- 资料链接：http://www.kaoyancas.net/cas/ziliao/922.html
- 官网：http://www.kaoyancas.net
- 学长 QQ: 2852509804
- 2019 年中科院考研交流群：681994146
- 学长免费答疑，群内共享中科院考研信息。

2019 年中科院 801 高等代数资料清单如下（后期同步更新）：

2019 年中科院《高等代数》考研资料包含：

1、中科院 801《高等代数》考研真题　　（独家更新 2018 年考研真题）

真题包含：2000-2018 年高等代数考研真题，2000-2017 年试题均有答案解析，且均有详细的解析过程。

2、中科院《高等代数》考研复习笔记（推荐）

本笔记由考上中科院的高分学长提供，全部为手写的，知识点总结归纳完整，思路清晰，例题解析详细，字迹工整清晰。共 150 页。

中国科学院大学
2018 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：高等代数
科大科院考研网独家提供

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一.（20'）设 r（x）、p（x）、q（x）都是数域 k 上的正次数多项式，其中 p（x）、q（x）互素，并且 deg（r（x））< deg（p（x））+deg（q（x））。

证明存在数域 k 上的多项式 u（x）、v（x）满足 [illegible] deg（p（x）），deg（v（x））< deg（q（x）），使 $\frac{r(x)}{p(x)q(x)}=\frac{u(x)}{p(x)}+\frac{v(x)}{q(x)}$ 成立。

二.（20'）设 n 阶方阵 $M_n=(|i-j|)_{1\le i,j\le n}$，令 $D_n=\det(M_n)$

1、求 D_4

2、证明 D_n 满足递推关系，$D_n=-4D_{n-1}-4D_{n-2}$

3、求 n 阶方阵，$A_n=(|i-j|)_{1\le i,j\le n}$，的行列式 $\det(A_n)$

中国科学院大学

2017 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：高等代数

（科大科院考研网独家收集整理）

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

---

1. $f(x)$ 为实多项式，且 $f(x)$ 恒大于等于 0，证明存在实多项式 $g(x)$，$h(x)$，使得 $f(x)=f(x)^2+(h(x))^2$

2. $f_1\cdots f_m$ 为 n 为线性空间 V 上线性函数，$1\le m<n$，求证存在 $\alpha\in V$ $f_i(\alpha)=0$

3. 计算行列式

$$\Delta_n=\begin{vmatrix} 1-a_1 & a_2 & & & & \\ -1 & 1-a_2 & a_3 & & & \\ & & & \cdots & & \\ & & & & 1-a_{n-1} & a_n \\ & & & & -1 & 1-a_n \end{vmatrix}$$

中国科学院大学

2017 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题参考解答
科目名称：高等代数

科大科院考研网独家提供

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟；
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

---

1. (15 分) 证明：实系数多项式 $f(x)$ 对所有实数 x 均有 $f(x) \geq 0$, 求证 $f(x)$ 可以写成两实系数多项式的平方和 $[g(x)]^2 + [h(x)]^2$.

证明：参考王品超《高等代数新方法》下册 P22.

(a) 若 $f(x) = 0$, 此时 $f(x) = 0^2 + 0^2$ 成立.

(b) 若 $\deg f(x) = 0$, 即 $f(x) = a_0$, 这时 $a_0 > 0$, 我们有 $f(x) = 0^2 + (\sqrt{a_0})^2$.

(c) 若 $\deg f(x) > 0$, 设 $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ 且 $a_n \neq 0$, 变形为

$$f(x) = x^n \left(a_n + a_{n-1}\frac{1}{x} + \cdots + a_0\frac{1}{x^n}\right).$$

当 x 取充分大的正值时, 由于 $f(x) > 0$, 而 $a_n + a_{n-1}\frac{1}{x} + \cdots + a_0\frac{1}{x^n}$ 符号由 a_n 决定, 所以得到 $a_n > 0$.

设 $f(x)$ 在实数域上的典型分解式为

$$f(x) = a_n (x-\alpha_1)^{k_1} \cdots (x-\alpha_m)^{k_m} \left(x^2 + p_1 x + q_1\right)^{l_1} \cdots \left(x^2 + p_s x + q_s\right)^{l_s},$$

这里 $\alpha_1 < \cdots < \alpha_m$, $x^2 + p_i x + q_i$ 无实根, 且 $i \neq j$ 时彼此不同. 我们可知 k_i 为偶数, 其中 $i = 1, 2, \cdots, m$. 否则, 设 k_i 为奇数, $k_{i+1}, \cdots, k_m$ 为偶数, 取 $\alpha_{i-1} < \alpha < \alpha_i$, 则 $f(\alpha) < 0$, 矛盾, 因此 $k_1, \cdots, k_m$ 为偶数.

