

第十章 机械的效率

本章重点：

机械效率的定义和计算，自锁现象和自锁条件，典型机械的效率计算及自锁条件。

本章难点：

一些机构自锁条件的确定。

§ 10-1 机器的运转及功能关系

一、机器的动能方程

由理论力学中的动能定理知，在任一时间间隔内，机器动能的改变等于作用于机器上的全部外力和内力的功之和。

(若将内部运动副中的摩擦力或摩擦力矩作为外力或外力矩处理后，一般情况下，机器内力系的功为零。)

$$W = W_d - W_r - W_f \pm W_G = \Delta E = E - E_0$$

W_d ——驱动力的功，即输入功；

W_r ——生产阻力的功，即输出功；

W_f ——有害阻力的功，即损失功；

W_G ——重力的功。

W ——盈亏功

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网 专注于中科大、中科院考研

E ——末动能， E_0 ——初动能。

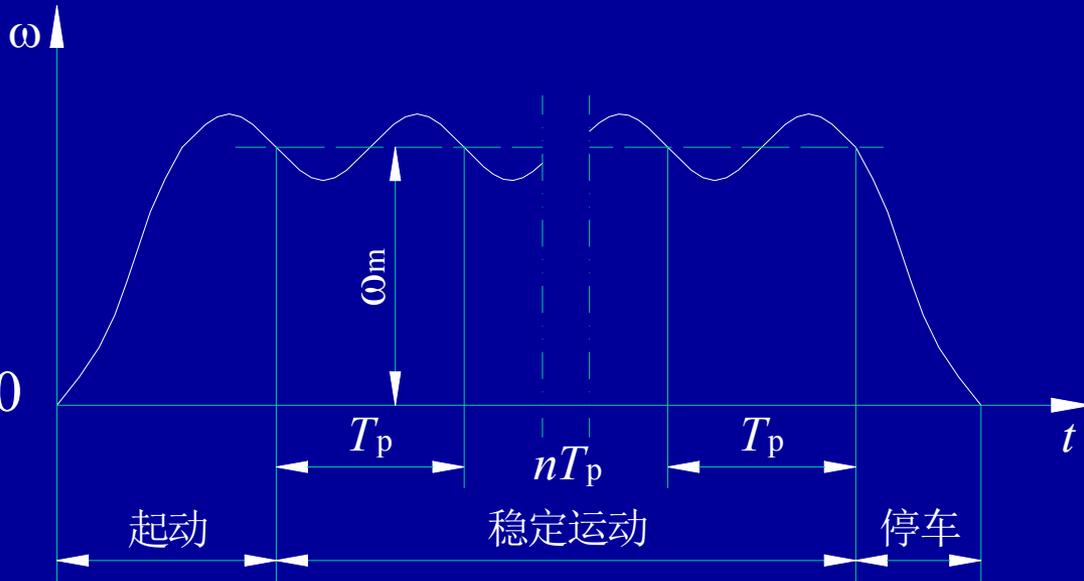
二、机器运转的三个阶段

1、起动时期

$$0 \rightarrow \omega_m \quad E > E_0$$

$$W_d - W_r - W_f \pm W_G = E - E_0 > 0$$

$$W > 0$$



2、稳定运转时期（时间长，机器真正工作的阶段）

(1) 变速稳定运转

$$\omega = \omega(t) = \omega(t + T_p) \quad \text{—— } T_p \text{ 为一个运动循环}$$

$$\text{一个运动循环内： } \Delta E = 0, \quad W_G = 0 \quad \therefore \underline{W_d = W_r + W_f}$$

$$\text{在任一瞬时： } \Delta E \neq 0$$

(2) 匀速稳定运动

$$\omega = \text{const}$$

$$\text{任一时间间隔内} : \Delta E = 0 \quad \therefore \underline{W_d = W_r + W_f}$$

3、停车时期

$$W_d = 0, \quad \therefore E < E_0$$

$$\therefore W_d < W_r + W_f$$

机器的动能克服阻力而做功,直至耗尽,使机器停止运转。

§ 10-2 机器的机械效率和自锁

一、机器的机械效率

$$W_d - W_r - W_f \pm W_G = E - E_0$$

讨论稳定运转时期： $W_d = W_r + W_f$

定义：
$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{W_d - W_f}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d} = 1 - \xi$$

$$\eta + \xi = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi = \frac{W_f}{W_d} \quad \text{—— 损失系数。} \\ \eta \quad \text{—— 机器的机械效率，效率。} \end{array} \right.$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

(1) 变速稳定运转：在一个运动循环中讨论效率的！

$$\text{在 } T_p \text{ 内任一瞬时: } \left\{ \begin{array}{l} W_d - W_r - W_f \pm W_G = E - E_0 \neq 0 \\ W_d \neq W_r + W_f \\ \frac{W_r}{W_d} \rightarrow \text{瞬时效率(变化)} \end{array} \right.$$

$$\text{在整个 } T_p \text{ 内: } \left\{ \begin{array}{l} W_d = W_r + W_f \\ \frac{W_r}{W_d} \rightarrow \text{循环效率(机器真正的效率)} \end{array} \right.$$

