取决于电路的连接方式，与构成电路的元件性质无关。

§ 5-1 电容元件

- ❖ 把两块金属极板用介质隔开就可构成一个简单的电容器。
- ❖ 理想介质是不导电的，在外电源作用下，两块极板上能分别存储等量的异性电荷。
- ❖ 外电源撤走后，电荷依靠电场力的作用互相吸引，由于介质绝缘不能中和，极板上的电荷能长久地存储下去。因此，电容器是一种能存储电荷的器件。
- ❖ 电容元件定义如下：一个二端元件，如果在任一时刻 t ，它的电荷 $q(t)$ 同它的端电压 $u(t)$ 之间的关系可以用 u - q 平面上的一条曲线来确定，则此二端元件称为电容元件。

电容的 u - q 关系

- ❖ 在某一时刻 t ， $q(t)$ 和 $u(t)$ 所取的值分别称为电荷和电压在该时刻的瞬时值。
- ❖ 电容元件的电荷瞬时值和电压瞬时值之间存在着一种代数关系。
- ❖ 如果 u - q 平面上的特性曲线是一条通过原点的直线，且不随时间而变，则此电容元件称之为**线性时不变电容元件**。
- ❖ 在国际单位制中， C 的单位为法拉。



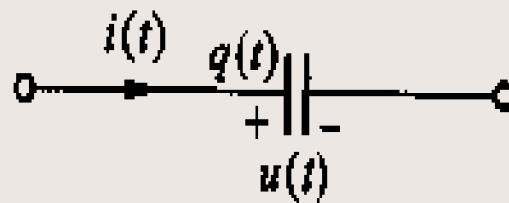
$q(t)$ 与 $u(t)$ 为关联参考方向。

$$q(t) = Cu(t)$$

式中 C 为正值常数，用来度量特性曲线斜率。

§ 5-2 电容的VCR

❖ 设电流 $i(t)$ 的参考方向箭头指向标注 $q(t)$ 的极板，这就意味着当 $i(t)$ 为正值时，正电荷向这一极板聚集，因而电荷 $q(t)$ 的变化率为正。于是，有



$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$q(t) = Cu(t)$$

$$i(t) = \frac{dCu}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

如 u 和 i 的参考方向不一致，则

$$i(t) = -C \frac{du}{dt}$$

电容电压 u 表示为电流 i 的函数

❖ 把电容的电压 u 表示为电流 i 的函数，则

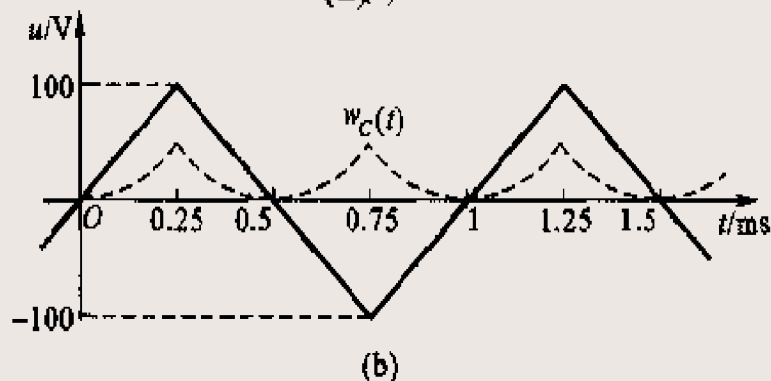
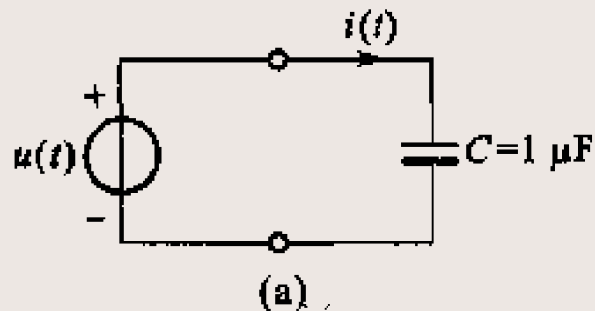
$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi$$

❖ 如果只需了解在某一初始时刻 t_0 以后电容电压的情况，则

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \quad t \geq t_0 \end{aligned}$$

例 5-1

电容与电压源相接(a)，电压源电压随时间按三角波方式变化如图(b)，求电容电流。



解 从 0.25ms 到 0.75ms 期间，电压 u 由 $+100\text{V}$ 线性下降到 -100V ，其变化率为

$$\frac{du}{dt} = -\frac{200}{0.5} \times 10^3 = -4 \times 10^5$$

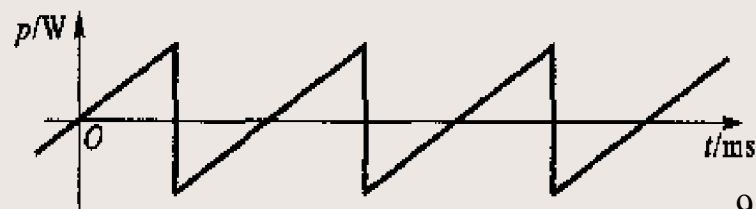
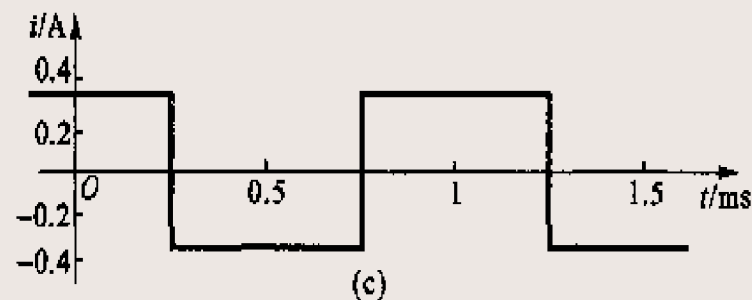
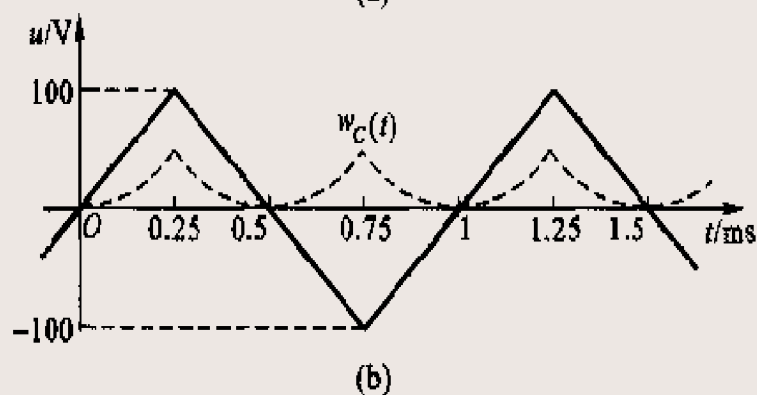
$$i = C \frac{du}{dt} = -10^{-6} \times 4 \times 10^5 = -0.4\text{A}$$

