3 快速傅立叶变换（FFT）

3.1 问题的提出

已知 N点有限长序列 $x(n)$ 的DFT为

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk} \qquad k=0,1,\ldots N\text{-}1$$

直接计算N点谱线，

$$\begin{bmatrix}X(0)\\X(1)\\\vdots\\X(N-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W_N^0 & W_N^0 & \cdots & W_N^0\\W_N^0 & W_N^1 & \cdots & W_N^{(N-1)}\\\vdots & \vdots & & \vdots\\W_N^0 & W_N^{(N-1)} & \cdots & W_N^{(N-1)(N-1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(0)\\x(1)\\\vdots\\x(N-1)\end{bmatrix}$$

若不计加法，需要 N^2 次复数乘法。

复数乘法：

$$(a_1+jb_1)(a_2+jb_2)=a_1a_2-b_1b_2+j(a_1b_2+a_2b_1)$$

N点DFT：4 N^2 次实数乘法。

●减少运算量的两个途径

1)利用指数因子的特性（周期性，对称性）

$$\begin{bmatrix}X(0)\\X(1)\\X(2)\\X(3)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W_4^0 & W_4^0 & W_4^0 & W_4^0\\W_4^0 & W_4^1 & W_4^2 & W_4^3\\W_4^0 & W_4^2 & W_4^4 & W_4^6\\W_4^0 & W_4^3 & W_4^6 & W_4^9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(0)\\x(1)\\x(2)\\x(3)\end{bmatrix}$$

$$W_4^0=1 \quad W_4^1=-j \quad W_4^2=-1 \quad W_4^4=1$$

$$W_4^3=W_4^2\cdot W_4^1=j \qquad W_4^6=W_4^2\cdot W_4^4=-1$$

$$W_4^9=W_4^8\cdot W_4^1=-j$$

$$\begin{bmatrix}X(0)\\X(1)\\X(2)\\X(3)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\1 & -j & -1 & j\\1 & -1 & 1 & -1\\1 & j & -1 & -j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(0)\\x(1)\\x(2)\\x(3)\end{bmatrix}$$

2）将大的N分解为若干短序列的DFT：
乘法运算量与序列长度的平方成正比

3.2 基2的DIT-FFT(按时间抽取的FFT)

Decimation In Time

(1) N为偶数

将 $x(n)$ 分为奇偶两组，

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$$

$$=\sum_{r=0}^{N/2-1}x(2r)W_N^{2rk}+\sum_{r=0}^{N/2-1}x(2r+1)W_N^{(2r+1)k}$$

$$\because W_N^2=e^{-j\frac{2\pi}{N}\cdot 2}=e^{-j\frac{2\pi}{N/2}}=W_{N/2}$$

$$\therefore X(k)=\sum_{r=0}^{N/2-1}x(2r)W_{N/2}^{rk}+W_N^k\sum_{r=0}^{N/2-1}x(2r+1)W_{N/2}^{rk}$$

$$=G(k)+W_N^kH(k)\qquad k=0,1,2,\ldots,N-1$$

这里，

$$G(k)=\sum_{r=0}^{N/2-1}x(2r)W_{N/2}^{rk}$$

$$H(k)=\sum_{r=0}^{N/2-1}x(2r+1)W_{N/2}^{rk}$$

$G(k)$ 与 $H(k)$ 均为 $N/2$ 点 DFT， 以$N/2$为周期

$$G(k+\frac{N}{2})=G(k)$$

$$H(k+\frac{N}{2})=H(k)\qquad k=0,1,\ldots\frac{N}{2}-1$$

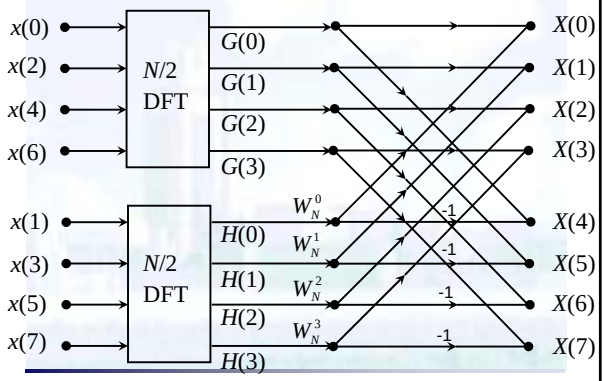
另外， $W_N^{k+N/2}=-W_N^k$

$$\therefore \begin{cases} X(k) = G(k) + W_N^k H(k) \\ X(k+\frac{N}{2}) = G(k) - W_N^k H(k) \end{cases} \quad k = 0,1,2,\ldots \frac{N}{2} - 1$$

运算量估计：

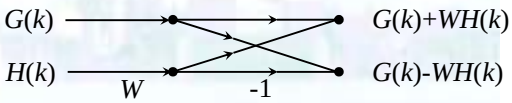
2个的 $N/2$ 长DFT，系数乘法次数 $N/2$，

总的乘法运算量： $\frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{2}N$



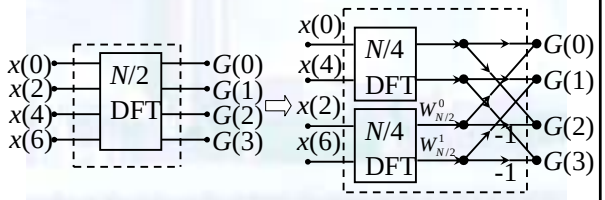
蝶形运算的定义

$$\begin{cases} X(k) = G(k) + W_N^k H(k) \\ X(k+\frac{N}{2}) = G(k) - W_N^k H(k) \end{cases} \quad k = 0,1,2,\ldots \frac{N}{2} - 1$$

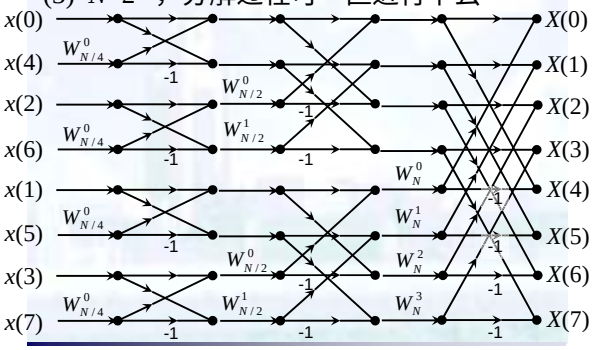


(2) $N/2$为偶数

$G(k)$和$H(k)$ 的$N/2$点DFT计算可分别继续分解为2个$N/4$点DFT和蝶形运算。



(3) $N=2^M$，分解过程可一直进行下去



算法要点——乘法运算量

对$N=2^M$，有M次递推，每次有$N/2$个蝶形运算，

总共有 $\frac{1}{2}NM = \frac{1}{2}N\log_2 N$ 个蝶形运算。

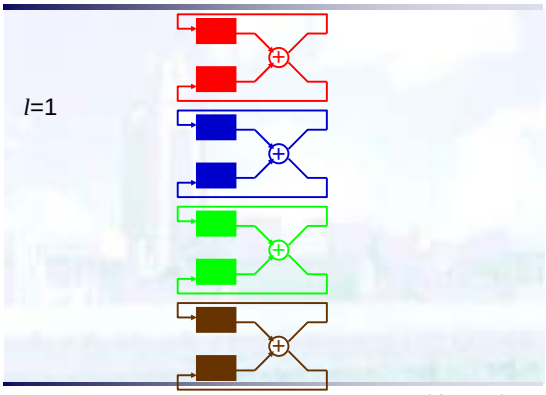
1个蝶形包含1个乘法运算，总运算量为

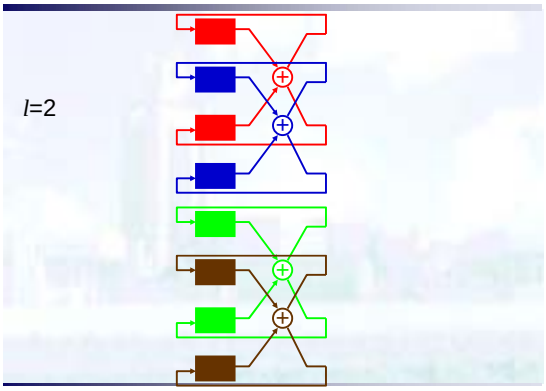
$$\frac{1}{2}NM = \frac{1}{2}N\log_2 N \quad \text{次乘法。}$$

