2006年量子力学(甲)A卷 考题答案

一、1）$\hat{B}^2=(\hat{A}^+\hat{A})(\hat{A}^+\hat{A})=\hat{A}^+(\hat{A}\hat{A}^+)\hat{A}=\hat{A}^+(1-\hat{A}^+\hat{A})\hat{A}=\hat{A}^+\hat{A}=\hat{B}$ 。

2）设$\hat{B}|\psi>=\lambda|\psi>$，则能得到$\lambda^2-\lambda=0$， 所以$\lambda=1,0$。因此有$B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$。

设$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$，因为$\hat{B}\hat{A}=0$，所以$a_{22}$，$a_{21}=0$。又$\hat{A}\hat{B}=\hat{A}$，所以$a_{11}=0$。

$\hat{B}=\hat{A}^+\hat{A}$，所以$|a_{12}|^2=1$。 因此推得$A=\begin{pmatrix}0 & e^{i\varphi}\\ 0 & 0\end{pmatrix}$。

二、利用测不准关系$\Delta x\cdot\Delta p\geq\frac{\hbar}{2}$，由$E\approx\frac{(\Delta p)^2}{2m}+A(\Delta x)^n$，

对Δx取极小：$\frac{dE}{d(\Delta x)}=0$ ， 得到 $(\Delta x)^{n+2}=\frac{\hbar^2}{4mnA}$ 。

基态能为$E\approx\frac{n+2}{2}(\frac{\hbar^2}{4mn})\left(\frac{\hbar^2}{4mnA}\right)^{-\frac{2}{n+2}}$， 或 $E\approx\frac{n+2}{2}\left(\frac{\hbar^2A^{2/n}}{4mn}\right)^{\frac{n}{n+2}}$ 。