(2) 匀速稳定运转：真正的效率即每一瞬时的效率！

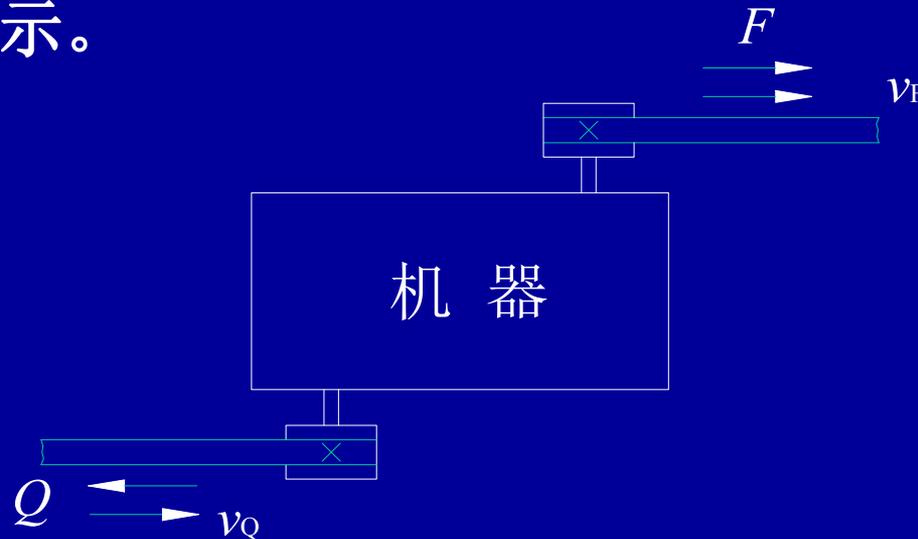
$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{\frac{W_r}{T_p}}{\frac{W_d}{T_p}} = \frac{P_r}{P_d} = 1 - \frac{P_f}{P_d} = 1 - \xi$$

在一般情况下，机构中的驱动力和阻力为常数，有必要研究效率能否用力（力矩）表示。

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{Qv_Q}{Fv_F}$$

F 为驱动力， Q 为生产阻力。

设该装置为不存在有害阻力的理想机器：



F_0 ——对应于 Q 的理想驱动力； $F_0 < F$

Q_0 ——对应于 F 的理想生产阻力； $Q_0 > Q$

$$\eta_0 = \frac{Qv_Q}{F_0v_F} = \frac{Q_0v_Q}{Fv_F} = 1 \quad \therefore \quad \frac{v_Q}{v_F} = \frac{F_0}{Q} = \frac{F}{Q_0}$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{Qv_Q}{Fv_F} = \frac{QF_0}{FQ_0} = \frac{QF}{FQ_0} = \frac{F_0}{F} = \frac{Q}{Q_0} \text{ (力)} \quad \text{或} \quad \eta = \frac{M_{d0}}{M_d} = \frac{M_r}{M_{r0}} \text{ (力矩)}$$

二、复杂机器或机组的效率计算

由单一机构组成的机器，效率数据在一般设计手册中可以查到。对于由若干机构组成的复杂机器，全机的效率可由各个机构的效率计算出来，具体的计算方法按联接方式的不同分为三种情况。

1、串联



$$\eta_1 = \frac{W_1}{W_d}; \quad \eta_2 = \frac{W_2}{W_1}; \quad \eta_3 = \frac{W_3}{W_2} \cdots \frac{W_k}{W_{k-1}}$$

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_k = \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdots W_k}{W_d \cdot W_1 \cdot W_2 \cdots W_{k-1}} = \frac{W_k}{W_d}$$

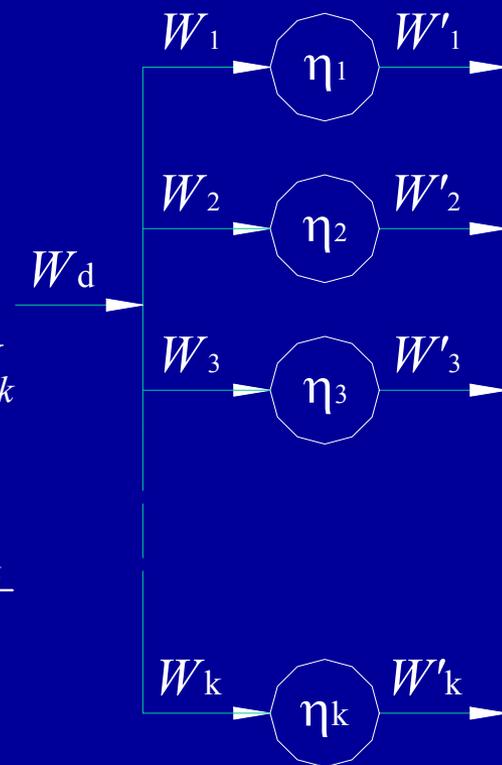
总效率：
$$\eta_{\text{总}} = \frac{W_k}{W_d} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \cdots \eta_k$$

2、并联

总输入功：
$$W_d = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_k$$

输出功：
$$\begin{aligned} W_r &= W'_1 + W'_2 + W'_3 + \cdots + W'_k \\ &= \eta_1 W_1 + \eta_2 W_2 + \eta_3 W_3 + \cdots + \eta_k W_k \end{aligned}$$

总效率：
$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{\eta_1 W_1 + \eta_2 W_2 + \eta_3 W_3 + \cdots + \eta_k W_k}{W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_k}$$



