

1-4 分析过程：

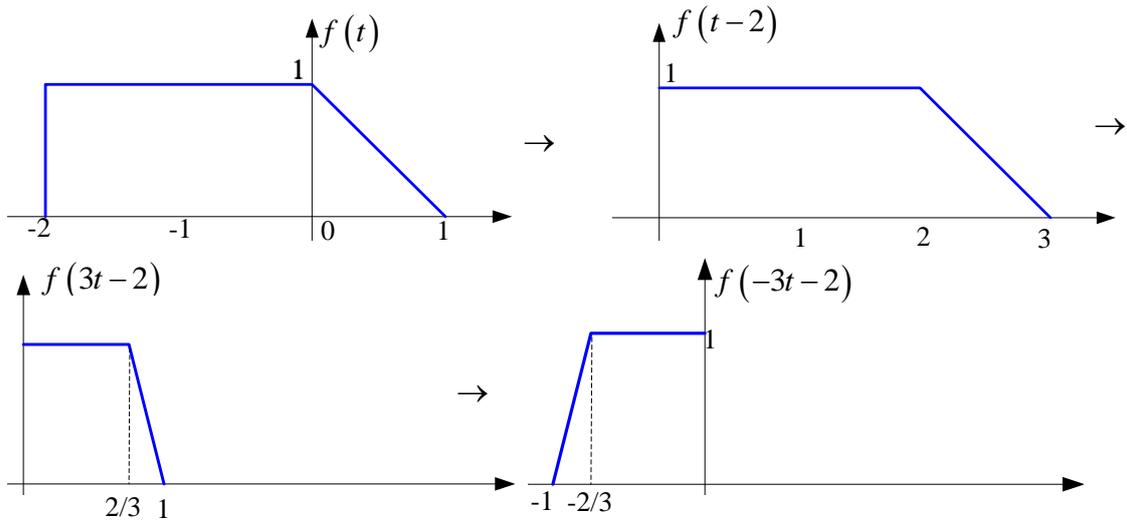
(1) 例 1-1 的方法： $f(t) \rightarrow f(t-2) \rightarrow f(3t-2) \rightarrow f(-3t-2)$

(2) 方法二： $f(t) \rightarrow f(3t) \rightarrow f\left[3\left(t-\frac{2}{3}\right)\right] \rightarrow f(-3t-2)$

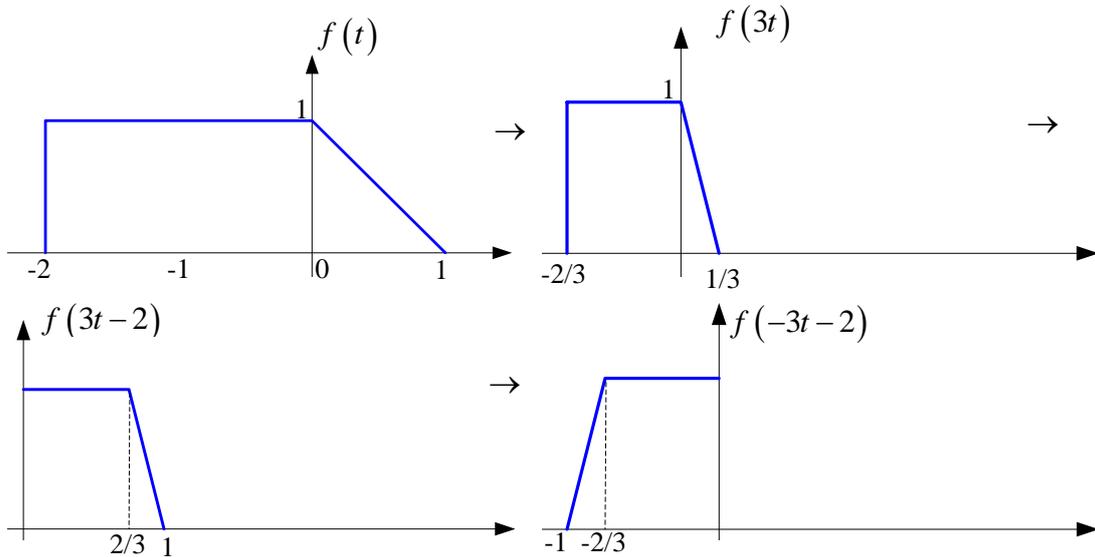
(3) 方法三： $f(t) \rightarrow f(-t) \rightarrow f[-(t+2)] \rightarrow f(-3t-2)$

