

1, (20)

薛定谔方程为 $i\hbar\partial_t\psi = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi + i\frac{q\hbar}{\mu}\vec{A}\cdot\nabla\psi + i\frac{q\hbar}{2\mu}(\nabla\cdot\vec{A})\psi + q\phi\psi$ ，其复共轭为

$$-i\hbar\partial_t\psi^* = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi^* - i\frac{q\hbar}{\mu}\vec{A}\cdot\nabla\psi^* - i\frac{q\hbar}{2\mu}(\nabla\cdot\vec{A})\psi^* + q\phi\psi^*$$

前一方程乘以 ψ^* ，后一方程乘以 ψ ，二者相减可得

$$i\hbar\partial_t(\psi^*\psi) = \nabla\cdot\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) + i\frac{q\hbar}{\mu}\vec{A}\psi^*\psi\right)$$

$$\vec{j} = -i\frac{\hbar}{2\mu}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) - \frac{q}{\mu}\psi^*\vec{A}\psi$$

2, (20)