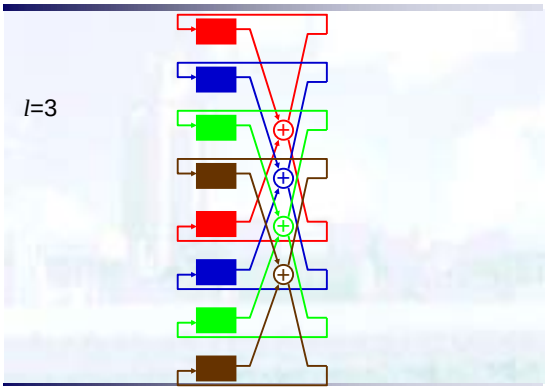
算法要点——原位（同址）运算

$$x_l(m) = x_{l-1}(m) + W_N^P x_{l-1}(n)$$
$$x_l(n) = x_{l-1}(m) - W_N^P x_{l-1}(n)$$
$$l = 1, \ldots M$$

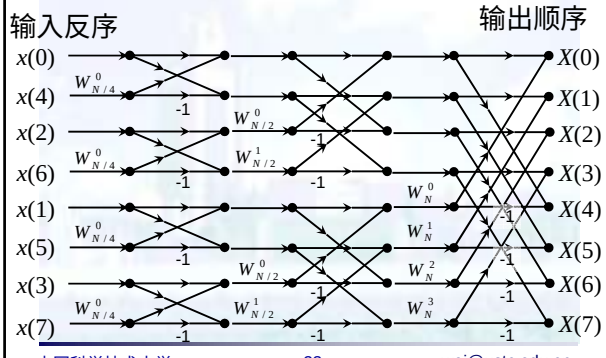
输出数据存放在原来的输入数据存储单元，成为下一轮的输入数据，直至成为最后的计算结果。



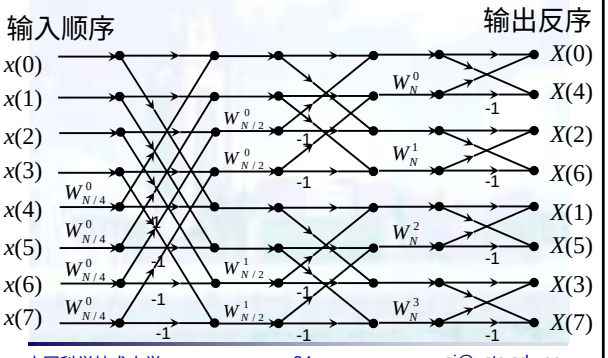




算法要点——序数重排



算法要点——序数重排



反序规则

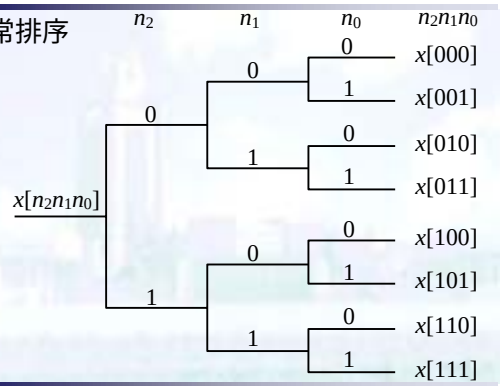
原序数 n ⇨ 二进制 $n_2n_1n_0$

⇨反序二进制 $n_0n_1n_2$ ⇨ 反序数m

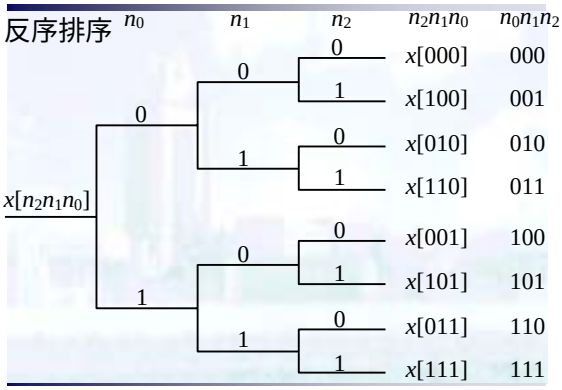
原序数为n的序列值放入第m个存储单元；
原序数为m的序列值放入第n个存储单元。

$$\begin{pmatrix} n(n_2\ \ n_1\ \ n_0) \\ m(n_0\ \ n_1\ \ n_2) \end{pmatrix}$$

正常排序

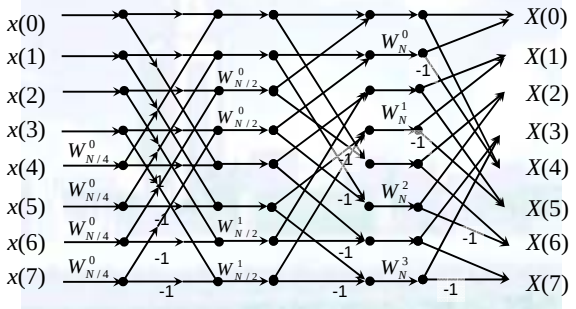


反序排序



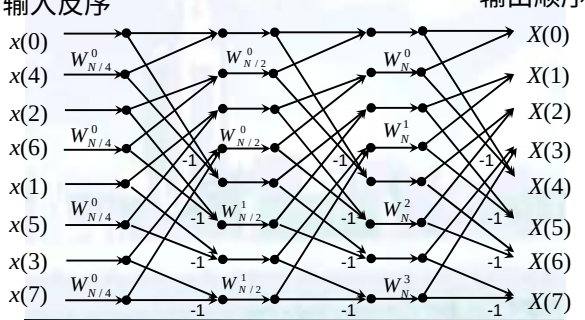
另一种变体是顺序输入、顺序输出，但无法实现原位运算，需要增加存储器开销。

输入顺序　　输出顺序



其他形式：具有相同的运算结构，非原位运算

输入反序　　输出顺序



3.3 基2的DIF-FFT(按频率抽取的FFT)

Decimation In Frequency

N为偶数时，$x(n)$按照前后顺序分为两部分

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$$

$$=\sum_{n=0}^{N/2-1}x(n)W_N^{nk}+\sum_{n=N/2}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$$

$$=\sum_{n=0}^{N/2-1}x(n)W_N^{nk}+\sum_{n=0}^{N/2-1}x(n+\frac{N}{2})W_N^{(n+N/2)k}$$

注意到 $W_N^{Nk/2}=(-1)^k$

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N/2-1}[x(n)+(-1)^k x(n+\frac{N}{2})]W_N^{nk}$$

k=0,1,2,…,N-1.