解题过程：

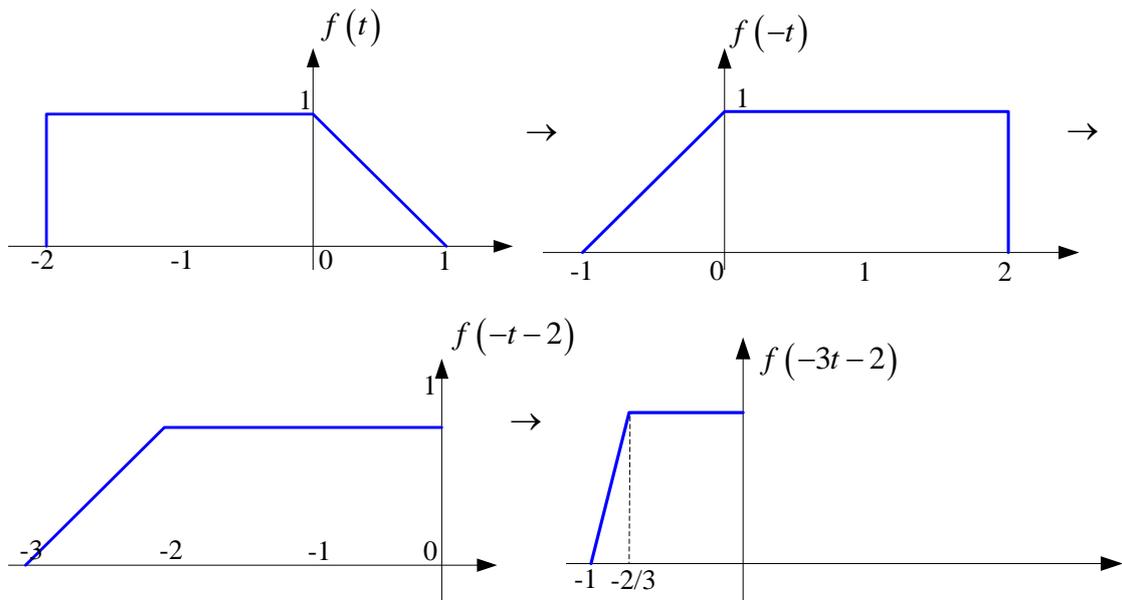
(1) 方法一：



方法二：



方法三：



1-5 解题过程：

(1)  $f(-at)$  左移  $t_0$  :  $f[-a(t+t_0)] = f(-at-at_0) \neq f(t_0-at)$

(2)  $f(at)$  右移  $t_0$  :  $f[a(t-t_0)] = f(at-at_0) \neq f(t_0-at)$

(3)  $f(at)$  左移  $\frac{t_0}{a}$  :  $f\left[a\left(t+\frac{t_0}{a}\right)\right] = f(at+t_0) \neq f(t_0-at)$

(4)  $f(at)$  右移  $\frac{t_0}{a}$  :  $f\left[-a\left(t-\frac{t_0}{a}\right)\right] = f(-at+t_0) = f(t_0-at)$