3、混联

由以上两种方法先分别求出后再根据具体路线计算。

三、机器的自锁

1、机器的自锁条件：

$$\because W_f \neq 0 \quad \xi = \frac{W_f}{W_d} > 0 \quad \eta + \xi = 1$$

$$\therefore \eta < 1$$

若机器原来就在运动，那它仍能运动，但此时 $W_r = 0$ 机器不作任何有用的功，机器的这种运动称**空转**。

$$(1) \quad W_f = W_d \\ \eta = 0$$

若机器原来就不动，无论驱动力为多大，它所作的功（输入功）总是刚好等于摩擦阻力所作的功，没有多余的功可以变成机器的功能。 \therefore 机器总不能运动，即发生**自锁**。

$$(2) \quad \begin{array}{l} W_d < W_f \\ \eta < 0 \end{array} \longrightarrow \text{机器必定发生自锁。}$$

综合两种情况，机器自锁条件：

$$\eta \leq 0 \quad (\eta = 0 \text{ 有条件的自锁})$$

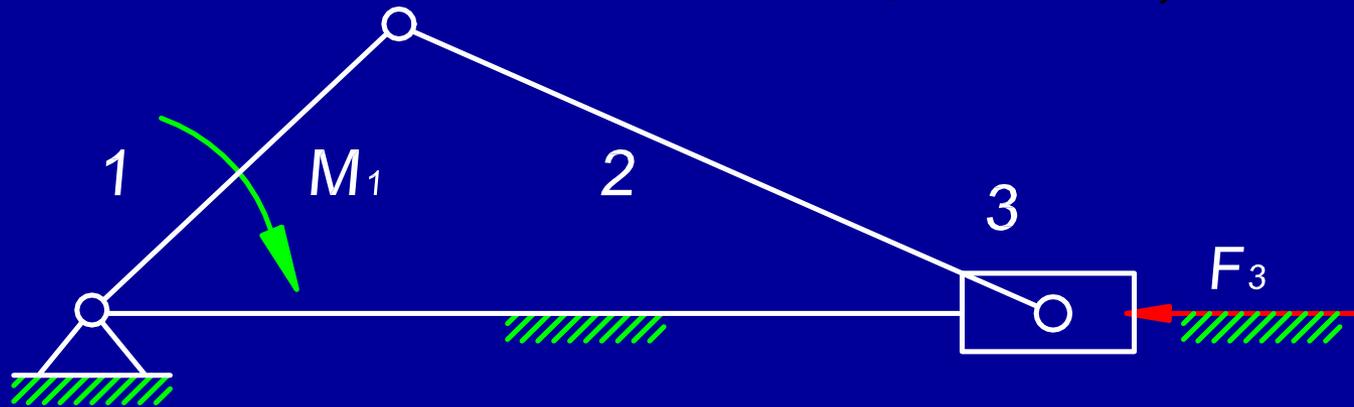
2、机器的运动行程

正行程：

驱动力作用在原动件时，运动从原动件向从动件传递的过程。

反行程：

将正行程的生产阻力作为驱动力，运动从从动件向原动件传递。



正行程：曲柄1为原动件，滑块3为输出从动件；

运动传递：1→2→3；

M_1 为驱动力矩， F_3 为生产阻力；

如推土机机构。

反行程：滑块3为原动件，曲柄1为输出从动件；

运动传递：3→2→1；

M_1 为生产阻力， F_3 为驱动力矩；

如内燃发动机主机机构。

一般，正行程 $\eta \neq$ 反行程 η'