将$X(k)$按奇偶分为两部分，

$$X(2l)=\sum_{n=0}^{N/2-1}[x(n)+x(n+\frac{N}{2})]W_N^{n\cdot 2l}$$

$$=\sum_{n=0}^{N/2-1}[x(n)+x(n+\frac{N}{2})]W_{N/2}^{nl}$$

$$X(2l+1)=\sum_{n=0}^{N/2-1}[x(n)-x(n+\frac{N}{2})]W_N^{n\cdot(2l+1)}$$

$$=\sum_{n=0}^{N/2-1}W_N^n[x(n)-x(n+\frac{N}{2})]W_{N/2}^{nl}$$

l=0,1,…$N/2$–1

偶数部分

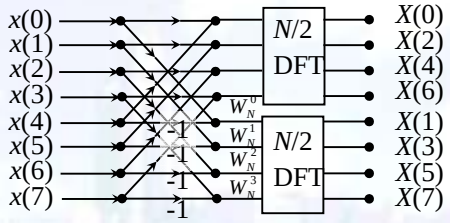
$$X(2l)=\sum_{n=0}^{N/2-1}a_n W_{N/2}^{nl}\qquad l=0,1,...,N/2-1$$

对序列 $a_n=x(n)+x(n+N/2)$ 的$N/2$点DFT

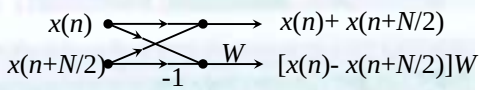
奇数部分

$$X(2l+1)=\sum_{n=0}^{N/2-1}b_n W_{N/2}^{nl}\qquad l=0,1,...,N/2-1$$

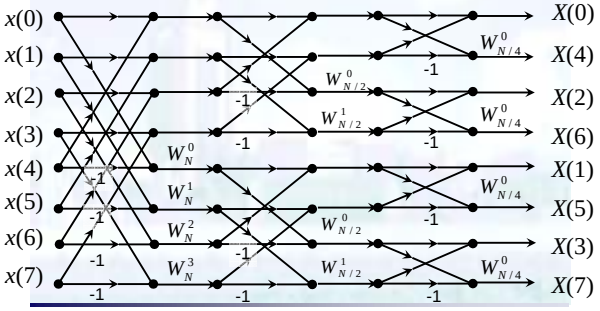
对序列$b_n=[x(n)-x(n+N/2)]W_N^n$ 的$N/2$点DFT



DIF蝶形运算的定义：



对基2情形，$N=2^M$，$N/2$点DFT可按频率抽取原则进一步分解，直至2点DFT



算法要点

1)与DIT算法的特点基本相同，乘法运算量同为$(N\log_2 N)/2$，蝶形运算同为原位运算。

2)DIF-FFT同样可以有变序输入，顺序输出。与DIT的区别不在于输入、输出序列的排序，而在于旋转因子所处的位置。

3)对DIT，将信号流程取反，即得DIF。同样，对DIF，将信号流程取反，即得DIT。

3.4 N为复合数的FFT算法

N 可以表达2个以上的整数相乘

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk} \qquad 0\le k\le N-1$$

设 $N=M\cdot L$

将n表达为 $n=n_1M+n_0$

$$0\le n_1\le L-1,\quad 0\le n_0\le M-1$$

$$X(k)=\sum_{n_0=0}^{M-1}\sum_{n_1=0}^{L-1}x(n_1M+n_0)W_N^{k(n_1M+n_0)}$$

$$=\sum_{n_0=0}^{M-1}W_N^{kn_0}\sum_{n_1=0}^{L-1}x(n_1M+n_0)W_N^{kn_1M}$$

$$=\sum_{n_0=0}^{M-1}W_N^{kn_0}\sum_{n_1=0}^{L-1}x(n_1M+n_0)W_L^{kn_1}$$

将k表达为

$$k=k_1L+k_0,\quad 0\le k_1\le M-1,\quad 0\le k_0\le L-1$$

利用关系 $W_N^{(k_1L+k_0)n_0}=W_M^{k_1n_0}\cdot W_N^{k_0n_0}$

$$W_L^{(k_1L+k_0)n_1}=W_L^{k_0n_1}$$

得 $X(k_1L+k_0)$

$$=\sum_{n_0=0}^{M-1}[W_N^{k_0n_0}\sum_{n_1=0}^{L-1}x(n_1M+n_0)W_L^{k_0n_1}]W_M^{k_1n_0}$$

1)定义

$$x_1(k_0, n_0) = \sum_{n_1=0}^{L-1} x(n_1 M + n_0) W_L^{k_0 n_1}$$

这是关于序列

$$x(n_1 M + n_0), \quad n_1 = 0, \ldots, L-1$$

的一个标准的L点DFT。

n_0有M个不同取值，共有M个L点的DFT。

2)定义 $x_2(k_0, n_0) = x_1(k_0, n_0) W_N^{k_0 n_0}$

则 $X(k_1 L + k_0) = \sum_{n_0=0}^{M-1} x_2(k_0, n_0) W_M^{k_1 n_0}$

这是关于序列

$$x_2(k_0, n_0), \quad n_0 = 0, \ldots, M-1$$

的M点DFT。

不同的k_0，对应着不同的序列。k_0有L个不同取值，共有L个M点DFT。

所以，$X(k)$可分解为：

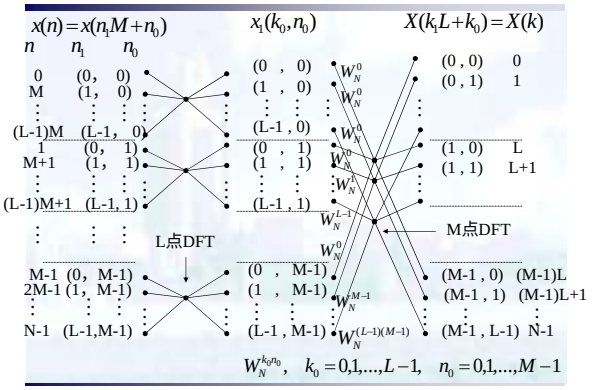
M个L点DFT

L个M点DFT

中间结果的 N 次复数乘法

乘法运算量：

$$M \cdot L^2 + L \cdot M^2 + N = N(L + M + 1)$$



关于求和次序

在 $n = n_1 M + n_0, \quad k = k_1 L + k_0,$

$0 \le n_1, k_0 \le L-1, \quad 0 \le n_0, k_1 \le M-1$

的定义下，表达是唯一的：

$$X(k_1 L + k_0) = \sum_{n_0=0}^{M-1} [W_N^{k_0 n_0} \sum_{n_1=0}^{L-1} x(n_1 M + n_0) W_L^{k_0 n_1}] W_M^{k_1 n_0}$$

关于式(4-38)

$$X(k_1 L + k_0)$$

$$= \sum_{n_1=0}^{L-1} \sum_{n_0=0}^{M-1} x(n_1, n_0) W_N^{(k_1 L + k_0)(n_1 M + n_0)}$$

$$= \sum_{n_1=0}^{L-1} \{ \sum_{n_0=0}^{M-1} [x(n_1, n_0) W_N^{k_0 n_0}] W_M^{k_1 n_0} \} W_L^{k_0 n_1}$$

