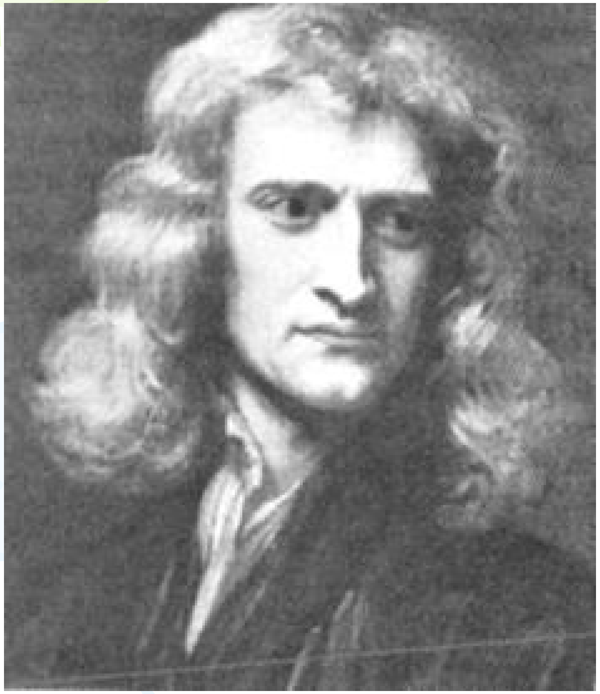
# 牛顿三定律

# 思考题

- 人坐在车上推车，是怎么也推不动；但坐在轮椅上的人却能让车前进。为什么？
- 细线中间系一重物，如本题图所示，以力拉下端。缓慢的拉，或用力猛拉，上下哪根线先断？
- 杂技表演中，在一个平躺的人身上压一块大而重的石板，另一个以大锤猛力击石，石裂而人不伤，试解释。有人建议用很厚的棉被代替石板，会更安全。你同意吗？



牛顿 **Issac Newton**

**（1643－1727）**

英国物理学家，经典物理学的奠基人．他对力学、光学、热学、天文学和数学等学科都有重大发现，其代表作《自然哲学的数学原理》是力学的经典著作．牛顿是近代自然科学奠基时期具有集前人之大成的贡献的伟大科学家．

