第13章　非正弦周期电流电路和信号的频谱

本章重点

● 重点

1. 周期函数分解为傅里叶级数
2. 非正弦周期函数的有效值和平均功率
3. 非正弦周期电流电路的计算

13.1 非正弦周期信号

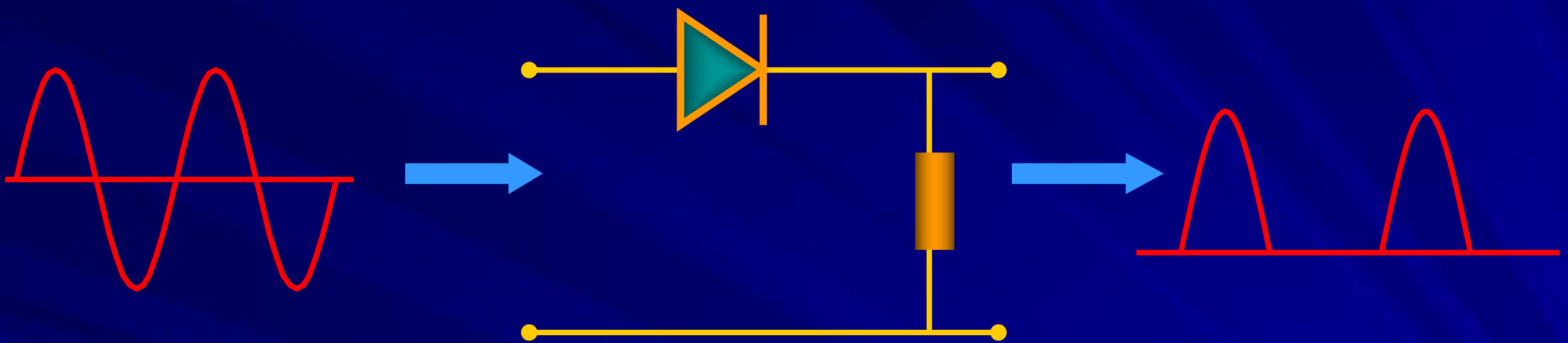
生产实际中，经常会遇到非正弦周期电流电路。在电子技术、自动控制、计算机和无线电技术等方面，电压和电流往往都是周期性的非正弦波形。

- 非正弦周期交流信号的特点

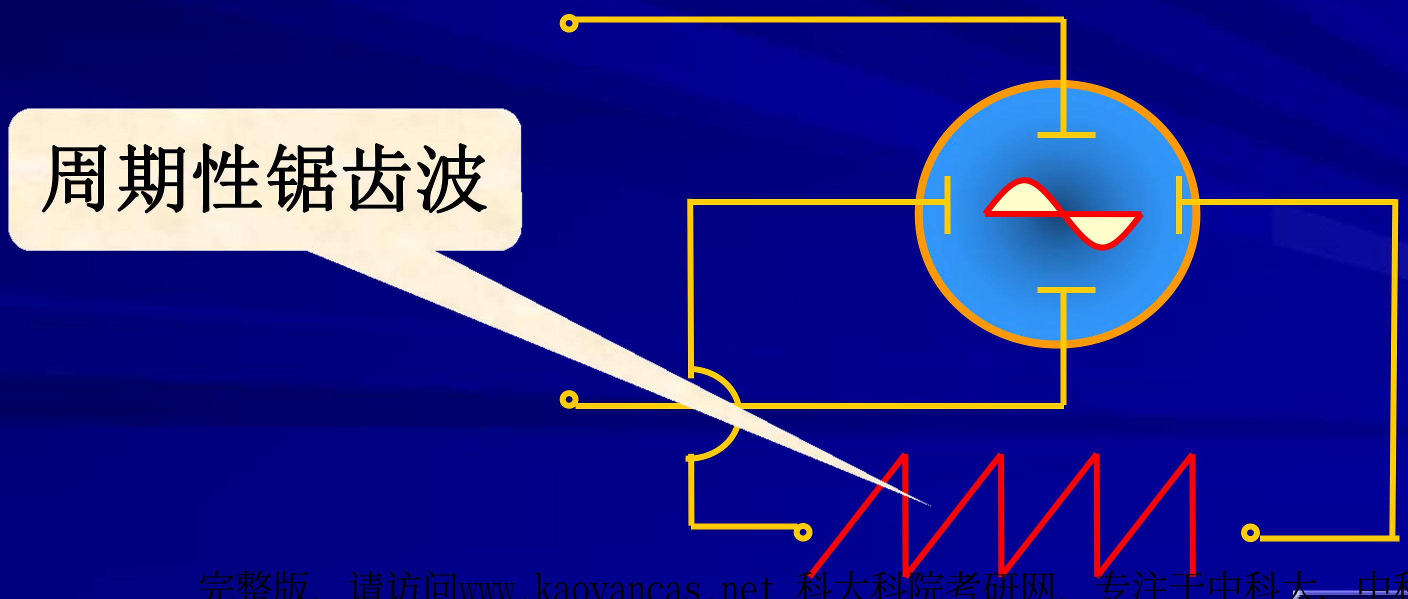
(1) 不是正弦波

(2) 按周期规律变化 → $f(t)=f(t+nT)$

例1　半波整流电路的输出信号

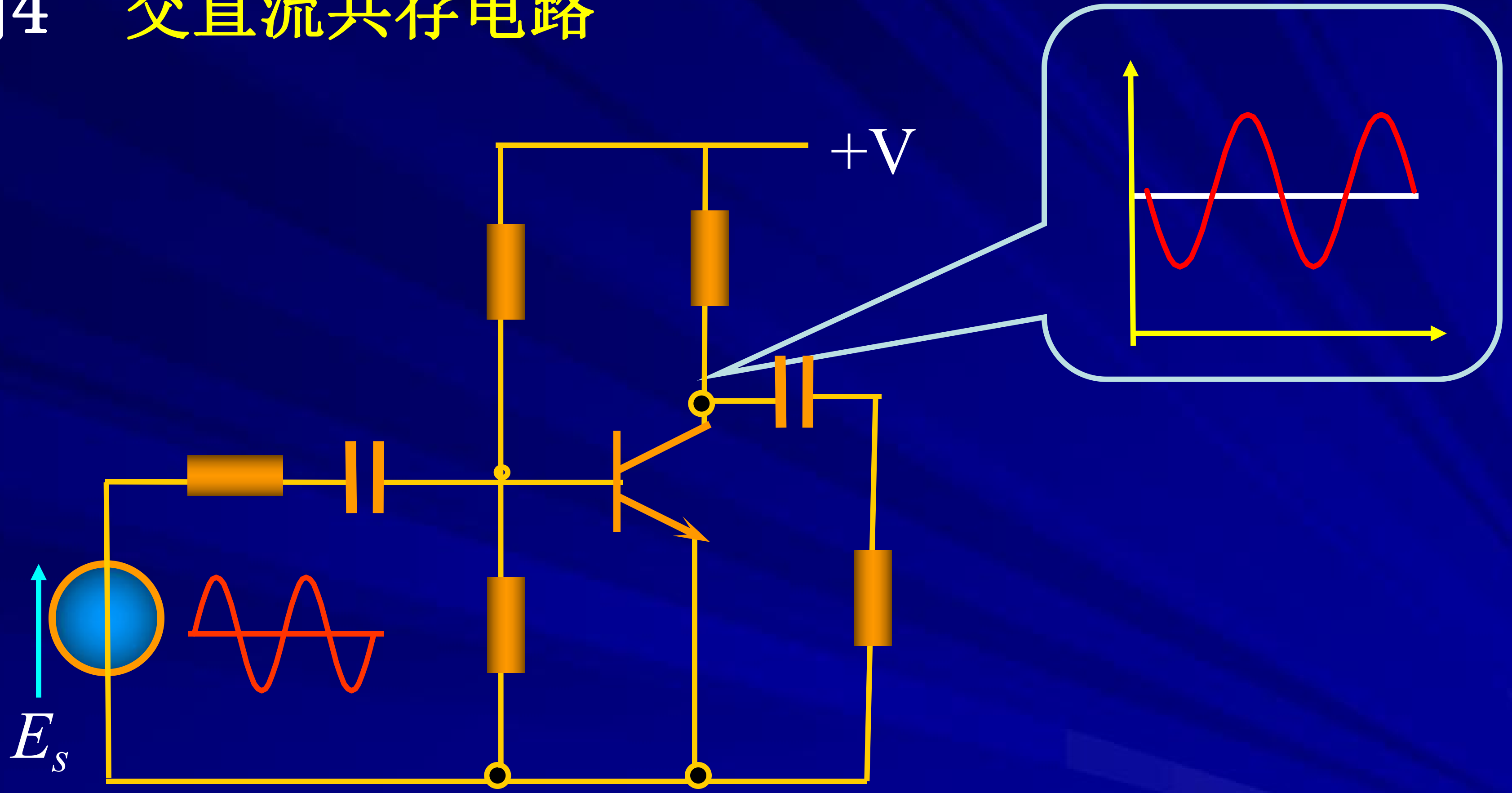


例2　示波器内的水平扫描电压



例3 脉冲电路中的脉冲信号

例4　交直流共存电路



13.2 周期函数分解为傅里叶级数

若周期函数满足狄利赫利条件：

①周期函数极值点的数目为有限个；

②间断点的数目为有限个；

③在一个周期内绝对可积，即：

$$\int_0^T \left| f(t) \right| \mathrm{d}t < \infty$$

可展开成收敛的傅里叶级数

注意 一般电工里遇到的周期函数都能满足狄利赫利条件。

周期函数展开成傅里叶级数：

直流分量

基波（和原函数同频）

二次谐波（2倍频）

高次谐波

$$f(t) = A_0 + A_{1m}\cos(\omega_1 t + \phi_1) +$$

$$+ A_{2m}\cos(2\omega_1 t + \phi_2) + \cdots$$

$$+ A_{nm}\cos(n\omega_1 t + \phi_n) +$$

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km}\cos(k\omega_1 t + \phi_k)$$

也可表示成：

$$A_{km}\cos(k\omega_1 t+\phi_k)=a_k\cos k\omega_1 t+b_k\sin k\omega_1 t$$

$$f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}[a_k\cos k\omega_1 t+b_k\sin k\omega_1 t]$$

系数之间的关系为：

$$\begin{cases} A_0=a_0 \\ A_{km}=\sqrt{a_k^2+b_k^2} \\ a_k=A_{km}\cos\phi_k \qquad b_k=-A_{km}\sin\phi_k \\ \phi_k=\arctan\dfrac{-b_k}{a_k} \end{cases}$$

