

11-1 网络函数

当电路中激励源的频率变化时，电路中的感抗、容抗将跟随频率变化，从而导致电路的工作状态亦跟随频率变化。因此，分析研究电路和系统的频率特性就显得格外重要。

频率特性



电路和系统的工作状态跟随频率而变化的现象，称为电路和系统的频率特性，又称频率响应。

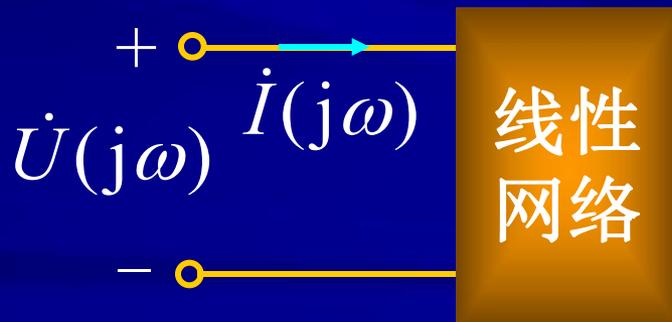
1. 网络函数 $H(j\omega)$ 的定义

在线性正弦稳态网络中，当只有一个独立激励源作用时，网络中某一处的响应（电压或电流）与网络输入之比，称为该响应的网络函数。

$$H(j\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\dot{R}(j\omega)}{\dot{E}(j\omega)}$$

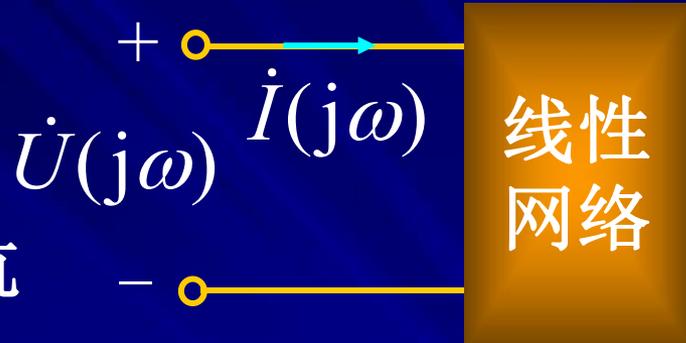
2. 网络函数 $H(j\omega)$ 的物理意义

● 驱动点函数



激励是电流源，响应是电压

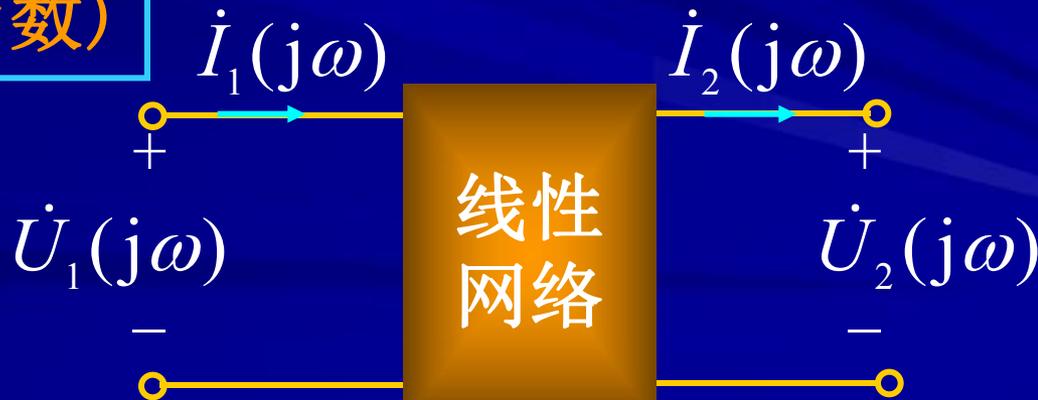
$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}(j\omega)}{\dot{I}(j\omega)} \longrightarrow \text{策动点阻抗}$$

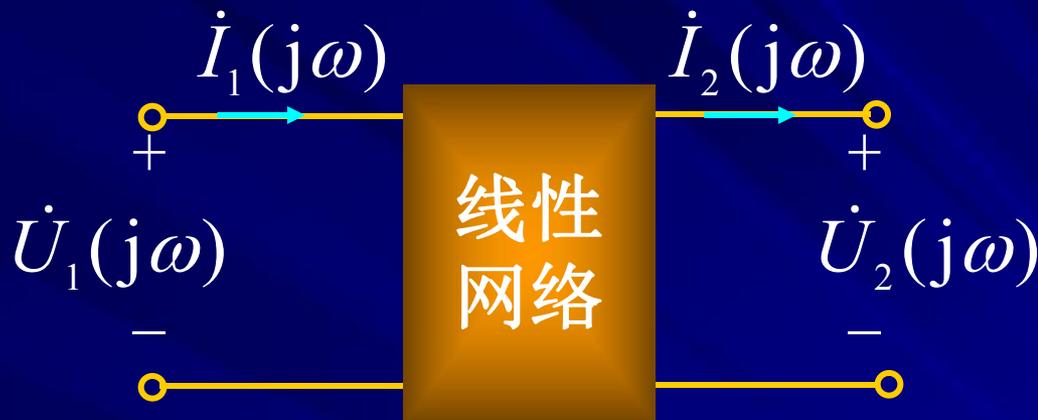


激励是电压源，响应是电流

$$H(j\omega) = \frac{\dot{I}(j\omega)}{\dot{U}(j\omega)} \longrightarrow \text{策动点导纳}$$

● 转移函数(传递函数)





激励是电压源

激励是电流源

$$H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}$$

转移
导纳

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{I}_1(j\omega)}$$

转移
阻抗

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}$$

转移
电压比

$$H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2(j\omega)}{\dot{I}_1(j\omega)}$$

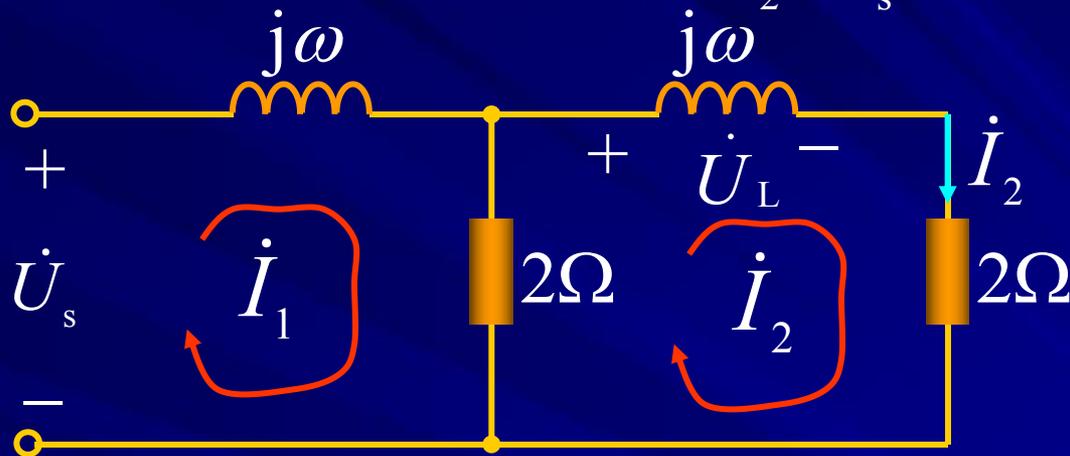
转移
电流比



注意

- ① $H(j\omega)$ 与网络的结构、参数值有关，与输入、输出变量的类型以及端口对的相互位置有关，与输入、输出幅值无关。因此网络函数是网络性质的一种体现。
- ② $H(j\omega)$ 是一个复数，它的频率特性分为两个部分：
- 幅频特性 \longrightarrow 模与频率的关系 $|H(j\omega)| - \omega$
- 相频特性 \longrightarrow 幅角与频率的关系 $\varphi(j\omega) - \omega$
- ③ 网络函数可以用相量法中任一分析求解方法获得。

例1-1 求图示电路的网络函数 \dot{I}_2 / \dot{U}_s 和 \dot{U}_L / \dot{U}_s 。



转移导纳

解 列网孔方程解电流 \dot{I}_2

$$\begin{cases} (2 + j\omega)\dot{I}_1 - 2\dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ -2\dot{I}_1 + (4 + j\omega)\dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{2\dot{U}_s}{4 + (j\omega)^2 + j6\omega}$$

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_s} = \frac{2}{4 + (j\omega)^2 + j6\omega}$$

$$\frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_s} = \frac{j2\omega}{4 - \omega^2 + j6\omega}$$

转移电压比

**注意**

①以网络函数中 $j\omega$ 的最高次方的次数定义网络函数的阶数。

②由网络函数能求得网络在任意正弦输入时的端口正弦响应，即有

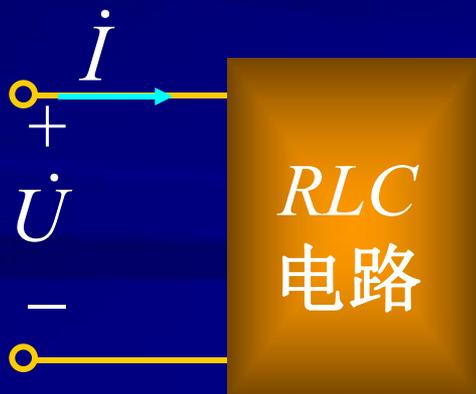
$$H(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{E(j\omega)} \longrightarrow R(j\omega) = H(j\omega)E(j\omega)$$

11-2 RLC串联电路的谐振

谐振是正弦电路在特定条件下产生的一种特殊物理现象。谐振现象在无线电和电工技术中得到广泛应用，研究电路中的谐振现象有重要实际意义。

1. 谐振的定义

含 R 、 L 、 C 的一端口电路，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振。



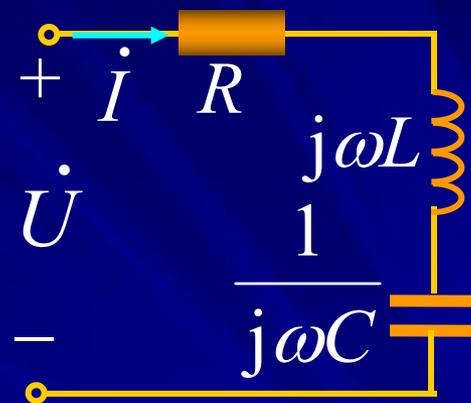
$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = R$$

