

中国科学院 2000 年高等数学乙真题解析

一. 填空题(本题共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分. 把答案写在题中横线上)

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_0^x (\cos t)^{t-2} dt =$ _____

【解答】

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_0^x (\cos t)^{t-2} dt = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x - 1) \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{x^2} = -\frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_0^x (\cos t)^{t-2} dt = e^{-\frac{1}{2}}$$

2. $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx =$ _____

【解答】