① $\eta > 0, \eta' > 0$ 表示正、反行程时机器都能运动。

② $\eta > 0, \eta' < 0$ 反行程发生自锁。

自锁机构：一般凡是反行程自锁的机构。

例如：凸轮自锁，运动副中总反力的自锁均系正行程自锁；
蜗轮为反行程自锁，是自锁机构。

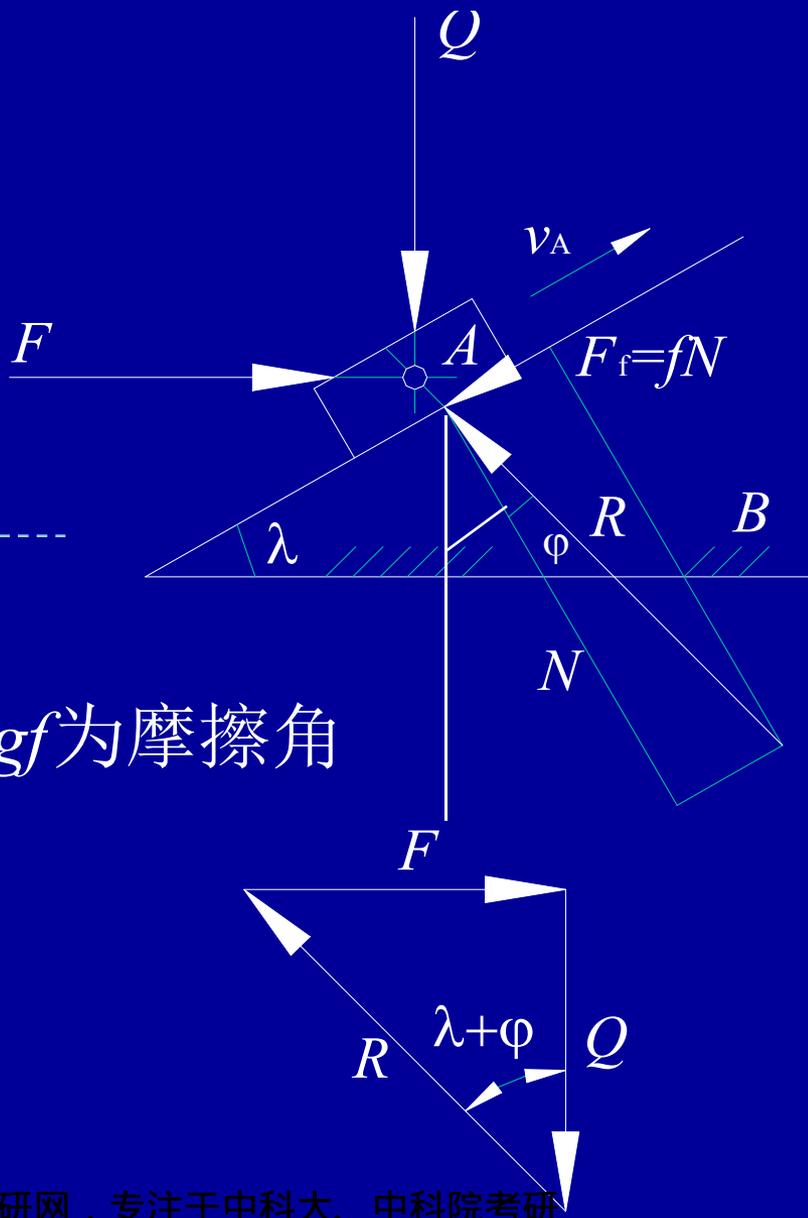
高参考价值的真题、答案、学长笔记、辅导班课程，访问：www.kaoyancas.net

§ 10-3 机械效率计算及自锁分析示例

一、斜面传动

已知：F, Q(包括重力)

求：A等速上升与等速下降时，水平力F的大小？该斜面的效率及其自锁条件？



解：1、滑块上升

F为驱动力，Q为生产阻力， $\varphi = \arctan f$ 为摩擦角

考虑A的平衡：
$$\vec{Q} + \vec{R}_{BA} + \vec{F} = 0$$

$$F = Q \tan(\lambda + \varphi)$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

若A、B无摩擦： $\varphi = 0$ \longrightarrow 理想驱动力： $F_0 = Q \operatorname{tg} \lambda$

上升效率： $\eta = \frac{F_0}{F} = \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \varphi)}$