发生
谐振

2. 串联谐振的条件

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(X_L + X_C)$$

$$= R + jX$$



当 $X = 0 \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ 时，电路发生谐振。

谐振条件

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振角频率

仅与电路参数有关

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

谐振频率

串联电路实现谐振的方式：

(1) LC 不变，改变 ω

ω_0 由电路参数决定，一个 RLC 串联电路只有一个对应的 ω_0 ，当外加电源频率等于谐振频率时，电路发生谐振。

(2) 电源频率不变，改变 L 或 C （常改变 C ）

3. RLC 串联电路谐振时的特点

阻抗的频率特性

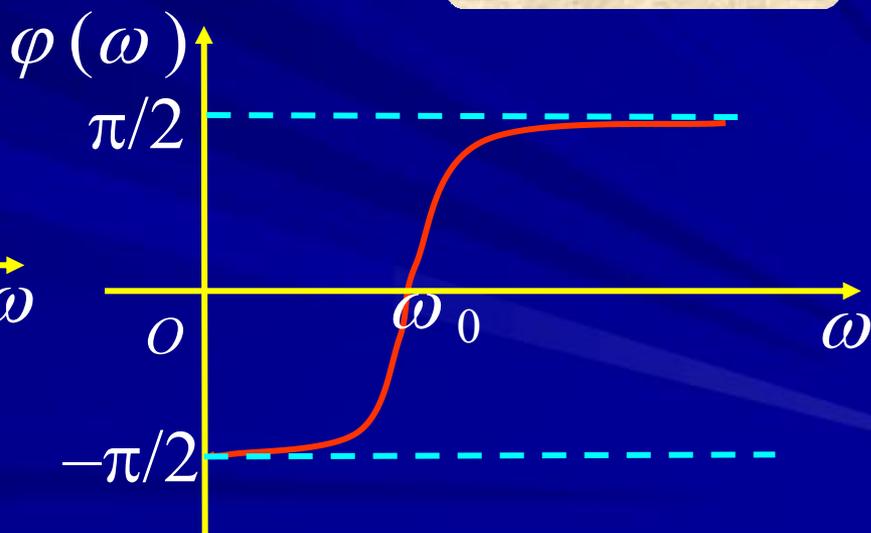
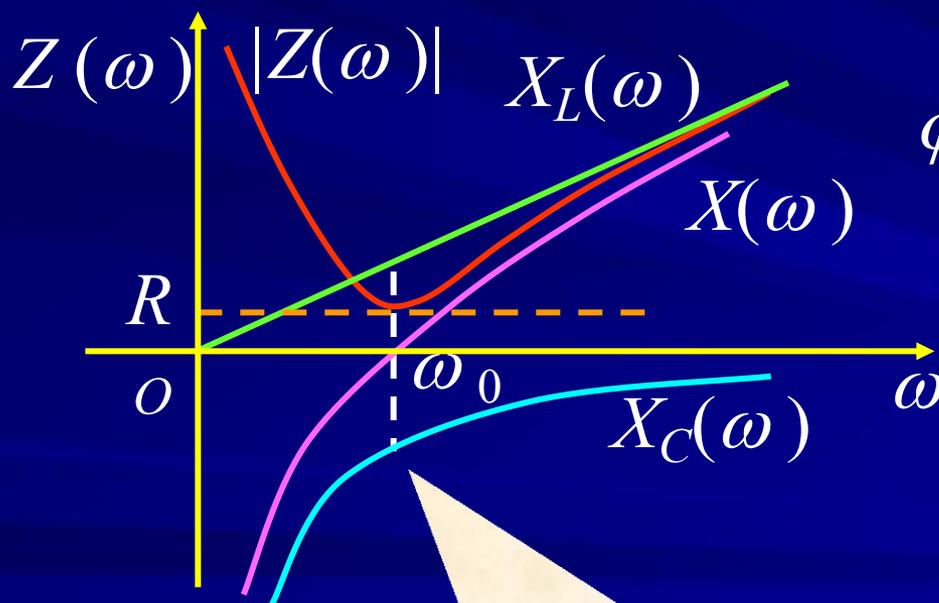
$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = |Z(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

幅频特性

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) = \arctan\left(\frac{X_L + X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

相频特性



$Z(j\omega)$ 频响曲线

$Z(j\omega)$ 频响曲线表明阻抗特性可分三个区域描述：

容性区

$$\omega < \omega_0$$

$$X(j\omega) < 0$$

$$\varphi(j\omega) < 0$$

$$R < |Z(j\omega)|$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |Z(j\omega)| = \infty$$

电阻性

$$\omega = \omega_0$$

$$X(j\omega) = 0$$

$$\varphi(j\omega) = 0$$

$$Z(j\omega_0) = R$$

感性区

$$\omega > \omega_0$$

$$X(j\omega) > 0$$

$$\varphi(j\omega) > 0$$

$$R < |Z(j\omega)|$$

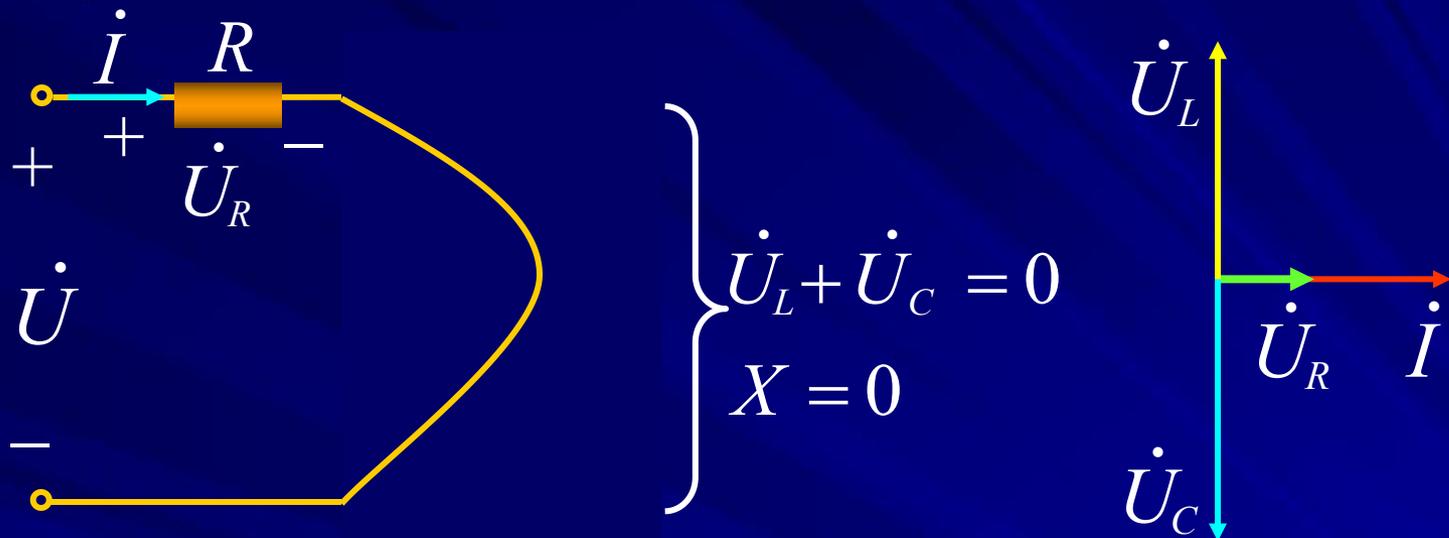
$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |Z(j\omega)| = \infty$$

(1) 谐振时 \dot{U} 与 \dot{I} 同相



输入阻抗为纯电阻，即 $Z=R$ ，阻抗值 $|Z|$ 最小。

电流 I 和电阻电压 U_R 达到最大值 $I_0=U/R$ (U 一定)。



(2) L 、 C 上的电压大小相等，相位相反，串联总电压为零，也称电压谐振，即

$$\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0, LC \text{ 相当于短路。}$$

电源电压全部加在电阻 上, $\dot{U}_R = \dot{U}$ 。

$$\dot{U}_L = j\omega_0 L \dot{I} = j\omega_0 L \frac{\dot{U}}{R} = jQU$$

$$\dot{U}_C = -j \frac{\dot{I}}{\omega_0 C} = -j\omega_0 L \frac{\dot{U}}{R} = -jQU$$

$$|\dot{U}_L| = |\dot{U}_C| = QU$$

特性阻抗

品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R}$$

(3) 谐振时出现过电压

当 $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) \gg R$ 时, $Q \gg 1$

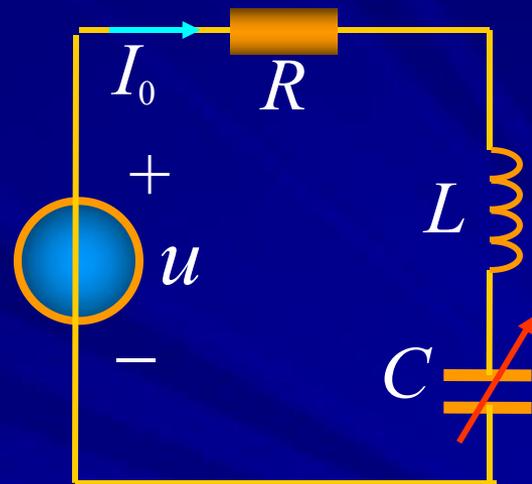
$$U_L = U_C = QU \gg U$$

例2-1 某收音机输入回路 $L=0.3\text{mH}$, $R=10\Omega$, 为收到中央电台560kHz信号, 求: (1) 调谐电容 C 值; (2) 如输入电压为 $1.5\mu\text{V}$, 求谐振电流和此时的电容电压。

解

$$(1) \quad C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = 269 \text{ pF}$$

$$(2) \quad I_0 = \frac{U}{R} = \frac{1.5}{10} \mu\text{A} = 0.15 \mu\text{A}$$



$$U_C = I_0 X_C = 158.5 \mu\text{V} \gg 1.5 \mu\text{V}$$

或
$$U_C = QU = \frac{\omega_0 L}{R} U$$

(4) 谐振时的功率

$$P = UI \cos \varphi = UI = RI_0^2 = U^2/R$$

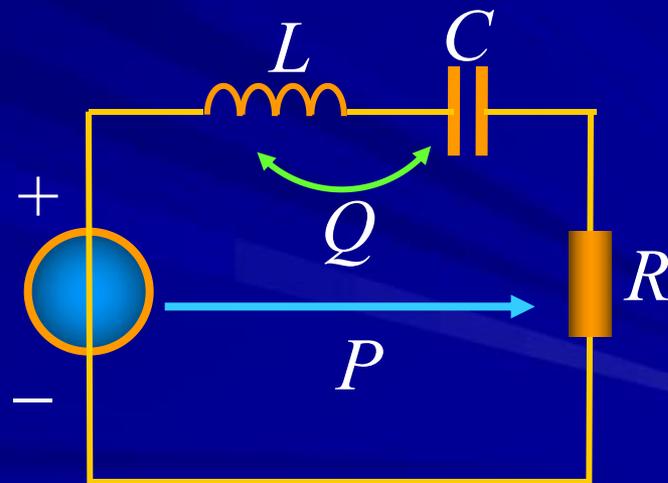
电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

$$Q = UI \sin \varphi = Q_L + Q_C = 0$$

$$Q_L = \omega_0 LI_0^2, \quad Q_C = -\frac{1}{\omega_0 C} I_0^2 = -\omega_0 LI_0^2$$



注意 电源不向电路输送无功功率。电感中的无功功率与电容中的无功功率大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。



(5) 谐振时的能量关系

设 $u = U_m \sin(\omega_0 t)$ 则 $i = \frac{U_m}{R} \sin(\omega_0 t) = I_m \sin(\omega_0 t)$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega_0 C} \sin(\omega_0 t - 90^\circ) = -\sqrt{\frac{L}{C}} I_m \cos(\omega_0 t)$$

$$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2(\omega_0 t) \rightarrow \text{电场能量}$$

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2(\omega_0 t) \rightarrow \text{磁场能量}$$



表明

①电感和电容能量按正弦规律变化，最大值相等

$W_{Lm} = W_{Cm}$ 。L、C的电场能量和磁场能量作周期振荡性的交换，而不与电源进行能量交换。

②总能量是不随时间变化的常量，且等于最大值。

$$W_{\text{总}} = W_L + W_C = \frac{1}{2} LI_m^2 = \frac{1}{2} CU_{Cm}^2 = CQ^2U^2$$

电感、电容储能的总值与品质因数的关系：

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \omega_0 \cdot \frac{LI_0^2}{RI_0^2} = 2\pi \cdot \frac{LI_0^2}{RI_0^2 T_0}$$

$$= 2\pi \frac{\text{谐振时电路中电磁场的总储能}}{\text{谐振时一周期内电路消耗的能量}}$$

Q 是反映谐振回路中电磁振荡程度的量， Q 越大，总能量就越大，维持振荡所消耗的能量愈小，振荡程度越剧烈。则振荡电路的“品质”愈好。一般在要求发生谐振的回路中希望尽可能提高 Q 值。

例2-2 一接收器的电路参数为： $\omega=5\times 10^3$ rad/s， $U=10$ V，调C使电路中的电流最大， $I_{\max}=200$ mA，测得电容电压为600V，求R、L、C及Q。