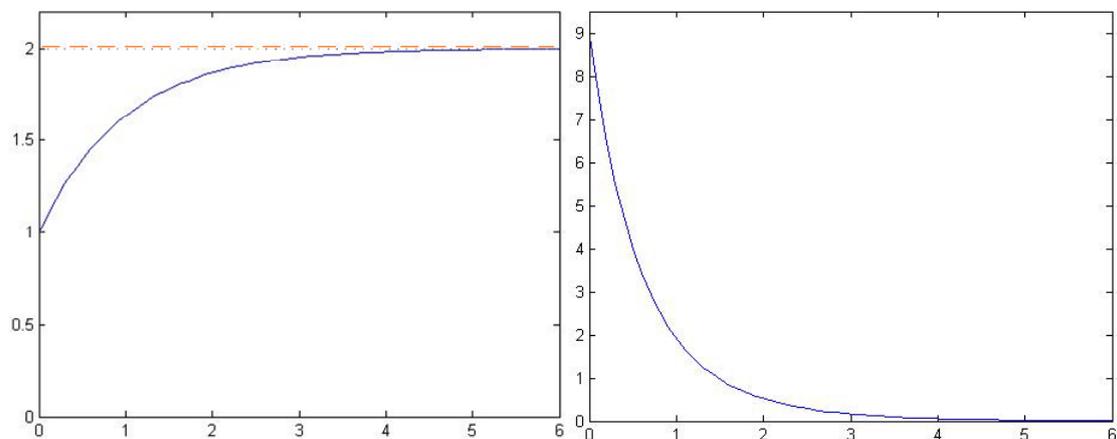
故 (4) 运算可以得到正确结果。

注：1-4、1-5 题考察信号时域运算：1-4 题说明采用不同的运算次序可以得到一致的结果；1-5 题提醒所有的运算是针对自变量  $t$  进行的。如果先进行尺度变换或者反转变换，再进行移位变换，一定要注意移位量和移位的方向。

