第二章

1、H 和 O 在 1000eV 到 1eV 能量范围内的散射截面似为常数，分别为 20b 和 38b.计算 H_2O 的 ξ 以及在 H_2O 和中子从 1000eV 慢化到 1eV 所需要的碰撞次数。

解：不难得出，H_2O 的散射截面与平均对数能降应有下列关系：

$$\sigma_{H_2O} \cdot \xi_{H_2O} = 2\sigma_H \cdot \xi_H + \sigma_O \cdot \xi_O$$

即

$$(2\sigma_H + \sigma_O) \cdot \xi_{H_2O} = 2\sigma_H \cdot \xi_H + \sigma_O \cdot \xi_O$$

$$\xi_{H_2O} = (2\sigma_H \cdot \xi_H + \sigma_O \cdot \xi_O) / (2\sigma_H + \sigma_O)$$

查附录 3，可知平均对数能降：$\xi_H = 1.000$，$\xi_O = 0.120$，代入计算得：

$$\xi_{H_2O} = (2\times 20\times 1.000 + 38\times 0.120)/(2\times 20 + 38) = 0.571$$

可得平均碰撞次数：

$$N_C = \ln(E_2/E_1)/\xi_{\ H_2O} = \ln(1.000/1)/0.571 = 12.09 \approx 12.1$$

2．设 $f(\upsilon \to \upsilon')d\upsilon'$ 表示 L 系中速度速度 υ 的中子弹性散射后速度在 υ' 附近 $d\upsilon'$ 内的概率。假定在 C 系中散射是各向同性的，求 $f(\upsilon \to \upsilon')d\upsilon'$ 的表达式，并求一次碰撞后的平均速度。

解：　　由：　$E' = \frac{1}{2} m\upsilon'^2$

得：　$dE' = m\upsilon' d\upsilon'^2$

$$f(E \to E')dE' = -\frac{dE'}{(1-\alpha)E} \qquad \alpha E \le E' \le E$$

$$f(\upsilon \to \upsilon')d\upsilon' = -\frac{2\upsilon' d\upsilon'}{(1-\alpha)\upsilon^2}, \qquad \sqrt{\alpha\upsilon} \le \upsilon' \le \upsilon$$

$$\bar{\upsilon} = \int_{\upsilon}^{\sqrt{\alpha\upsilon}} \upsilon' f(\upsilon \to \upsilon') d\upsilon'$$

$$= \frac{2\upsilon}{3(1-\alpha)}(1-\alpha^{\frac{3}{2}})$$

6.在讨论中子热化时，认为热中子源项 $Q(E)$ 是从某给定分解能 E_c 以上能区的中子，经过弹性散射慢化二来的。设慢化能谱服从 $\phi(E) = \phi / E$ 分布，试求在氢介质内每秒每单位体积内由 E_c 以上能区，（1）散射到能量为 $E(E<E_c)$ 的单位能量间隔内之中子数 $Q(E)$；（2）散射到能量区间 $\Delta E_g = E_{g-1} - E_g$ 的中子数 Q_g。

解：（1）由题意可知：

$$Q(E) = \int_{\infty}^{E_c} \Sigma_s(E')\phi(E')f(E' \to E)dE'$$

对于氢介质而言，一次碰撞就足以使中子越过中能区，可以认为宏观截面为常数：

$$Q(E) = \int_{E/\alpha}^{E_c} \Sigma_S \phi(E')f(E' \to E)dE'$$

第二章

在质心系下，利用各向同性散射函数：$f(E'\to E)dE'=\dfrac{-dE'}{(1-\alpha)E'}$。已知 $\phi(E')=\dfrac{\phi}{E'}$，有：

$$Q(E)=\int_{E/\alpha}^{E_c}\Sigma_s\frac{\phi}{E'}\frac{-dE'}{(1-\alpha)E'}=\Sigma_s\phi\int_{E/\alpha}^{E_c}\frac{-dE'}{(1-\alpha)E'}=\frac{\Sigma_s\phi}{(1-\alpha)}(\frac{1}{E_c}-\frac{1}{E/\alpha})=\frac{(E-\alpha E_c)\Sigma_s\phi}{(1-\alpha)EE_c}$$

（这里有一个前提：$E/\alpha>E'$）

（2）利用上一问的结论：

$$Q_g=\int_{E_g}^{E_{g-1}}Q(E)dE=\frac{\Sigma_s\phi}{(1-\alpha)}\frac{E}{E_c}\Big|_{E_g}^{E_{g-1}}-\frac{\Sigma_s\phi}{(1-\alpha)}\alpha\int_{E_g}^{E_{g-1}}\frac{1}{E}dE=\frac{\Sigma_s\phi}{(1-\alpha)}(\frac{E_{g-1}-E_g}{E_c}-\alpha\ln\frac{E_{g-1}}{E_g})$$

7.某反应堆的堆芯由 ^{235}U，H_2O 和 Al 组成，各成分所占的体积比分别为：0.002,0.60 和 0.398，试计算堆芯的中子温度、热中子平均宏观吸收截面和热中子利用系数。设堆芯是均匀的，介质温度为 570K，$(\xi\sigma_s)_{H_2O}=0.4567b,(\xi\sigma_s)_{Al}=0.1012b,(\xi\sigma_s)_U=0.126b$，堆芯的热中子能谱为麦克斯韦谱。