解答

从0.75ms到1.25ms期间

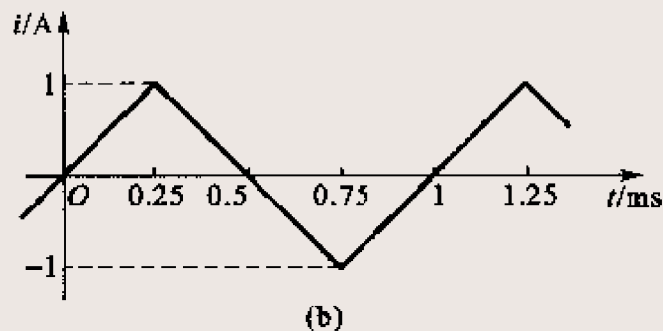
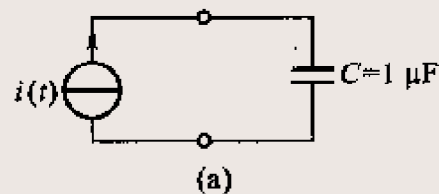
$$\frac{du}{dt} = \frac{200}{0.5} = 4 \times 10^5$$

$$i = C \frac{du}{dt} = 10^{-6} \times 4 \times 10^5 = 0.4 A$$



例 5-2

设电容与一电流源相接，电流波形如图(b)中所示，试求电容电压。设 $u(0)=0$ 。



解 先写出 $i(t)$ 的函数式，对三角波可分段写为：

$$i = \frac{1}{0.25 \times 10^{-3}} t = 4000t \quad 0 \leq t \leq 0.25 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$\begin{aligned} i &= -4000(t - 0.5 \times 10^{-3}) \\ &= -4000t + 2 \end{aligned} \quad 0.25 \times 10^{-3} \text{ s} \leq t \leq 0.75 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$\begin{aligned} i &= 4000(t - 10^{-3}) \\ &= 4000t - 4 \end{aligned} \quad 0.75 \times 10^{-3} \text{ s} \leq t \leq 1.25 \times 10^{-3} \text{ s}$$

解答

在 $0 \leq t \leq 0.25 \times 10^{-3} s$ 期间

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = 10^6 \int_0^t 4000 \xi d\xi = 2 \times 10^9 t^2$$

当 $t=0.25ms$ 时， $u=125V$ 。

在 $0.25 \times 10^{-3} \leq t \leq 0.75 \times 10^{-3} s$ 期间

$$\begin{aligned} u(t) &= u(0.25 \times 10^{-3}) + \frac{1}{C} \int_{0.25 \times 10^{-3}}^t i(\xi) d\xi \\ &= 125 + 10^6 \int_{0.25 \times 10^{-3}}^t (-4000 \xi + 2) d\xi \\ &= -250 + 2 \times 10^6 t - 2 \times 10^9 t^2 \end{aligned}$$

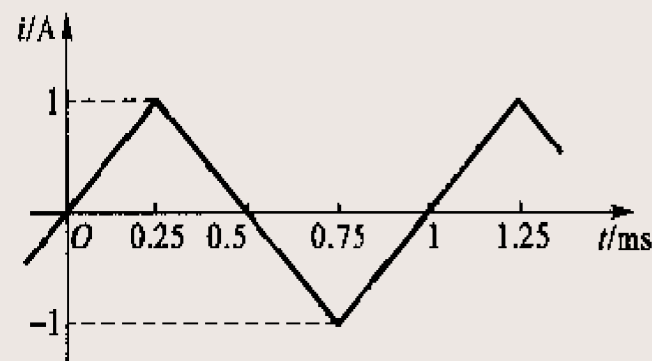
此为一开口向下的抛物线方程，其顶点在 $t=0.5ms$ 、 $u=250V$ 处。当 $t=0.75ms$ 时，电压下降到 $125V$ 。

解答

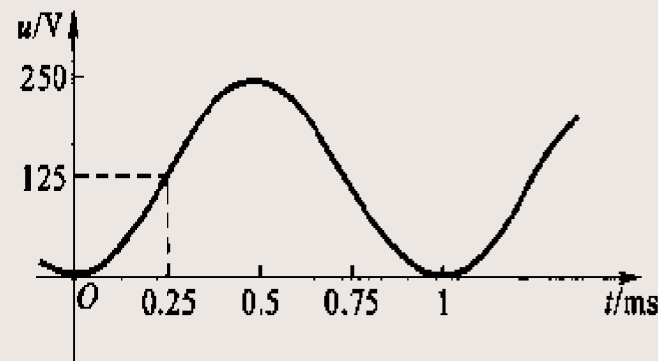
在 $0.75 \times 10^{-3} \leq t \leq 1.25 \times 10^{-3} \text{ s}$ 期间

$$\begin{aligned} u(t) &= u(0.75 \times 10^{-3}) + \frac{1}{C} \int_{0.75 \times 10^{-3}}^t i(\xi) d\xi \\ &= 125 + 10^6 \int_{0.75 \times 10^{-3}}^t (4000\xi - 4) d\xi \\ &= 2000 - 4 \times 10^6 t + 2 \times 10^9 t^2 \end{aligned}$$

此为一开口向上的抛物线方程，其顶点在 $t=1 \text{ ms}$ ， $u=0$ 处。



(b)



(c)