1661年 入剑桥大学三一学院，当工读生。

1665年 大学毕业。发明二项式定理。

1666年 发现万有引力、微积分学，研究光谱及望远镜。

1667年重回剑桥大学，被选为特别研究员。发明反射望远镜。

1668年获硕士学位。

1669年任三一学院的数学讲座教授。开始讲授光学。10月27日，巴罗为了提携牛顿而辞去了教授之职，26岁的牛顿晋升为数学教授，并担任卢卡斯讲座的教授。

1675年发现”牛顿环”，提供光的”微粒说”。

1677年 莱布尼兹宣告发明微积分学，两人开始论战。

1687年 《数学原理》出版，举世震惊。

牛顿第一定律

牛顿第三定律

任何物体都保持静止的或沿一直线作匀速运动的状态，直到作用在它上面的力迫使它改变这种运动状态为止．

- 力的作用：改变物体运动状态而不是运动的原因；

  改变物体的形状。

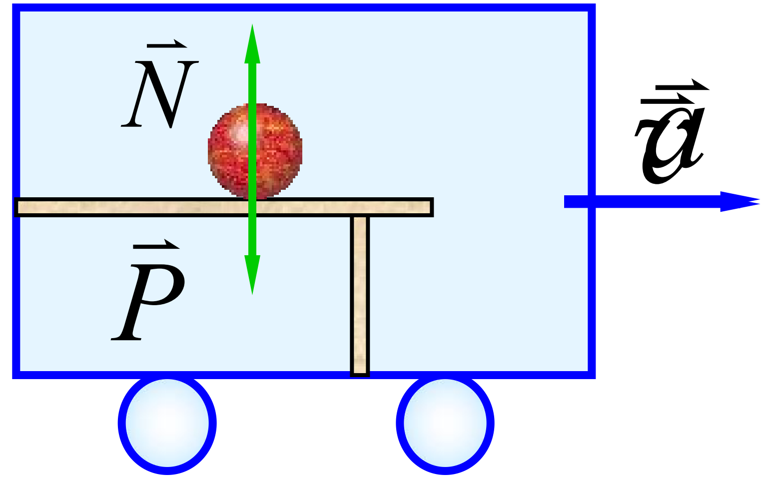
不受力或合力为零：处于平衡时物体的运动规律

- 任何物体都有惯性 → 物体所具有的保持其原有运动状态不变的特性

  （惯性定律）

- 定义了一种参考系：惯性参考系

## 惯性参考系



车厢由匀速变为加速运动

地面参考系：

$$\vec{F}=\vec{P}+\vec{N}=0=m\vec{a}$$

（小球保持匀速运动）

车厢参考系：

$$\vec{F}=\vec{P}+\vec{N}=0\neq m\vec{a}$$

（小球加速度为 $-\vec{a}$）

**定义**：适用牛顿运动定律的参考系叫做惯性参考系；反之，叫做非惯性参考系．

（ 在研究地面上物体的运动时，地球可近似地看成是惯性参考系．）

## 结论

1）凡相对于惯性系作匀速直线运动的一切参考系都是惯性系．（相对加速度为0）

2）对于不同惯性系，牛顿力学的规律都具有相同的形式，与惯性系的运动无关．

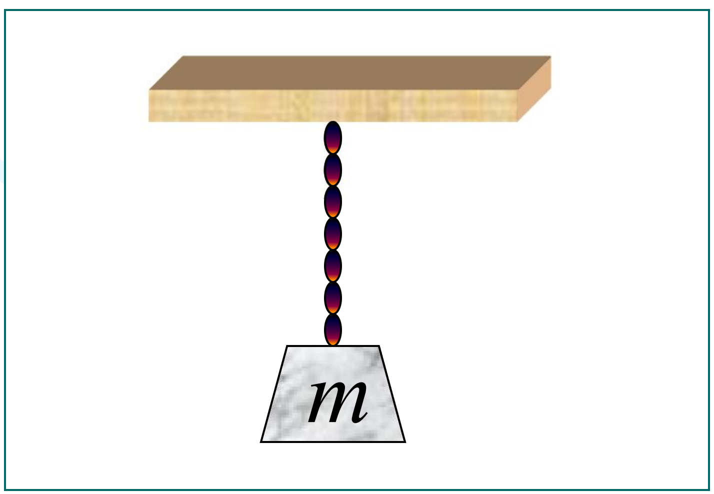
—— 伽利略相对性原理

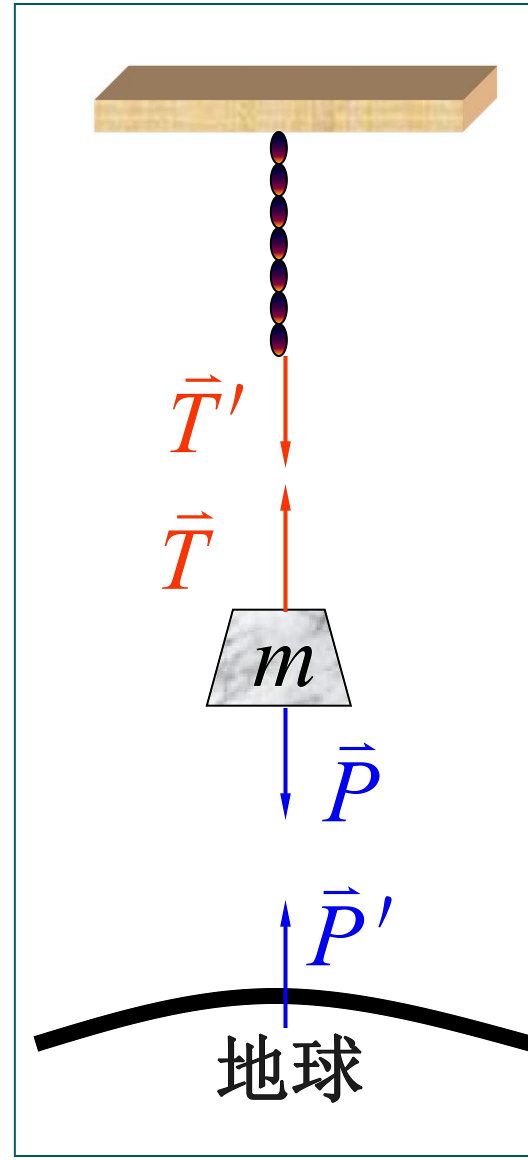
# 牛顿第三定律

两个物体之间作用力 $\vec{F}$ 和反作用力 $\vec{F}'$，沿同一直线，大小相等，方向相反，分别作用在两个物体上 .