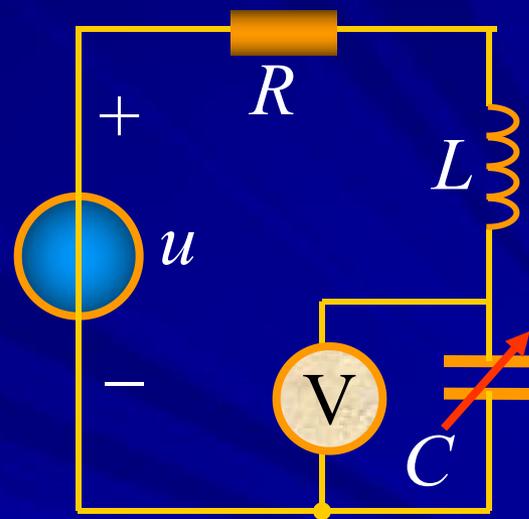
解

$$R = \frac{U}{I_0} = \frac{10}{200 \times 10^{-3}} \Omega = 50 \Omega$$

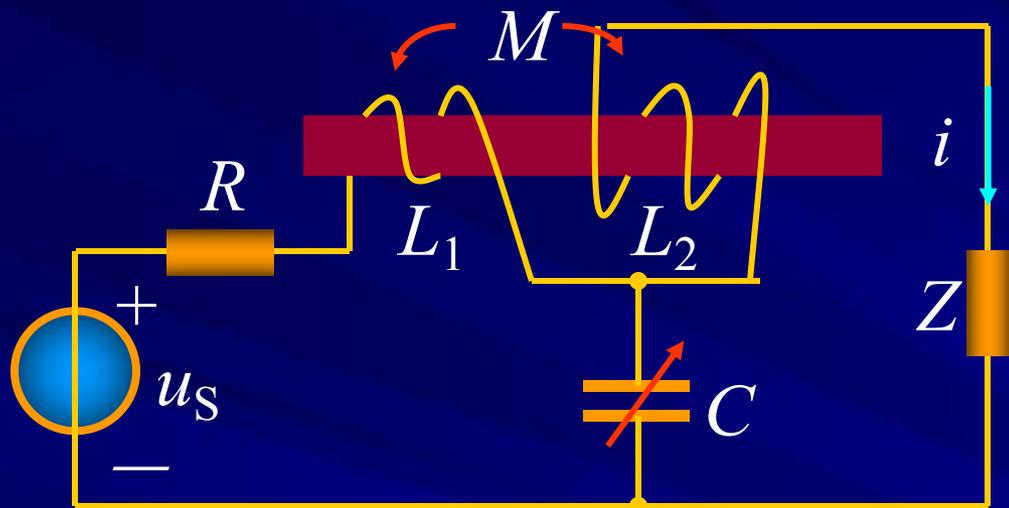
$$U_C = QU \Rightarrow Q = \frac{U_C}{U} = \frac{600}{10} = 60$$

$$L = \frac{RQ}{\omega_0} = \frac{50 \times 60}{5 \times 10^3} \text{H} = 60 \text{mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 0.67 \mu\text{F}$$



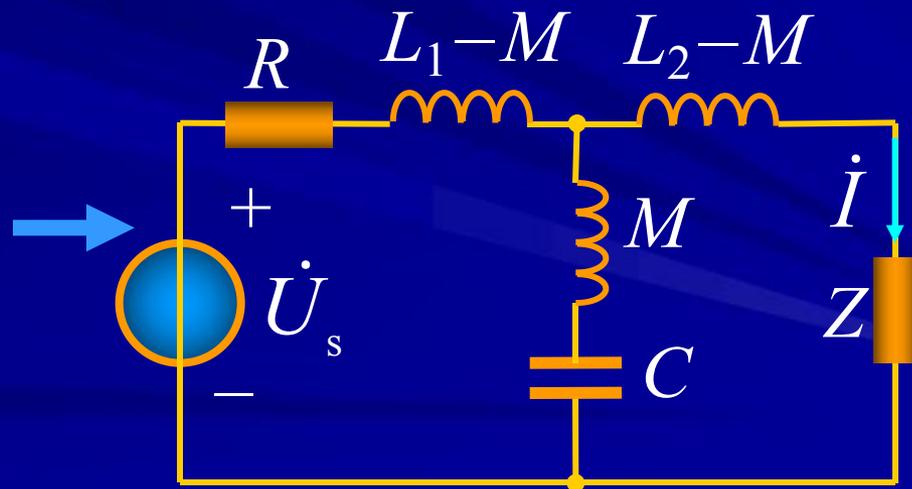
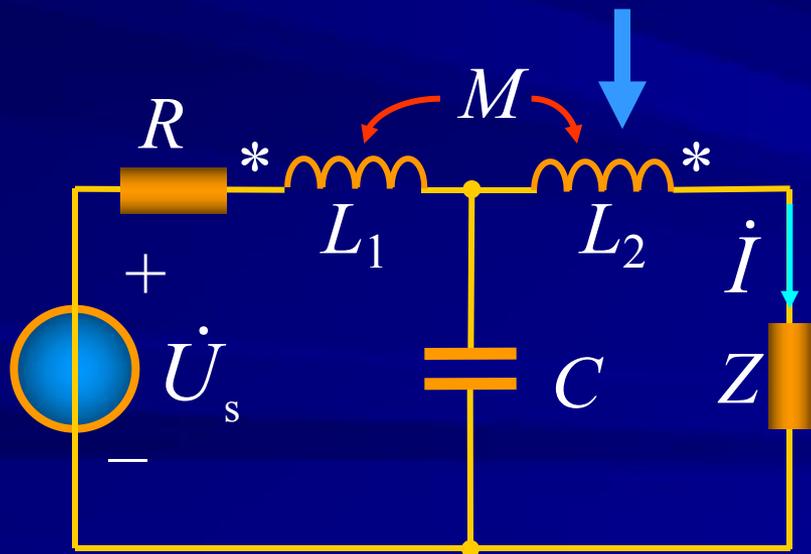
例2-3 要使 $i=0$ ，问电源的角频率为多少？



解 当 $\omega M = \frac{1}{\omega C}$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{MC}}$$

$$i = 0$$



11-3 RLC 串联电路的频率响应

研究物理量与频率关系的图形（谐振曲线）
可以加深对谐振现象的认识。

① $H(j\omega) = \dot{U}_R(j\omega) / \dot{U}_s(j\omega)$ 的频率响应

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_R(j\omega)}{\dot{U}_s(j\omega)} = \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

为比较不同谐振回路，令

$$\omega \rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \eta$$

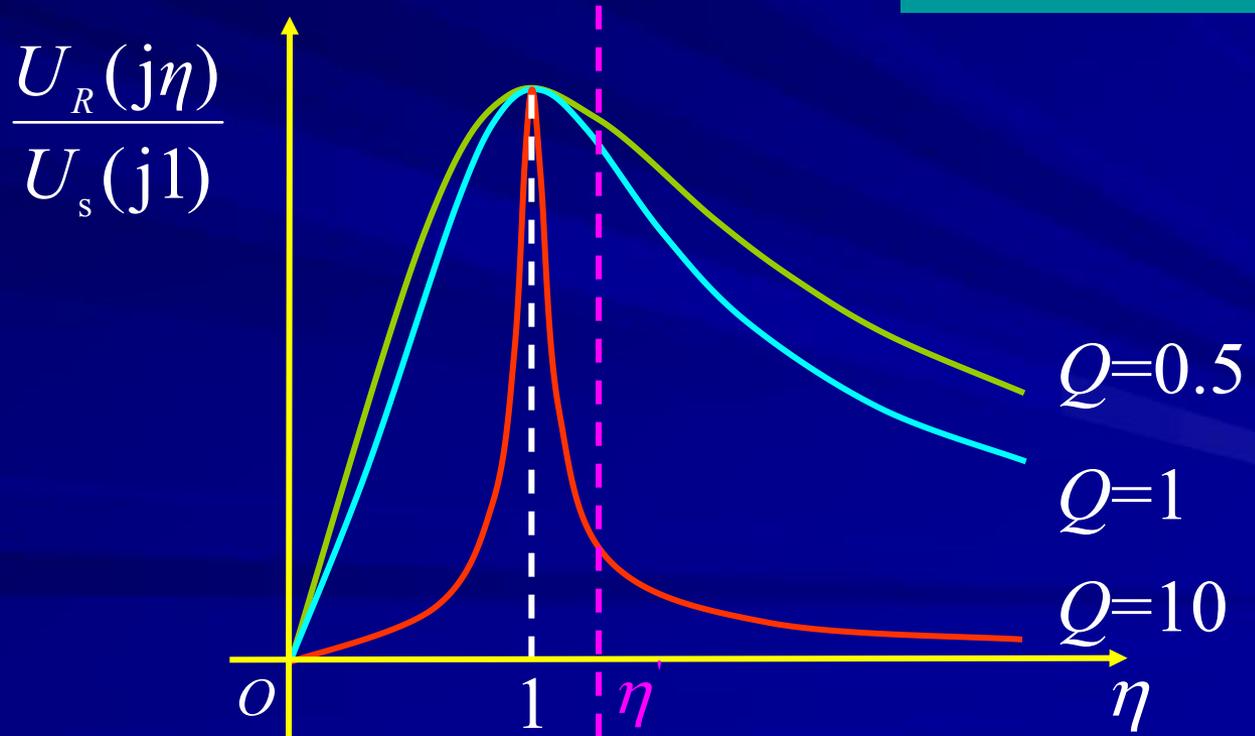
$$H_R(j\omega) = \frac{\dot{U}_R(j\omega)}{\dot{U}_s(j\omega)} = \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{1}{1 + jQ(\eta - \frac{1}{\eta})}$$

$$\varphi(j\omega) = -\arctan[Q(\eta - 1/\eta)]$$

相频特性

$$|H(j\eta)| = \cos[\varphi(j\eta)]$$

幅频特性





表明

①谐振电路具有选择性

在谐振点响应出现峰值，当 ω 偏离 ω_0 时，输出下降。即串联谐振电路对不同频率信号有不同的响应，对谐振信号最突出(响应最大)，而对远离谐振频率的信号具有抑制能力。这种对不同输入信号的选择能力称为“选择性”。