§ 5-3 电容电压的连续和记忆性质

电容电压的连续性质可陈述如下：

- ❖ 若电容电流 $i(t)$ 在闭区间 $[t_a, t_b]$ 内为有界的，则电容电压 $u_C(t)$ 在开区间 (t_a, t_b) 内为连续的。特别是，对任何时刻 t ，且 $t_a < t < t_b$

$$u_C(t_-) = u_C(t_+)$$

即“电容电压不能跃变”，在动态电路分析问题中常常用到这一结论。

证明

在区间上每一点都连续的函数，称为在该区间的连续函数。任取一点 t ，以 t 和 $t+dt$ 分别作为积分的上、下限，且 $t_a < t < t_b$ 和 $t_a < t+dt \leq t_b$ ，则

$$u_c(t+dt) = u_c(t) + \frac{1}{C} \int_t^{t+dt} i(\xi) dt$$

$$u_c(t+dt) - u_c(t) = \frac{1}{C} \int_t^{t+dt} i(\xi) dt$$

由于 $i(t)$ 在 $[t_a, t_b]$ 内为有界的，对所有在 $[t_a, t_b]$ 内的 t ，必存在一个有限常数 M ，使 $|i(t)| < M$ 。在曲线 $i(t)$ 下由 t 轴和上、下限所界定的图形的面积最大为 Mdt ，当 $dt \rightarrow 0$ 时，该面积也将趋于零，根据上式，这就意味着当 $dt \rightarrow 0$ 时， $u_c(t+dt) \rightarrow u_c(t)$ ，亦即在 t 处， u_c 是连续的。

电容电压的记忆性质

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \\ &= u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \quad t \geq t_0 \end{aligned}$$

- ❖ 上式为电容电压记忆性质的关系式。利用初始电压 $u_C(t_0)$ 对 $t < t_0$ 时电流的记忆作用，在不需考虑 $t < t_0$ 时电流的具体情况下，即能解决 $t \geq t_0$ 时的电容电压 $u_C(t)$ 的问题。
- ❖ 在含电容的动态电路分析问题中，这是一个十分重要的概念，因而电容的初始电压是一个必须具备的条件。

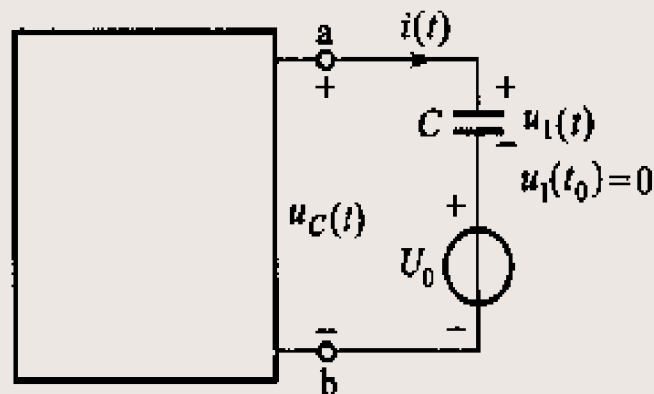
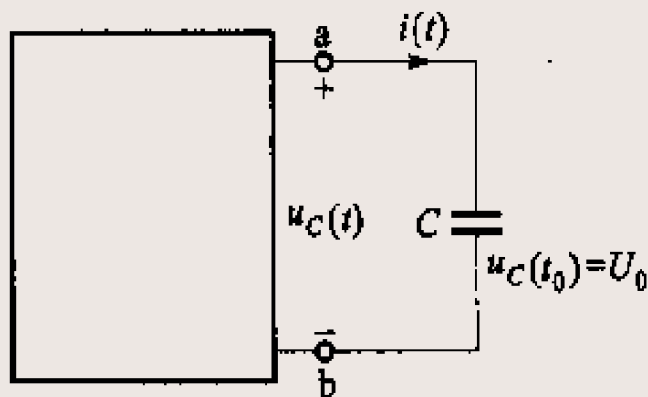
电容初始电压的等效电路

设电容的初始电压

$$u_C(t_0) = U_0$$

$$\begin{aligned} u_C(t) &= u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \\ &= U_0 + u_1(t) \quad t \geq t_0 \end{aligned}$$

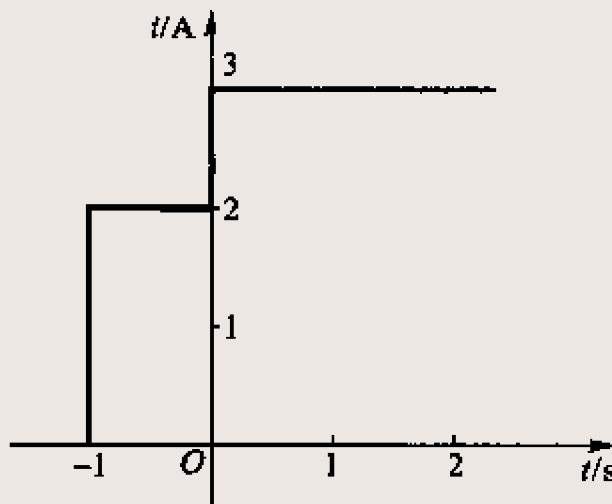
即：对已被充电的电容，若已知， $u_C(t_0) = U_0$ ，则在 $t > t_0$ 时，可等效为一个未充电的电容与电压源相串联的电路，电压源的电压值即为 t_0 时电容两端的电压 U_0 。电压 U_0 称为电容电压 u_C 的初始状态。