★ $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

（物体间相互作用规律）



# 几种常见的力

## 一 万有引力

引力常量

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad G = 6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$$

★ **重力** $P = mg,\quad g = \dfrac{Gm_E}{R^2} \approx 9.80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

重力勘探技术

## 二 弹性力 （压力，张力，弹簧弹性力等）

弹簧弹性力 $f=-kx$

## 三 摩擦力 （相对运动或相对运动趋势）

相对运动趋势： 静摩擦力 $f_{\mathrm{s}}=F_{外}$

$$f_{\mathrm{s}} \leq f_{\mathrm{smax}} \qquad f_{\mathrm{smax}}=\mu_{\mathrm{s}} N$$

相对运动： 滑动摩擦力

$$f_{k}=\mu_{k} N$$

# 静摩擦系数$u_s$与滑动摩擦系数$u_k$

- 一般$u_s > u_k$，且都小于1；
- $u_k$与相对速度有关，一般随速度的增大而减小。在通常速率范围内，可以认为$u_k$与速率无关。
- 两者大小相差不大，在某些简要分析中可以认为两者相等。

## 四种基本相互作用

| 力的种类 | 相互作用的物体 | 力的强度 | 力程 |
|---|---|---|---|
| 万有引力 | 一切质点 | $10^{-38}$ | 无限远 |
| 弱力 | 大多数粒子 | $10^{-13}$ | 小于 $10^{-17}$ m |
| 电磁力 | 电荷 | $10^{-2}$ | 无限远 |
| 强力 | 核子、介子等 | 1 * | $10^{-15}$ m |

* 以距源 $10^{-15}$ m 处强相互作用的力强度为 1

爱因斯坦的梦想与努力——万有引力与电磁力的统一

温伯格
萨拉姆
格拉肖

弱相互作用
电磁相互作用

电弱相互作用理论

三人于1979年荣获诺贝尔物理学奖.

鲁比亚，范德米尔实验证明电弱相互作用，1984年获诺贝尔奖.

电弱相互作用
强相互作用
万有引力作用

“大统一”（尚待实现）
“超统一”

# 牛顿第二定律

# 牛顿第二定律

- 中学：物体受到外力作用时，它所获得的加速度的大小与外力的大小成正比，并与物体的质量成反比，加速度的方向与外力的方向相同。

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

- 定量描述力与物体运动的关系。

动量

- 牛顿的表述：运动的变化与所加的动力成正比，并且发生在这力所沿直线方向上。

动量为 $\vec{p}$ 的物体，在合外力 $\vec{F}$ 的作用下，其动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合外力．

★ $\vec{p}=m\vec{v}$　$\boxed{\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} \text{ 或 } \vec{F}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\vec{p}}$

比 $\vec{F}=m\vec{a}$ 更基本

★ 当 $v<<c$ 时，$m$ 为常量 $\boxed{\vec{F}=m\vec{a}}$

★ 瞬时关系

★ 牛顿定律的研究对象是单个物体（质点）

★ 力的叠加原理

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$$

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \cdots$$

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \\ \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_t = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} \\ F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

# 练 习

**熟练掌握**用隔离体法分析物体的受力情况，能用微积分方法求解变力作用下的简单质点动力学问题．

- 常力作用下的连结体问题
- 变力作用下的单体问题

## 解题的基本思路

1）确定研究对象进行受力分析；

（隔离物体，画受力图）

2）取坐标系；

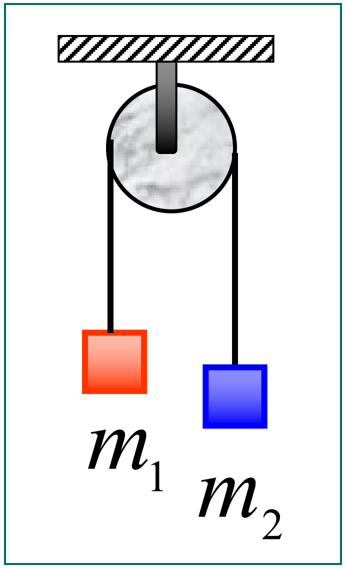
3）列方程（一般用分量式）；

4）利用其它的约束条件列补充方程；

5）先用文字符号求解，后带入数据计算结果.