系数的计算：

$$A_0 = a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\cos(k\omega_1 t)\mathrm{d}(\omega_1 t)$$

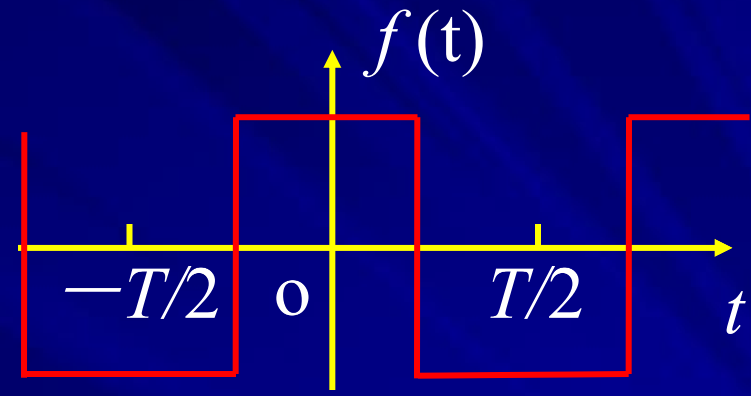
$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\sin(k\omega_1 t)\mathrm{d}(\omega_1 t)$$

求出A_0、a_k、b_k便可得到原函数 $f(t)$ 的展开式。

注意 利用函数的对称性可使系数的确定简化

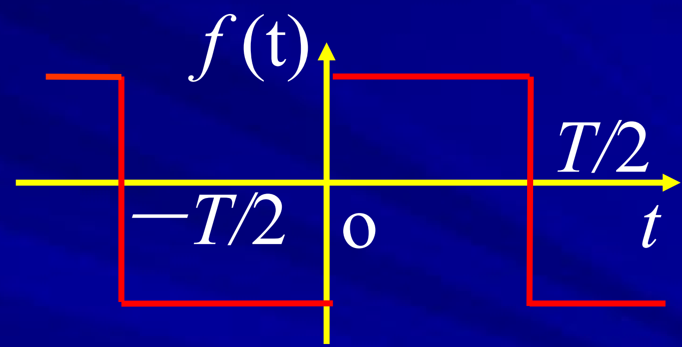
①偶函数

$$f(t)=f(-t)\qquad b_k=0$$



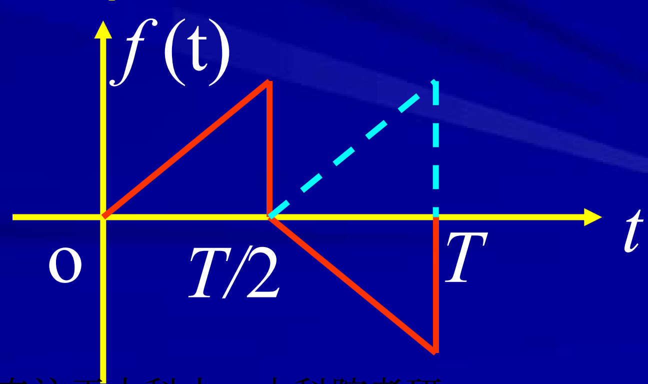
②奇函数

$$f(t)=-f(t)\qquad a_k=0$$



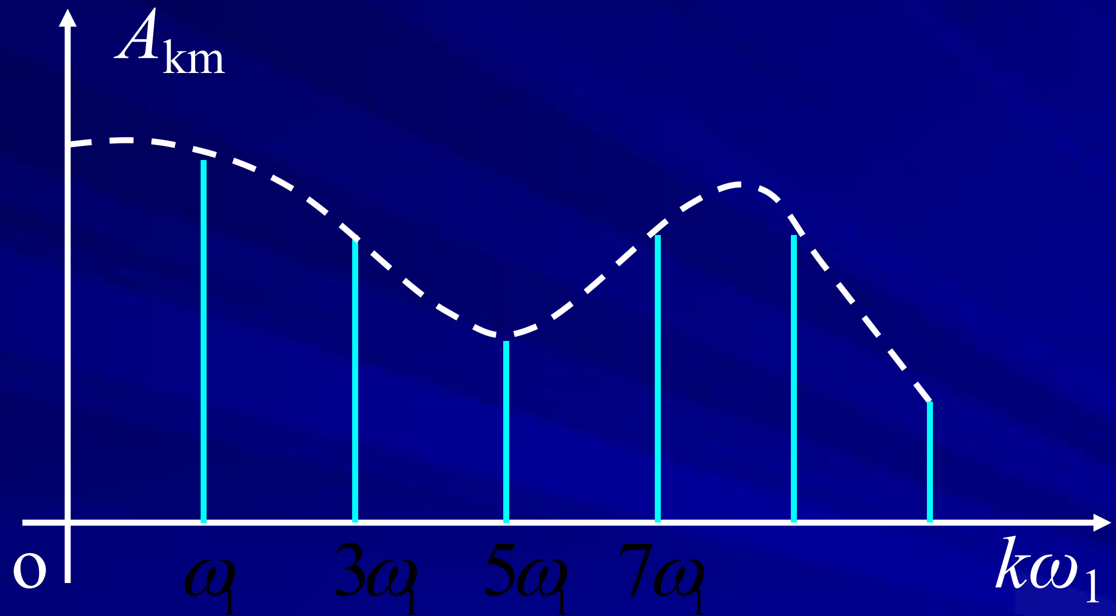
③奇谐波函数

$$f(t)=-f(t+\frac{T}{2})\qquad a_{2k}=b_{2k}=0$$



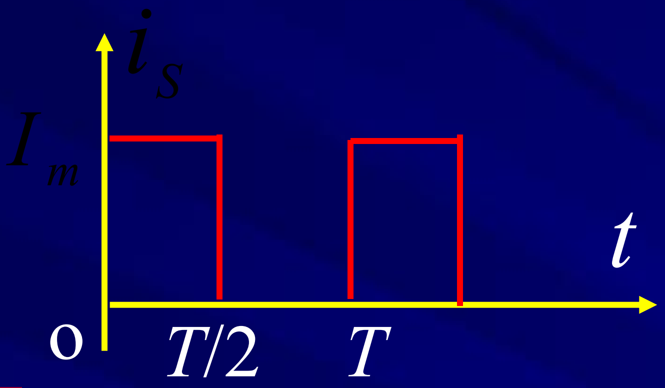
周期函数的频谱图：

幅度频谱 → $A_{km} \sim k\omega_1$ 的图形



相位频谱 → $\phi_k \sim k\omega_1$ 的图形

例1 周期性方波信号的分解



$$i_S(t)=\begin{cases} I_m & 0<t<\dfrac{T}{2} \\ 0 & \dfrac{T}{2}<t<T \end{cases}$$

解 图示矩形波电流在一个周期内的表达式为：

直流分量：$$I_O=\frac{1}{T}\int_0^T i_S(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^{T/2} I_m\,\mathrm{d}t=\frac{I_m}{2}$$

谐波分量：$$b_K=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i_S(\omega t)\sin k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t)$$

$$=\frac{I_m}{\pi}\left(-\frac{1}{k}\cos k\omega t\right)\Big|_0^{\pi}=\begin{cases} 0 & K\text{为偶数} \\ \dfrac{2I_m}{k\pi} & K\text{为奇数} \end{cases}$$

$$a_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} i_S(\omega t)\cos k\omega t \mathrm{d}(\omega t)$$

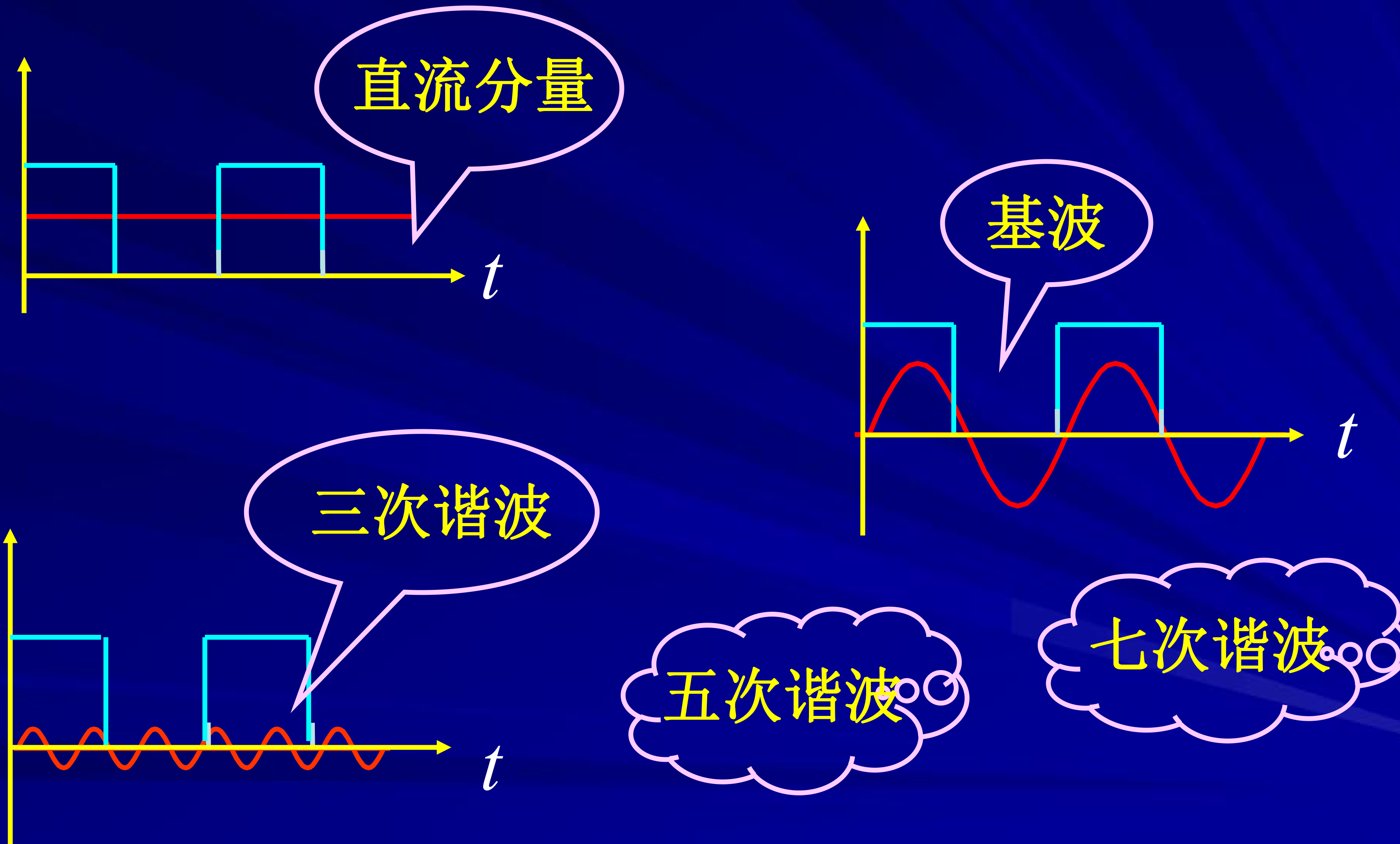
$$= \frac{2I_m}{\pi}\cdot\frac{1}{k}\sin k\omega t\Big|_0^{\pi} = 0$$