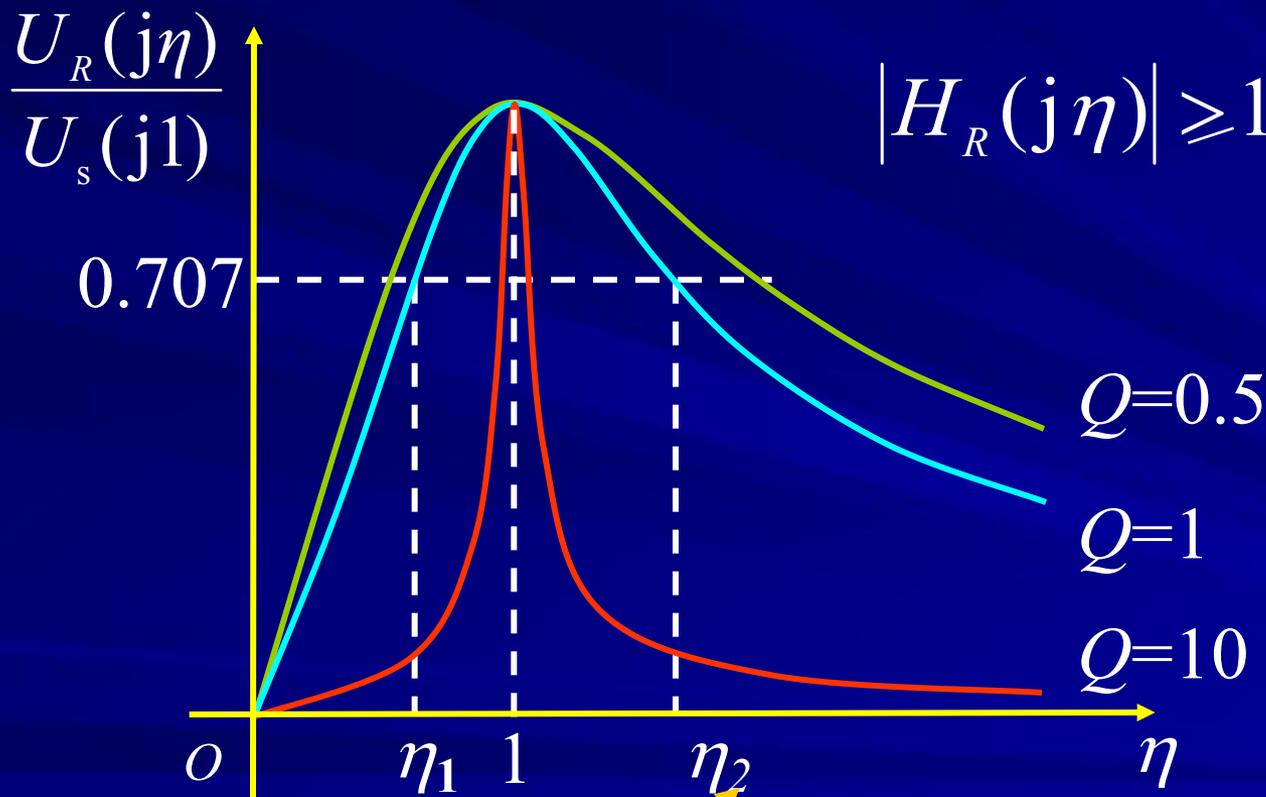
②谐振电路的选择性与 Q 成正比

Q 越大，谐振曲线越陡，电路对非谐振频率的信号具有越强的抑制能力，所以选择性越好。因此 Q 是反映谐振电路性质的一个重要指标。

③ 谐振电路的有效工作频段

半功率点

声学研究表明，如信号功率不低于原有最大值一半，人的听觉辨别不出。



$$|H_R(j\eta)| \geq 1/\sqrt{2} = 0.707$$

$$\eta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0}$$

$$\eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}$$

$$\omega_2 > \omega_1$$

半功率点

通频带

→ $\omega_2 - \omega_1$ 3分贝频率

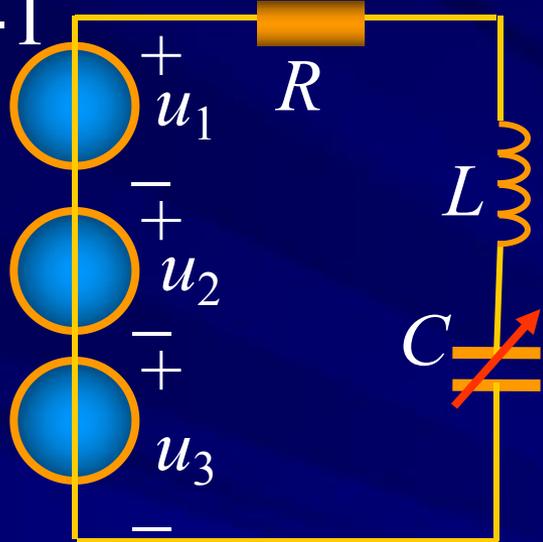
可以证明：
$$Q = \frac{1}{\eta_2 - \eta_1} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

定义：
$$H_{\text{dB}} = 20\lg[U_R(j\eta) / U_s(j1)]$$

$$20\lg 0.707 = -3 \text{ dB}$$

通频带规定了谐振电路允许通过信号的频率范围。是比较和设计谐振电路的指标。

例3-1



讨论一接收器的输出电压 U_R ，

参数为 $L=250\mu\text{H}$, $R=20\Omega$,

$U_1=U_2=U_3=10\mu\text{V}$,

当电容调至 $C=150\text{pF}$ 时谐振。

$\omega_0=5.5\times 10^6\text{rad/s}$, $f_0=820\text{kHz}$

解

北京台

中央台

北京经济台

$f(\text{kHz})$

820

640

1026

ωL

1290

1000

1611

$\frac{1}{\omega C}$

-1290

-1660

-1034

X

0

-660

577

$U_R=UR/|Z|$

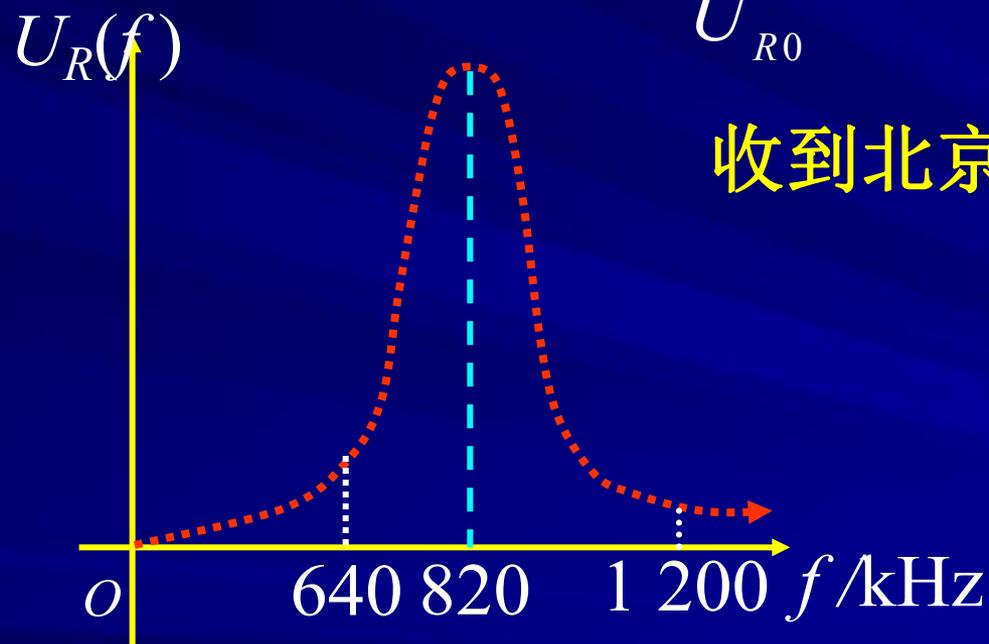
$U_{R0}=10$

$U_{R1}=0.304$

$U_{R2}=0.346$

$$U_R = UR/|Z| \ (\mu A) \quad U_{R0} = 10 \quad U_{R1} = 0.304 \quad U_{R2} = 0.346$$

$$\frac{U_{R1}}{U_{R0}} = 3.04\% \quad \frac{U_{R2}}{U_{R0}} = 3.46\%$$



收到北京台820kHz的节目。

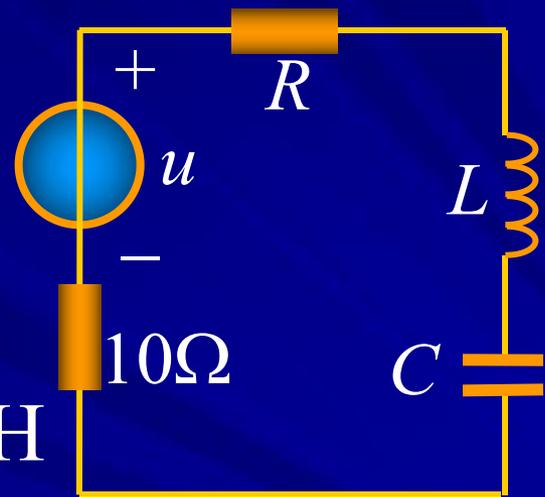
例3-2 一信号源与 R 、 L 、 C 电路串联，要求
 $f_0=10^4\text{Hz}$ ， $\Delta f=100\text{Hz}$ ， $R=15\Omega$ ，请设计一个
 线性电路。

解

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{10^4}{100} = 100$$

$$L = \frac{RQ}{\omega_0} = \frac{100 \times 15}{2\pi \times 10^4} \text{H} = 39.8\text{mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 6360\text{pF}$$



② 以 $U_L(\omega)$ 与 $U_C(\omega)$ 为输出的 $H(\omega)$ 频率特性

$$H_L(\omega) = \frac{U_L(\omega)}{U(\omega)} = \frac{\omega L}{|Z|} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$H_L(\eta) = \frac{Q}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2} + Q^2(1 - \frac{1}{\eta^2})^2}}$$

$$H_C(\omega) = \frac{U_C(\omega)}{U(\omega)} = \frac{1}{\omega C |Z|} = \frac{1}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$H_C(\eta) = \frac{QU}{\sqrt{\eta^2 + Q^2(\eta^2 - 1)^2}}$$

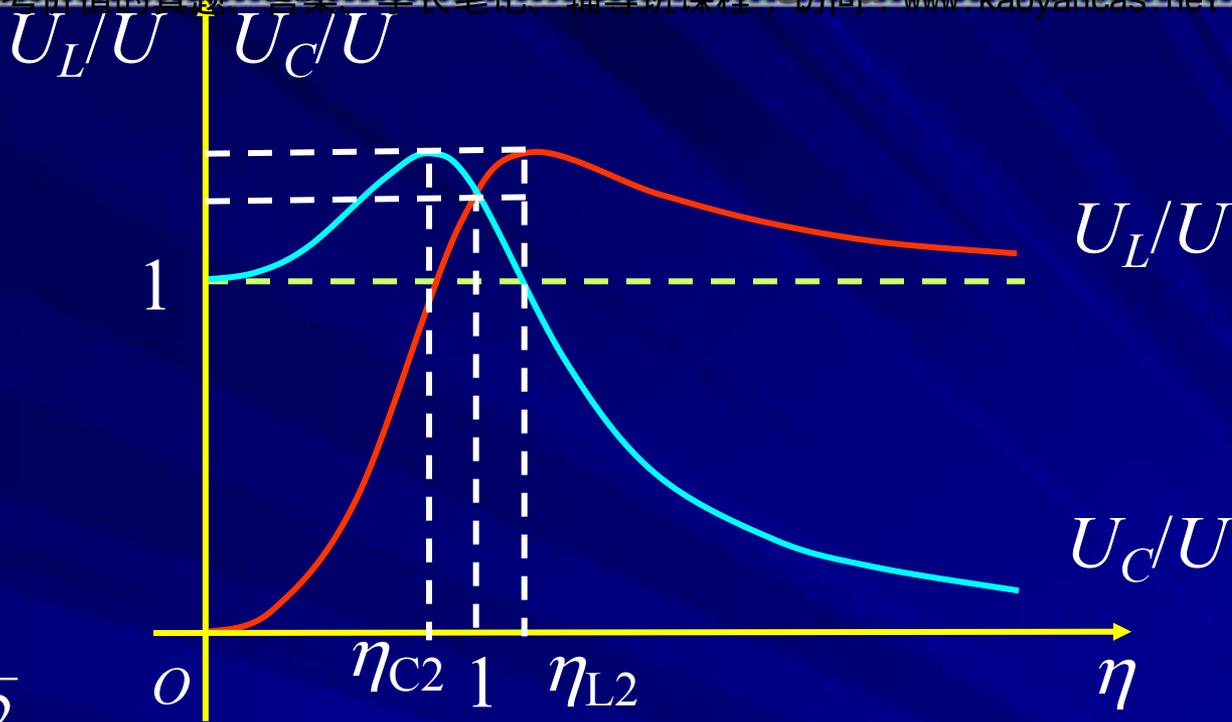
$H_L(\eta)$ 与 $H_C(\eta)$ 的极值点：令 $\frac{dH_L(\eta)}{d\eta} = 0$ $\frac{dH_C(\eta)}{d\eta} = 0$

$$\eta_{C1} = 0 \quad H_C(\eta_{C1}) = 1 \quad \eta_{C3} = \infty \quad H_C(\eta_{C3}) = 0$$

$$\eta_{C2} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad H_C(\eta_{C2}) = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} > Q (Q > 0.707)$$

$$\eta_{L1} = \frac{1}{\eta_{C3}} = 0 \quad H_L(\eta_{L1}) = 0 \quad \eta_{L3} = \frac{1}{\eta_{C1}} = \infty \quad H_L(\eta_{L3}) = 1$$

$$\eta_{L2} = \frac{1}{\eta_{C2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad H_L(\eta_{L2}) = H_C(\eta_{C2})$$