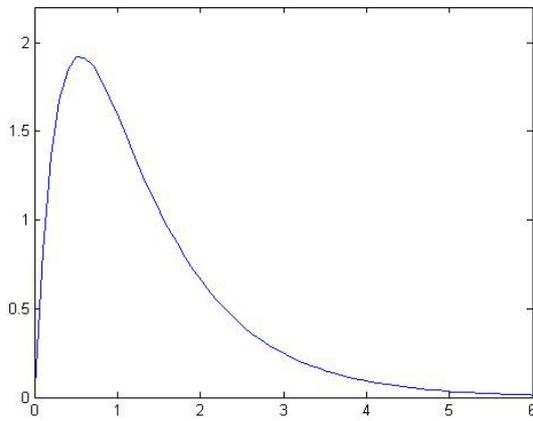
1-9 解题过程：

(1)  $f(t) = (2 - e^{-t})u(t)$

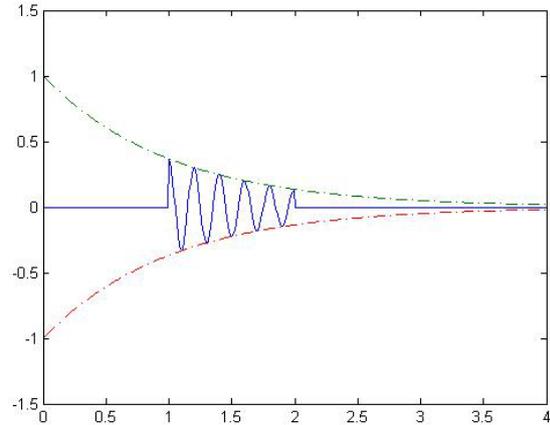
(2)  $f(t) = (3e^{-t} + 2e^{-2t})u(t)$



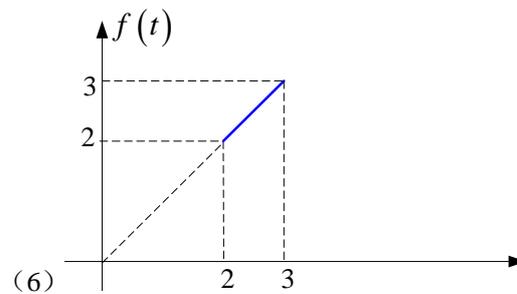
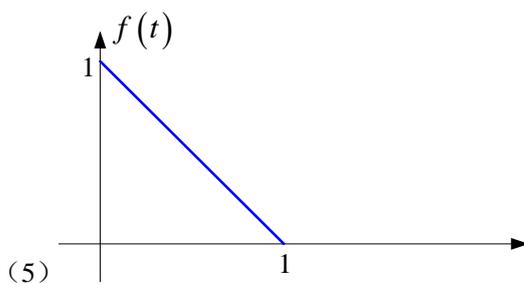
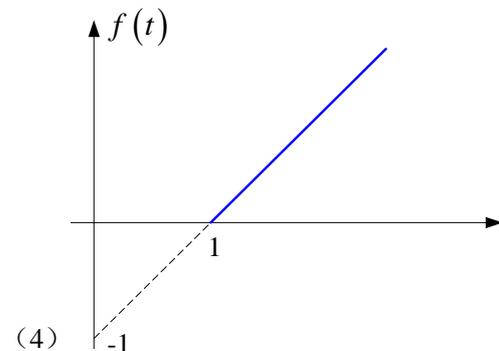
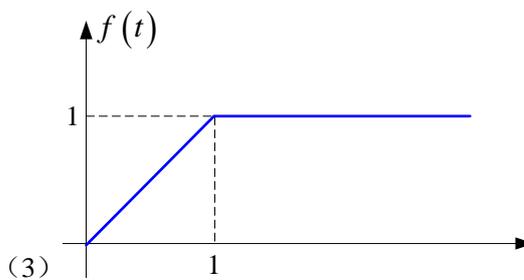
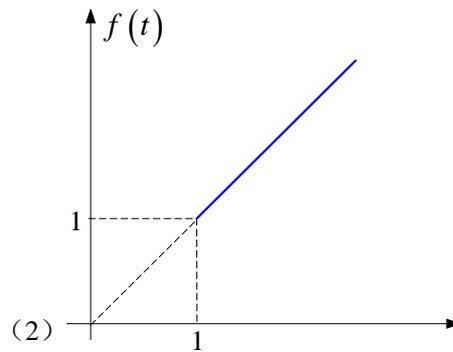
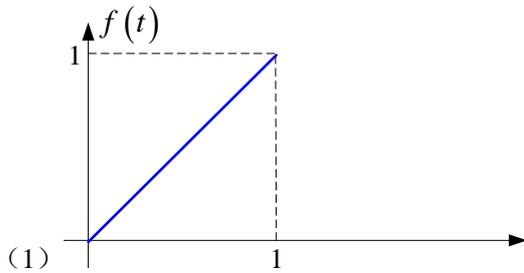
(3)  $f(t) = (5e^{-t} - 5e^{-2t})u(t)$

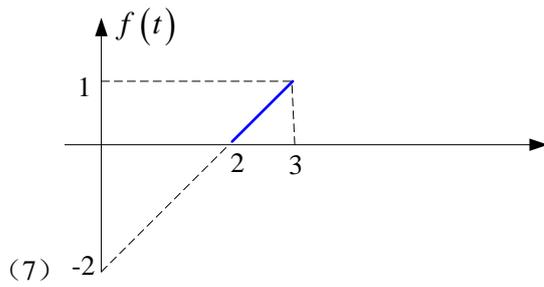


(4)  $f(t) = e^{-t} \cos(10\pi t)[u(t-1) - u(t-2)]$



1-12 解题过程:





注：1-9、1-12 题中的时域信号均为实因果信号，即  $f(t) = f(t)u(t)$

1-18 分析过程：任何信号均可分解为奇分量与偶分量之和的形式，即

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t) \quad \cdots (1)$$

其中， $f_e(t)$  为偶分量， $f_o(t)$  为奇分量，二者性质如下：

$$f_e(t) = f_e(-t) \quad \cdots (2)$$

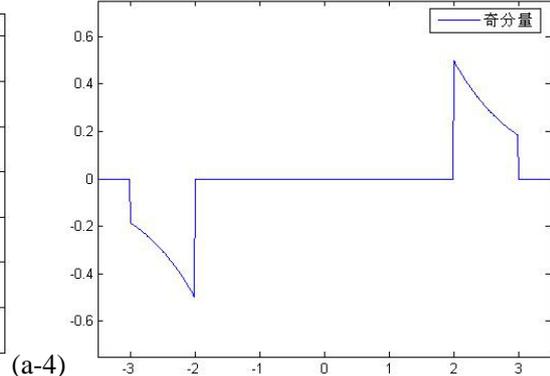
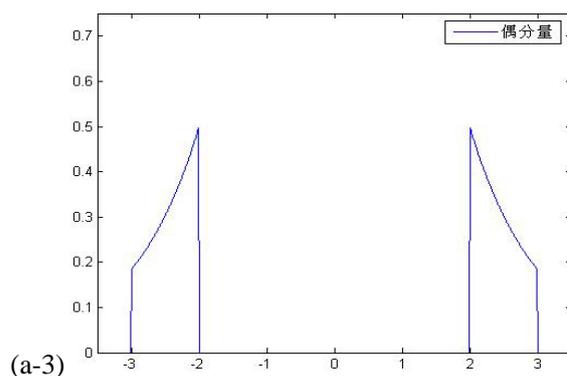
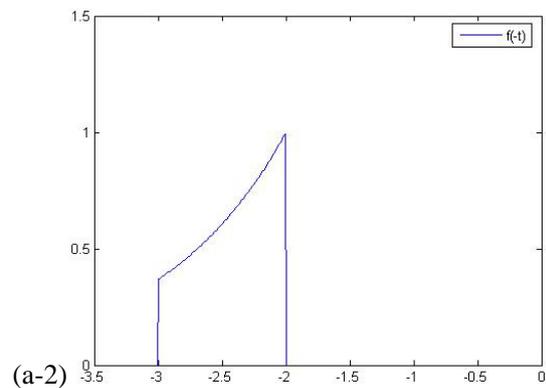
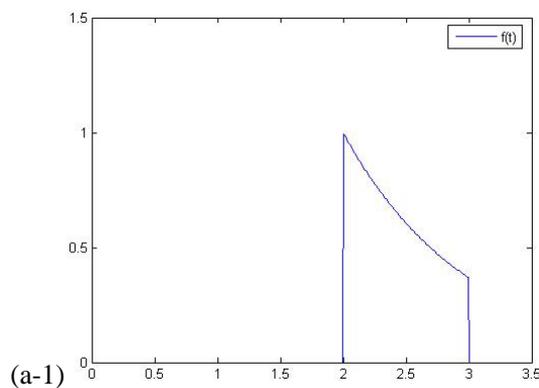
$$f_o(t) = -f_o(-t) \quad \cdots (3)$$