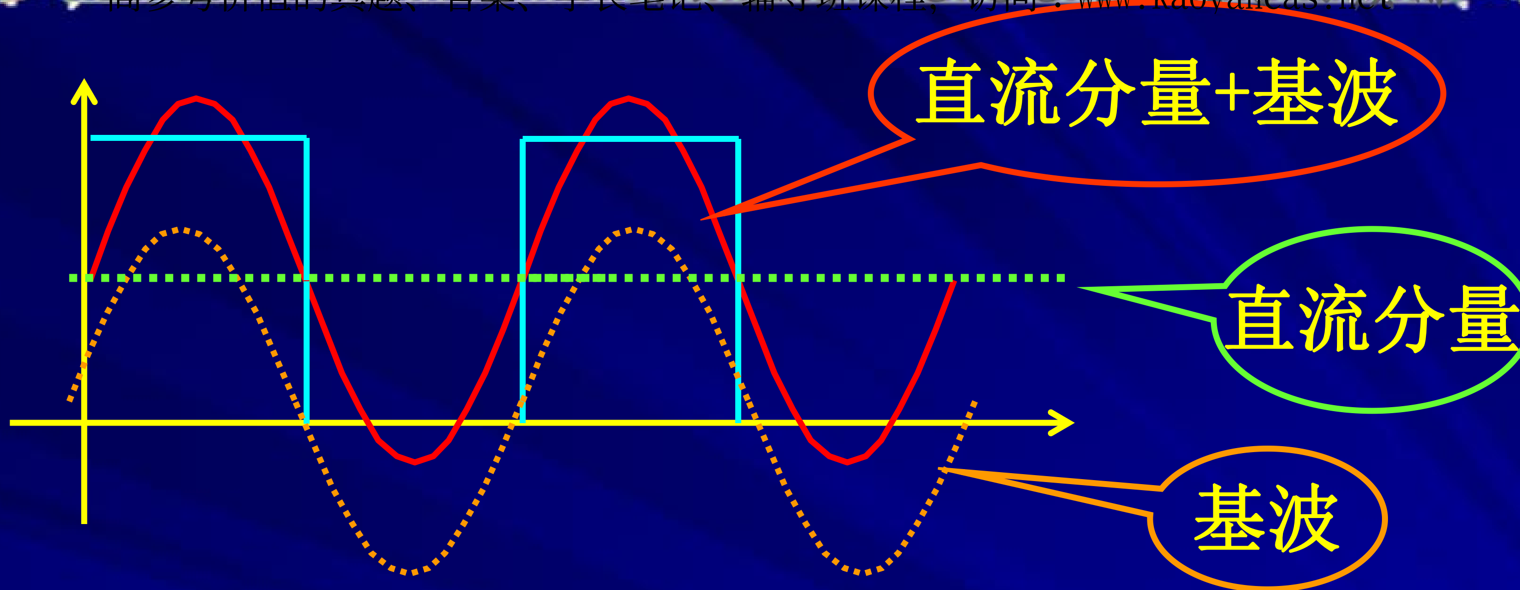
$$A_k = \sqrt{b_k^2 + a_k^2} = b_K = \frac{2I_m}{k\pi}$$ （k为奇数）

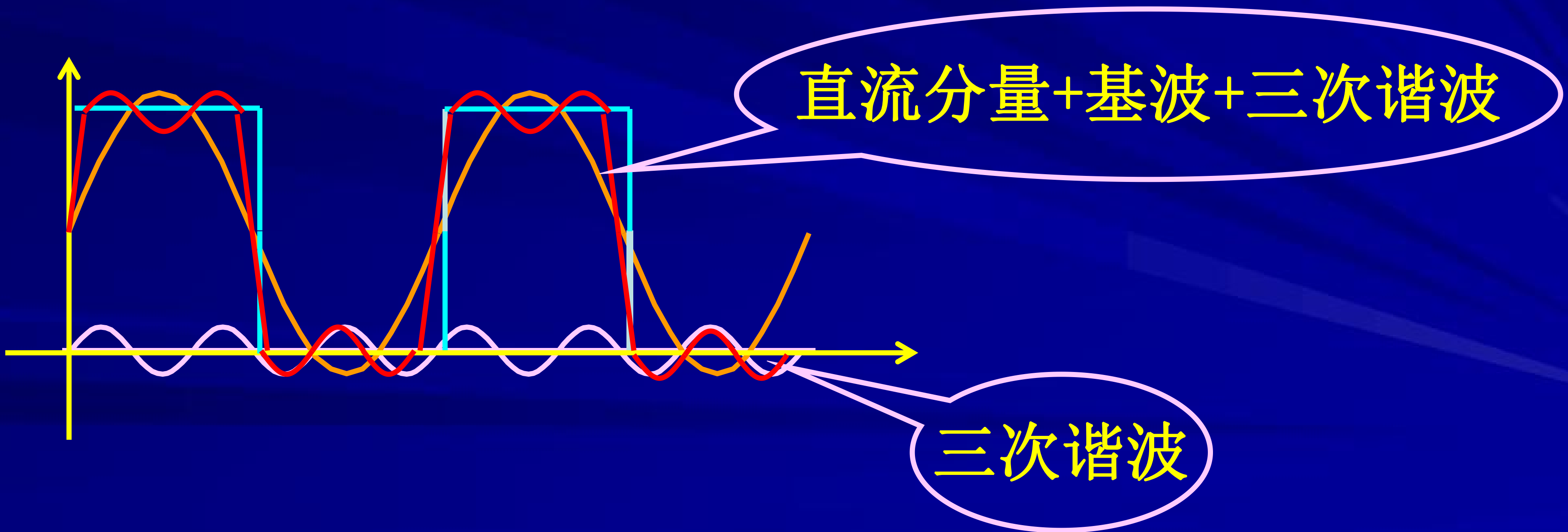
i_S 的展开式为：

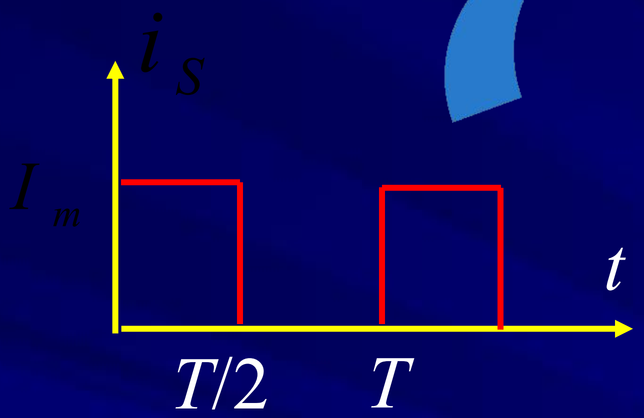
$$i_S = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi}(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \cdots)$$