当 $Q > 1/\sqrt{2}$

$\eta = \eta_{C2}$, $U_C(\eta)$ 获最大值; $\eta = \eta_{L2}$, $U_L(\eta)$ 获最大值。

且 $U_C(\eta_{C2}) = U_L(\eta_{L2})$ 。

 **注意** $H_C(j\eta)$ 为低通函数, $H_L(j\eta)$ 为高通函数;

Q 越高, η_{L2} 和 η_{C2} 越靠近 $\eta=1$, 同时峰值增高。

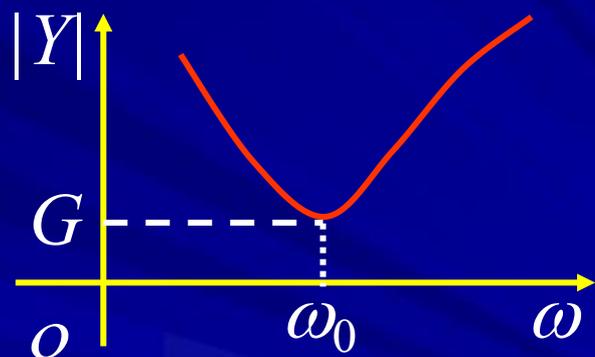
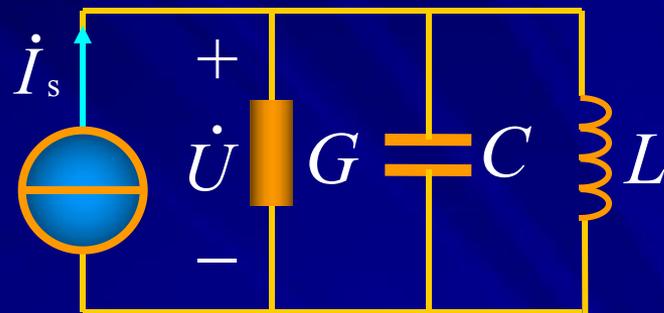
11-4 RLC并联谐振电路

1. GCL 并联电路

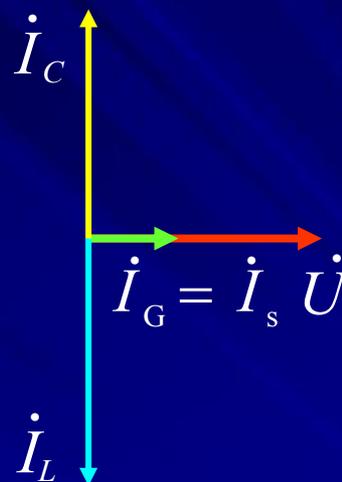
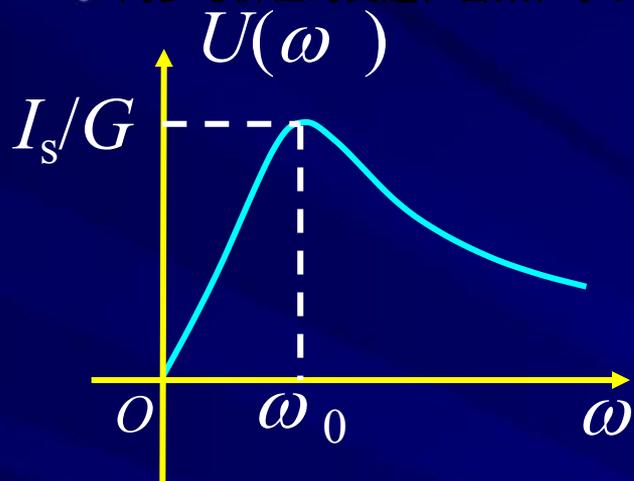
$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振特点：



①输入导纳为纯电导，导纳值 $|Y|$ 最小，端电压达最大。

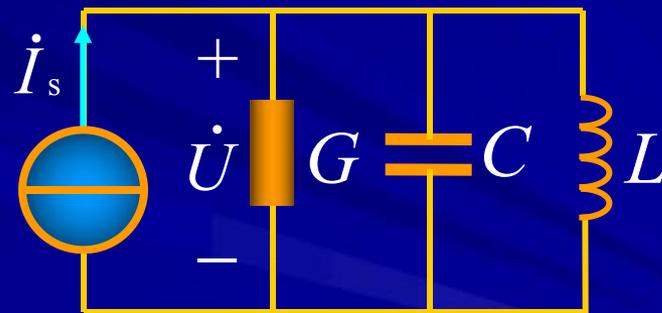


② L 、 C 上的电流大小相等，相位相反，并联总电流为零，也称电流谐振，即

$$\dot{I}_C = j\omega_0 C \dot{U} = j\omega_0 C \frac{\dot{I}_s}{G} = jQ \dot{I}_s$$

$$\dot{I}_L = \dot{U} / j\omega_0 L = -j\omega_0 C \frac{\dot{I}_s}{G} = -jQ \dot{I}_s$$

$$I_L(\omega_0) = I_C(\omega_0) = Q I_s$$



品质因数 $Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 GL} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}}$

③ 谐振时的功率

$$P = UI = U^2 / G$$

$$|Q_L| = |Q_C| = \omega_0 C U^2 = \frac{U^2}{\omega_0 L} \quad Q_L + Q_C = 0$$

④ 谐振时的能量

$$W(\omega_0) = W_L(\omega_0) + W_C(\omega_0) = LQ^2 I_s^2$$

2. 电感线圈与电容器的并联谐振

实际的电感线圈总是存在电阻，因此当电感线圈与电容器并联时，电路如图所示。

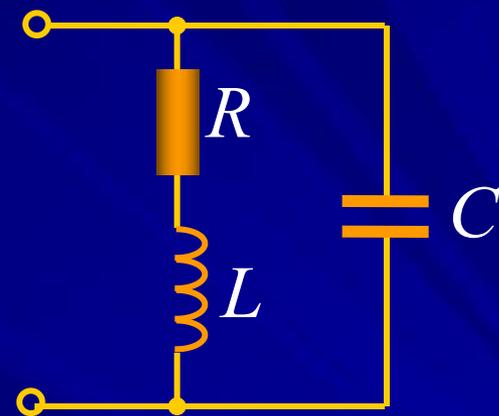
(1) 谐振条件

$$Y = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right] = G + jB$$

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}$$



**注意**

① 电路发生谐振是有条件的，在电路参数一定时，满足

$$\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2 > 0 \Rightarrow R < \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ 时，可以发生谐振。}$$

② 一般线圈电阻 $R \ll \omega L$ ，则等效导纳为

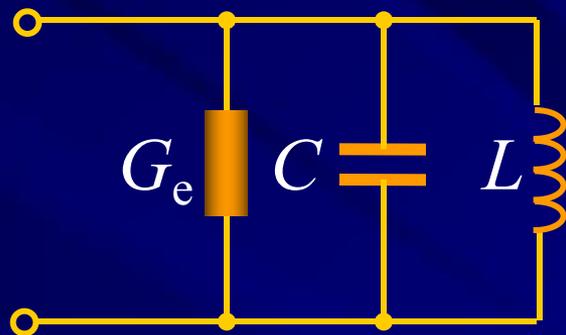
$$Y = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right]$$
$$\approx \frac{R}{(\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

谐振角频率



$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

等效电路



$$R_e = \frac{1}{G_e} \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R}$$

品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{\omega_0 C}{R/(\omega_0 L)^2} = \frac{\omega_0^3 C L^2}{R} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

(2) 谐振特点

线圈的品质因数

① 电路发生谐振时，输入阻抗很大。

$$Z(\omega_0) = R_0 = \frac{R^2 + (\omega_0 L)^2}{R} \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = \frac{L}{RC}$$

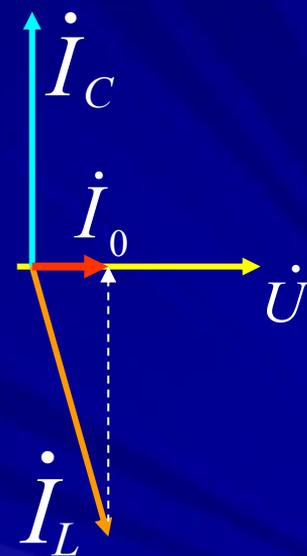
②电流一定时，端电压较高。 $U_0 = I_0 Z = I_0 \frac{L}{RC}$

③支路电流是总电流的 Q 倍，设 $R \ll \omega L$

$$I_L \approx I_C \approx \frac{U}{\omega_0 L} = U \omega_0 C$$

$$\frac{I_L}{I_0} = \frac{I_C}{I_0} = \frac{U / \omega_0 L}{U (RC / L)} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q$$

$$\longrightarrow I_L \approx I_C = Q I_0 \gg I_0$$



例4-1 如图 $R=10\Omega$ 的线圈其 $Q_L=100$ ，与电容接成并联谐振电路，如再并联上一个 $100k\Omega$ 的电阻，求电路的 Q 。

解

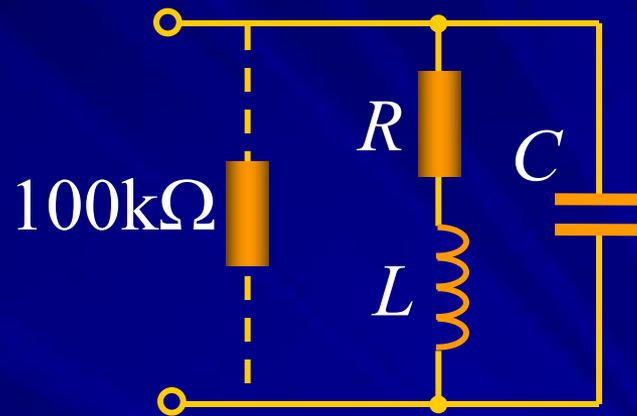
$$Q_L = 100 = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$\rightarrow \omega_0 L = R Q_L = 1000\Omega \gg R$$

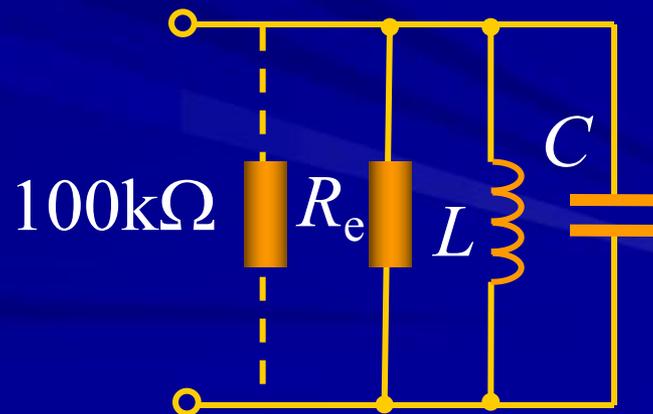
$$R_e \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = \frac{10^6}{10} \Omega = 100k\Omega$$

$$R_{eq} = 100/2 = 50k\Omega$$

$$Q = \frac{R_{eq}}{\omega_0 L} = \frac{50 \times 10^3}{1000} = 50$$



↓ 等效电路



例4-2 如图 $R_S=50\text{k}\Omega$, $U_S=100\text{V}$, $\omega_0=10^6$, $Q=100$, 谐振时线圈获取最大功率, 求 L 、 C 、 R 及谐振时