例 5-3

已知 $C=4F$ ， $i(t)$ 波形如图所示。

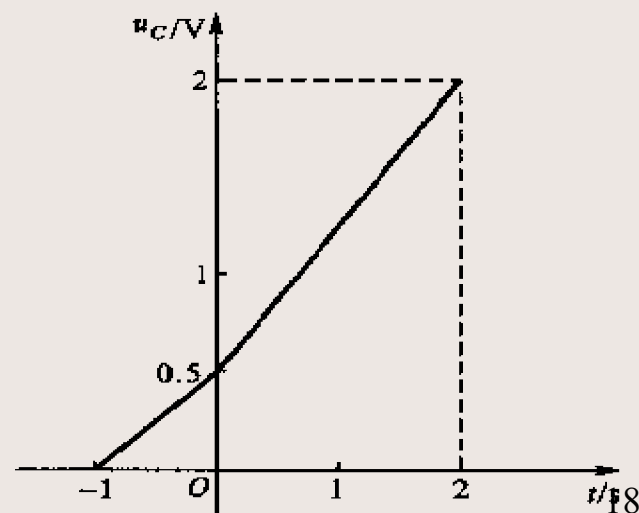
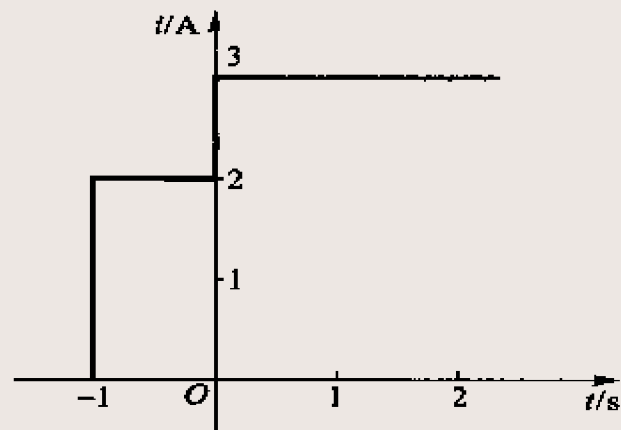
- (1) 试求电容电压 $u_C(t)$ 、 $t \geq 0$ ；
- (2) 求 $u_C(0)$ 、 $u_C(1)$ 、 $u_C(-0.5)$ ；
- (3) 试作出 $t > 0$ 时该电容的等效电路。



解答

解: (1) 求电容电压 $u_C(t)$ 、 $t \geq 0$;

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\xi \\ &= \frac{1}{4} \left(\int_{-\infty}^{-1} i d\xi + \int_{-1}^0 i d\xi + \int_0^t i d\xi \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\int_{-\infty}^{-1} 0 d\xi + \int_{-1}^0 2 d\xi + \int_0^t 3 d\xi \right) \\ &= 0.5 + 0.75t \end{aligned}$$



解答

(2)求 $u_C(0)$ 、 $u_C(1)$ 、 $u_C(-0.5)$

$$u_C(0) = 0.5V$$

$$u_C(1) = 0.5 + \frac{3}{4} \int_0^1 d\xi = 1.25V$$

$$u_C(-0.5) = \frac{1}{C} \int_{-1}^{-0.5} i d\xi = \frac{1}{3} \int_{-1}^{-0.5} 2 d\xi = 0.25V$$

(3)作出 $t > 0$ 时该电容的等效电路

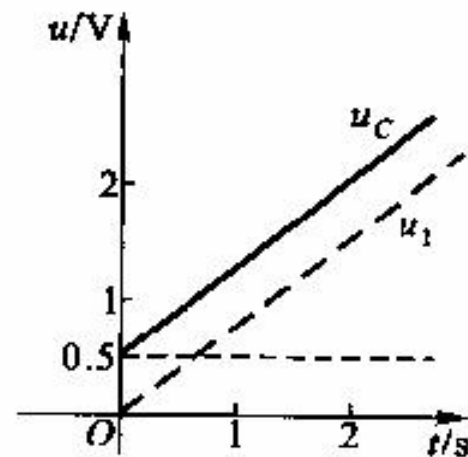
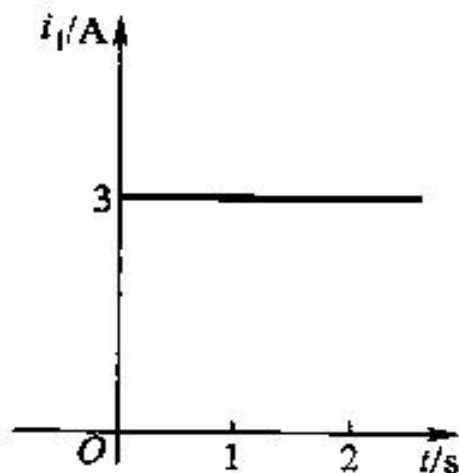
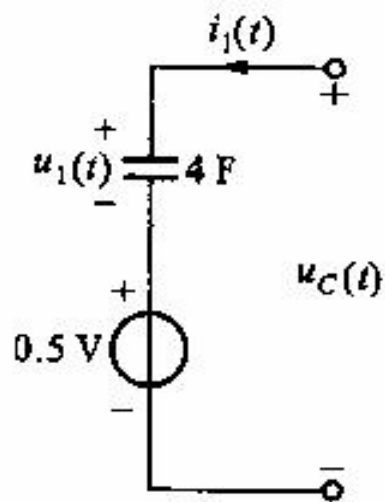
$$i_1(t) = i(t) = 3A \quad t \geq 0$$

$$u_1(t) = \frac{1}{4} \int_0^t 3 d\xi = 0.75t$$

$$u_C(t) = 0.5 + u_1(t) = 0.5 + 0.75t$$

解答

(3)



§ 5-4 电容的储能

在 t_1 到 t_2 期间所供给的能量可表为

$$\begin{aligned}w_C(t_1, t_2) &= \int_{t_1}^{t_2} p(\xi) d\xi = \int_{t_1}^{t_2} u(\xi) \times i(\xi) d\xi \\&= \int_{t_1}^{t_2} C u(\xi) \frac{du}{d\xi} d\xi = C \int_{u(t_1)}^{u(t_2)} u du \\&= \frac{1}{2} C u^2 \Big|_{u(t_1)}^{u(t_2)} = \frac{1}{2} C [u^2(t_2) - u^2(t_1)]\end{aligned}$$