周期性方波波形分解

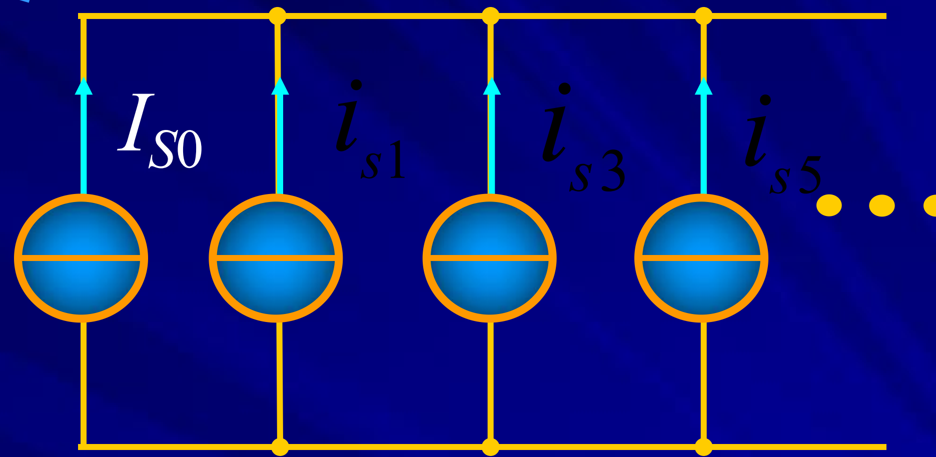



直流分量+基波
直流分量
基波


直流分量+基波+三次谐波
三次谐波

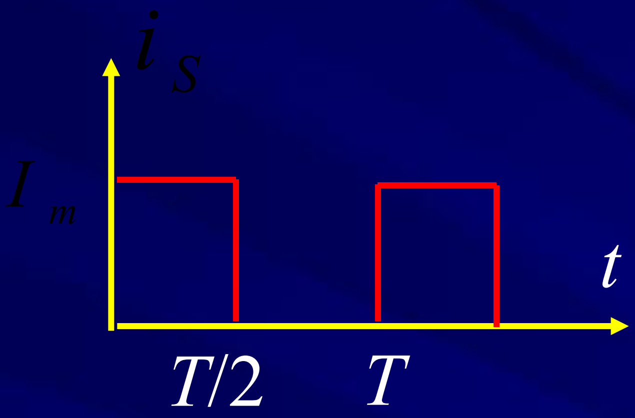


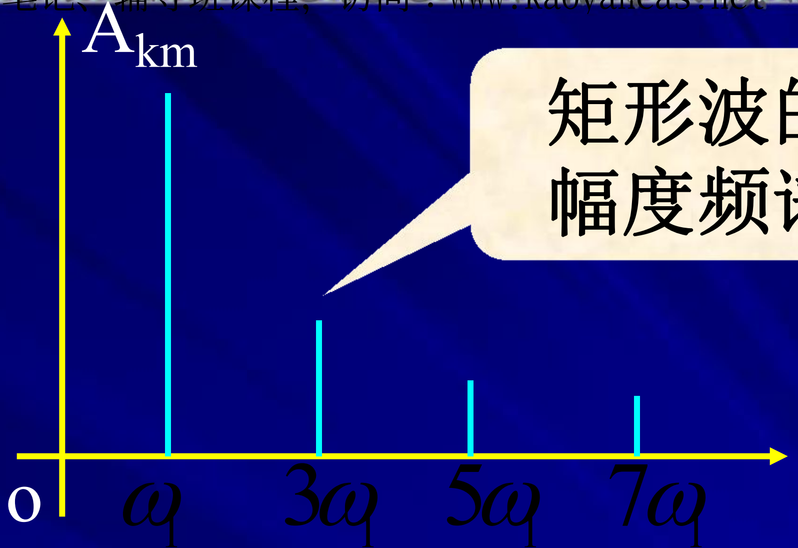
等效电源



$$i_S = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \dots\right)$$

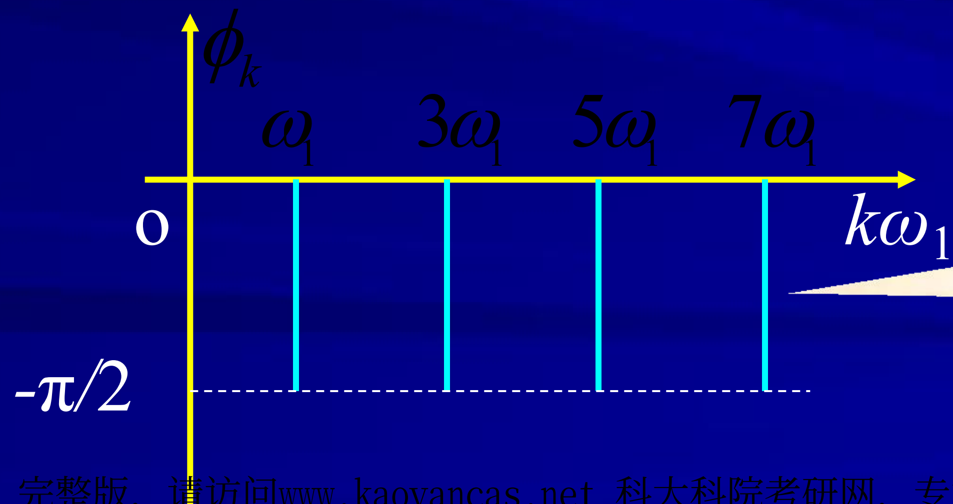
I_{S0}　　i_{s1}　　i_{s3}　　i_{s5}





矩形波的幅度频谱

$$i_S=\frac{I_m}{2}+\frac{2I_m}{\pi}\left(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\sin 5\omega t+\dots\right)$$



矩形波的相位频谱

13.3 有效值、平均值和平均功率

1. 三角函数的性质

①正弦、余弦信号一个周期内的积分为0。

$$\int_0^{2\pi} \sin k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0 \quad \int_0^{2\pi} \cos k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

k整数

② $\sin^2$、$\cos^2$ 在一个周期内的积分为π。

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = \pi \quad \int_0^{2\pi} \cos^2 k\omega t \mathrm{d}(\omega t) = \pi$$

③三角函数的正交性

$$\int_0^{2\pi} \cos k\omega t \cdot \sin p\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \cos k\omega t \cdot \cos p\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \sin k\omega t \cdot \sin p\omega t \mathrm{d}(\omega t) = 0$$

$$(k \neq p)$$

2. 非正弦周期函数的有效值

若 $$i(t)=I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\cos(k\omega t+\varphi_k)$$

则有效值：

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(\omega t)\mathrm{d}(t)}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\cos\left(k\omega t+\varphi_k\right)\right]^2\mathrm{d}(t)}$$

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\cos\left(k\omega t+\varphi_k\right)\right]^2\mathrm{d}(t)}$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2\mathrm{d}t=I_0^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_{km}^2\cos^2(k\omega_1 t+\phi_k)\mathrm{d}t=I_k^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2I_0\cos(k\omega t+\phi_k)\mathrm{d}t=0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2I_{km}\cos(k\omega t+\phi_k)I_{qm}\cos(q\omega t+\phi_q)\mathrm{d}t=0$$

$$\left(k\neq q\right)$$

$$I=\sqrt{I_0^2+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_{km}^2}{2}}$$

$$I=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\cdots\cdots}$$

结论 周期函数的有效值为直流分量及各次谐波分量有效值平方和的方根。

3. 非正弦周期函数的平均值

若 $$i(t)=I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\cos(k\omega t+\varphi_k)$$

其直流值为：$$I=\frac{1}{T}\int_0^T i(\omega t)\,\mathrm{d}t=I_0$$

其平均值为：$$I_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T \left|i(\omega t)\right|\mathrm{d}t$$

正弦量的平均值为：

$$I_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T \left|I_m\cos\omega t\right|\mathrm{d}t=0.898I$$

4. 非正弦周期交流电路的平均功率

$$\begin{cases} u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \cos(k\omega t + \varphi_{uk}) \\ i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega t + \varphi_{ik}) \end{cases}$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u \cdot i \mathrm{d}t$$

利用三角函数的正交性，得：

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k \qquad (\varphi_k = \varphi_{uk} - \varphi_{ik})$$

$$= P_0 + P_1 + P_2 + \cdots\cdots$$

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \cdots$$

结论

平均功率＝直流分量的功率＋各次谐波的平均功率

13.4 非正弦周期电流电路的计算

1. 计算步骤

①利用傅里叶级数，将非正弦周期函数展开成若干种频率的谐波信号；

②对各次谐波分别应用相量法计算；（注意:交流各谐波的 X_L、X_C不同，对直流 C 相当于开路、L 相于短路。）

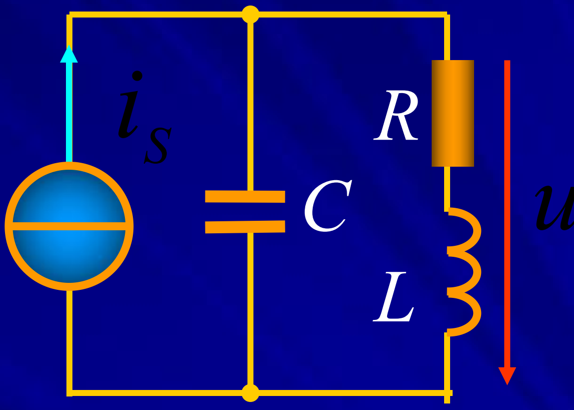
③将以上计算结果转换为瞬时值迭加。

2. 计算举例

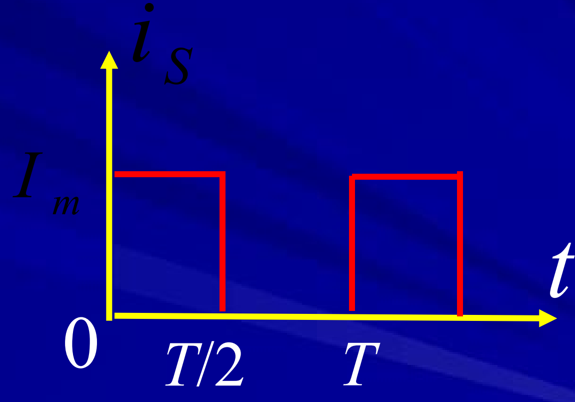
例1 方波信号激励的电路。求u，已知：

$$R=20\Omega、L=1\text{mH}、C=1000\text{pF}$$

$$I_m=157\mu\text{A}、T=6.28\mu\text{s}$$



解 （1）方波信号的展开式为：



$$i_S=\frac{I_m}{2}+\frac{2I_m}{\pi}(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\sin 5\omega t+\cdots)$$

代入已知数据：

$$\boxed{I_m=157\mu\text{A},\quad T=6.28\mu\text{s}}$$

直流分量： $$I_0=\frac{I_m}{2}=\frac{157}{2}=78.5\mu A$$

基波最大值： $$I_{1m}=\frac{2I_m}{\pi}=\frac{2\times1.57}{3.14}=100\ \mu A$$

三次谐波最大值： $$I_{3m}=\frac{1}{3}I_{1m}=33.3\mu A$$

五次谐波最大值： $$I_{5m}=\frac{1}{5}I_{1m}=20\mu A$$

角频率： $$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\times3.14}{6.28\times10^{-6}}=10^{6}\ \text{rad/s}$$

电流源各频率的谐波分量为：

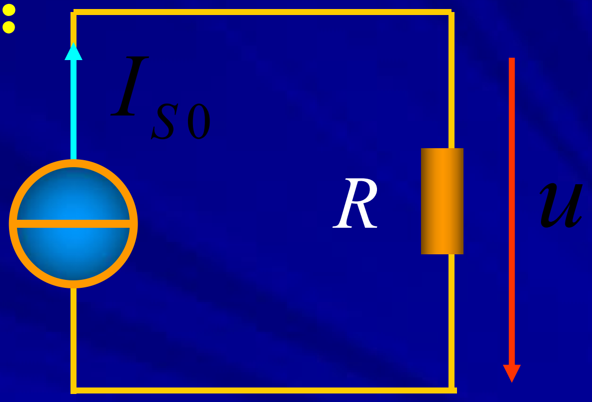
$$I_{S0}=78.5\mu A \qquad i_{s1}=100\sin 10^6 t\ \mu A$$

$$i_{s3}=\frac{100}{3}\sin 3\cdot 10^6 t\ \mu A \qquad i_{s5}=\frac{100}{5}\sin 5\cdot 10^6 t\ \mu A$$

