

中国科学院  
2007年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题  
科目名称：高等代数

1.(10分) 设多项式  $f(x), g(x), h(x)$  只有非零常数公因子，证明：存在多项式  $u(x), v(x), w(x)$ ，使得  $u(x)f(x) + v(x)g(x) + w(x)h(x) = 1$ 。

**【解答】**

$f(x), g(x), h(x)$  只有非零常数公因子，故  $(f(x), g(x), h(x)) = 1$ 。因此，  
 $((f(x), g(x)), h(x)) = 1$ 。存在多项式  $a(x), w(x)$ ，使得

$$a(x)(f(x), g(x)) + w(x)h(x) = 1$$

存在多项式  $b(x), c(x)$ ，使得  $b(x)f(x) + c(x)g(x) = (f(x), g(x))$ ，因此，

$$a(x)[b(x)f(x) + c(x)g(x)] + w(x)h(x) = a(x)b(x)f(x) + a(x)c(x)g(x) + w(x)h(x) = 1$$

令  $u(x) = a(x)b(x)$ ， $v(x) = a(x)c(x)$ ，则  $u(x)f(x) + v(x)g(x) + w(x)h(x) = 1$ 。结论

得证！