

中国科学院

2016年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：数学分析

1.(15分) 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x + e^{2x} + \cdots + e^{nx}}{n} \right)^{\frac{1}{x}}$ 。

【解答】

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x + e^{2x} + \cdots + e^{nx}}{n} - 1 \right)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{n} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} + \frac{e^{2x} - 1}{x} + \cdots + \frac{e^{nx} - 1}{x} \right) = \frac{1 + 2 + \cdots + n}{n} = \frac{n+1}{2}$$

因此， $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x + e^{2x} + \cdots + e^{nx}}{n} \right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{n+1}{2}}$ 。

2.(15分) 求定积分 $\int_0^1 \log(1 + \sqrt{x}) dx$ 。

【解答】