（2） 对各次谐波分量单独计算：

（a）直流分量 I_{S0} 作用

$$I_{S0}=78.5\mu A$$



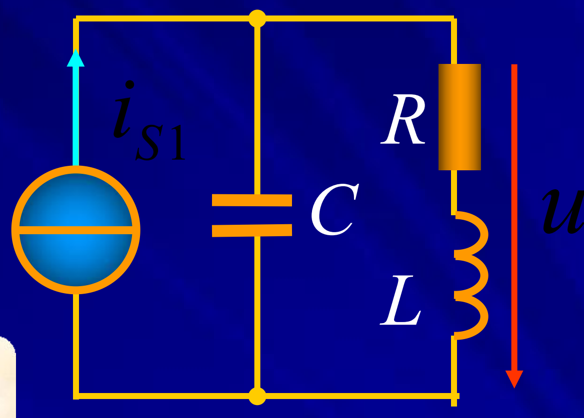
电容断路，电感短路

$$U_0=RI_{S0}=20\times 78.5\times 10^{-6}=1.57\text{mV}$$

(b) 基波作用 $i_{s1} = 100\sin 10^6 t\ \mu\text{A}$

$$-\frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{10^6 \times 1000 \times 10^{-12}} = -1\text{k}\Omega$$

$$\omega_1 L = 10^6 \times 10^{-3} = 1\text{k}\Omega$$

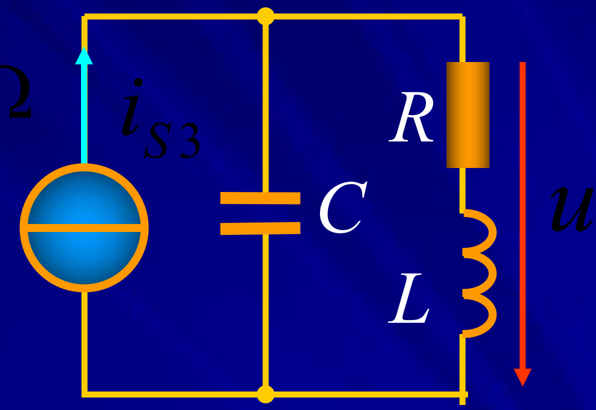


$X_L >> R$

$$Z(\omega_1) = \frac{(R + \mathrm{j}X_L)\cdot(\mathrm{j}X_C)}{R + \mathrm{j}(X_L + X_C)} \approx -\frac{X_L X_C}{R} = \frac{L}{RC} = 50\,\text{k}\Omega$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot Z(\omega_1) = \frac{100\times 10^{-6}}{\sqrt{2}} \cdot 50 = \frac{5000}{\sqrt{2}}\,\text{mV}$$

(c) 三次谐波作用 $i_{s3}=\dfrac{100}{3}\sin 3\cdot 10^{6}t\ \mu\text{A}$



$$\frac{1}{3\omega_1 C}=\frac{1}{3\times 10^{6}\times 1000\times 10^{-12}}=0.33\text{k}\Omega$$

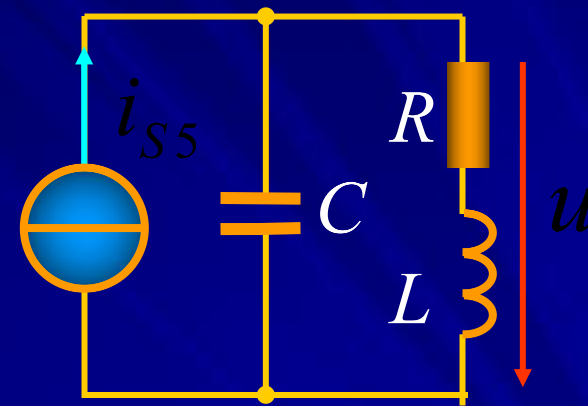
$$3\omega_1 L=3\times 10^{6}\times 10^{-3}=3\text{k}\Omega$$

$$Z(3\omega_1)=\frac{(R+\text{j}X_{L3})(-\text{j}X_{C3})}{R+\text{j}(X_{L3}-X_{C3})}=374.5\angle-89.19^{0}\Omega$$

$$\dot{U}_3=\dot{I}_{S3}\cdot Z(3\omega_1)=33.3\times\frac{10^{-6}}{\sqrt{2}}\times 374.5\angle-89.19^{0}$$

$$=\frac{12.47}{\sqrt{2}}\angle-89.2^{0}\text{mV}$$

(d) 五次谐波作用　$i_{s5} = \dfrac{100}{5}\sin 5\cdot 10^6 t\ \ \mu\mathrm{A}$



$$\frac{1}{5\omega_1 C} = \frac{1}{5\times 10^6 \times 1000\times 10^{-12}} = 0.2\mathrm{k}\Omega$$

$$5\omega_1 L = 5\times 10^6 \times 10^{-3} = 5\mathrm{k}\Omega$$

$$Z(5\omega_1) = \frac{(R + \mathrm{j}X_{L5})(-\mathrm{j}X_{C5})}{R + \mathrm{j}(5X_{L5} - X_{C5})} = 208.3\angle -89.53^\circ\Omega$$

$$\dot{U}_5 = \dot{I}_{s5}\cdot Z(5\omega_1) = 20\times 10^{-6}\big/\sqrt{2}\cdot 208.3\angle -89.53^\circ$$

$$= \frac{4.166}{\sqrt{2}}\angle -89.53^\circ \mathrm{mV}$$

(3) 各谐波分量计算结果瞬时值迭加：

$$U_0 = 1.57\ \text{mV} \qquad \dot{U}_3 = \frac{12.47}{\sqrt{2}}\angle -89.2^\circ\ \text{mV}$$

$$\dot{U}_1 = \frac{5000}{\sqrt{2}}\text{mV} \qquad \dot{U}_5 = \frac{4.166}{\sqrt{2}}\angle -89.53^\circ\ \text{mV}$$

$$u = U_0 + u_1 + u_3 + u_5$$

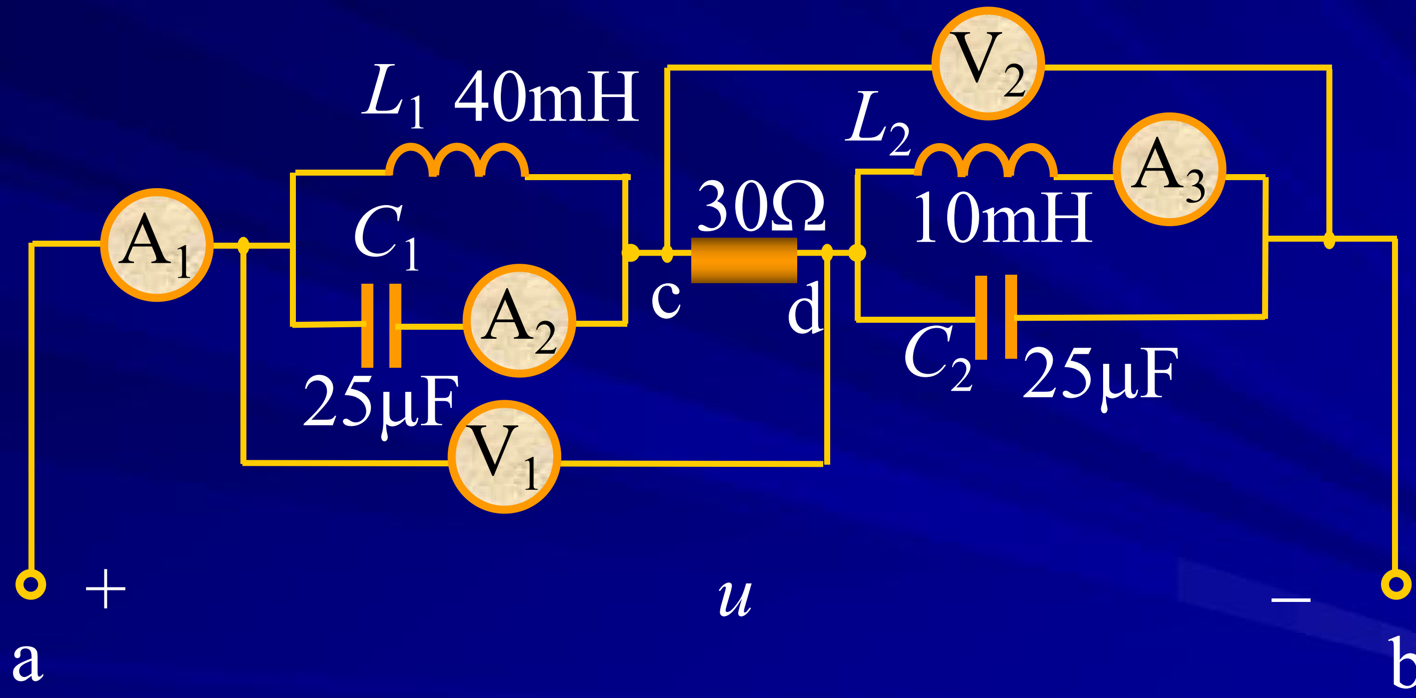
$$\approx 1.57 + 5000\sin\omega t$$

$$+12.47\sin(3\omega t - 89.2^\circ)$$

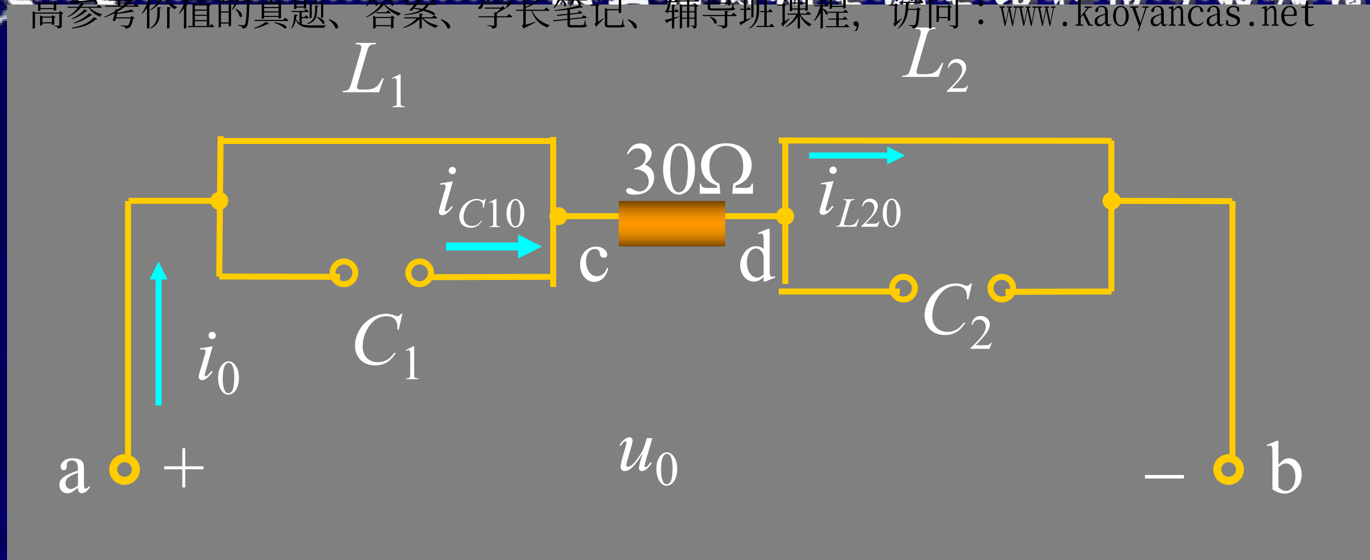
$$+4.166\sin(5\omega t - 89.53^\circ)\ \text{mV}$$

例2 已知：$u = 30 + 120\cos 1000t + 60\cos(2000t + \dfrac{\pi}{4})\,\mathrm{V}$.