中间变量

$$x_1(n_1,n_0,k_0)=x(n_1,n_0)W_N^{k_0n_0}$$

则：

$$x_2(n_1,k_0,k_1)=\sum_{n_0=0}^{M-1}x_1(n_1,n_0,k_0)W_M^{k_1n_0}$$

这是一个标准的M点DFT。

但是

$$X(k_0,k_1)=\sum_{n_1=0}^{L-1}x_2(n_1,k_0,k_1)W_L^{k_0n_1}$$

不是一个标准的DFT

序列 $x_2(n_1,k_0,k_1)$ 本身是k_0的函数，随着k_0的变化而变化

即 $X(k)=\sum x(n,k)W_N^{kn}$ 不是DFT。

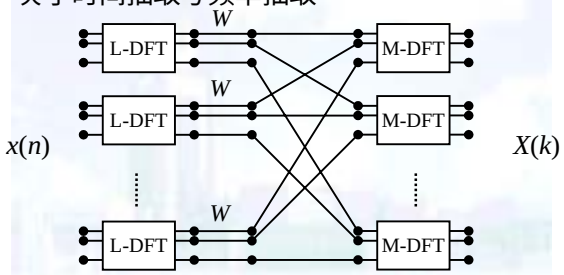
当 $n=n_1M+n_0,\quad k=k_1L+k_0$ 时

求和顺序唯一：

$$X(k_1L+k_0)$$

$$=\sum_{n_0=0}^{M-1}[W_N^{k_0n_0}\sum_{n_1=0}^{L-1}x(n_1M+n_0)W_L^{k_0n_1}]W_M^{k_1n_0}$$

关于时间抽取与频率抽取



N=8：取L=4，M=2，时间抽取

取L=2，M=4，频率抽取

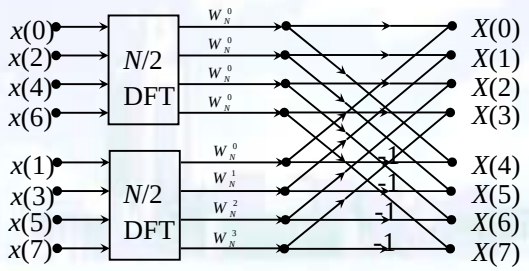
1) L=4，M=2

$$X(4k_1+k_0)$$

$$=\sum_{n_0=0}^{1}[W_8^{k_0n_0}\sum_{n_1=0}^{3}x(2n_1+n_0)W_4^{k_0n_1}]W_2^{k_1n_0}$$

$$W_N^{k_0n_0},\quad k_0=0,1,2,3,\quad n_0=0,1$$

所谓按时间抽取



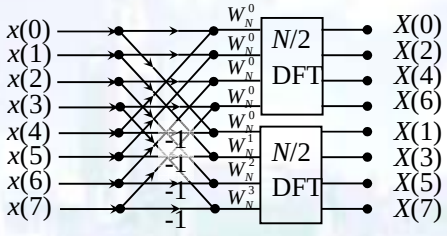
2) L=2，M=4

$$X(2k_1+k_0)$$

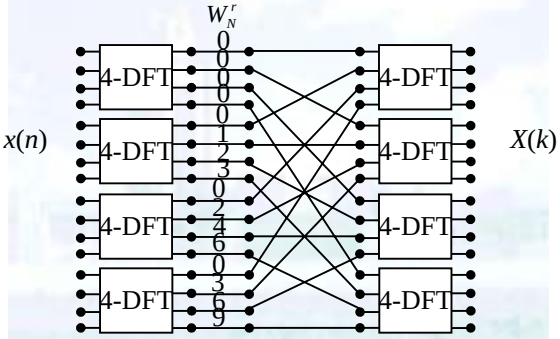
$$=\sum_{n_0=0}^{3}[W_8^{k_0n_0}\sum_{n_1=0}^{1}x(4n_1+n_0)W_2^{k_0n_1}]W_4^{k_1n_0}$$

$$W_N^{k_0n_0},\quad n_0=0,1,2,3,\quad k_0=0,1$$

所谓按频率抽取



关于基4的快速算法$N=4^M$　以N=16为例



对 $N=4^M$

共有M级4点DFT

4点DFT本身没有乘法运算

每级有$N/4$个基4蝶形

每个蝶形的系数乘法为3次

每级$3N/4$次系数乘法

$$\frac{3}{4}NM=\frac{3}{4}NM\cdot\frac{1}{2}\log_2 N=\frac{3}{8}N\log_2 N$$

一般地，$N=r^M$

最小DFT运算单位为 r-DFT，基 r 算法

第一步分解：

$$X(k_1,k_0)$$

$$=\sum_{n_0=0}^{\frac{N}{r}-1}[W_N^{k_0n_0}\sum_{n_1=0}^{r-1}x(n_1,n_0)W_r^{k_0n_1}]W_{N/r}^{k_1n_0}$$

若把每个 r-DFT 看成1个运算单元，则整个分解共有 M 级运算，每级有 N/r 个运算单元

设每个r-DFT的*实际*乘法运算量为N_r，系数乘法$(r-1)$次，总运算量为

$$\frac{N}{r}(N_r+r-1)\cdot M$$

基2：

$$r=2,\quad N_r=0,\quad M=\log_2 N \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}N\log_2 N$$

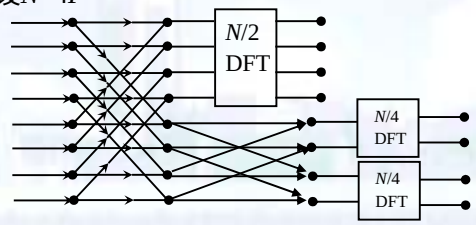
基4：

$$r=4,\ N_r=0,\ M=\log_4 N \Rightarrow \frac{3}{8}N\log_2 N$$

分裂基算法（1984年）

思路：减少变换的系数乘法

设$N=4P$



若$N/2=4Q$， $N/4=4R$，则可进一步分解，L蝶形

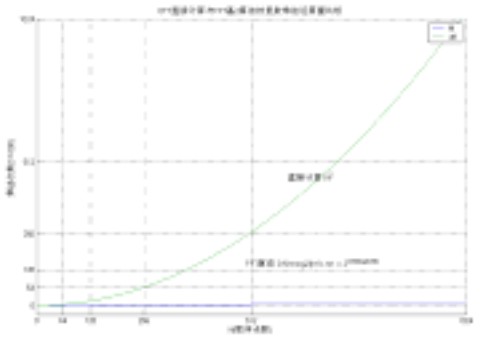
分裂基算法

若 $N=2^M$，则完全分解后，复系数乘法运算量约为

$$\frac{1}{3}N\log_2 N$$

乘法运算量比较

基2	$\frac{1}{2}N\log_2 N$	1
基4	$\frac{3}{8}N\log_2 N$	0.75
分裂基	$\frac{1}{3}N\log_2 N$	0.67



关于IDFT的快速计算

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-nk}$$

1)将系数 W_N^{nk} 换成W_N^{-nk}，并将最后结果乘以常数 $1/N$，按照上述两种方法编制FFT程序进行IDFT运算

2)使用常规FFT程序，对$X(k)$取共轭，

$$x(n)=\frac{1}{N}\left\{DFT\ [X^*(k)]\right\}^*$$

3)使用常规FFT程序，在圆周移位定义下倒置

$$x(N-n)=\frac{1}{N}DFT\ [X(k)]$$

3.5 线性调频Z变换（CZT）

DFT：对Z变换$X(z)$在单位圆上的一种等间距取样

$$DFT[x(n)] = X(z_k)\Big|_{z_k = e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$$