**例1　阿特伍德机**

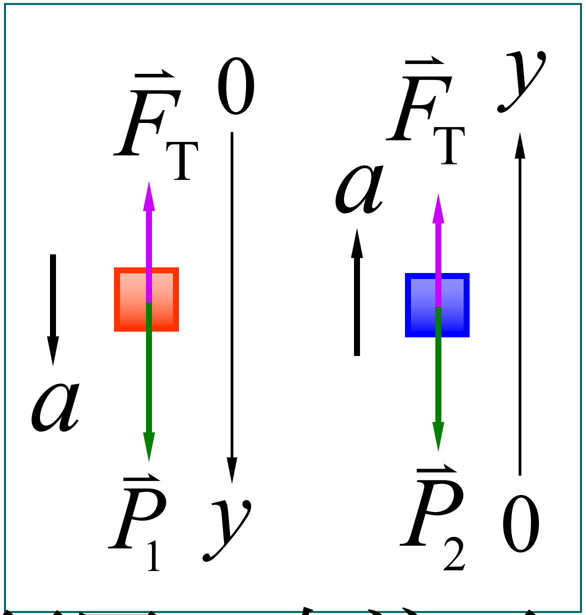
（1）如图所示滑轮和绳子的质量均不计，滑轮与绳间的摩擦力以及滑轮与轴间的摩擦力均不计. 且 $m_1 > m_2$． 求重物释放后，物体的加速度和绳的张力.




**解**　以地面为参考系

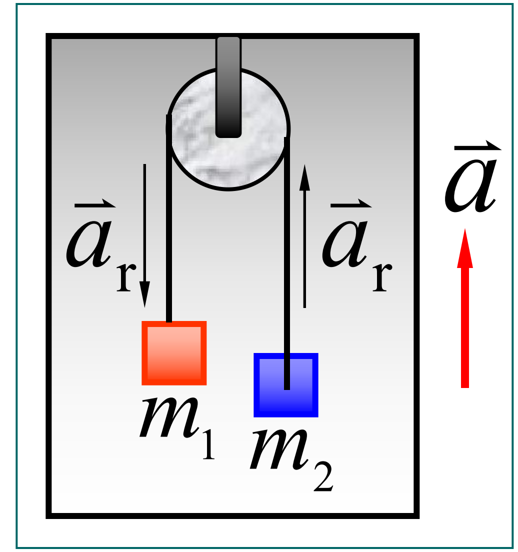
画受力图、选取坐标如图

$$\begin{cases} m_1 g - F_T = m_1 a \\ -m_2 g + F_T = m_2 a \end{cases}$$




$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad F_T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

（2）若将此装置置于电梯顶部，当电梯以加速度 $\vec{a}$ 相对地面向上运动时，求两物体相对电梯的加速度和绳的张力.

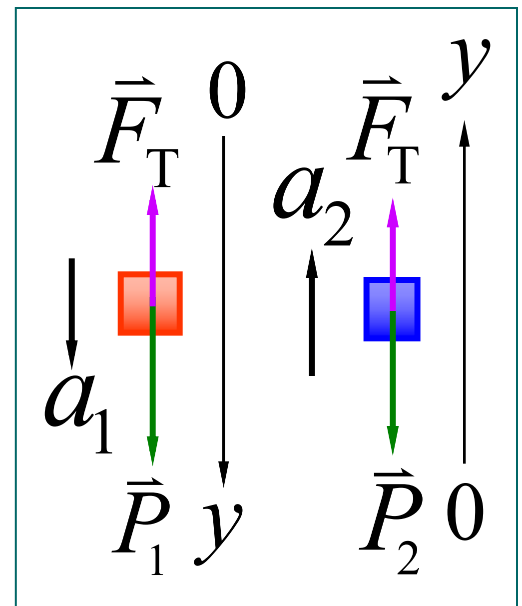



**解** 以地面为参考系

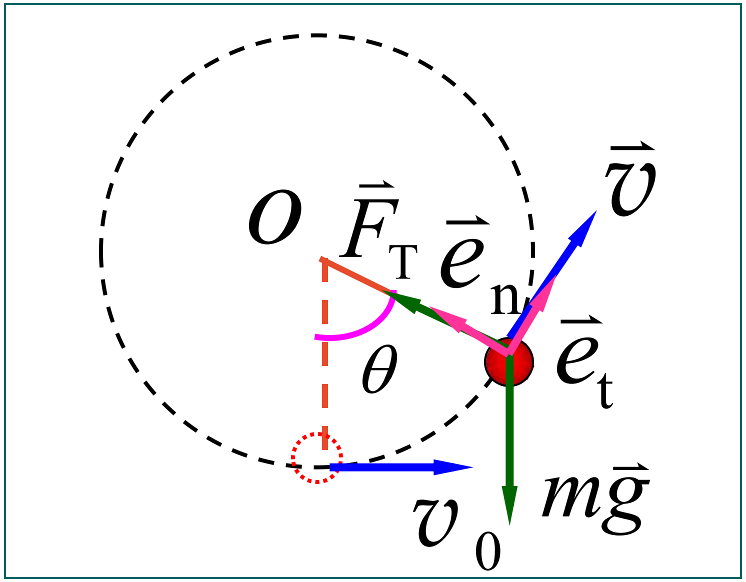
设两物体相对于地面的加速度分别为 $\vec{a}_1$、$\vec{a}_2$，且相对电梯的加速度为 $\vec{a}_r$