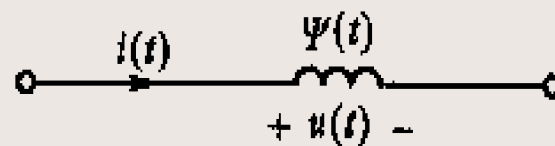
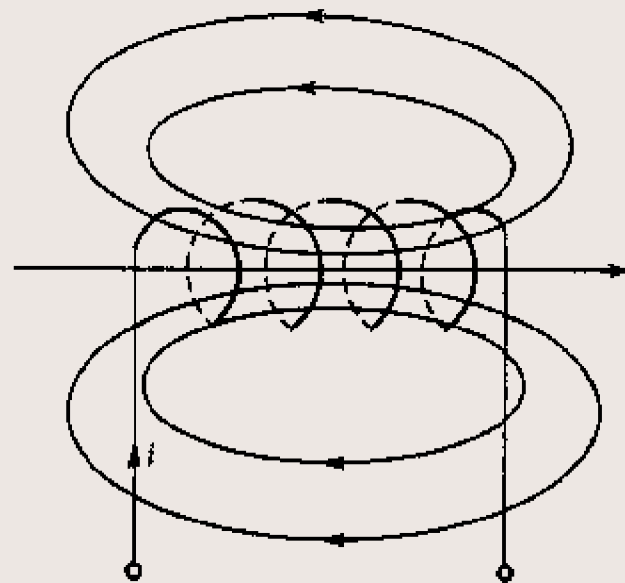
电容 C 在某一时刻 t 的储能只与该时刻 t 的电压有关，即

$$w_C = \frac{1}{2} C u^2(t)$$

§ 5-5 电感元件

- ❖ 电感元件的定义：一个二端元件，在任一时刻 t ，它的电流 $i(t)$ 同它的磁链 $\psi(t)$ 之间的关系可以用 i - $\psi(t)$ 平面上的一条曲线来确定，则此二端元件称为**电感元件**。
- ❖ 电感元件的电流瞬时值与磁链瞬时值之间存在一种代数关系。

$$\psi(t) = Li(t)$$



§ 5-6 电感的VCR

- ❖ 根据电磁感应定律、感应电压等于磁链的变化率。当电压的参考方向与磁链的参考方向符合右手螺旋法则时，可得

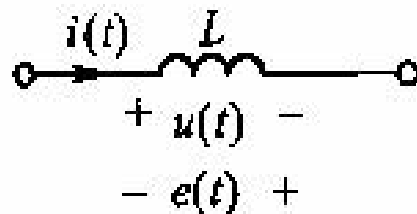
$$\begin{aligned} u &= \frac{d\psi}{dt} \\ &= \frac{dLi}{dt} \\ &= L \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\xi) d\xi = \frac{\psi(t)}{L} \\ &= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u(\xi) d\xi + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{L} \left[\psi(t_0) + \int_{t_0}^t u(\xi) d\xi \right] \\ &= i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\xi) d\xi \quad t \geq t_0 \end{aligned}$$

注意

- ❖ 在电磁学中，感应电动势与磁链的关系表为：

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$



因此， u 和感应电动势 e 差一个负号。

- ❖ 电磁学中， e 参考方向的规定与 u 相反，那就是 e 与 i 的参考方向应一致，不这样规定，便不能反映楞次定律。由于 e 是指电压升，它的参考方向是指由“-”到“+”的方向，故 e 与 i 参考方向一致时，其参考极性如右上图所示。

§ 5-7 电感电流的连续性和记忆性质

- ❖ 电感电流的连续性质可陈述如下：
- ❖ 若电感电压 $u(t)$ 在闭区间 $[t_a, t_b]$ 内为有界的，则电感电流 $i_L(t)$ 在区间 (t_a, t_b) 内为连续的。特别是，对任何时间 t ，且 $t_a < t < t_b$

$$i_L(t_-) = i_L(t_+)$$

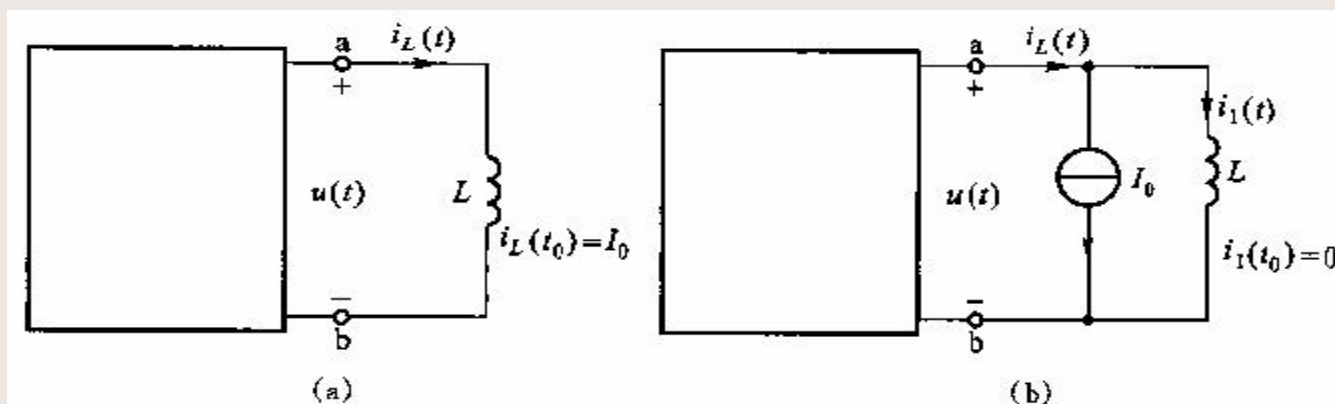
- ❖ 即：电感电流不能跃变，在动态电路的分析问题时常常用到这个结论。

等效电路

❖ 设电感的初始电流为 $i(t_0)=I_0$ ，则

$$\begin{aligned} i_L(t) &= i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi \\ &= I_0 + i_1(t) \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

❖ 在 $t > t_0$ 时可等效为一个初始电流为零的电感与电流源的并联电路，电流源的电流值即为 t_0 时电感的电流 I_0 。



§ 5-8 电感的能贮

❖ 电感的功率为： $p(t) = u(t) \times i(t)$

❖ 在 t_1 到 t_2 期间所供给的能量可表为

$$\begin{aligned} w_L(t_1, t_2) &= \int_{t_1}^{t_2} u(\xi) \times i(\xi) d\xi \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \left[L \frac{di(\xi)}{d\xi} \right] i(\xi) d\xi = \frac{1}{2} L [i^2(t_2) - i^2(t_1)] \end{aligned}$$