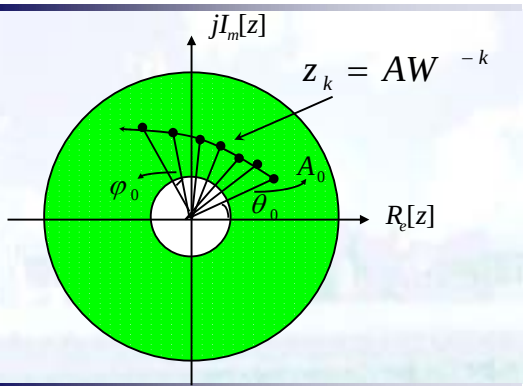
$$= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

CZT：对Z变换$X(z)$更一般的一种取样方式：

(1)不限于单位圆上，而是一个螺旋线

(2)取样点数为M，可不等于N

(3)取样的起点任意



$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nk}$$

$$k = 0, 1, \ldots, M-1$$

$A = A_0 e^{j\theta_0}$ -----起始点

$W = W_0 e^{-j\varphi_0}$ -----控制旋进的方向和步进大小

$W_0 > 1$，螺旋周线向原点收缩。

$W_0 < 1$，螺旋周线向外旋出。

CZT计算

(1)令 $g(n) = x(n) A^{-n} W^{n^2/2}$

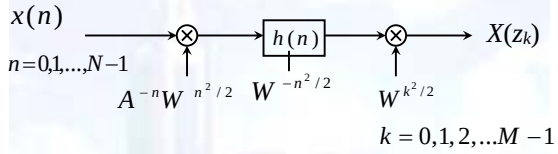
$$h(n) = W^{-n^2/2}$$

则

$$X(z_k)$$

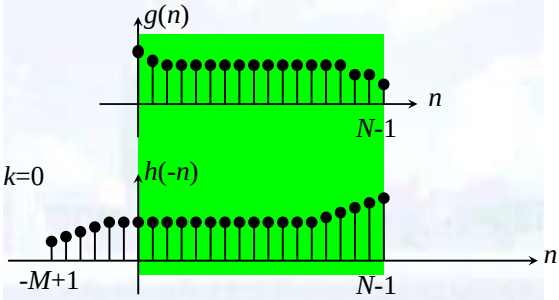
$$= W^{k^2/2} \sum_{n=0}^{N-1} g(n) h(k-n) \quad k = 0, 1, \ldots, M-1$$

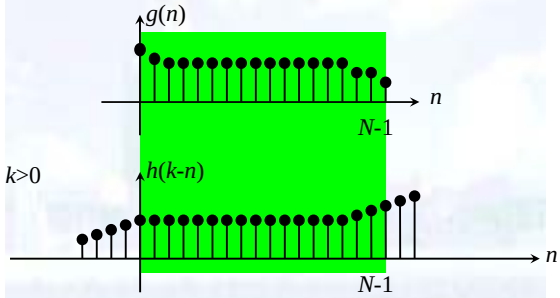
表达为序列$g(n)$通过系统$h(n)$

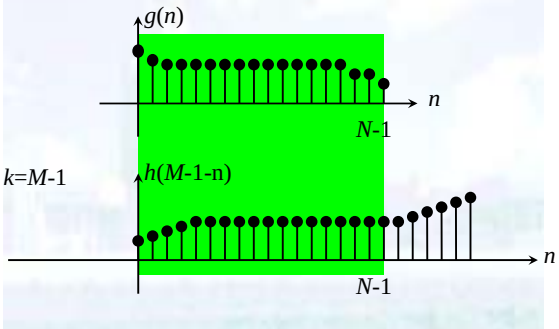


(2)用圆周卷积表示以上线性卷积，设计合适的序列表达，使圆周卷积与线性卷积等价

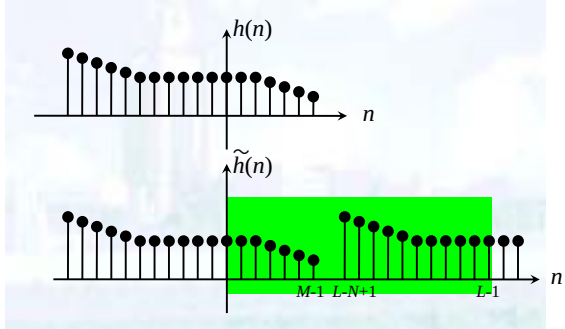
线性卷积过程

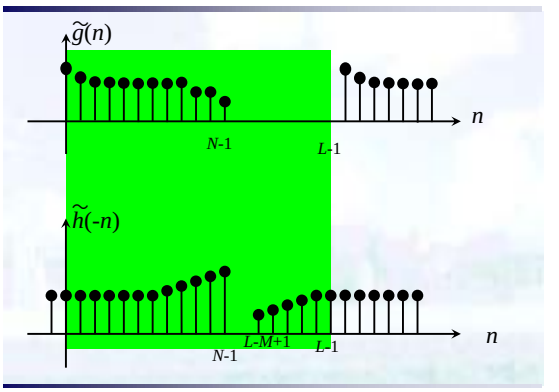






构造周期序列实现线性卷积





$$\tilde{h}(n)=\begin{cases}W^{-n^2/2} & 0\le n\le M-1\\ \text{任意} & M\le n\le L-N\\ W^{-(n-L)^2/2} & L-N+1\le n\le L-1\end{cases}$$

$$\tilde{g}(n)=\begin{cases}A^{-n}W^{n^2/2}x(n) & n=0,1,\ldots,N-1\\ 0 & n=N,\ldots,L-1\end{cases}$$