2、滑块下降

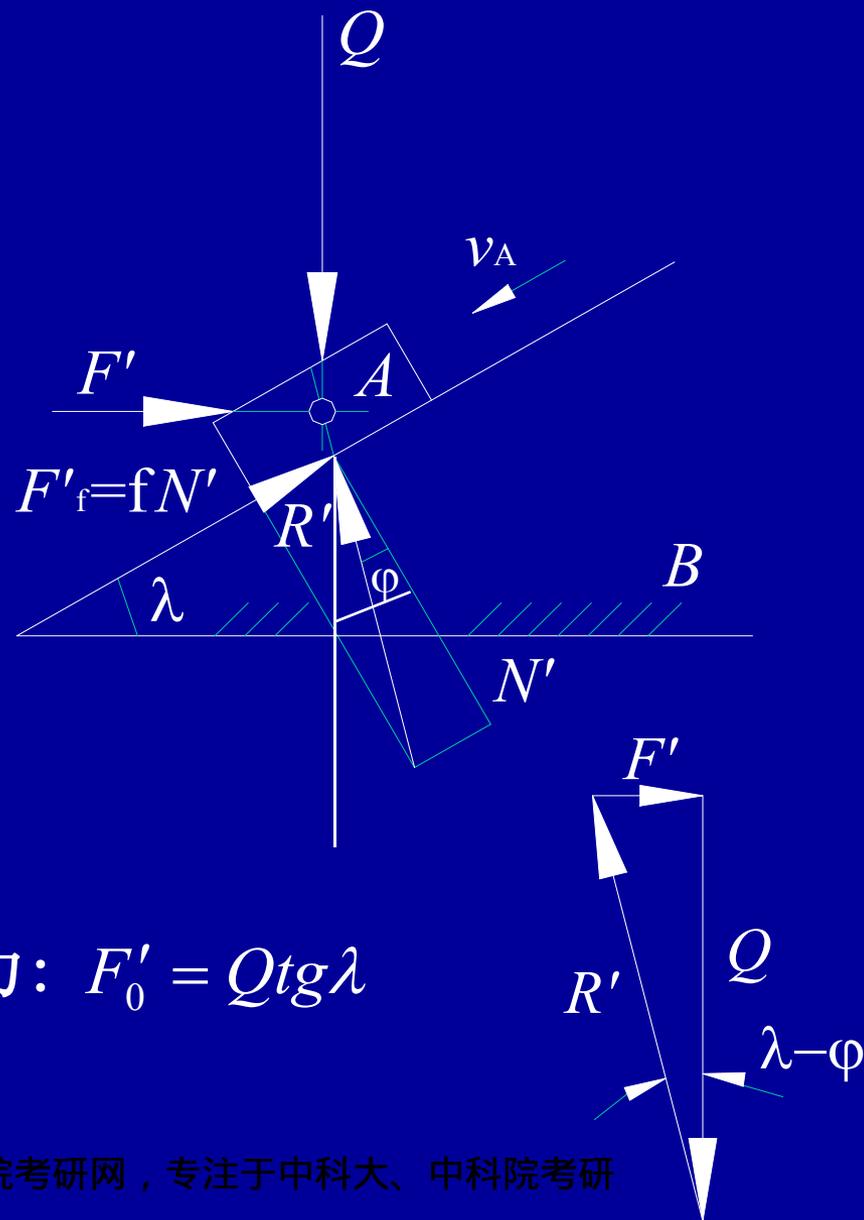
Q为驱动力，F'为生产阻力

$$\vec{Q} + \vec{R}_{BA} + \vec{F}' = 0$$

$$\longrightarrow F' = Q \operatorname{tg}(\lambda - \varphi)$$

若A、B无摩擦 \longrightarrow 理想生产阻力： $F'_0 = Q \operatorname{tg} \lambda$

下滑效率： $\eta' = \frac{F'}{F'_0} = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - \varphi)}{\operatorname{tg} \lambda}$



讨论：

斜面机构在应用时一般，上升——正行程，下降——反行程。

(1) η 和 η' —当 ψ 一定， η ， η' 是 λ 的函数，且 $\eta \neq \eta'$ 。

(2) 正行程不应自锁：

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \varphi)} > 0, \quad \operatorname{tg}(\lambda + \varphi) > 0, \quad \lambda + \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$\longrightarrow \lambda < \frac{\pi}{2} - \varphi \quad \text{不自锁。}$$

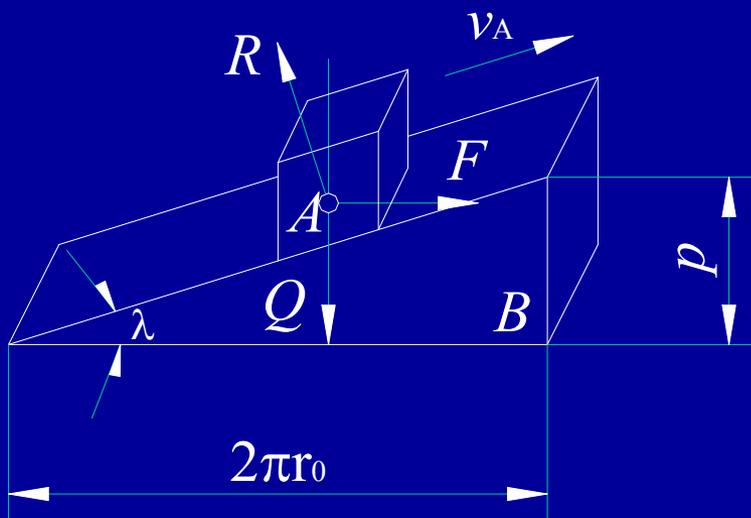
$$\lambda \geq \frac{\pi}{2} - \varphi \quad \text{自锁。}$$

