

合物

**中国科学技术大学**  
**2010 年硕士学位研究生入学考试试题**  
(概率论与数理统计)

所有试题答案写在答题纸上, 答案写在试卷上无效  
可以使用带统计功能的计算机

**一、(10 分)**

记  $X = (X_1, X_2, X_3)'$ ,  $Y = (Y_1, Y_2, Y_3)'$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \text{设 } Y = AX + b, \quad X \text{ 的联合密度为 } f(x_1, x_2, x_3), \text{ 求随}$$

机向量  $Y$  的联合密度函数。

解: 由  $Y = AX + b$  得  $X = A^{-1}(Y - b) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1/2 & 1 & -1 \\ -1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 - 2 \\ Y_2 - 1 \\ Y_3 - 3 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} -Y_2 + Y_3 - 2 \\ \frac{1}{2}Y_1 + Y_2 - Y_3 + 1 \\ -\frac{1}{2}Y_1 + Y_3 - 2 \end{pmatrix}$$

$\det(A) = 2$ , 所以随机向量  $Y$  的联合密度函数为

$$f(-y_2 + y_3 - 2, 0.5y_1 + y_2 - y_3 + 1, -0.5y_1 + y_3 - 2) / 2$$

**二、(10 分)** 设  $(X, Y, Z)'$  服从三元正态分布, 其中  $EX = -1, EY = -2, EZ = 3$ ,