$$L=2^r\ge N+M-1$$

圆周卷积共有L个值，前M个值(0~M-1)是所需要的

计算过程： 乘法次数

(1) $\tilde{g}(n) = A^{-n}W^{n^2/2}x(n)$ N

(2) $\tilde{g}(n) \xrightarrow{FFT} G(k)$ $(L\log_2 L)/2$

(3) $\tilde{h}(n) \xrightarrow{FFT} H(k)$ $(L\log_2 L)/2$

(4) $G(k)\cdot H(k)$ L

(5) $IFFT\ [G(k)\cdot H(k)]$ $(L\log_2 L)/2$

(6) $W^{k^2/2}\cdot IFFT\ [G(k)\cdot H(k)]$ M

若 $M=N,\ A=1,\ W_0=1,\ \varphi_0=\dfrac{2\pi}{N}$

则 $X(z_k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$

CZT退化成为$x(n)$的DFT。也可以采用上述方法计算，即所谓的素数DFT快速计算。

3.6 利用FFT计算时域卷积

线性卷积的频域计算

序列 $x(n)$ 长度为 N，$h(n)$ 长度为 M。

线性卷积

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)h(n-k)$$

$$=\sum_{k=0}^{N-1}x(k)h(n-k)$$

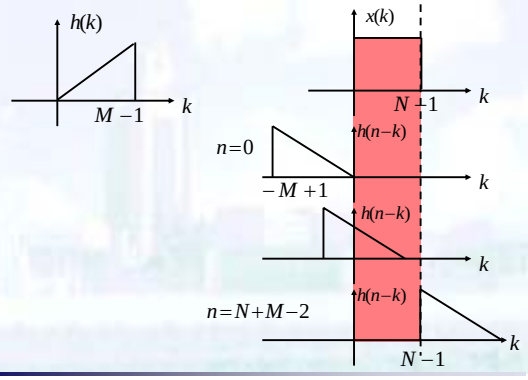
$x(n)$ 与 $h(n\text{-}k)$ 的有效取值范围：

$$0 \le k \le N-1$$

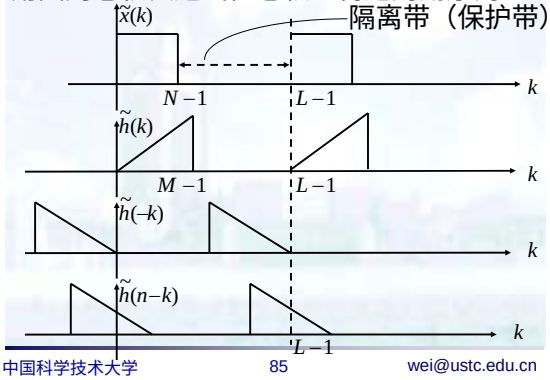
$$0 \le n-k \le M-1$$

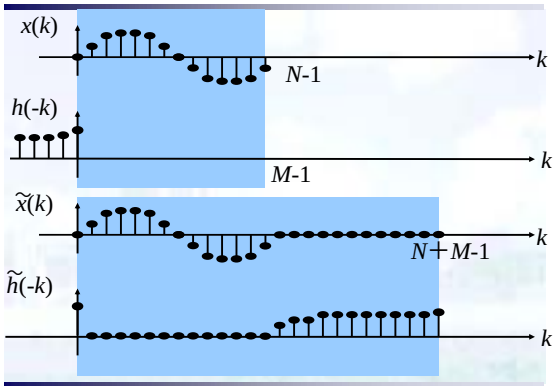
$$\therefore\ 0 \le n \le M+N-2$$

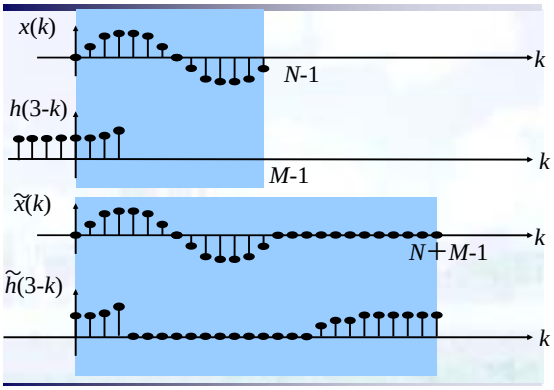
$y(n)$有$M+N$-1个有效值

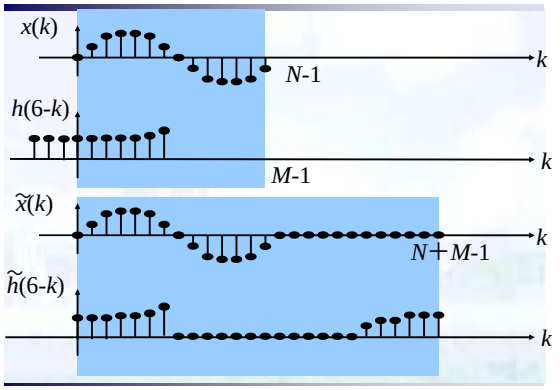


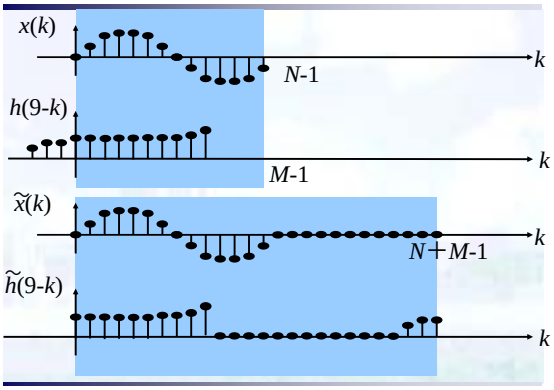
用圆周卷积表达线性卷积：构造周期序列

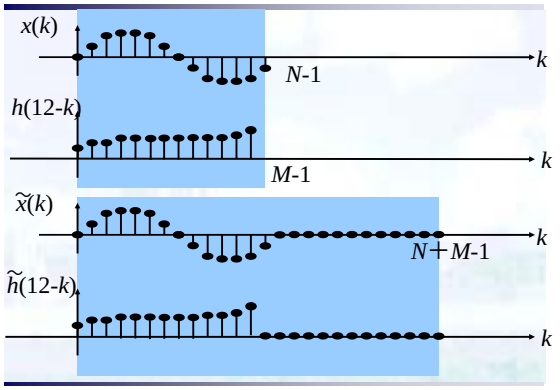


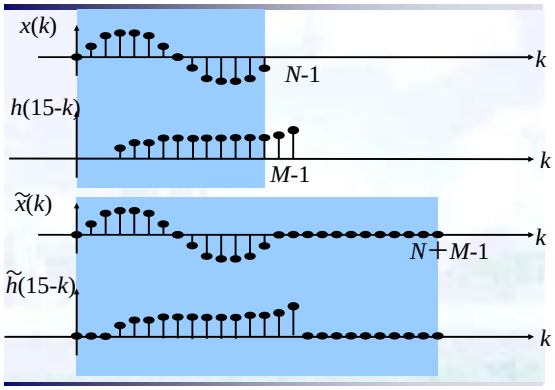


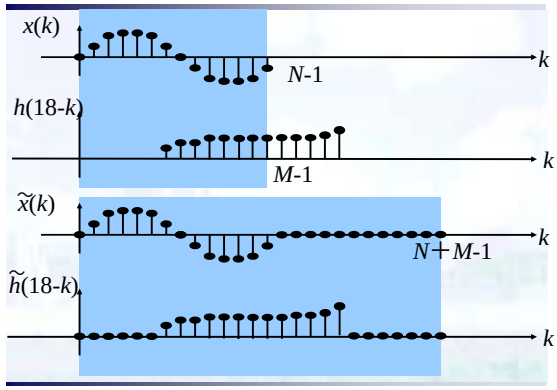


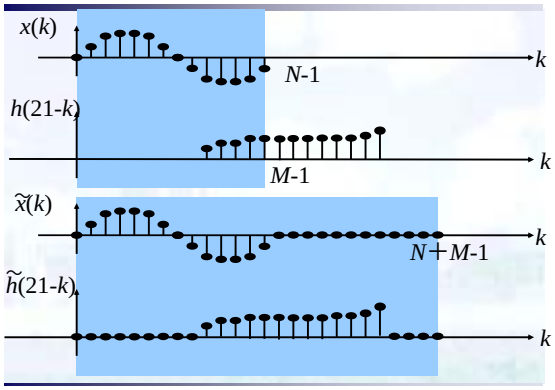


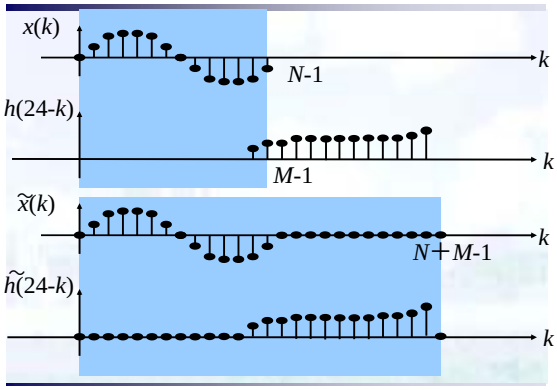


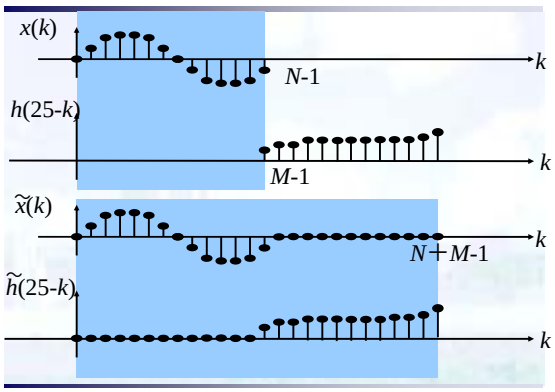












周期序列长度L的选取：

$$x_L(n)=\begin{cases}x(n) & 0\le n\le N-1\\ 0 & N\le n\le L-1\end{cases}$$

$$h_L(n)=\begin{cases}h(n) & 0\le n\le M-1\\ 0 & M\le n\le L-1\end{cases}$$

$$L\ge N+M-1$$

利用FFT，要求 $L=2^{\nu}\ge N+M-1$

圆周卷积结果，

$$y_L(n) = x_L(n) \otimes h_L(n)$$
$$= IDFT[X_L(k) \cdot H_L(k)]$$