解：已经 $^{235}U,H_2O,Al$ 的相关参数，

$$\rho(^{235}U)=19.05g/cm^{-3},\rho(H_2O)=0.802g/cm^{-3},\rho(Al)=2.699g/cm^{-3}$$
$$M(^{235}U)=238.03g/mol,M(H_2O)=18.015g/mol,M(Al)=26.982g/mol$$

可得：
$$N_{^{235}U}=\frac{10^3\rho_{^{235}U}N_A}{M_{^{235}U}}=\frac{10^3\times19.05\times10^3\times6.023\times10^{23}}{238.03}=4.820\times10^{28}$$
$$N_{H_2O}=2.681\times10^{28}$$
$$N_{Al}=6.025\times10^{28}$$

已知波尔兹曼常数 $k=1.38\times10^{-23}J\bullet K^{-1}$，则：
$$kT_M=1.38\times10^{-23}\times570=7.866\times10^{-21}J=0.0492eV$$

查附录 3，得热中子对应 0.0253 eV 下，
$$\sigma_a(^{235}U)=7.53b,\sigma_a(H_2O)=0.664b,\sigma_a(Al)=0.230b$$
$$\sigma_s(^{235}U)=8.9b,\sigma_s(H_2O)=103b,\sigma_s(Al)=1.49b$$
$$\xi(^{235}U)=0.0084,\xi(H_2O)=0.948,\xi(Al)=0.0723$$

对于吸收截面，由“$1/\upsilon$”律：
$$\sigma_{a,^{235}U}(kT_M)=\sigma_{a,^{235}U}(0.0253)\sqrt{0.0253/kT_M}=5.40b$$
$$\sigma_{a,H_2O}(kT_M)=\sigma_{a,H_2O}(0.0253)\sqrt{0.0253/kT_M}=0.476b$$
$$\sigma_{a,Al}(kT_M)=\sigma_{a,Al}(0.0253)\sqrt{0.0253/kT_M}=0.165b$$

由于散射截面基本不随温度发生变化，

$$\Sigma_a(kT_M)=4.820\times10^{28}\times5.40\times10^{-28}+2.681\times10^{28}\times0.476\times10^{-28}+6.025\times10^{28}\times0.165\times10^{-28}=28.30$$

第二章

$\xi(^{235}U)\cdot\sum_s(^{235}U)=0.0084\times4.820\times10^{28}\times8.9\times10^{-28}=0.360$

$\xi(H_2O)\cdot\sum_s(H_2O)=261.784$

$\xi(Al)\cdot\sum_s(Al)=0.649$

$\xi_t\cdot\sum_{s,t}=262.793$

则中子温度为： $$T_n=T_M\left[1+1.4\frac{\sum_a(kT_M)}{\xi_t\cdot\sum_{s,t}}\right]=655.94K$$

热中子的平均吸收截面： $$\overline{\sigma_a}=\frac{\sigma_a(0.0253)}{1.128}\sqrt{\frac{293}{T_n}}$$

代入数据， 知：

$$\overline{\sigma_a(^{235}U)}=4.462b$$

$$\overline{\sigma_a(H_2O)}=0.393b$$

$$\overline{\sigma_a(Al)}=0.1363b$$

则平均宏观吸收截面为：

$$\overline{\sum_a}=N_{^{235}U}\cdot\overline{\sigma_a(^{235}U)}+N_{H_2O}\cdot\overline{\sigma_a(H_2O)}+N_{Al}\cdot\overline{\sigma_a(Al)}=23.382m^{-1}$$

则热中子利用系数：

$$f=\frac{N_{^{235}U}\cdot\overline{\sigma_a(^{235}U)}}{\overline{\sum_a}}=91.98\%$$

8.计算温度为 535.5K，密度为$0.802\times10^3kg/m^{-3}$的H_2O的热中子平均宏观吸收截面。

解：已经H_2O的相关参数，$M=18.015g/mol,\rho=0.802\times10^3kg/m^{-3}$，可得：

$$N=\frac{10^3\rho N_A}{M}=\frac{0.802\times10^6\times6.02\times10^{23}}{18.015}=2.68\times10^{28}$$

已知波尔兹曼常数$k=1.38\times10^{-23}J\cdot K^{-1}$，则：

$kT_M=1.38\times10^{-23}\times535.5=739.0J=0.4619eV$

查附录 3，得热中子对应能量下，$\sigma_a=0.664b,\xi=0.948,\sigma_s=103b,$由“$1/\upsilon$ ”：

律：$\sigma_a(kT_M)=\sigma_a(0.0253)\sqrt{0.0253/kT_M}=0.4914b$

中子温度：

$$T_n=T_M\left[1+0.46\frac{2A\sum_a(kT_M)}{\sum_s}\right]=535.5\left[1+0.46\frac{2\times18\times N\times0.4914}{N\times103}\right]=577.8K$$

对于这种“$1/\upsilon$ ”介质，有：

$$\overline{\sigma_a}=\frac{\sigma_a(0.0253)}{1.128}\sqrt{\frac{293}{T_n}}=\frac{0.664}{1.128}\sqrt{\frac{293}{577.8}}=0.4192b$$

所以：

$$\overline{\sum_a}=N\overline{\sigma_a}=2.68\times0.4108=1.123m^{-1}$$