$$\begin{cases} m_1 g - F_T = m_1 a_1 \\ a_1 = a_r - a \\ -m_2 g + F_T = m_2 a_2 \\ a_2 = a_r + a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_r = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}(g + a) \\ F_T = \dfrac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}(g + a) \end{cases}$$



**例2** 如图长为 $l$ 的轻绳，一端系质量为 $m$ 的小球, 另一端系于定点 $o$，小球在竖直平面内做圆周运动，$t=0$ 时小球位于最低位置，并具有水平速度 $\vec{v}_0$ ，求小球在任意位置的速率及绳的张力.




**解**

$$\begin{cases} F_\mathrm{T} - mg\cos\theta = ma_\mathrm{n} \\ -mg\sin\theta = ma_\mathrm{t} \end{cases}$$

$$F_\mathrm{T} - mg\cos\theta = mv^2/l$$

$$-mg\sin\theta = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

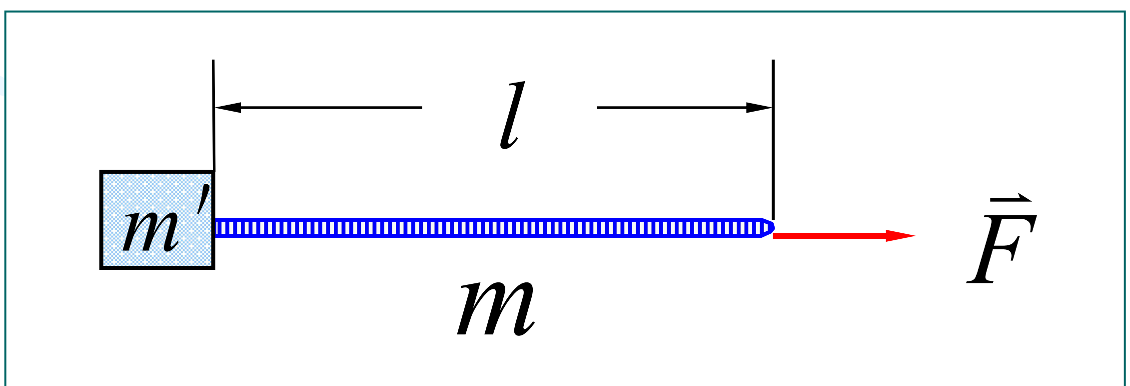
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{v}{l}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2lg(\cos\theta - 1)}$$

$$\int_{v_0}^{v} v\,\mathrm{d}v = -gl\int_0^{\theta}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$F_\mathrm{T} = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 2g + 3g\cos\theta\right)$$

**例3** 质量为 $m$ 、长为 $l$ 的柔软细绳，一端系着放在光滑桌面上质量为 $m'$ 的物体，如图所示．在绳的另一端加如图所示的力 $\vec{F}$．绳被拉紧时会略有伸长（形变），一般伸长甚微，可略去不计． 现设绳的长度不变，质量分布是均匀的．求：（1）绳作用在物体上的力；（2）绳上任意点的张力．