求电路中各表读数(有效值)。



解



(1) u_0=30V作用于电路，L_1、L_2短路，C_1、C_2开路。

$$i_0 = i_{L20} = u_0/R = 30/30 = 1\text{A},$$

$$i_{C10} = 0,$$

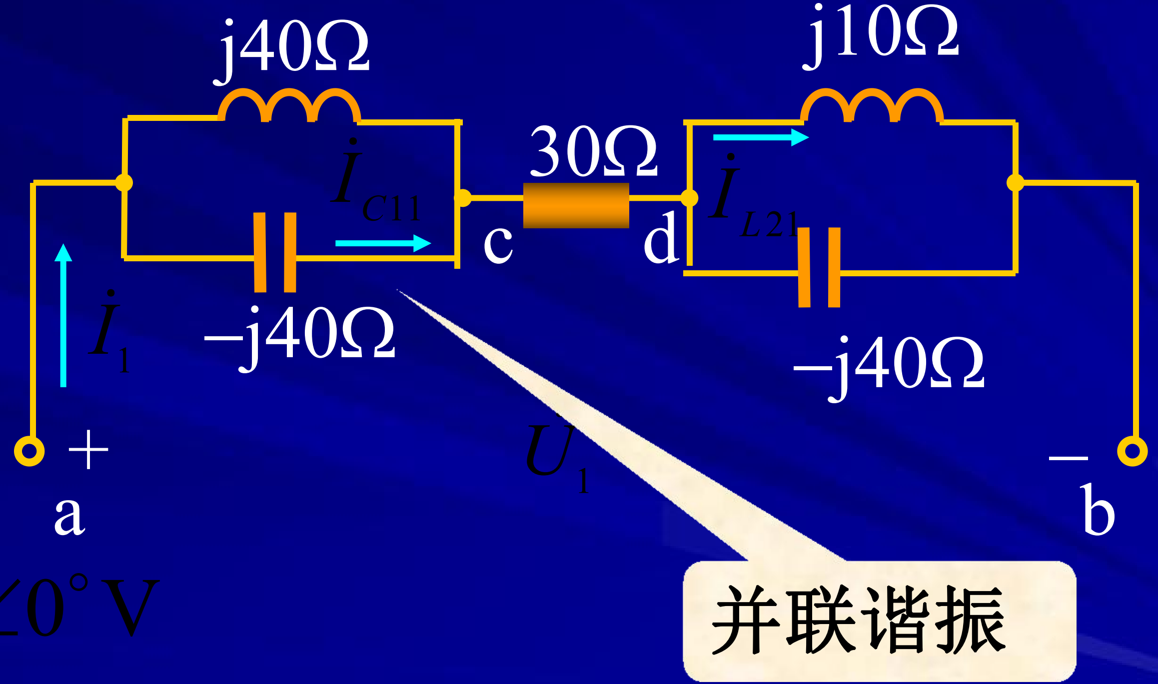
$$u_{ad0} = u_{cb0} = u_0 = 30\text{V}$$

(2) $u_1=120\cos 1000t$ V作用

$$\omega L_1=1000\times 40\times 10^{-3}=40\Omega \qquad \omega L_2=1000\times 10\times 10^{-3}=10\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C_1}=\frac{1}{\omega C_2}=\frac{1}{1000\times 25\times 10^{-6}}=40\Omega$$

$$\dot U_1=120\angle 0^\circ \text{ V}$$



$$\dot I_1=\dot I_{L21}=0$$

$$\dot U_{cb1}=0$$

$$\dot U_{ad1}=\dot U_1=120\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot I_{C11}=\mathrm{j}\omega C_1\dot U_1=\frac{120\angle 0^\circ}{-\mathrm{j}40}=3\angle 90^\circ \text{ A}$$

(3) u_2=60cos(2000t+π /4)V作用

$$2\omega L_1 = 2000\times 40\times 10^{-3} = 80\Omega,\quad 2\omega L_2 = 2000\times 10\times 10^{-3} = 20\Omega$$

$$\frac{1}{2\omega C_1} = \frac{1}{2\omega C_2} = \frac{1}{2000\times 25\times 10^{-6}} = 20\Omega$$

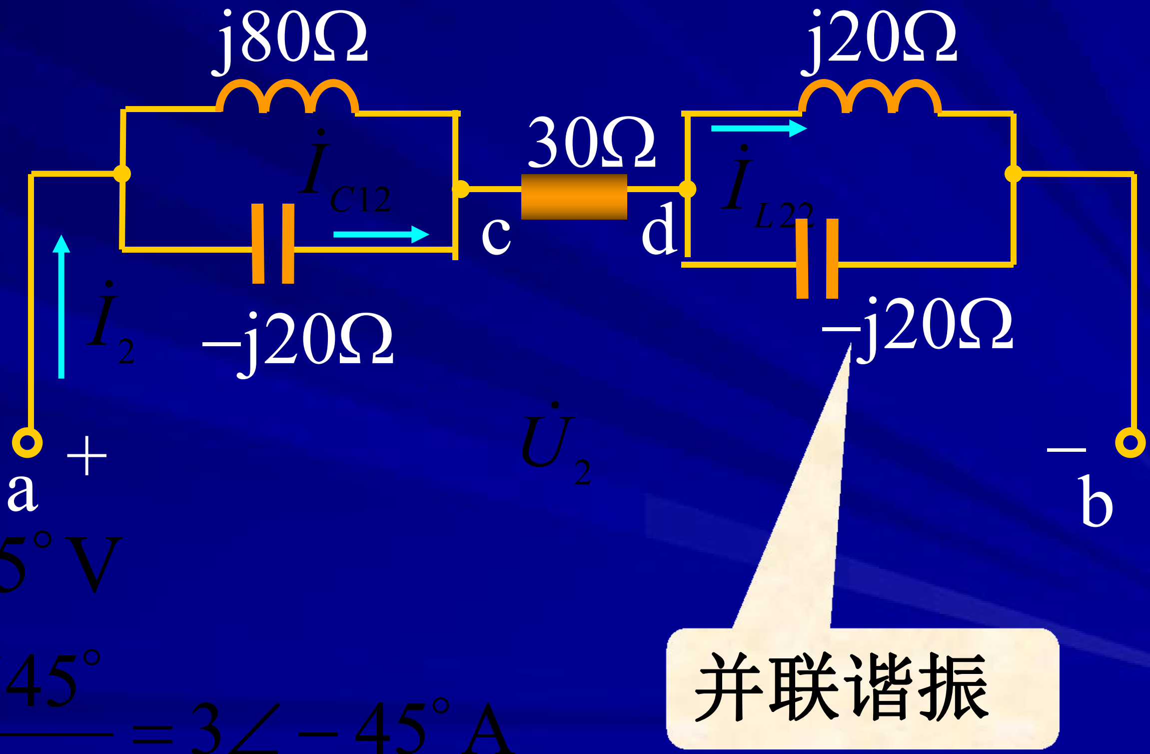
$$\dot U_2 = 60\angle 45^\circ\ \text{V}$$

$$\dot I_2 = \dot I_{C12} = 0$$

$$\dot U_{ad2} = 0$$

$$\dot U_{cb2} = \dot U_2 = 60\angle 45^\circ\ \text{V}$$

$$\dot I_{L22} = \frac{\dot U_1}{\text{j}2\omega L_2} = \frac{60\angle 45^\circ}{\text{j}20} = 3\angle -45^\circ\ \text{A}$$



所求电压、电流的瞬时值为：

$i = i_0 + i_1 + i_2 = 1\text{A}$

$i_{C1} = i_{C10} + i_{C11} + i_{C12} = 3\cos(1000t + 90°)\ \text{A}$

$i_{L2} = i_{L20} + i_{L21} + i_{L22} = 1 + 3\cos(2000t - 45°)\ \text{A}$

$u_{\text{ad}} = u_{\text{ad0}} + u_{\text{ad1}} + u_{\text{ad2}} = 30 + 120\cos 1000t\ \text{V}$

$u_{\text{cb}} = u_{\text{cb0}} + u_{\text{cb1}} + u_{\text{cb2}} = 30 + 60\cos(2000t + 45°)\ \text{V}$

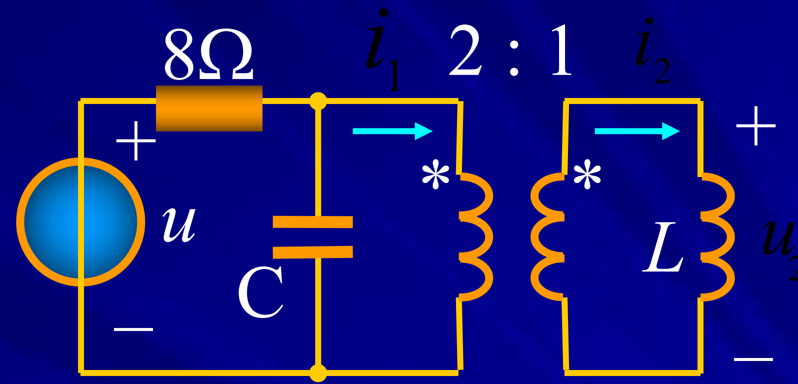
表A_1的读数：$I = 1\,\text{A}$　　表A_2的读数：$3/\sqrt{2} = 2.12\text{A}$

表A_3的读数：$\sqrt{1^2 + (3/\sqrt{2})^2} = 2.35\text{A}$

表V_1的读数：$\sqrt{30^2 + (120/\sqrt{2})^2} = 90\text{V}$

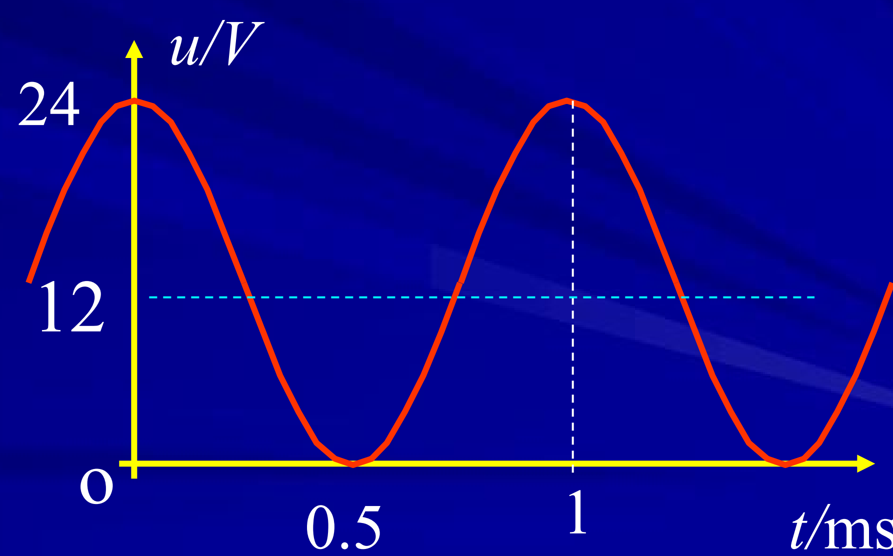
表V_2的读数：$\sqrt{30^2 + (60/\sqrt{2})^2} = 52.0\text{V}$

