

2008 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

量子力学

(共 6 题，每题 25 分，共 150 分)

1 解：

几率密度为 $\rho(\bar{x}, t) = \psi^*(\bar{x}, t)\psi(\bar{x}, t)$ ，于是 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \psi$ 。由 Schrödinger 方程有

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2\mu} \nabla^2 \psi + \frac{1}{i\hbar} U(\bar{x})\psi, \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -\frac{i\hbar}{2\mu} \nabla^2 \psi^* - \frac{1}{i\hbar} U(\bar{x})\psi^*,$$

于是

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2\mu} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) = \frac{i\hbar}{2\mu} \nabla \cdot (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*),$$

此即连续性方程 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$ ，而 $\vec{j} = \frac{i\hbar}{2\mu} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi)$ 为所求的几率流密度矢量。

2 解：

在动量空间 $H = \frac{p^2}{2\mu} - i\hbar f \frac{\partial}{\partial p}$ ，Schrödinger 方程为 $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \phi(p, t) = (\frac{p^2}{2\mu} - i\hbar f \frac{\partial}{\partial p}) \phi(p, t)$

由此得到动量空间几率流密度 $\rho(p, t) = \phi^*(p, t)\phi(p, t)$ 应满足如下关系

taobao: <http://shop59350285.taobao.com/> QQ: 910394538 985673089

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -f \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

它的一般解为

$$\rho(p, t) = \phi^*(p, t)\phi(p, t) = \rho(p - ft)$$

这表示在动量空间以速度 f 传播的一个波包。