此即为在 t_1 至 t_2 期间电感贮能的改变量。由此可知，电感的贮能公式应为

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

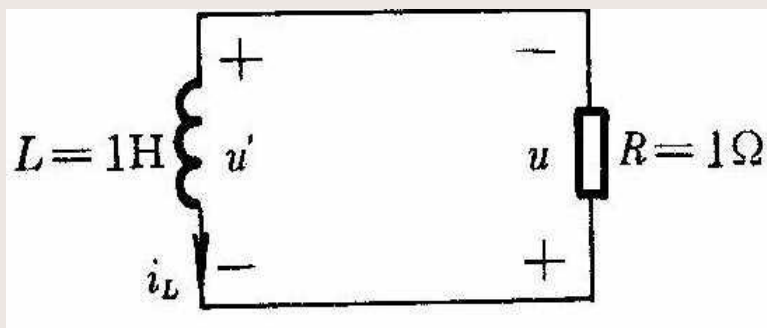
状态变量

- ❖ 在动态电路的各个电压、电流变量中，电容电压 $u_C(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$ 占有特殊重要的地位，它们称为电路的状态变量。
- ❖ 在电路及系统理论中，状态变量是指一组最少的变量，若已知它们在 t_0 时的数值，则连同所有在 $t \geq t_0$ 时的输入就能确定在 $t \geq t_0$ 时电路中的任何电路变量。
- ❖ $u_C(t_0)$ 和 $i_L(t_0)$ 称为电容电压和电感电流的初始状态。

例 5-5

已知 $t \geq 0$ 时电感电压 u 为 $e^{-t}V$ ，且知在某一时刻 t_1 ，电压 u 为 $0.4V$ 。试问在这一时刻：

- (1) 电流 i_L 的变化率是多少？
- (2) 电感的磁链是多少？
- (3) 电感的贮能是多少？
- (4) 从电感的磁场放出能量的速率是多少？
- (5) 在电阻中消耗能量的速率是多少？



解答

本题电感电压与电感电流的参考方向不一致，为方便，
令 $u' = -u$ ， $u' = -e^{-t}V$ 。

$$i_L(0) = i_R(0) = \frac{-u'(0)}{R} = \frac{e^{-t} \Big|_0}{R} = 1A$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u' d\xi \\ &= 1 - \int_0^t e^{-\xi} d\xi = 1 + e^{-\xi} \Big|_0^t \\ &= 1 + (e^{-t} - 1) = e^{-t} \end{aligned}$$

$i_L(0) \neq 0$ ，表示处始时刻电感有贮能，这一贮能使电路在没有电源的情况下仍有电流、电压。

解答

(1) 电流变化率：

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{de^{-t}}{dt} = -e^{-t}$$

在 $t=t_1$ 时 $u' = -0.4V$ ，即 $e^{-t_1} = 0.4$ ，故得此时电流变化率为

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_1} = -0.4 A/s$$

(2) 磁链：

$$\Psi(t) = Li_L(t) = Le^{-t} = e^{-t} = 0.4 Wb$$

解答

(3) 贮能：

$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2(t) = \frac{1}{2} L (e^{-t})^2 = \frac{1}{2} (0.4)^2 = 0.08 J$$

(4) 磁场能量的变化率，即功率为

$$\begin{aligned} \frac{dw_L}{dt} &= \frac{d\left[\frac{1}{2} L i_L^2(t)\right]}{dt} = \frac{1}{2} \times L \times 2 i_L(t) \frac{di_L(t)}{dt} = e^{-t} \frac{de^{-t}}{dt} = -e^{-2t} \\ \frac{dw_L}{dt} \Big|_{t_1} &= -(e^{-t_1})^2 = -(0.4)^2 = -0.16 W \end{aligned}$$

此时功率为负值，说明电感放出能量、这个能量为电阻所消耗。

解答

(5)电阻消耗能量的速率，即电阻消耗的功率为

$$p_R = i_L^2(t) \times R = (e^{-t})^2 \Big|_{t_1} = (0.4)^2 = 0.16W$$

§ 5-9 电容与电感的对偶性

- ❖ 如果将电容与电感的VCR加以比较，就会发现，把电容VCR中的 i 换 u ， u 换以 i ， C 换以 L 就可得到电感的VCR；反之，通过类似的变换，也可由后者得到前者。
- ❖ 因此，电容与电感是一对对偶量。

§ 5-10 非线性电容

- ❖ 非线性电容不能用单一的电容值来表征，而应该用 u - q 平面上的
一条曲线来表征

$$q = f(u)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{df}{du} \frac{du}{dt} = C(u) \frac{du}{dt}$$

$$C(u) = \frac{df}{du}$$

称为该电容元件的增量电容。

例 5-6

若非线性电容的 u - q 关系为 $q = \left(u + \frac{1}{3} u^3 \right) \times 10^{-6}$

施于电容两端的电压为 $u = \sin t$

求流过电容的电流，设 u 、 i 参考方向一致。

解 由于 $q = f(u) = \left(u + \frac{1}{3} u^3 \right) \times 10^{-6}$

$$C(u) = \frac{df(u)}{du} = (1 + u^2) \times 10^{-6}$$

$$\begin{aligned} i(t) &= C(u) \frac{du}{dt} = (1 + u^2) \times 10^{-6} \cos t \\ &= (1 + \sin^2 t) \cos t \times 10^{-6} \text{ A} \end{aligned}$$

§ 5-11 非线性电感

- ❖ 非线性电感不能用单一的电感值来表征，而应该用*i-ψ*平面上的
一条曲线来表征。

$$\psi = f(i)$$
$$u = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{di} \frac{di}{dt} = L(i) \frac{di}{dt}$$
$$L(i) = \frac{d\psi}{di} = \frac{df}{di}$$

称为该电感元件的增量电感。

例 5-8

非线性电感*i*- ψ 关系为
若流过电感的电流为
求电感电压。

$$\psi = i + \sin i$$

$$i(t) = \sin t$$

解

$$\psi = f(i) = i + \sin i$$

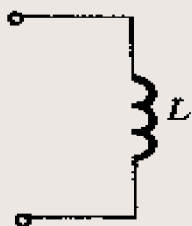
$$\begin{aligned} L(i) &= \frac{d\psi}{di} = 1 + \cos i \\ &= 1 + \cos(\sin t) \end{aligned}$$