(3) 反行程时： $\lambda \leq \varphi$ $\eta' \leq 0$ 自锁。

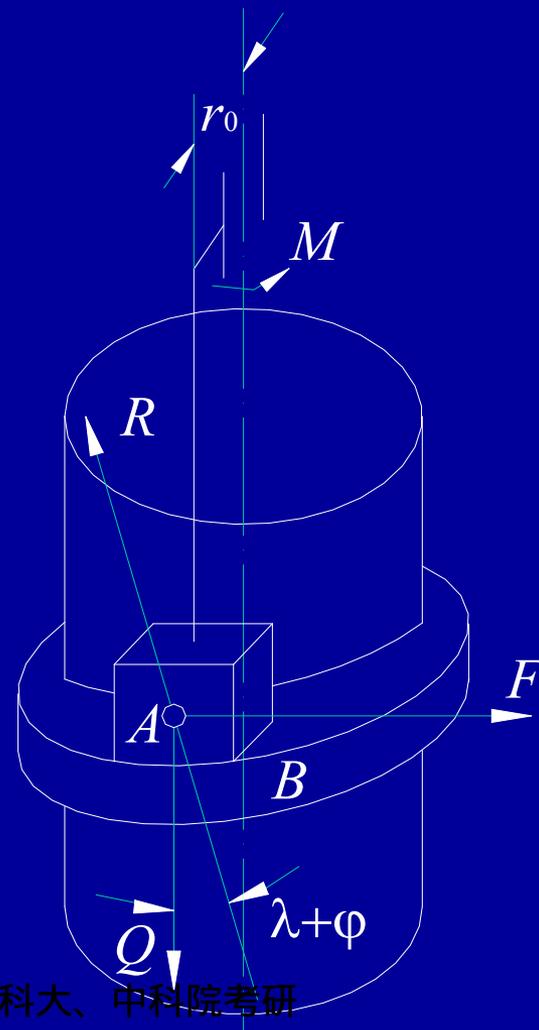
二、螺旋传动的效率

研究螺旋传动时，假定螺杆螺母之间的正压力是作用在平均半径为 r_0 的螺旋线上。如果忽略各圆柱面上螺旋线升角的差异，当将螺旋的螺纹展开后，得连续斜面。

1、方螺纹



$$\lambda = \arctg \frac{p}{2\pi r_0}$$



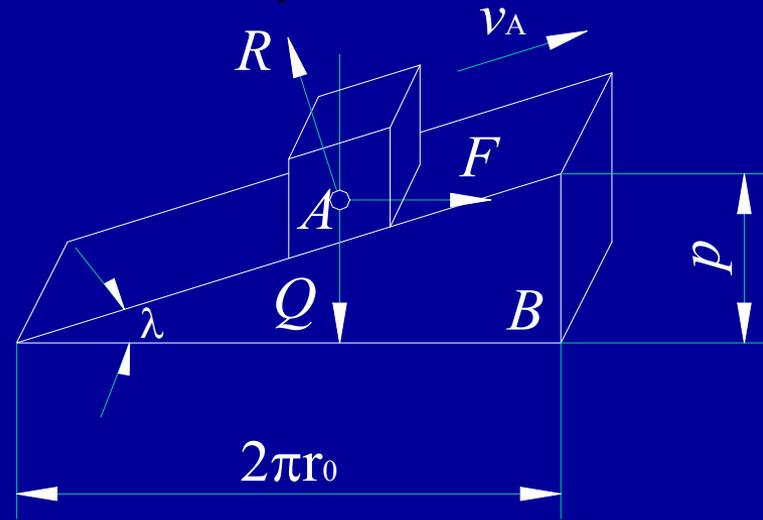
螺母A沿轴线移动方向与Q相反
(拧紧螺母)



螺旋传动相当于滑块上升

$$F = Q \operatorname{tg}(\lambda + \varphi) \quad \eta = \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\operatorname{tg}(\lambda + \varphi)}$$

$$M = Fr_0 = Qr_0 \operatorname{tg}(\lambda + \varphi)$$



螺母A沿轴线移动方向与Q相同
(拧松螺母)



螺旋传动相当于滑块下降

$$F' = Q \operatorname{tg}(\lambda - \varphi) \quad \eta' = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - \varphi)}{\operatorname{tg} \lambda}$$

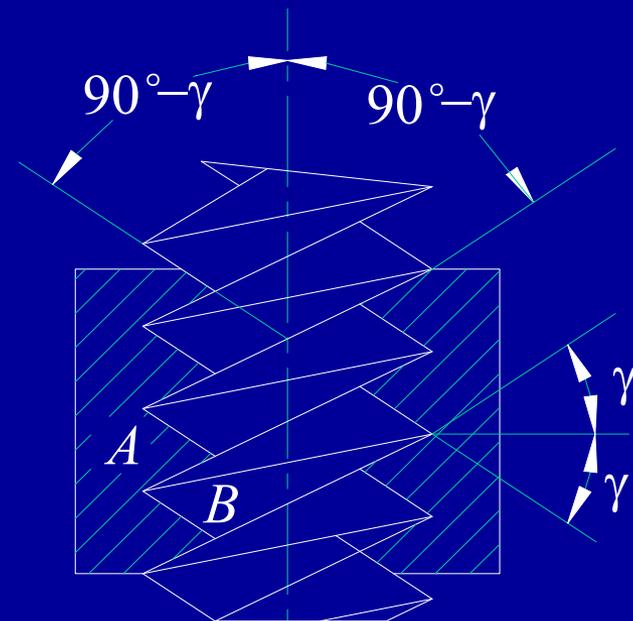
$$M' = F'r_0 = Qr_0 \operatorname{tg}(\lambda - \varphi)$$

自锁条件： $\eta' \leq 0, \therefore \lambda \leq \varphi$

反行程：
$$\eta' = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - \varphi_{\Delta})}{\operatorname{tg}\lambda}$$