$$X_L(k) = DFT[x_L(n)]$$
$$H_L(k) = DFT[h_L(n)]$$

当$N>>M$时，常把N分为若干段进行卷积：

(1)较快地得到输出（低延迟）；
(2)减少运算量；
(3)需要较少的存储单元。

重叠相加法

将$x(n)$分段，每段长L。确定L的原则：
(1) 与M大小相当
(2) $L+M-1=2^v$

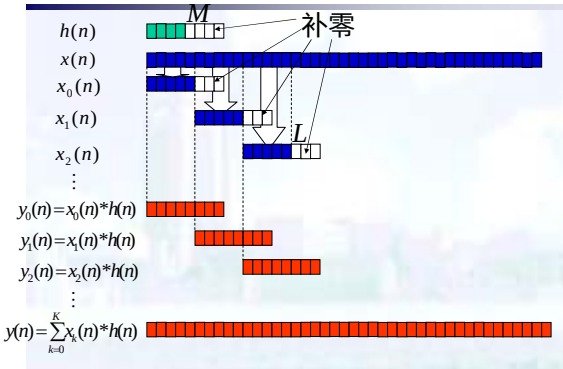
$$x_k(n) = \begin{cases} x(n) & kL \le n \le (k+1)L-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

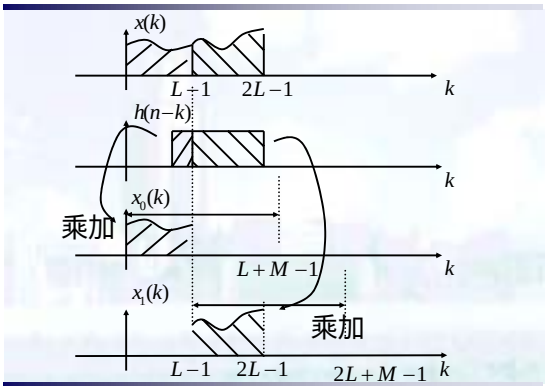
$$x(n) = \sum_{k=0}^{K} x_k(n)$$

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{K} x_k(n) * h(n)$$

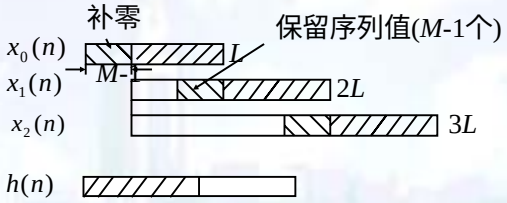
计算 $x_k(n)*h(n)$ 时采用补零的圆周卷积，

将 $x_k(n)$ 和 $h(n)$ 变成长为$L+M-1$的序列。

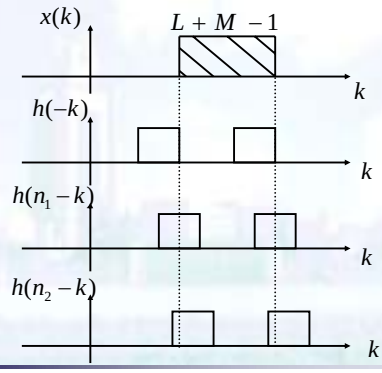




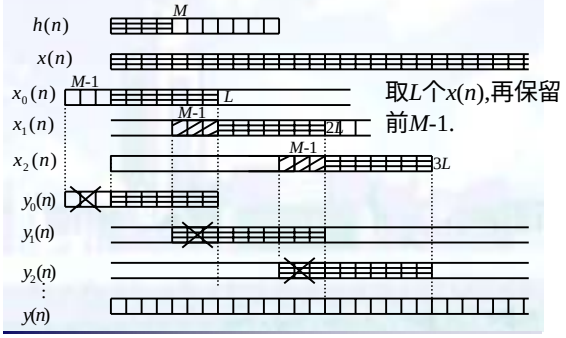
重叠保留法



丢弃每段卷积的前M-1个值



运算流程：



取L个$x(n)$,再保留前M-1.

线性相关的频域计算

实序列 $x_1(n)$，列长N_1

$x_2(n)$，列长N_2

互相关 $y(n)=\sum_{k=0}^{N_1-1}x_1(k)x_2(n+k)$

$x_1(n)$ 与 $x_2(n+k)$ 均不为零的范围

$$0 \le k \le N_1-1$$

$$0 \le k+n \le N_2-1$$

$$-N_1+1 \le n \le N_2-1$$

$\Rightarrow$ $y(n)$有N_1+N_2-1个有效值

用圆周相关计算，为避免周期项引入的混叠，对$x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 作补零处理

$N=2^v \ge N_1+N_2-1$

$$\tilde{x}_1(n)=\begin{cases}x_1(n) & n=0,1,\ldots N_1-1\\ 0 & n=N_1,\ldots,N-1\end{cases}$$

$$\tilde{x}_2(n)=\begin{cases}x_2(n) & n=0,1,\ldots N_2-1\\ 0 & n=N_2,\ldots,N-1\end{cases}$$

$$\tilde{x}_1(n) \xrightarrow{FFT} X_1(k)$$

$$\tilde{x}_2(n) \xrightarrow{FFT} X_2(k)$$

$$Y(k) = X_1^*(k)X_2(k) \qquad k = 0,1,\ldots N-1$$

$$Y(k) \xrightarrow{FFT} y(n)$$

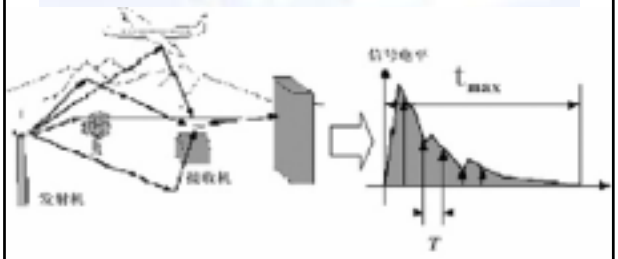
取前N_1+ N_2-1个值。

3.7 FFT在OFDM系统中的应用

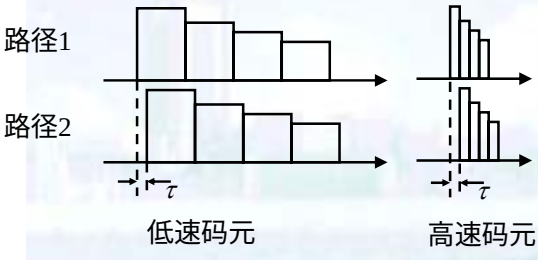
OFDM调制技术：宽带、高速无线通信
（Orthogonal Frequency Division Multiplexing）