可设 $r(x) = (x-\alpha_1)^{k_1/2} \cdots (x-\alpha_m)^{k_m/2}$, 故

中国科学院
2016年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：高等代数

1.计算行列式

$$D_n=\begin{vmatrix} \frac{1}{a_1+b_1} & \frac{1}{a_1+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_1+b_n} \\ \frac{1}{a_2+b_1} & \frac{1}{a_2+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_2+b_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{a_n+b_1} & \frac{1}{a_n+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_n+b_n} \end{vmatrix}$$

【解答】

$$D_n=\begin{vmatrix} \frac{1}{a_1+b_1} & \frac{1}{a_1+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_1+b_n} \\ \frac{1}{a_2+b_1} & \frac{1}{a_2+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_2+b_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{a_n+b_1} & \frac{1}{a_n+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_n+b_n} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{a_1+b_1} & \frac{1}{a_1+b_2} & \cdots & \frac{1}{a_1+b_n} \end{vmatrix}$$

中国科学院
2015年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：高等代数

1. $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 相异，$f(x)=(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)$，$s_k=x_1^k+x_2^k+\cdots+x_n^k$。

(1) 证明：$[f'(x)]^2-f(x)f''(x)$ 无实根。

(2) $x^{k+1}f'(x)=(s_0x^k+s_1x^{k-1}+\cdots+s_{k-1}x+s_k)f(x)+g(x)$，$g(x)$ 次数小于 n。

【解答】

(1) 令

$$g(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{(x-x_2)(x-x_3)\cdots(x-x_n)+(x-x_1)(x-x_3)\cdots(x-x_n)+\cdots+(x-x_1)\cdots(x-x_{n-2})(x-x_{n-1})}{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}$$

$$=\frac{1}{x-x_1}+\frac{1}{x-x_2}+\cdots+\frac{1}{x-x_n}$$

其中 $x\neq x_1,x_2,\cdots,x_n$，因此，$g'(x)=-\frac{1}{(x-x_1)^2}-\frac{1}{(x-x_2)^2}-\cdots-\frac{1}{(x-x_n)^2}<0$。

但另一方面，$g'(x)=\left[\frac{f'(x)}{f(x)}\right]'=\frac{f''(x)f(x)-[f'(x)]^2}{f^2(x)}$，故 $[f'(x)]^2-f(x)f''(x)>0$，

$\forall x\neq x_i$，$i=1,2,\cdots,n$。$[f'(x)]^2-f(x)f''(x)$ 如果有实根，则只能在 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 中。

但若有 $1\leq i\leq n$，使得 $[f'(x_i)]^2-f(x_i)f''(x_i)=0$，则 $f'(x_i)=0$，于是 x_i 为 $f(x)$ 的

中国科学院
2014年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：高等代数

1. $f(x)=f_0(x^n)+xf_1(x^n)+\cdots+x^{n-2}f_{n-2}(x^n)$，$f$ 可被 $x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+1$ 整除，求证 $f_i(0)=0$。

【解答】

$x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+1=0$ 有 $n-1$ 个不同的根 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n-1}$，它们都是 $x^n=1$ 的根。

f 可被 $x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+1$ 整除，故

$$\begin{cases} f_0(1)+\xi_1 f_1(1)+\cdots+\xi_1^{n-2}f_{n-2}(1)=0 \\ f_0(1)+\xi_2 f_1(1)+\cdots+\xi_2^{n-2}f_{n-2}(1)=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_0(1)+\xi_{n-1} f_1(1)+\cdots+\xi_{n-1}^{n-2}f_{n-2}(1)=0 \end{cases}$$

这是一个关于 $f_0(1),f_1(1),\cdots,f_{n-2}(1)$ 的方程组，系数行列式为 $\begin{vmatrix} 1 & \xi_1 & \cdots & \xi_1^{n-2} \\ 1 & \xi_2 & \cdots & \xi_2^{n-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \xi_{n-1} & \cdots & \xi_{n-1}^{n-2} \end{vmatrix}\neq 0$

中国科学院
2011年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：高等代数

一. $f(x)=a_nx^n+\cdots+a_1x+a_0$ 为整系数多项式，$\frac{p}{q}$ 为既约分数，$f(\frac{p}{q})=0$。证明

(1) $p\,|\,a_0$；$q\,|\,a_n$。

(2) 对任意整数 m，$qm-p\,|\,f(m)$。

【解答】

(1) $f(\frac{p}{q})=0$，即 $a_n(\frac{p}{q})^n+\cdots+a_1(\frac{p}{q})+a_0=0$，即

$$a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}q+\cdots+a_1pq^{n-1}+a_0q^n=0$$

因此，

$$q(a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1pq^{n-2}+a_0q^{n-1})=-a_np^n，\quad q\,|\,a_np^n$$

$$p(a_np^{n-1}+a_{n-1}p^{n-2}q+\cdots+a_1q^{n-1})=-a_0q^n，\quad p\,|\,a_0q^n$$

$(p,q)=1$，因此，$p\,|\,a_0$，$q\,|\,a_n$。

(2) $f(\frac{p}{q})=0$，故 $f(x)=(x-\frac{p}{q})g(x)=(qx-p)\frac{g(x)}{q}$，其中 $g(x)$ 为一个有理系数