I_0 、 U 和 P 。

解

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R} = 100$$

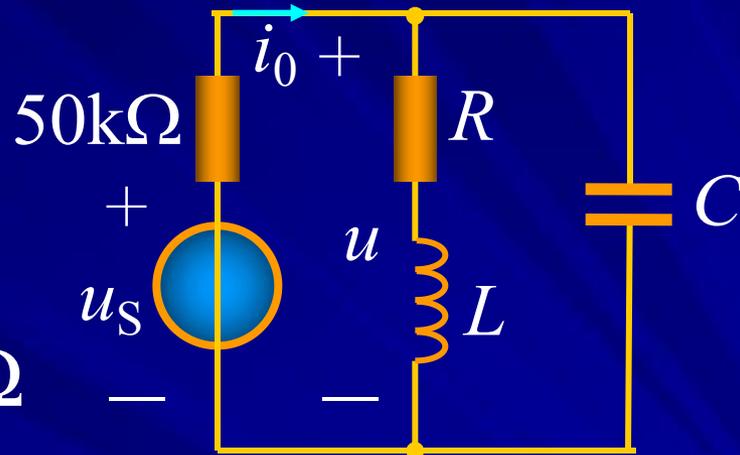
$$R_e = (\omega_0 L)^2 / R = R_S = 50\text{k}\Omega$$

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$I_0 = \frac{U_s}{2R_S} = \frac{100}{2 \times 50 \times 10^3} \text{ A} = 1\text{mA}$$

$$U = \frac{U_s}{2} = 50\text{V}$$

$$P = UI_0 = 0.05\text{W}$$



$$\rightarrow \begin{cases} R = 5\Omega \\ L = 0.5\text{mH} \\ C = 0.002\mu\text{F} \end{cases}$$

11-5 波特图

对电路和系统的频率特性进行分析时，为了直观地观察频率特性随频率变化的趋势和特征，工程上常采用对数坐标来作频响曲线，这种用对数坐标描绘的频率响应图就称为频响波特图。

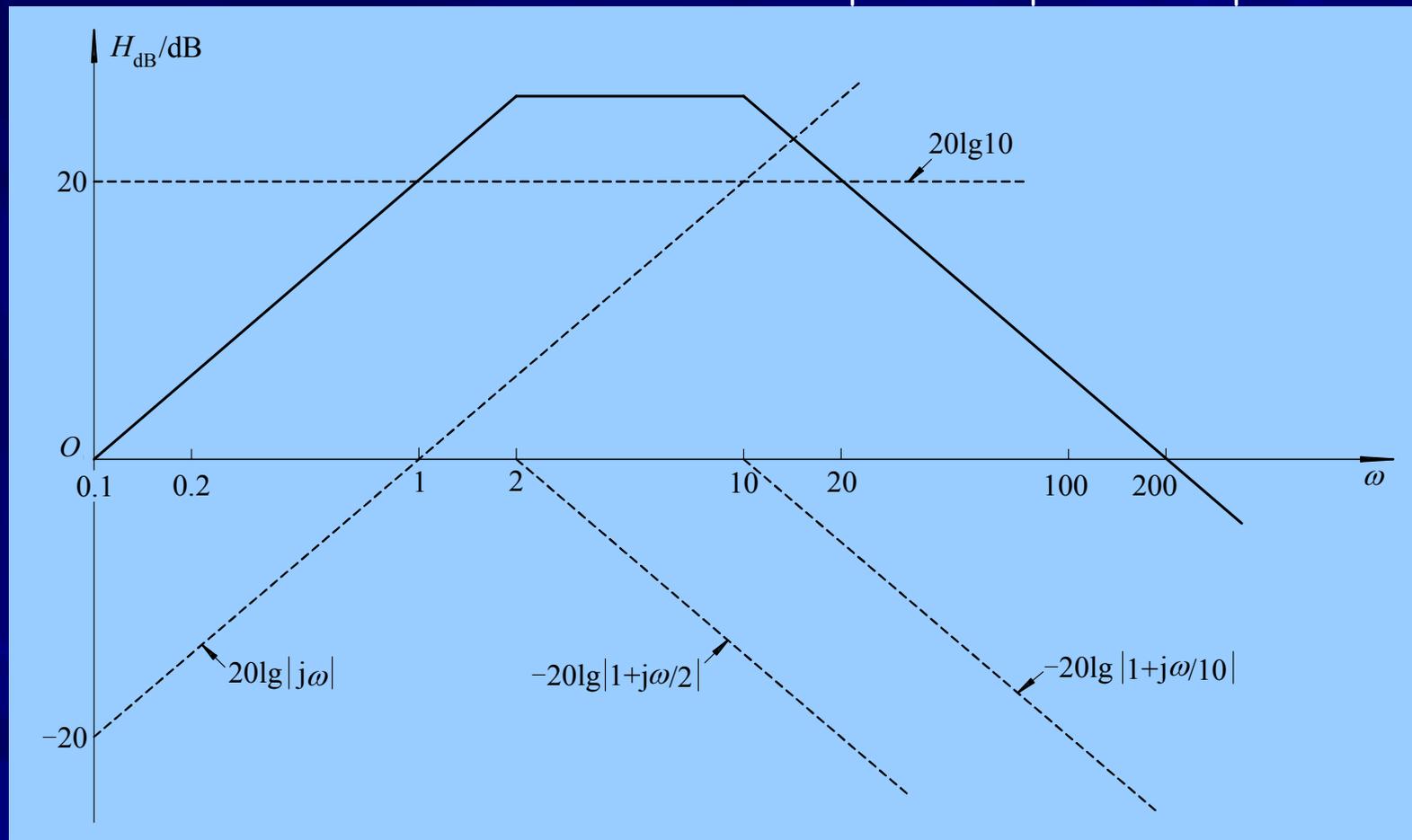
例 画出网络函数的波特图。
$$H(j\omega) = \frac{200j\omega}{(j\omega+2)(j\omega+10)}$$

解 改写网络函数为

$$H(j\omega) = \frac{10|j\omega|}{|1+j\omega/2| \cdot |1+j\omega/10|} \left| 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) \right|$$

因此对数模（单位分贝）

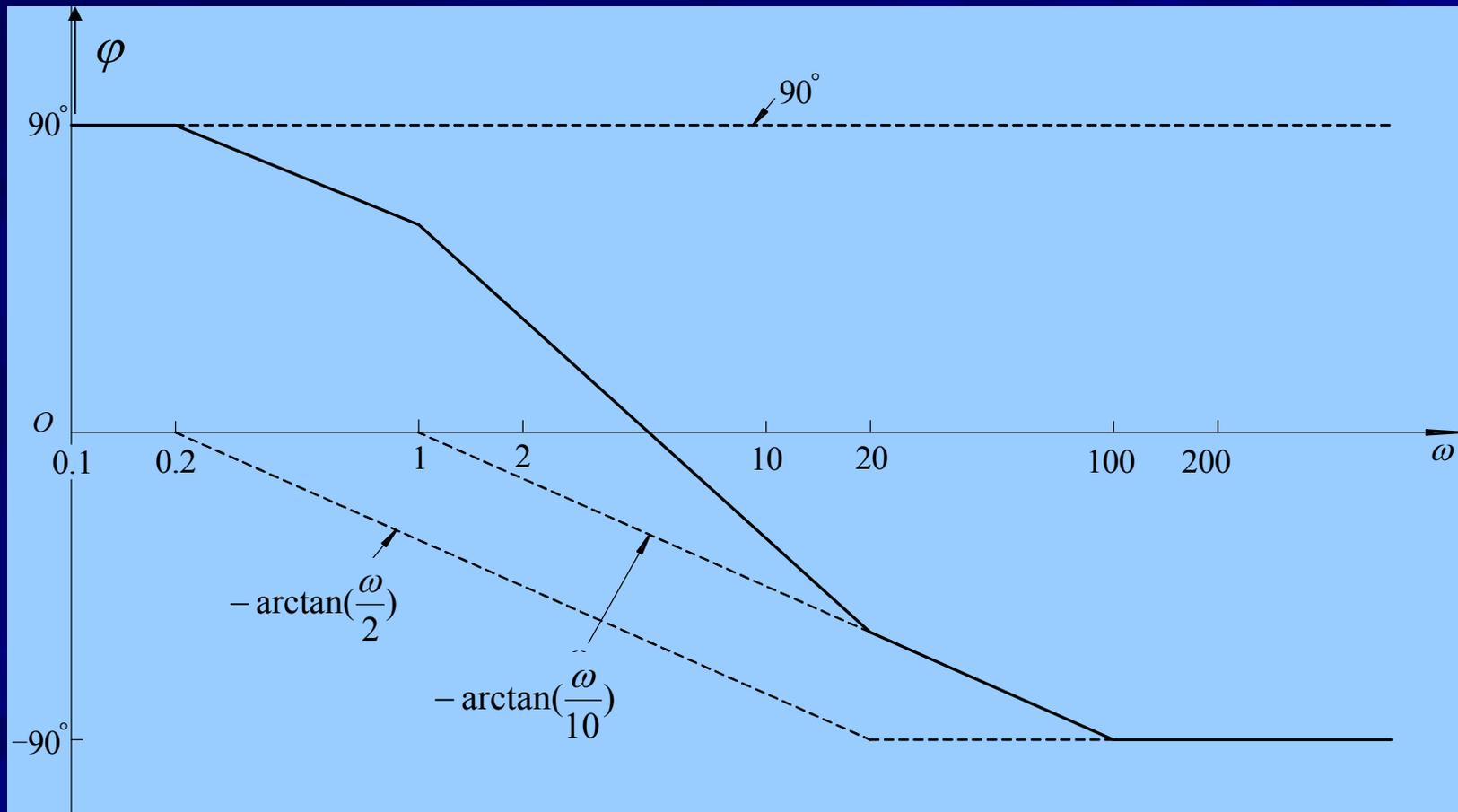
$$H_{dB} = 20\lg 10 + 20\lg |j\omega| - 20\lg \left| 1 + j\frac{\omega}{2} \right| - 20\lg \left| 1 + j\frac{\omega}{10} \right|$$



幅频波特图

相位 (单位度)

$$\varphi = 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{10}\right)$$



相频波特图

11-6 滤波器简介

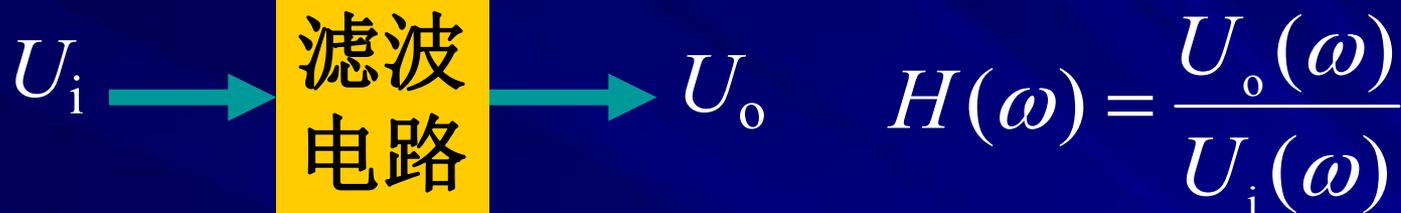
● 滤波器

工程上根据输出端口对信号频率范围的要求，设计专门的网络，置于输入-输出端口之间，使输出端口所需要的频率分量能够顺利通过，而抑制或削弱不需要的频率分量，这种具有选频功能的中间网络，工程上称为滤波器。