(1)~(3)式联立得

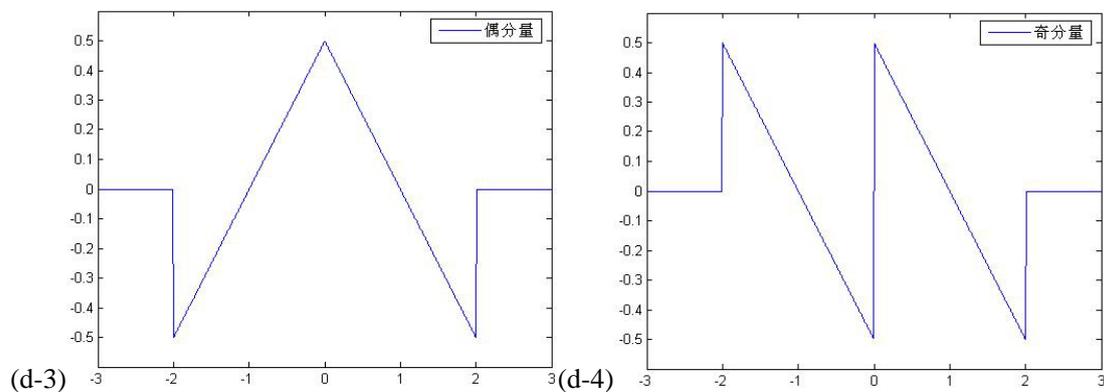
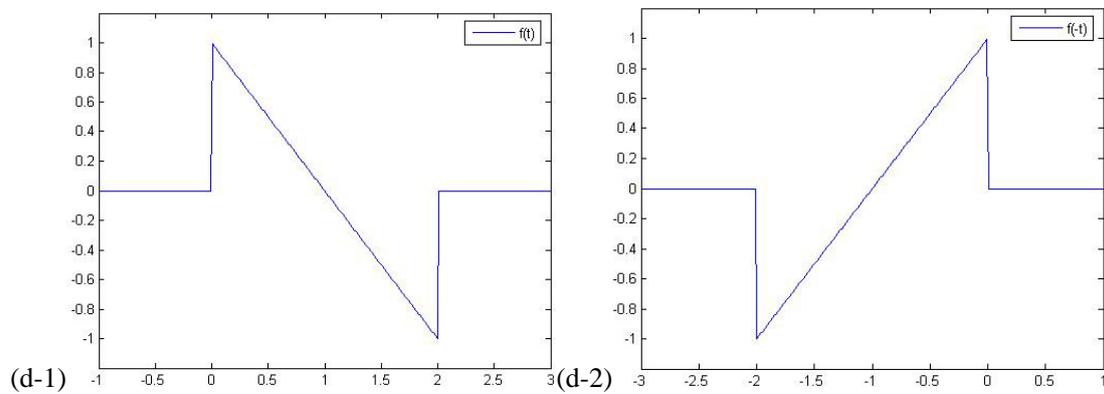
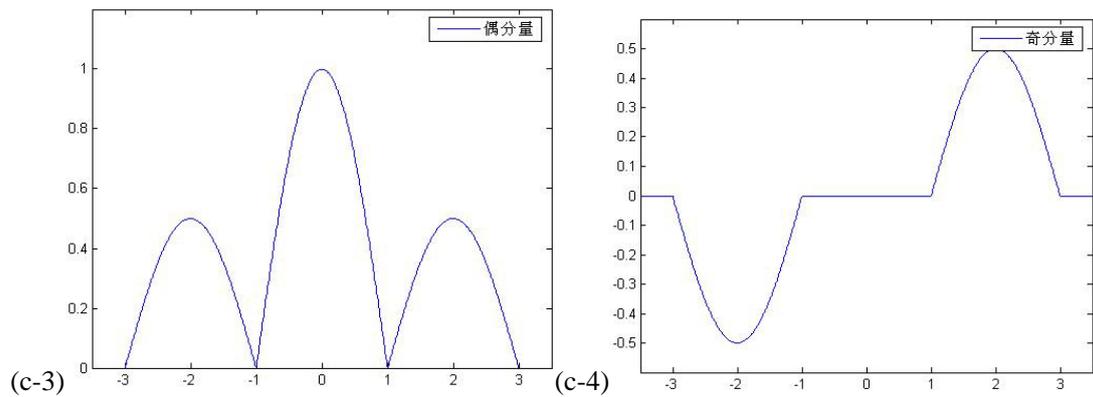
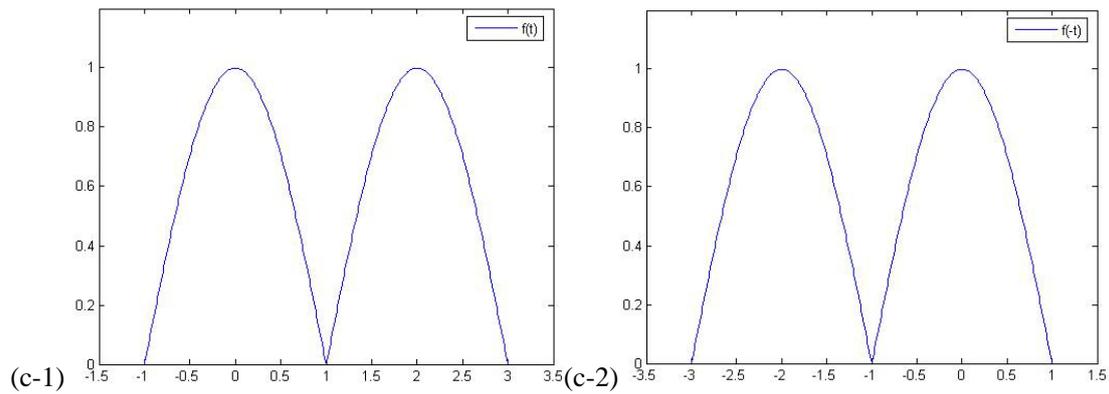
$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

