

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

1. (15 分) 在水平的车厢底板上有一质量为 m 、半径为 r 的匀质小球，当车厢以加速度 a_0 做匀加速运动时，小球无滑动的向车厢后部滚动，求小球球心对车厢的加速度。

解：以车厢为参考系，小球受重力 mg 、支持力 N 、摩擦力 f 及惯性力 $-ma_0$ 作用，其做无滑滚动的基本方程及约束方程为

$$mg - N = 0$$

$$ma_0 - f = ma$$

$$fr = I\beta$$

$$a = r\beta$$

其中 $I = \frac{2}{5}mr^2$ 为小球的转动惯量

$$\text{解得： } a = \frac{5}{7}a_0$$

2. (20 分) 两滑块的质量分别为 m_A 与 m_B ，用劲度系数为 k 的轻弹簧将他们相联并置于光滑的水平面上。将他们略微靠拢后同时松开，求系统的振动频率。

解：在地面系中用牛顿定律解

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = k(x_2 - x_1 - l_0)$$

两滑块的运动方程为

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k(x_2 - x_1 - l_0)$$

l_0 为弹簧的固有长度

$$\text{所以 } \frac{d^2(x_2 - x_1)}{dt^2} + k\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}\right)(x_2 - x_1) = kl_0 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$$