例3　已知$u(t)$是周期函数，波形如图，$L=1/2\pi$ H，$C=125/\pi$ μF，求理想变压器原边电流$i_1(t)$及输出电压u_2的有效值。



解　$\omega = 2\pi / T = 2\pi \times 10^3 \text{ rad/s}$

$$u(t) = 12 + 12\cos(\omega t)$$



当u=12V作用时，电容开路、电感短路，有：

$$i_1 = 12/8 = 1.5\text{A}$$

$$u_2 = 0$$

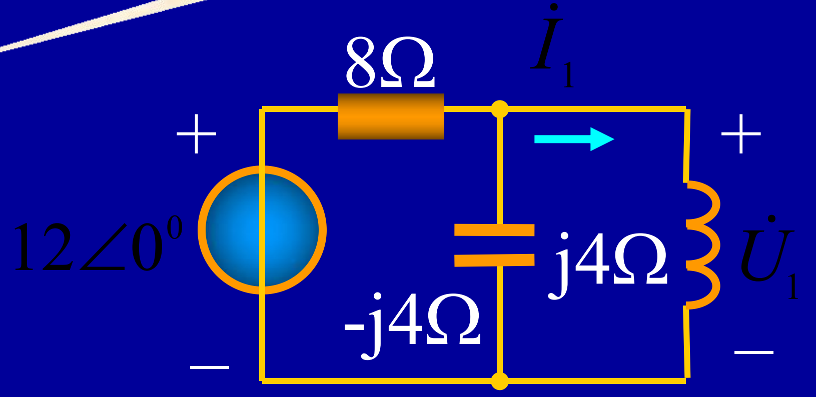
当 $u = 12\cos(\omega t)$作用时

$$X_C = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-\pi}{2\pi\times 10^3 \times 125\times 10^{-6}} = -4\Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi\times 10^3 \times \frac{1}{2\pi}\times 10^{-3} = 1\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{j4} = \frac{12}{j4} = -j3\,\text{A}$$

振幅相量



$$\dot{U}_1 = \dot{U} = 12\angle 0^0\,\text{V}$$

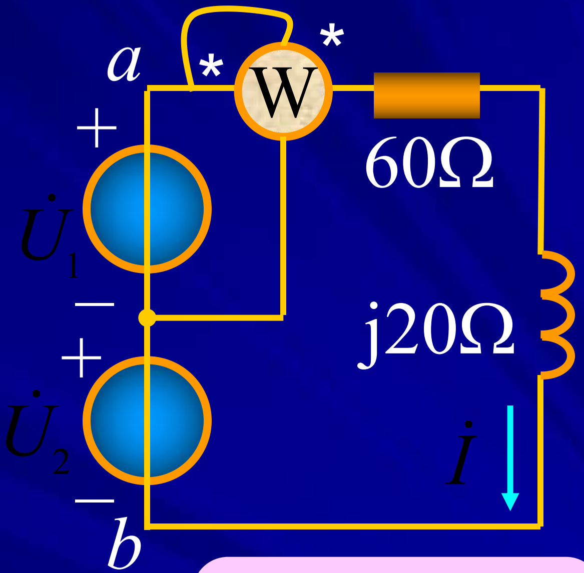
$$\dot{U}_2 = \frac{1}{n}\dot{U}_1 = 6\angle 0^0\,\text{V}$$

$$U_2 = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4.243\text{V} \qquad i_1 = 1.5 + 3\cos(\omega t - 90^0)\text{A}$$

例4 已知：$u_1 = 220\sqrt{2}\cos\omega t \text{V}$

$$u_2 = 220\sqrt{2}\cos\omega t + 100\sqrt{2}\cos(3\omega t + 30^0)\text{V}$$

求U_{ab}、i、及功率表的读数。



解 $U_{ab} = \sqrt{440^2 + 100^2} = 451.22\text{V}$

一次谐波作用：$\dot{U}_{ab(1)} = 440\angle 0^0 \text{V}$

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{440}{60 + \text{j}20} = 6.96\angle -18.4^0 \text{A}$$

三次谐波作用：$\dot{U}_{ab(3)} = 100\angle 30^0 \text{V}$

$$\dot{I}_{(3)} = \frac{100\angle 30^0}{60 + \text{j}60} = 1.18\angle -15^0 \text{A}$$

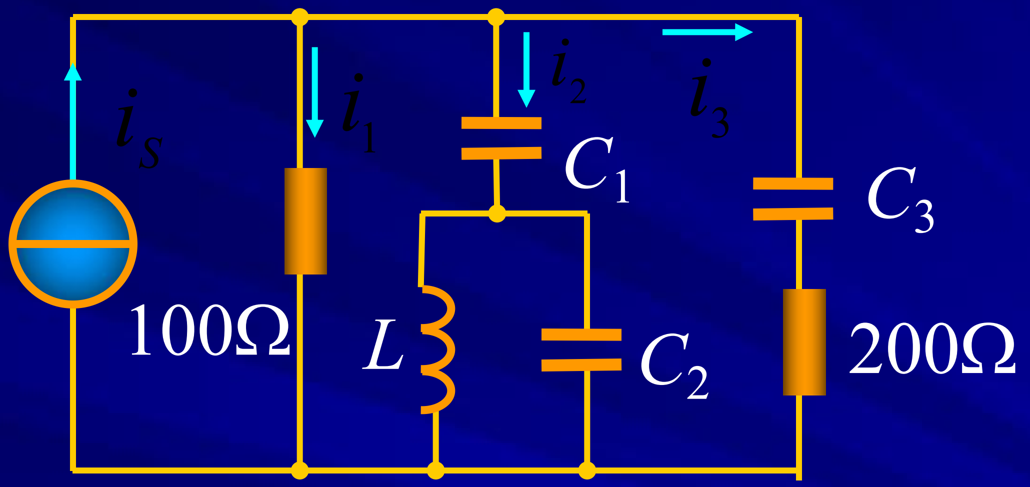
测的是u_1的功率

$$i = 6.96\sqrt{2}\cos(\omega t - 18.4^0) + 1.18\sqrt{2}\cos(3\omega t - 15^0)\text{A}$$

$$P = 220 \times 6.96\cos 18.4 = 1452.92\text{W}$$

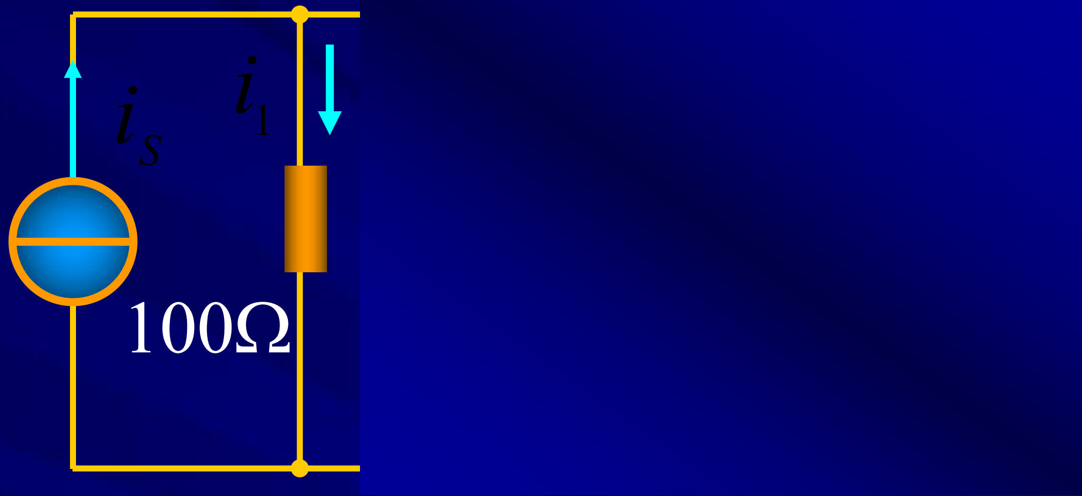
例5 已知：$i_s = 5 + 20\cos 1000t + 10\cos 3000t$ A

L=0.1H，C_3＝1μF，C_1中只有基波电流，C_3中只有三次谐波电流，求C_1、C_2和各支路电流。



解 C_1中只有基波电流，说明L和C_2对三次谐波发生并联谐振。即：

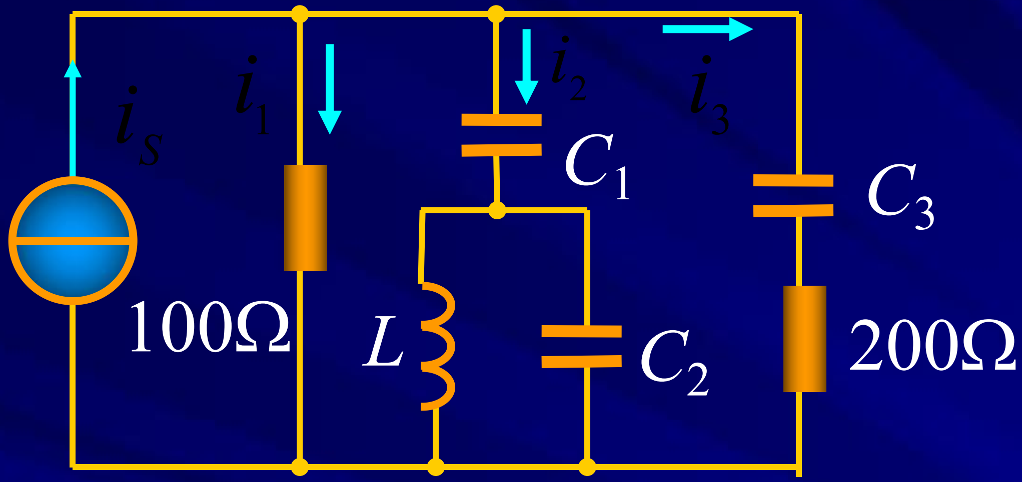
$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{9\times 10^5} F$$