$$M' = Qr_0(\operatorname{tg}\lambda - \varphi_{\Delta})$$

$$\because \varphi_{\Delta} > \varphi, \quad \therefore \eta_{\Delta} < \eta$$



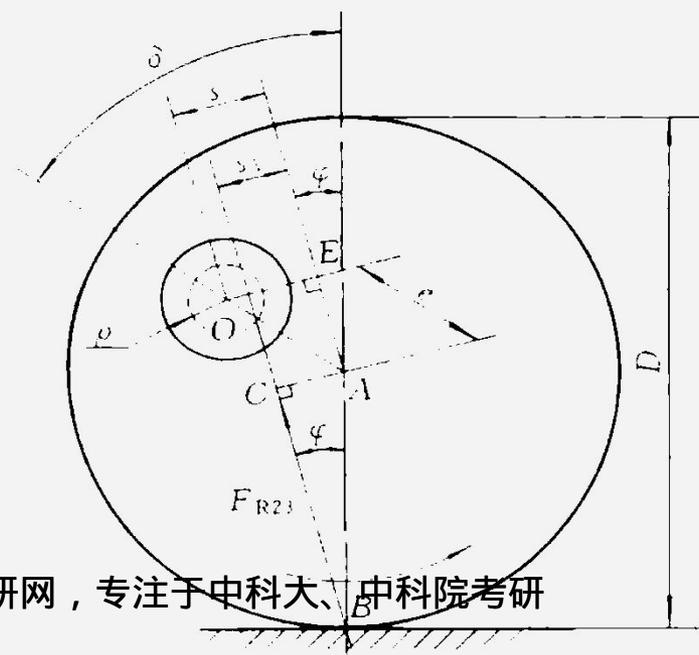
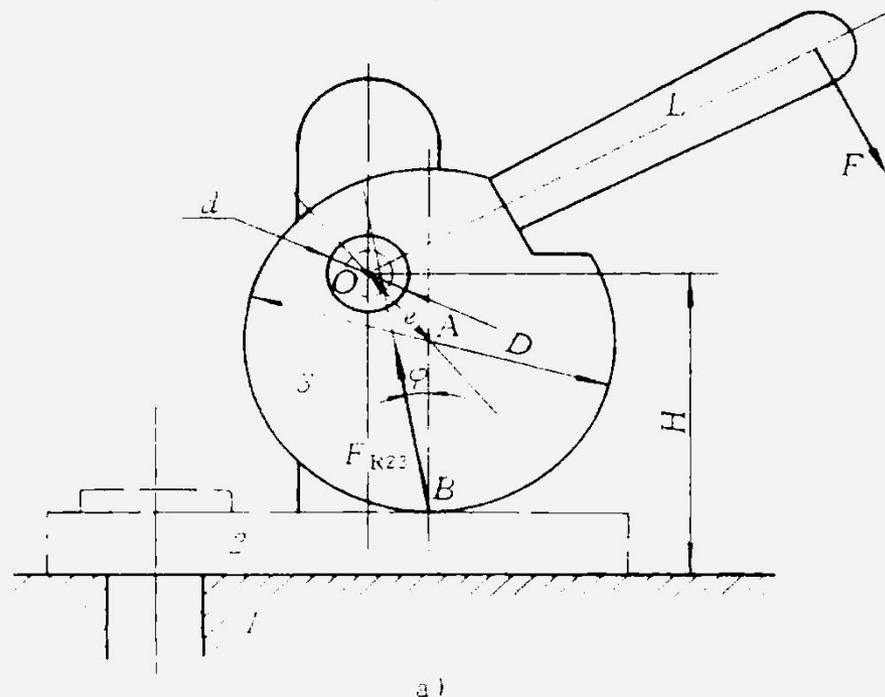
- ∴ 三角螺纹摩擦大，效率低，应用于联接的螺旋。
- 方螺纹应用于传递运动和动力的螺旋。