电感电压为

$$u = L(i) \frac{di}{dt} = [1 + \cos(\sin t)] \cos t$$

电感器的模型

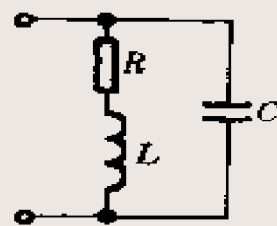
- ❖ 把一个电感线圈看成是一个电感元件，用(a)所示的模型来表示，一般来说，准确性是比较差的。
- ❖ 电感线圈不仅存贮能量也消耗能量。消耗的能量是由绕制线圈所用导线的电阻引起的。常用一个与电感 L 串联的电阻 R 来表示，如图(b)所示。
- ❖ 线圈的匝与匝之间还有电容存在，当施加于线圈的电压变化率很高时，电容的作用就不能忽略。在模型中用一个跨接于线圈两端的电容来近似地表明这个情况，如图(c)所示。



(a)



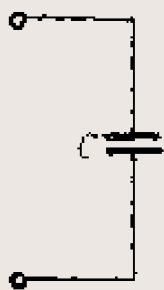
(b)



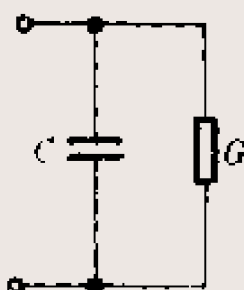
(c)

电容器的模型

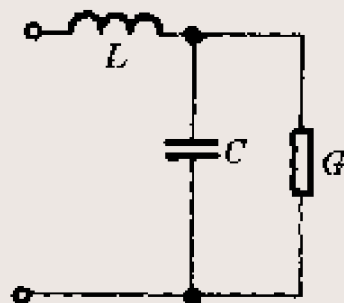
- ❖ 电容器可以用电容元件作为模型，图(a)是电容器模型。
- ❖ 电容器消耗的能量不容忽略，这些能量损失并不全是因漏电流造成的，还包括介质处于反复极化时所消耗的能量。在模型中增添一个并联电导 G 来计及这部分能量损失，如图(b)。
- ❖ 当电容器两端电压的变化率很高时，电流产生的磁场不容忽视，在模型中增添电感元件 L ，如图(c)。



(a)



(b)



(c)

电容串联

❖ 设 n 个电容元件串联，如图(a)，各电容的初始电压为 $u_1(0)$ 、 $u_2(0)$ 、...、 $u_n(0)$ ，设流过各电容的电流为 i ，各电容电压为 u_1 、 u_2 、...、 u_n 与电流为关联参考方向，两端电压为 u ，则

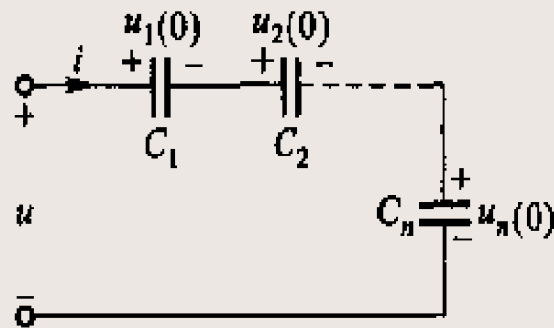
$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$u_1 = u_1(0) + \frac{1}{C_1} \int_0^t i d\xi$$

$$u_2 = u_2(0) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i d\xi$$

.....

$$u_n = u_n(0) + \frac{1}{C_n} \int_0^t i d\xi$$

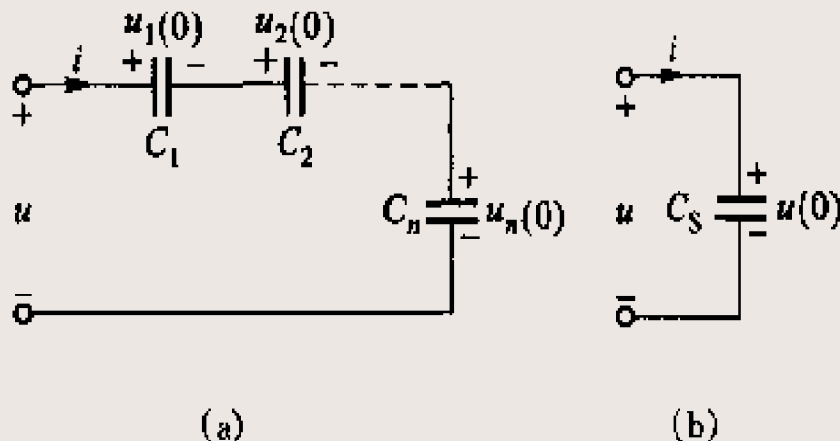


(a)

$$u = u_1(0) + u_2(0) + \dots + u_n(0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \int_0^t i d\xi$$

电容串联等效电路

- ❖ 等效电路电容 C_s 的倒数为各串联电容倒数的总和。
- ❖ 等效电路电容的初始电压 $u(0)$ 为各串联电容初始值的代数和。



$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$
$$u(0) = u_1(0) + u_2(0) + \dots + u_n(0)$$

电容并联

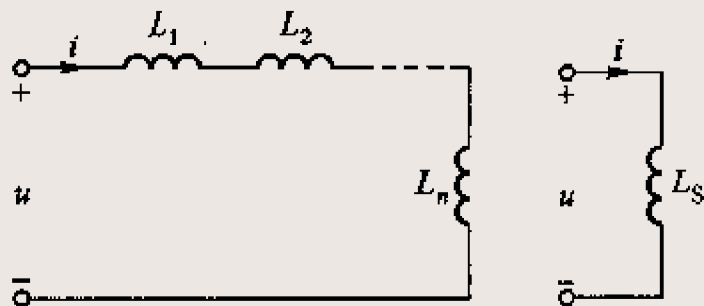
❖ 根据KCL和电容的VCR式 $i = C \frac{du}{dt}$ 不难得出 n 个电容并联的等效电容为

$$\begin{aligned} i_s &= i_1 + i_2 + \dots + i_n \\ &= C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} + \dots + C_n \frac{du}{dt} \\ &= (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \frac{du}{dt} \\ C_p &= (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \end{aligned}$$

