

2014年答案
- 1. 设 $A_n = \{\text{第 } n \text{ 次为正面}\}$ ，记 $p_n = P(A_n)$

由题意，当 $n \geq 2$ 时， $P(A_n | A_{n-1}) = \beta = 1 - P(A_n | \bar{A}_{n-1})$

根据全概率公式，则有

$$p_n = P(A_n | A_{n-1}) P(A_{n-1}) + P(A_n | \bar{A}_{n-1}) P(\bar{A}_{n-1})$$

$$= \beta p_{n-1} + (1-\beta)(1-p_{n-1})$$

$$= (2\beta-1)p_{n-1} + (1-\beta), \quad n \geq 2$$

$$\text{整理可得 } p_{n-\frac{1}{2}} = (2\beta-1)(p_{n-1-\frac{1}{2}}).$$

$$\text{由 } p_1 = \alpha, \text{ 解得 } p_n = (\alpha - \frac{1}{2})(2\beta-1)^{n-1} + \frac{1}{2}, \quad n \geq 1.$$

完整版，请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网，专注于中科大、中科院考研

$$\text{从而 } \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{1}{2}.$$