例1：推导偏心夹具的自锁条件。

解：要求在夹紧工件并撤去手柄力 F 后，保证偏心盘不能松转。

显然，使偏心盘发生松转的力是 F_{R23} ，而 F_{R23} 是作用在轴颈 O 上的主动外力。由轴颈的自锁条件知，应保证：

$$a = s - s_1 \leq r$$

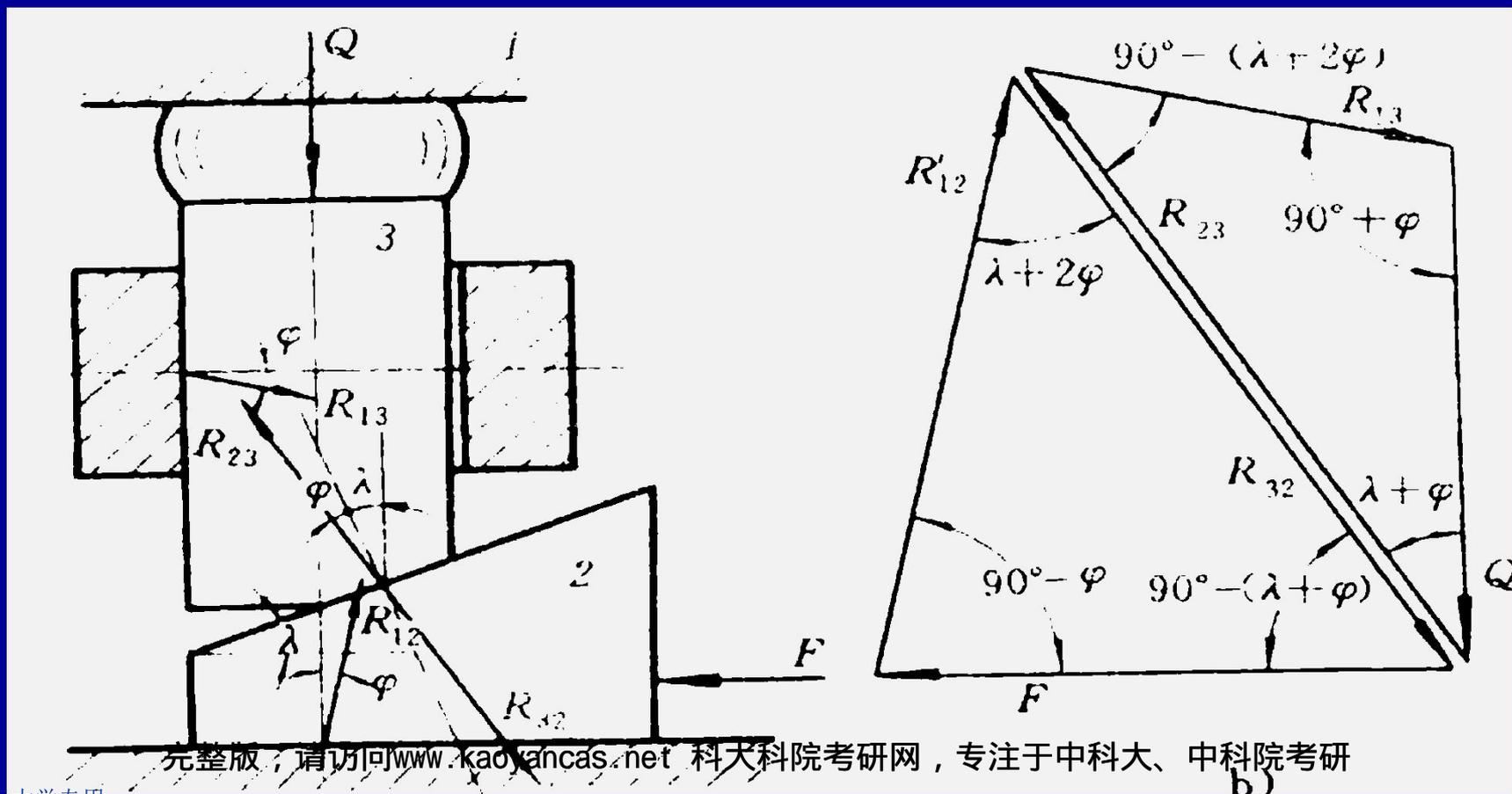


例2：推导斜面压榨机的机械效率计算式和自锁条件。

解：(1) 正行程：压紧物体

F ——驱动力；

Q ——生产阻力。



以滑块3为示力体，由力平衡条件可得：

$$\frac{R_{23}}{\sin(90^\circ + \varphi)} = \frac{Q}{\sin[90^\circ - (\lambda + 2\varphi)]} \text{ 或 } R_{23} = \frac{Q \cos \varphi}{\cos(\lambda + 2\varphi)}$$

以滑块2为示力体，由力平衡条件可得：

$$\frac{F}{\sin(\lambda + 2\varphi)} = \frac{R_{32}}{\sin(90^\circ - \varphi)} \text{ 或 } R_{32} = \frac{F \cos \varphi}{\sin(\lambda + 2\varphi)}$$

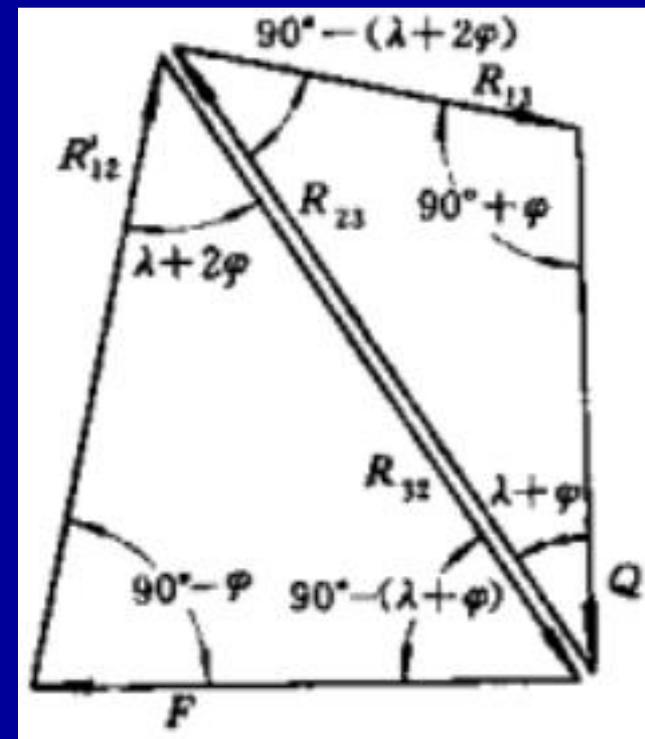
考虑到 $R_{23} = R_{32}$ ，可得：

$$F = Q \tan(\lambda + 2\varphi)$$

在上式中，令 $\varphi = 0$ ，可得理想驱动力：

$$F_0 = Q \tan \lambda$$

于是该机构的正行程效率为：

$$\eta = \frac{F_0}{F} = \frac{\tan \lambda}{\tan(\lambda + 2\varphi)}$$


(2) 反行程：松开物体

F' ——生产阻力（对应于正行程中的驱动力 F ）；

Q' ——驱动力（对应于正行程中的生产阻力 Q ）。

在前式中，以 $-\varphi$ 替代 φ 可得：

$$F' = Q' \tan(\lambda - 2\varphi) \quad \text{或} \quad Q' = F' / \tan(\lambda - 2\varphi)$$

令上式中的 $\varphi=0$ ，可得理想驱动力：

$$Q_0' = F' / \tan \lambda$$

于是该机构的反行程效率为：
$$\eta' = \frac{Q_0'}{Q'} = \frac{\tan(\lambda - 2\varphi)}{\tan \lambda}$$

(3) 自锁条件

令 $\eta' \leq 0$ 可得该斜面压榨机的自锁条件：

$$\lambda \leq 2\varphi$$

本章要点

- 1) 机器运转的三个阶段及其特点；
- 2) 机械效率 η 和损失系数 ξ 的定义；
- 3) 机械的效率计算公式，机组的效率计算；
- 4) 机械的自锁及自锁条件；
- 5) 典型机构的效率计算公式及自锁条件。

第十章 结 束