串联电感

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 + \dots + u_n \\ &= L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_n \frac{di}{dt} \\ &= (L_1 + L_2 + \dots + L_n) \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

$$L_S = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$



电感并联

❖ 对并联电感电路，若并联电感为 L_1 、 L_2 、...、 L_n ，电流分别为 i_1 、 i_2 、...、 i_n ，总电流为 i ，则由KCL得

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$= i_1(0) + \frac{1}{L_1} \int_0^t u d\xi + i_2(0) + \frac{1}{L_2} \int_0^t u d\xi + \dots + i_n(0) + \frac{1}{L_n} \int_0^t u d\xi$$

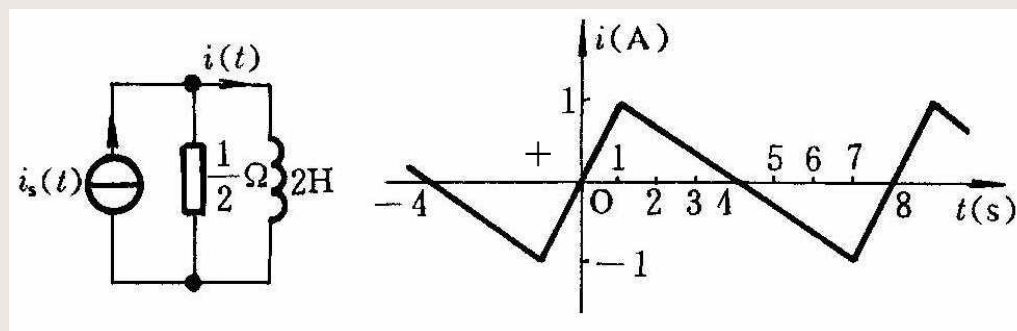
$$= i(0) + \frac{1}{L_p} \int_0^t u d\xi$$

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

$$i(0) = i_1(0) + i_2(0) + \dots + i_n(0)$$

习题5-14

若 $i(t)$ 波形如图中所示，求所需要电源的电流波形。



解 设电压、电流参考方向如图。电源的电流等于电感电流与电阻电流之和。先求出电阻电流波形，再与电感电流波形叠加，即可得电源的电流波形。

电阻的电流 i_R 与电阻两端的电压成正比，电阻和电感是同一个电压 u ，电感电压与电感电流的斜率成正比，因此，由电感电流 $i(t)$ 的波形即可求出电阻电流的波形。

解答

❖ 按时间分段求 u 。

在 $-4 \leq t \leq -1\text{s}$ 期间，电流斜率为 $-1/3$

$$u = L \frac{di}{dt} = 2 \times \left(-\frac{1}{3} \right) = -\frac{2}{3} V$$

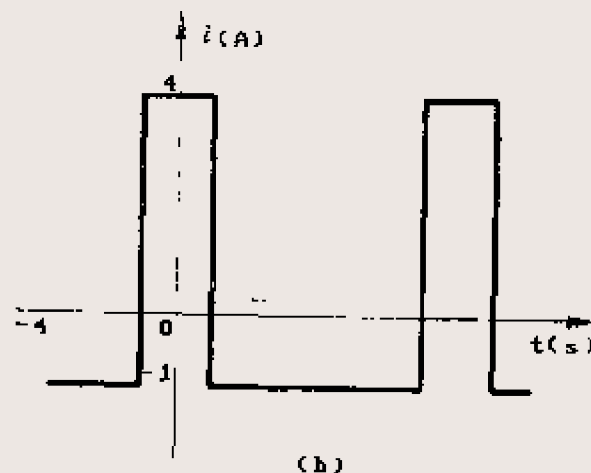
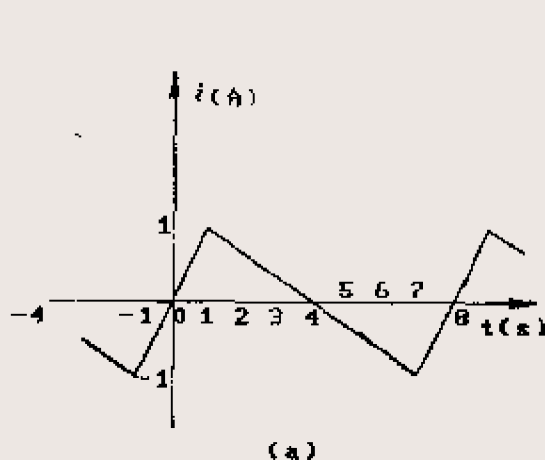
$$i_R = \frac{u}{R} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = -\frac{4}{3} A$$

在 $-1 \leq t \leq 1\text{s}$ 期间，电流斜率为 1 ， $u=2V$ ， $i_R=4A$

在 $1 \leq t \leq 7\text{s}$ 期间，电流斜率为 $-1/3$ ， $u=-2/3V$ ， $i_R=-4/3A$

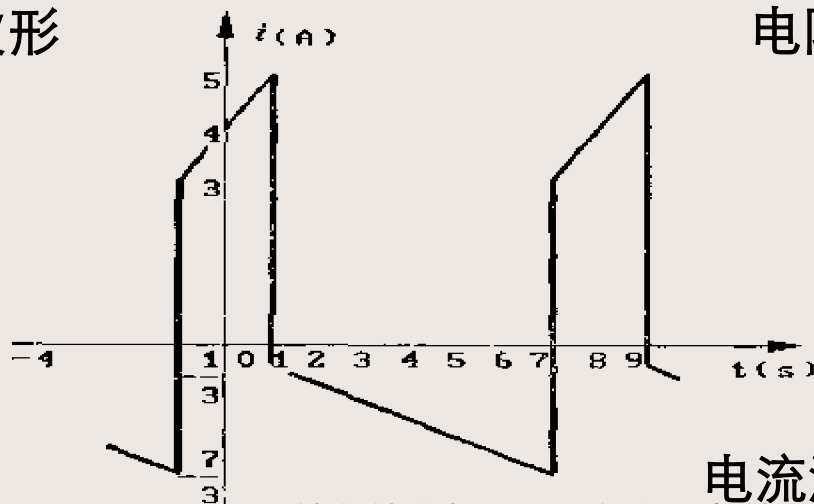
在 $7 \leq t \leq 9\text{s}$ 期间，电流斜率为 1 ， $u=2V$ ， $i_R=4A$

解答（电流波形）



电感电流波形

电阻电流波形



电流源电流波形

作业

习题

1, 3, 6, 8, 10

预习第六章