单载波调制：

- ●时延扩展，产生符号间干扰
- ●信号的带宽过宽，频率选择性衰落
- ●信道均衡困难

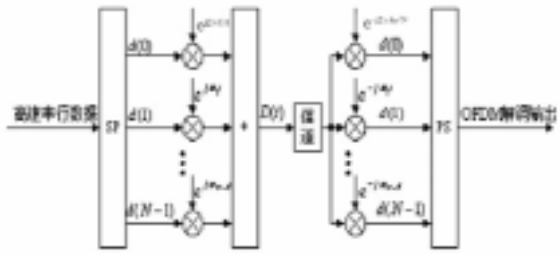


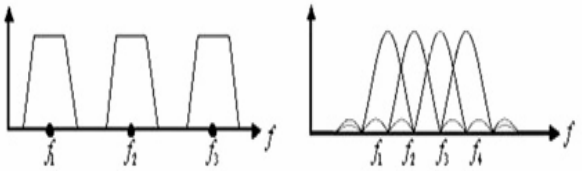
相同多径时延下不同传输速率的符号间干扰对比



多载波调制：

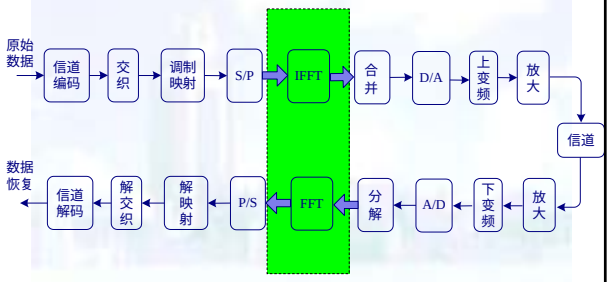
- ●高速串行码元 —> 低速并行码元
- ●低速并行码元分别调制不同的载波





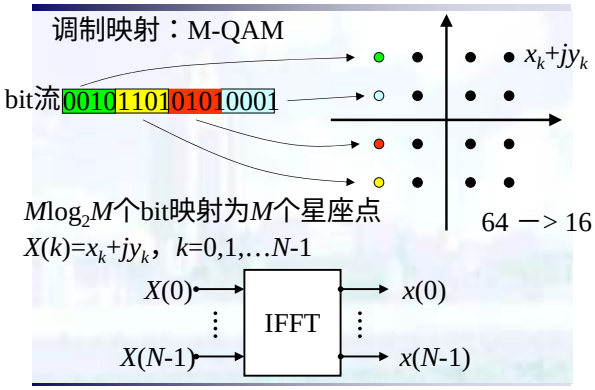
多载波
- 频谱效率较低
- 实现困难

OFDM
- 频谱效率较高
- 可用FFT实现



OFDM调制系统原理

调制映射：M-QAM



数据速率R（bit/s），系统带宽W（Hz）
则，调制阶数 $M=2^{R/W}$

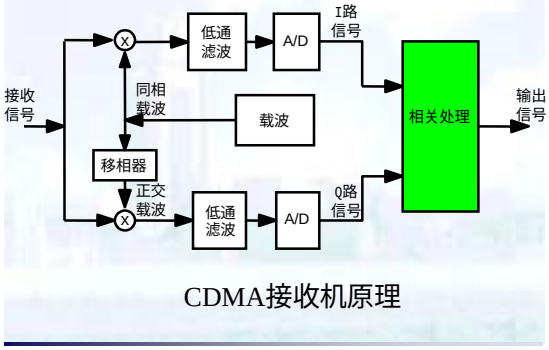
T_{FFT}：FFT信元周期，根据信道特性确定
子载波数 N （FFT的点数）：$N=WT_{FFT}$

为克服信道多径时延，在信元之间加保护间隔

B3G项目系统参数
（Beyond 3rd Generation Mobile Communication System）

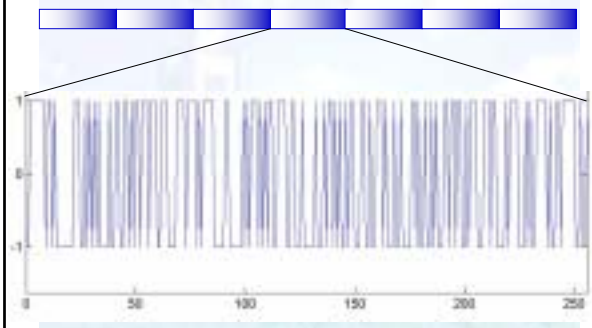
数据速率	20Mb/s
信道编码	1/2 卷积码
调制方式	4QAM（QPSK）
信道最大时延	10us
保护间隔	12.5us
FFT信元周期	80us
子载波数	2048
子载波间隔	12.5kHz
系统带宽	25.6MHz

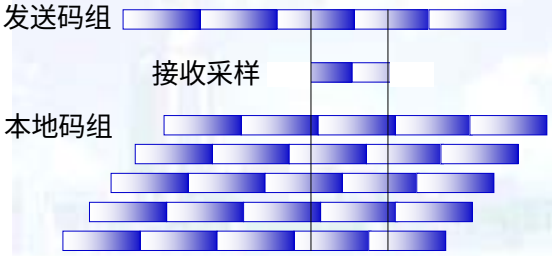
3.8 基于FFT的捕获同步技术

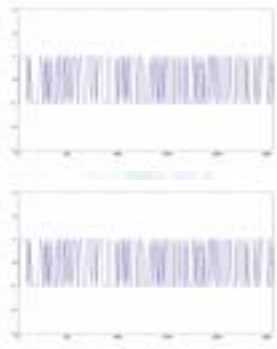


CDMA接收机原理

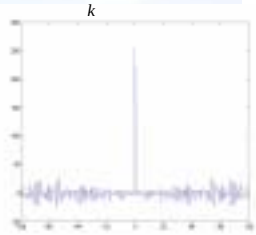
发送端同步码组序列



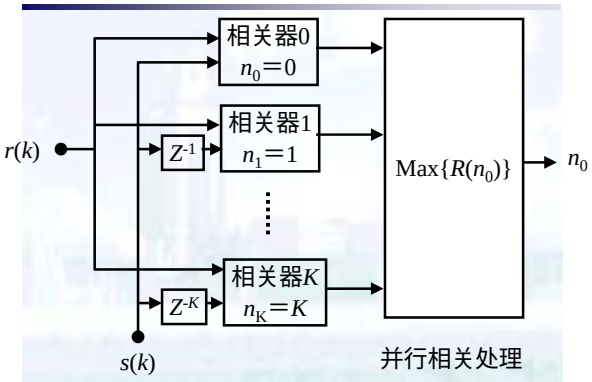




$$R(n_0)=\sum_k r(k)s(k-n_0)$$



相关峰检测



并行相关处理

基于FFT的捕获同步原理