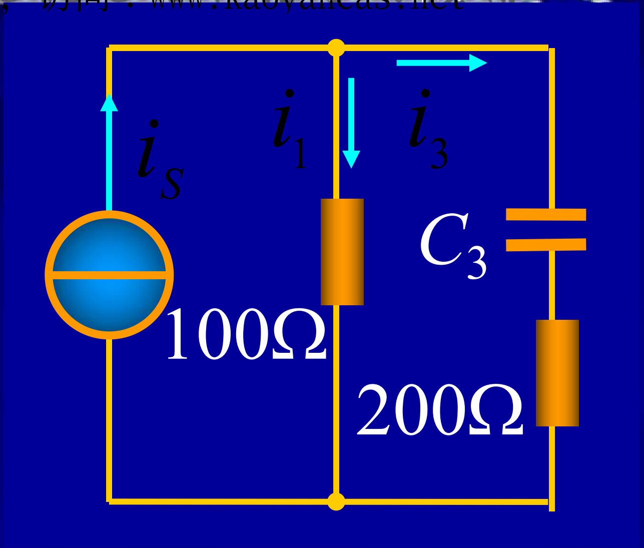


C_3中只有三次谐波电流，说明L、C_1、C_2对一次谐波发生串联谐振。即：

$$\frac{1}{j\omega C_1}+\frac{-L/C_2}{j(\omega L-1/\omega C_2)}=0 \quad \Rightarrow \quad C_1=\frac{8}{9\times 10^5}\text{F}$$

直流作用：$i_1=i_S=5\text{A}$





一次谐波作用：$i_2(t) = i_S = 20\cos 1000t\ \text{A}$

三次谐波作用：$\dot{I}_{3(3)} = \dfrac{100\times 10}{100+200-\text{j}10^3/3} = 2.23\angle 48^0\,\text{A}$

$$\dot{I}_{1(3)} = \dot{I}_S - \dot{I}_{3(3)} = 10 - \frac{30}{9-\text{j}10} = 8.67\angle -11^0\,\text{A}$$

$$i_1(t) = 5 + 8.67\cos(3000t - 11^0)\,\text{A}$$

$$i_3(t) = 2.23\cos(3000t + 48^0)\,\text{A}$$

13.5 对称三相电路中的高次谐波

1. 对称三相电路中的高次谐波

设 $u_A = u(t)$ $u_B = u(t - \frac{T}{3})$, $u_C = u(t - \frac{2T}{3})$

展开成傅里叶级数（ k 为奇数），则有：

$$\begin{cases} u_A = \Sigma U_{m(k)} \cos(k\omega_1 t + \phi_k) \\ u_B = \Sigma U_{m(k)} \cos(k\omega_1 t + \phi_k - \frac{2k\pi}{3}) \\ u_C = \Sigma U_{m(k)} \cos(k\omega_1 t + \phi_k + \frac{2k\pi}{3}) \end{cases}$$

A相

B相

C相

讨论

①令 $k=6n+1$，($n=0,1,2\ldots$)，即：$k=1,7,13\ \ldots$

各相的初相分别为：

A相 $\quad (\phi_k)$

B相 $\quad (\phi_k-4n\pi-\dfrac{2}{3}\pi)$

C相 $\quad (\phi_k+4n\pi+\dfrac{2}{3}\pi)$

正序对称
三相电源

②令 $k=6n+3$，即：$k=3,9,15\ \ldots$

各相的初相分别为：

A相 (ϕ_k)

B相 $(\phi_k-(2n+1)2\pi)$

C相 $(\phi_k+(2n+1)2\pi)$

零序对称三相电源

③令 $k=6n+5$，即：$k=5,11,17\ \ldots$

各相的初相分别为：

A相 (ϕ_k)

B相 $(\phi_k-(2n+2)2\pi+\frac{2}{3}\pi)$

C相 $(\phi_k+(2n+2)2\pi-\frac{2}{3}\pi)$

负序对称三相电源

结论

①三相对称的非正弦周期量（奇谐波）可分解为3类对称组，即正序对称组、负序对称组和零序对称组。

②在上述对称的非正弦周期电压源作用下的对称三相电路的分析计算，按3类对称组分别进行。对于正序和负序对称组，可直接引用第12章的方法和有关结论，

2. 零序组分量的响应

①对称的三角形电源

零序组电压源是等幅同相的电源

$$\dot{U}_{\mathrm{A}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{B}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{C}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}$$

在三角形电源的回路中将产生零序环流

$$\dot{I}_{0(k)}(\text{零序})=\frac{3\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}}{3Z_0}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}}{Z_0}(\text{零序})$$

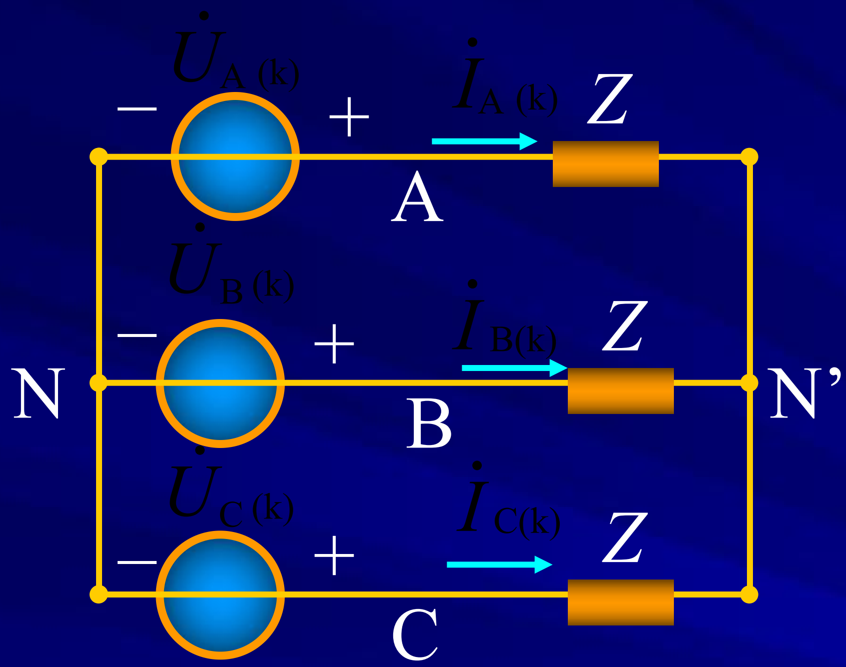
电源内阻

线电压 $\dot{U}_{\mathrm{AB}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{BC}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{CA}(k)}=\dot{U}_{\mathrm{S}(k)}-\dot{I}_{0(k)}Z_0=0$

结论 ①在环流的作用下零序线电压为零

②整个系统中除电源中有零序组环流外，其余部分的电压、电流中将不含零序组分量。

②星形对称电源（无中线对称系统）



$$\dot U_{N'N(k)}(零序)=\dot U_{S(k)}(零序)$$

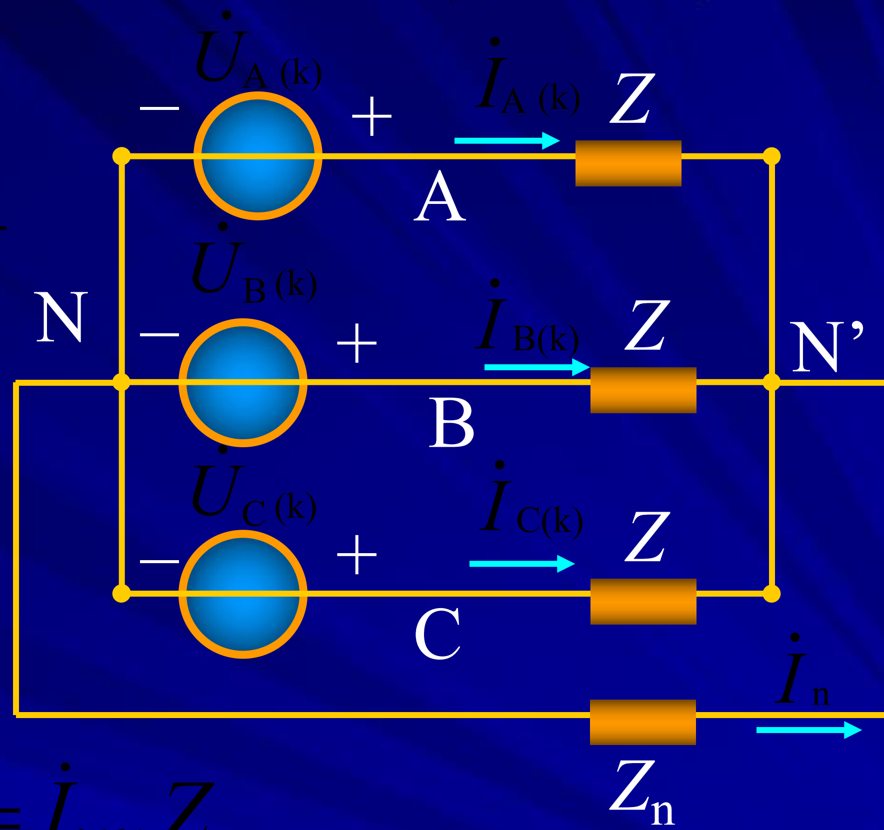
$$\dot I_{A(k)}=\dot I_{B(k)}=\dot I_{C(k)}=\frac{\dot U_{S(k)}-\dot U_{N'N}}{Z}=0$$

$$\dot U_{AB(k)}=\dot U_{A(k)}-\dot U_{B(k)}=0$$

$$\dot U_{BC(k)}=\dot U_{CA(k)}=0$$

结论　除了中点电压和电源相电压中含有零序组电压分量外，系统的其余部分的电压、电流都不含零序组分量。

③三相四线制对称系统



$$\dot I_{A(k)}=\dot I_{B(k)}=\dot I_{C(k)}=\dot I_{l(k)}=\frac{\dot U_{S(k)}}{Z+3Z_n}$$

$$\dot U_{N'N}=\frac{3Z_n\dot U_{S(k)}}{Z+3Z_n}$$

$$\dot I_{n(k)}=-3\dot I_{l(k)}$$

$$\dot U_{AN'(k)}=\dot U_{BN'(k)}=\dot U_{CN'(k)}=\dot I_{l(k)}Z$$

$$\dot U_{AB(k)}=\dot U_{BC(k)}=\dot U_{CA(k)}=0$$

结论 除线电压外，电路中其余部分的电压、电流中都含零序组分量。

- 本章完！