● 有源滤波器

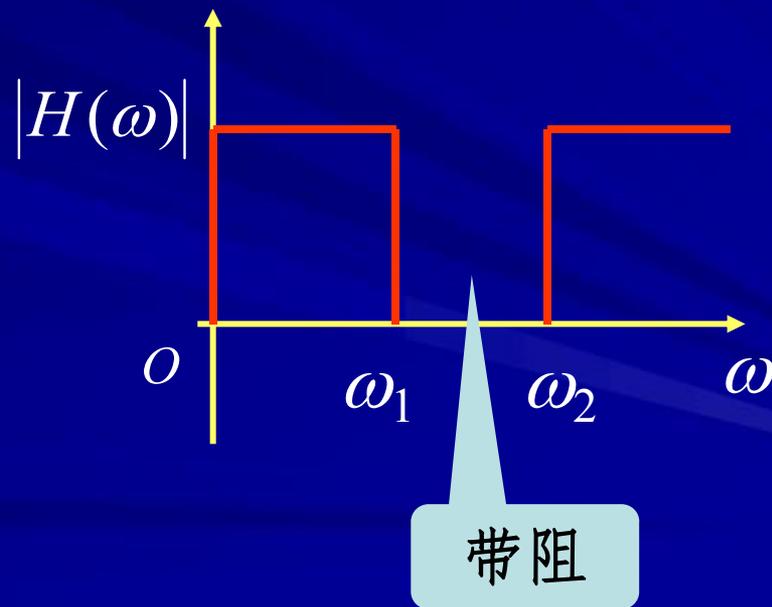
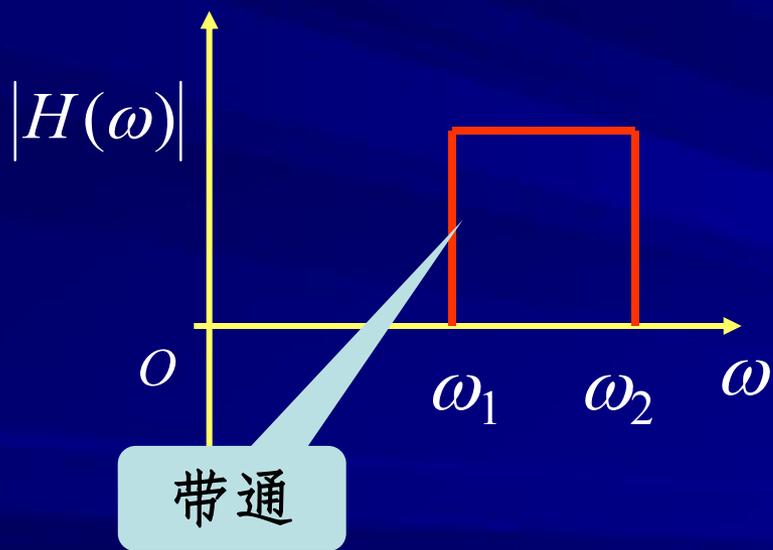
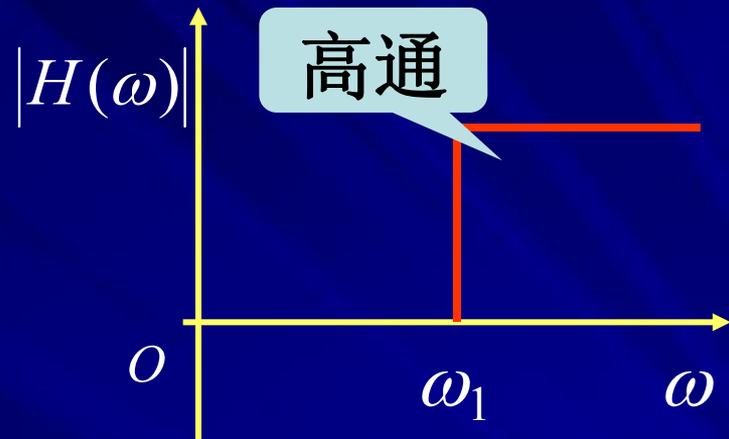
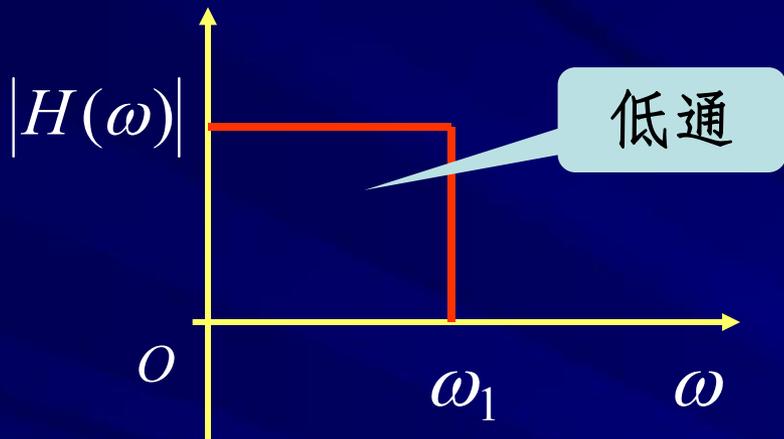
利用有源元件运算放大器构成的滤波器称为有源滤波器。

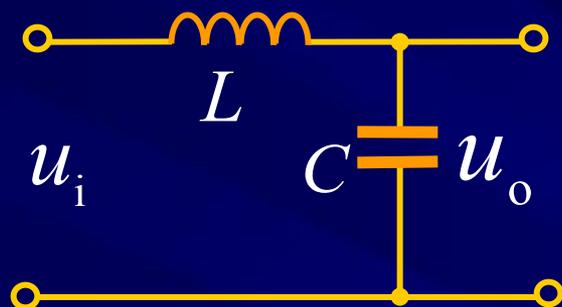
● 滤波电路的传递函数定义



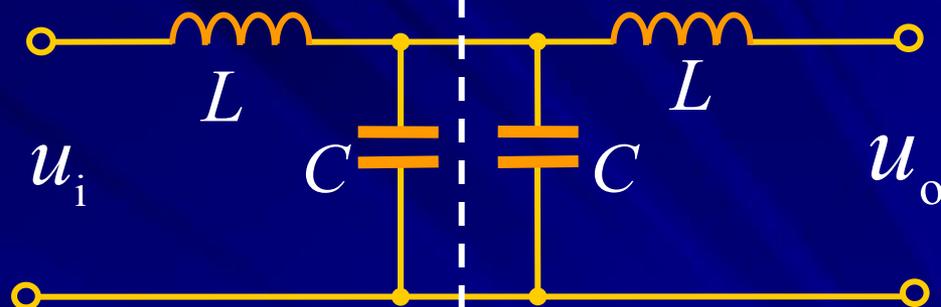
● 滤波电路分类

- ① 按所处理信号分 → 模拟和数字滤波器
- ② 按所用元件分 → 无源和有源滤波器
- ③ 按滤波特性分 → 低通滤波器 (LPF)
高通滤波器 (HPF) 带通滤波器 (BPF)
带阻滤波器 (BEF) 全通滤波器 (APF)