解题过程：



(b)  $f(t)$  为偶函数，故只有偶分量，为其本身



1-20 分析过程：本题为判断系统性质：线性、时不变性、因果性

(1) 线性 (Linearity)：基本含义为叠加性和均匀性

即输入  $x_1(t)$ ， $x_2(t)$  得到的输出分别为  $y_1(t)$ ， $y_2(t)$ ， $T[x_1(t)] = y_1(t)$ ，

$T[x_2(t)] = y_2(t)$ ，则  $T[c_1x_1(t) + c_2x_2(t)] = c_1y_1(t) + c_2y_2(t)$  ( $c_1, c_2$  为常数)。

线性系统是指系统的全响应可以分解为零输入响应和零状态响应，并且二者均分别具有线性性质。

本题未说明初始条件，可认为系统起始状态为零（“松弛”的），故零输入响应为零，只需判断系统的输入——输出是否满足线性。

(2) 时不变性 (Time-Invaribility)：是指当激励延迟一段时间  $t_0$  时，其响应也同样延迟  $t_0$ ，波形形状不变。

(3) 因果性 (Causality)：是指系统在  $t_0$  时刻的响应只与  $t = t_0$  和  $t < t_0$  的时刻有关，与未来的时刻无关。

满足因果性的系统又称为物理可实现系统。

判断因果性的方法：

① 通过时域关系式： $y(t) = T[x(t)]$  判断是否可能有  $y(t_1) = T[x(t_2)]$ ， $t_1 < t_2$  的时刻出现。若有则非因果系统，否则为因果系统；

② 对于时间连续系统

$$\text{冲激响应 } h(t) \begin{cases} = h(t)u(t) & \text{因果系统} \\ \neq h(t)u(t) & \text{非因果系统} \end{cases}$$

③ 对于时间离散系统

$$\text{单位冲激响应 } h(n) \begin{cases} = h(n)u(n) & \text{因果系统} \\ \neq h(n)u(n) & \text{非因果系统} \end{cases}$$

解题过程：

$$(1) r(t) = \frac{de(t)}{dt}$$

$$\text{线性：} r_1(t) = \frac{de_1(t)}{dt}, r_2(t) = \frac{de_2(t)}{dt}, \text{ 则 } \frac{d[c_1e_1(t) + c_2e_2(t)]}{dt} = c_1r_1(t) + c_2r_2(t)$$

$$\text{时不变：输入 } e(t-t_0), \text{ 输出 } \frac{de(t-t_0)}{dt} = \frac{de(t-t_0)}{d(t-t_0)} = r(t-t_0)$$

因果： $r(t)$  仅与此时刻  $e(t)$  有关

$$(2) r(t) = e(t)u(t)$$

线性：设  $r_1(t) = e_1(t)u(t)$ 、 $r_2(t) = e_2(t)u(t)$ ，

$$\text{则 } [c_1e_1(t) + c_2e_2(t)]u(t) = c_1r_1(t) + c_2r_2(t)$$

时变：输入  $e(t-t_0)$ ，输出  $e(t-t_0)u(t) \neq e(t-t_0)u(t-t_0) = r(t-t_0)$

因果： $r(t)$  仅与此时刻  $e(t)$  有关

$$(3) r(t) = \sin[e(t)]u(t)$$

非线性：设  $r_1(t) = \sin[e_1(t)]u(t)$ 、 $r_2(t) = \sin[e_2(t)]u(t)$ ，

则  $\sin[c_1e_1(t) + c_2e_2(t)]u(t) \neq \sin[c_1e_1(t)]u(t) + \sin[c_2e_2(t)]u(t)$

时变：输入  $e(t-t_0)$ ，输出  $\sin[e(t-t_0)]u(t) \neq \sin[e(t-t_0)]u(t-t_0) = r(t-t_0)$

因果： $r(t)$  仅与此时刻  $e(t)$  有关

$$(4) r(t) = e(1-t)$$

线性：设  $r_1(t) = e_1(1-t)$ 、 $r_2(t) = e_2(1-t)$ ，则  $c_1e_1(1-t) + c_2e_2(1-t) = c_1r_1(t) + c_2r_2(t)$