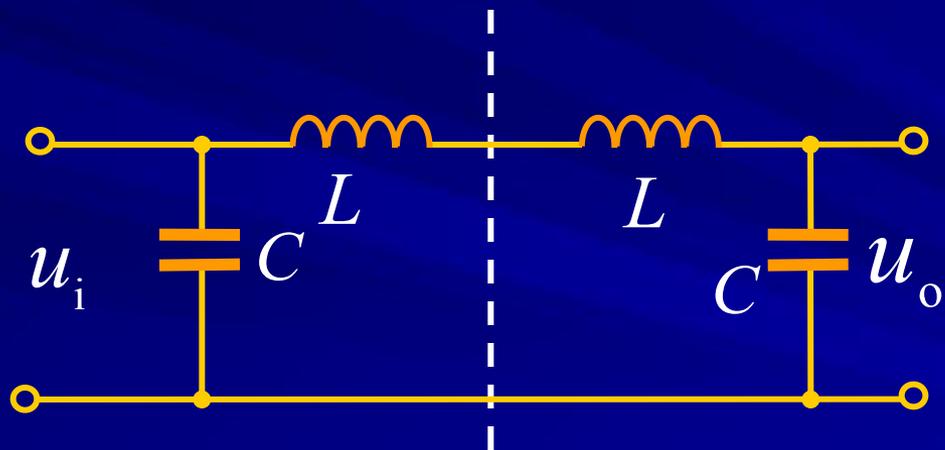




L形

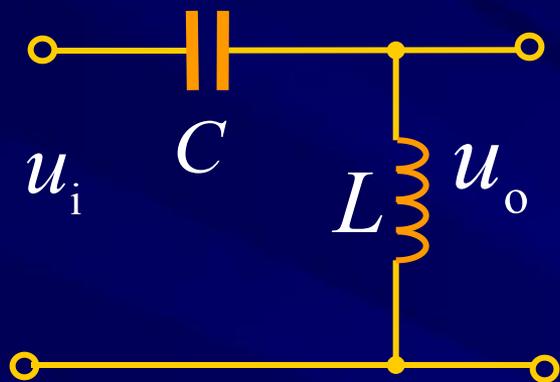


T形

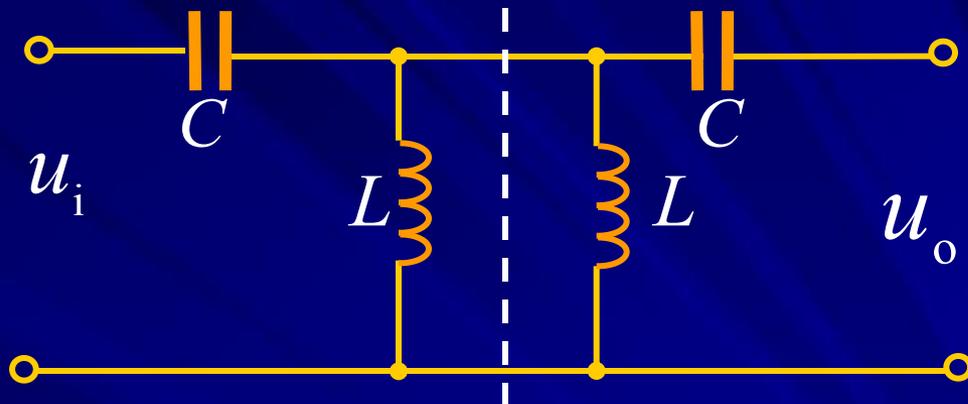


Π形

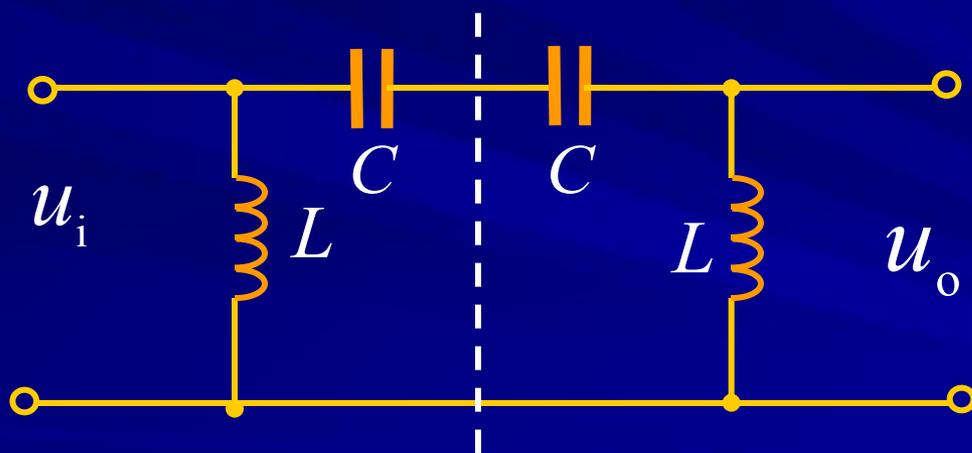
低通滤波器的单元电路



L形

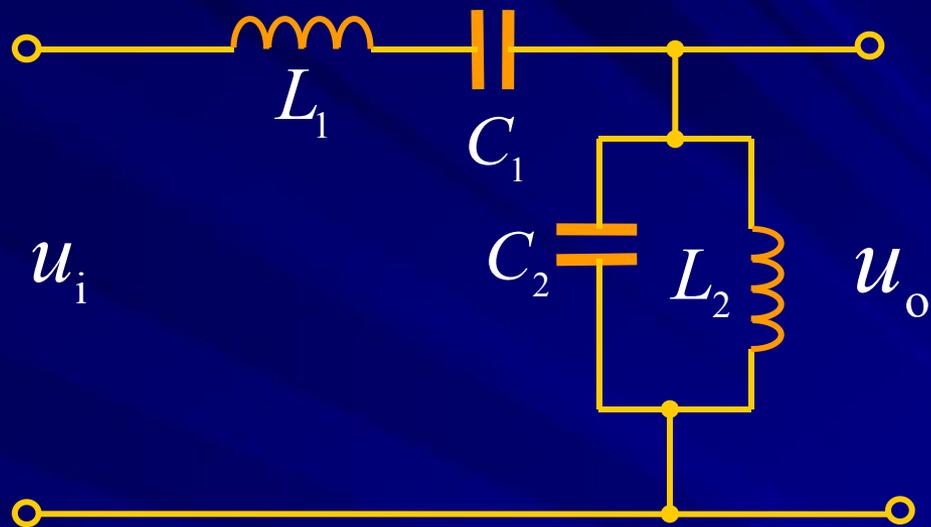


T形



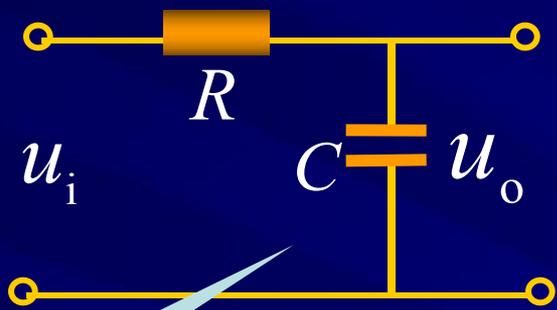
Π形

高通滤波器的单元电路

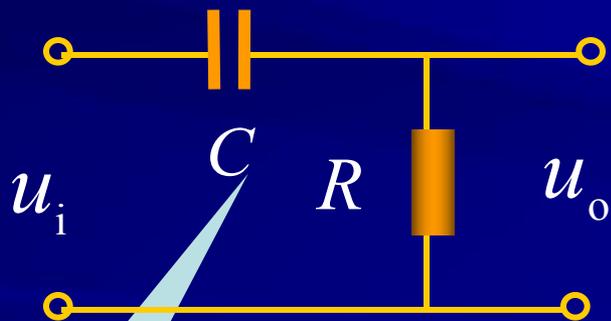


带通滤波器

例6-1 一阶RC无源低通滤波器。



低通



高通

传递函数，设

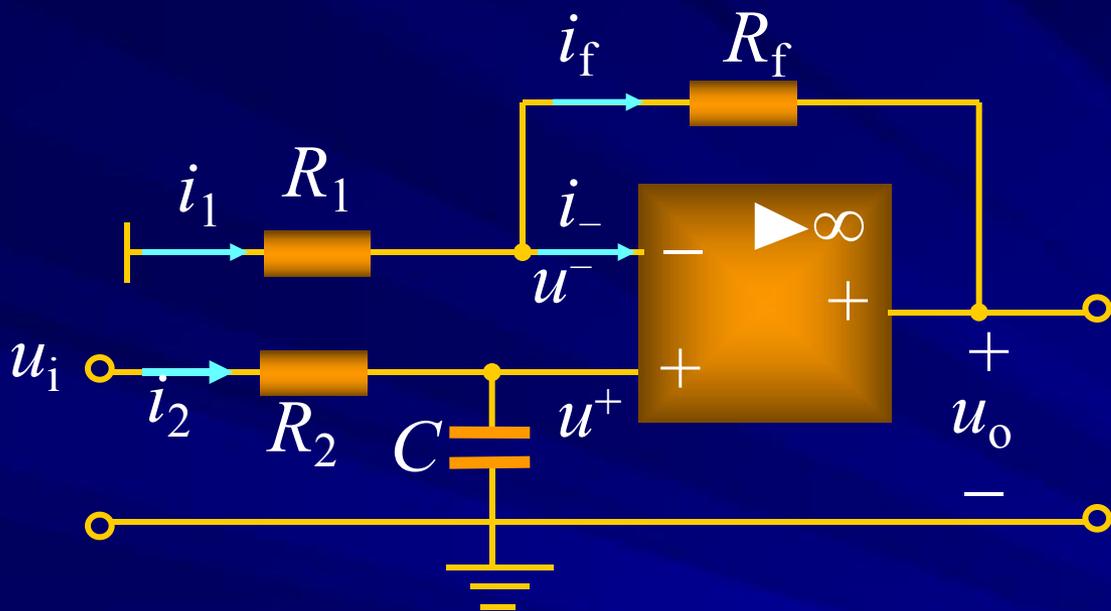
$$u_i = U_m \cos(\omega t)$$

$$u_i = Ri + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$u_C = u_o = \frac{U_m \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}$$

$$|H(\omega)| = \frac{U_o}{U_i} = \left| \frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}} \right|$$

例6-2 有源滤波器



$$\begin{cases} u^+ = u^- = u_C \\ i^- = i^+ = 0 \end{cases}$$

$$i_1 = i_f$$

$$\frac{-u^+}{R_1} = \frac{u^+ - u_o}{R_f}$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)u^+$$

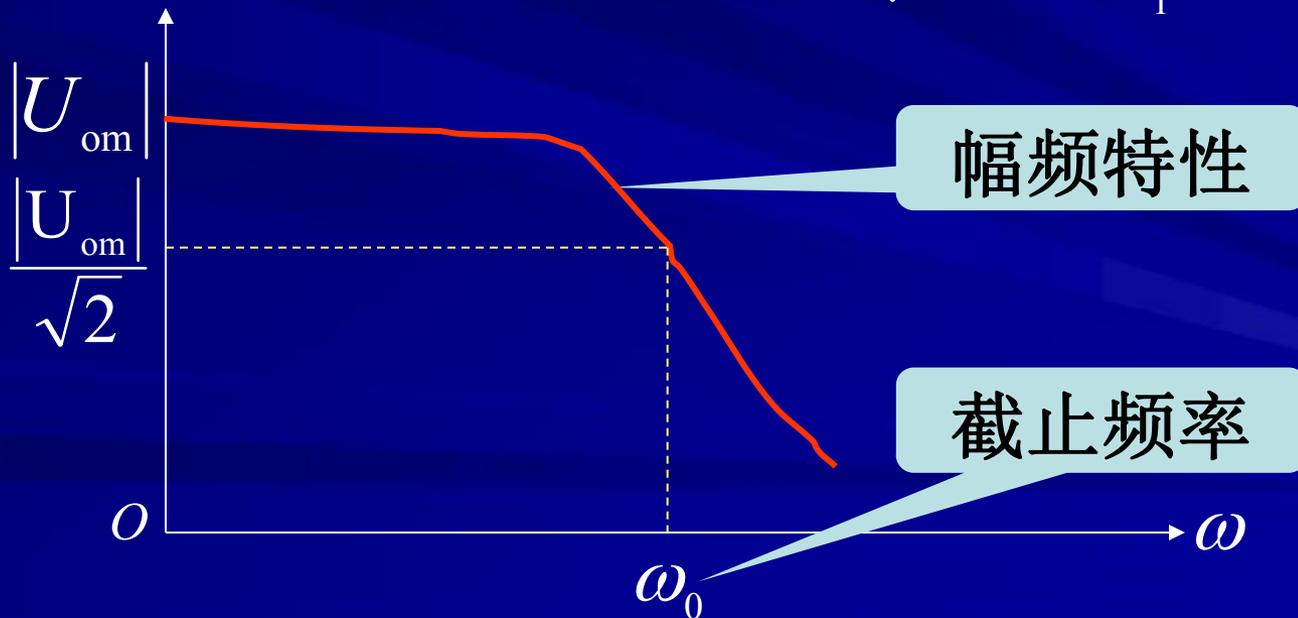
$$i_2 = \frac{u_i - u_C}{R_2} = C \frac{du_C}{dt} \quad \rightarrow \quad R_2 C \frac{du_C}{dt} + u_C = u_i$$

设 $u_i = \cos(\omega t)$ 解得 $u_C = u^+ = \frac{\cos(\omega t - 90^\circ + \theta)}{\sqrt{(R_2 C \omega)^2 + 1}}$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{\cos(\omega t - 90^\circ + \theta)}{\sqrt{(R_2 C \omega)^2 + 1}}$$

当 $\omega = 0 \rightarrow |u_{om}| = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)$

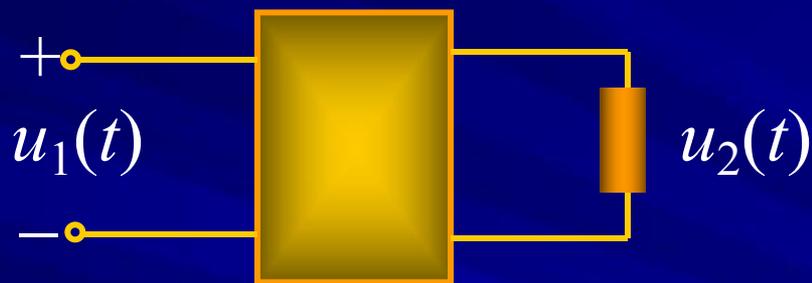
当 $\omega = \frac{1}{R_2 C} = \omega_0 \rightarrow |U_{om0}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) = \frac{|U_{om}|}{\sqrt{2}}$



例6-3 激励 $u_1(t)$ ，包含两个频率 ω_1 、 ω_2 分量 ($\omega_1 < \omega_2$):

$$u_1(t) = u_{11}(\omega_1) + u_{12}(\omega_2)$$

要求响应 $u_2(t)$ 只含有 ω_1 频率电压。如何实现？



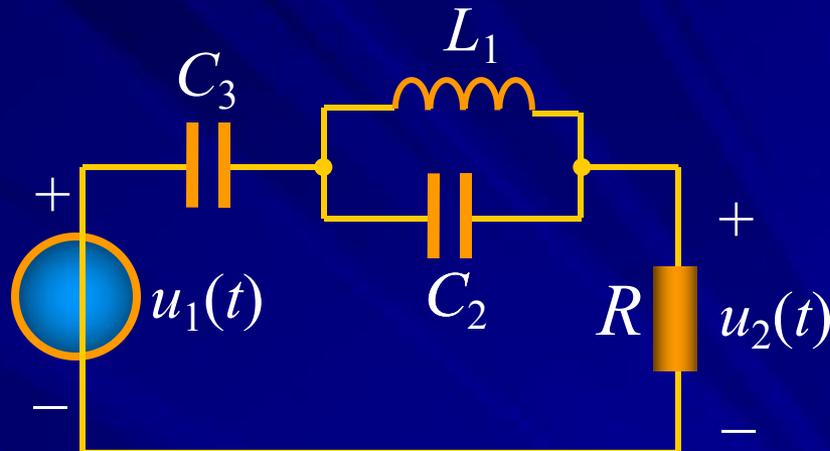
解 设计下列滤波电路实现：

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

并联谐振，开路

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 (C_2 + C_3)}}$$

串联谐振，短路



ω_1 信号短路直接加到负载上。

该电路 $\omega_2 > \omega_1$ ，滤去高频，得到低频。



注意 滤波器利用谐振电路的频率特性，只允许谐振频率邻域内的信号通过。