时变：设  $e_1(t) = u(t) - u(t-1.5)$ ，则  $r_1(t) = u(t+0.5) - u(t)$

$e_2(t) = e_1(t-0.5) = u(t-0.5) - u(t-2)$ ，则  $r_2(t) = u(t+1) - u(t-0.5) \neq r_1(t-0.5)$

非因果：取  $t=0$ ，则  $r(0) = e(1)$ ，即  $t=0$  时刻输出与  $t=1$  时刻输入有关。

$$(5) r(t) = e(2t)$$

线性：设  $r_1(t) = e_1(2t)$ 、 $r_2(t) = e_2(2t)$ ，则  $c_1e_1(2t) + c_2e_2(2t) = c_1r_1(t) + c_2r_2(t)$

时变：设  $e_1(t) = u(t) - u(t-2)$ ，则  $r_1(t) = u(t) - u(t-1)$

$e_2(t) = e_1(t-2) = u(t-2) - u(t-4)$ ，则  $r_2(t) = u(t-1) - u(t-2) \neq r_1(t-2)$

非因果：取  $t=1$ ，则  $r(1) = e(2)$ ，即  $t=1$  时刻输出与  $t=2$  时刻输入有关。

$$(6) r(t) = e^2(t)$$

非线性：设  $r_1(t) = e_1^2(t)$ 、 $r_2(t) = e_2^2(t)$ ，

则  $[c_1e_1(t) + c_2e_2(t)]^2 = c_1^2e_1^2(t) + c_2^2e_2^2(t) + 2c_1c_2e_1(t)e_2(t) \neq c_1r_1(t) + c_2r_2(t)$

时不变：输入  $e(t-t_0)$ ，输出  $e^2(t-t_0) = r(t-t_0)$

因果： $r(t)$  仅与此时刻  $e(t)$  有关

$$(7) r(t) = \int_{-\infty}^t e(\tau) d\tau$$

线性：设  $r_1(t) = \int_{-\infty}^t e_1(\tau) d\tau$ 、 $r_2(t) = \int_{-\infty}^t e_2(\tau) d\tau$ ，

$$\text{则 } \int_{-\infty}^{5t} [c_1 e_1(\tau) + c_2 e_2(\tau)] d\tau = r_1(t) = c_1 \int_{-\infty}^{5t} e_1(\tau) d\tau + c_2 \int_{-\infty}^{5t} e_2(\tau) d\tau = c_1 r_1(t) + c_2 r_2(t)$$

时变：输入  $e(t-t_0)$ ，输出  $\int_{-\infty}^{5t} e(\tau-t_0) d\tau \stackrel{\tau-t_0=x}{=} \int_{-\infty}^{5t-t_0} e(x) dx \neq \int_{-\infty}^{5(t-t_0)} e(x) dx = r(t-t_0)$

非因果： $t=1$ 时， $r(1) = \int_{-\infty}^5 e(\tau) d\tau$ ， $r(1)$ 与 $(-\infty, 5]$ 内的输入有关。

1-21 分析：一个系统可逆，当且仅当输入、输出时一一对应的关系  
解题过程：

(1) 可逆。逆系统为  $r(t) = e(t+5)$

(2) 不可逆。因为  $r(t) = \frac{d}{dt} e(t) = \frac{d}{dt} [e(t) + C]$   $C$  为任意常数

不满足一一对应关系。

(3) 可逆。逆系统为  $r(t) = \frac{d}{dt} e(t)$

(4) 可逆。逆系统为  $r(t) = e\left(\frac{1}{2}t\right)$

1-23 解题过程：

利用线性时不变系统得微分特性

因为  $e_2(t) = \frac{d}{dt} e_1(t)$ ，所以，

$$r_2(t) = \frac{d}{dt} r_1(t) = \frac{d}{dt} [e^{-\alpha t} u(t)] = -\alpha e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \delta(t) = \delta(t) - \alpha e^{-\alpha t}$$