1）确定研究对象进行受力分析；

（隔离物体，画受力图）

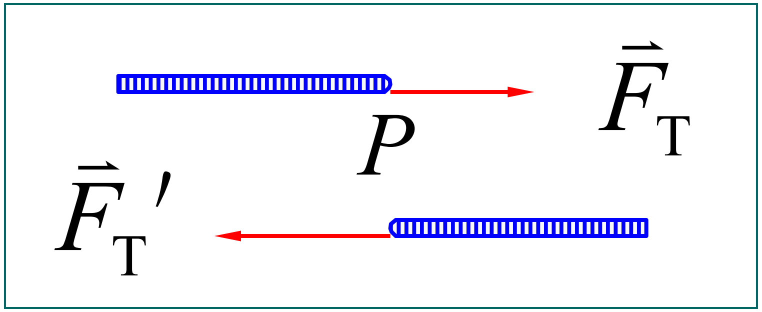
2）取坐标系；

3）列方程（一般用分量式）；

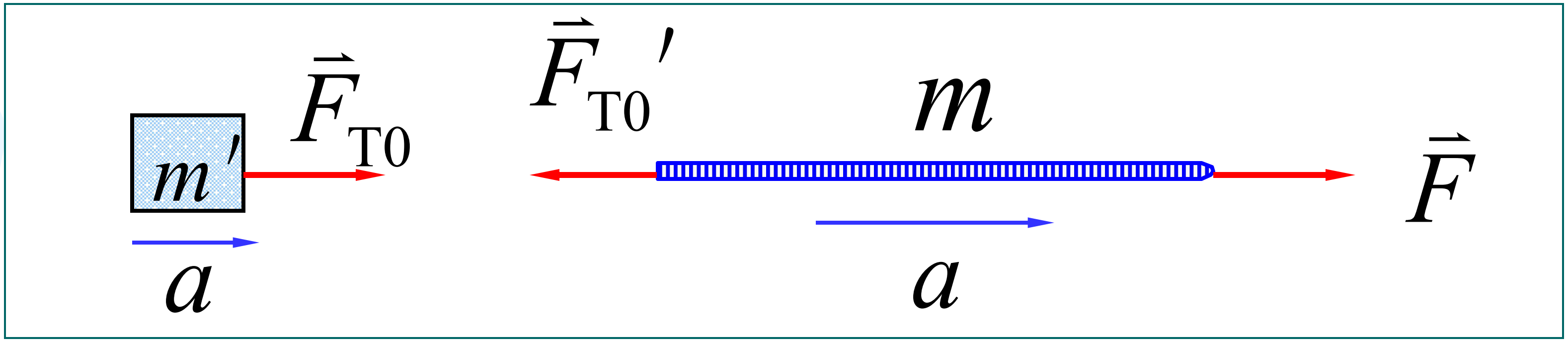
4）利用其它的约束条件列补充方程；

5）先用文字符号求解，后带入数据计算结果.

**解** 设想在点 $P$ 将绳分为两段其间张力 $\vec{F}_{\mathrm{T}}$ 和 $\vec{F}_{\mathrm{T}}'$ 大小相等，方向相反




（1）




$$\begin{cases} F_{\mathrm{T0}} = F_{\mathrm{T0}}' \\ F_{\mathrm{T0}} = m'a \\ F - F_{\mathrm{T0}}' = ma \end{cases}$$

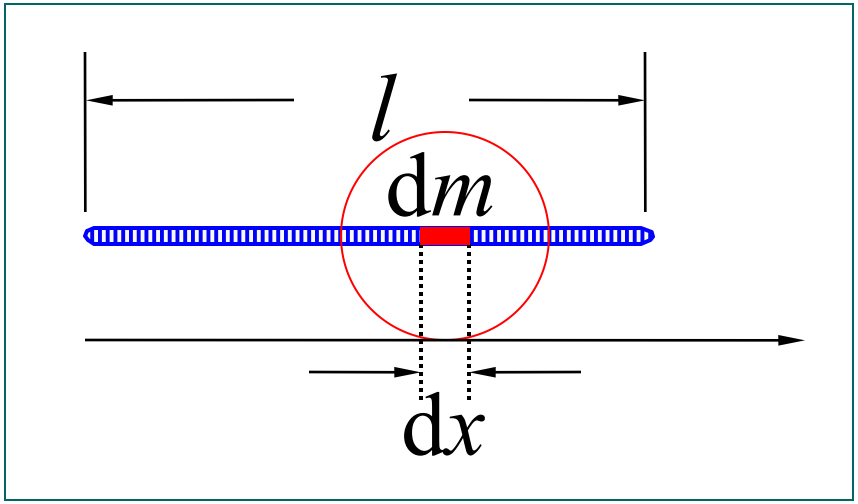
$$a = \frac{F}{m' + m}$$

$$F_{\mathrm{T0}} = \frac{m'}{m' + m} F$$

**（2）** $$\mathrm{d}m = m\mathrm{d}x / l$$

$$(F_\mathrm{T} + \mathrm{d}F_\mathrm{T}) - F_\mathrm{T}$$

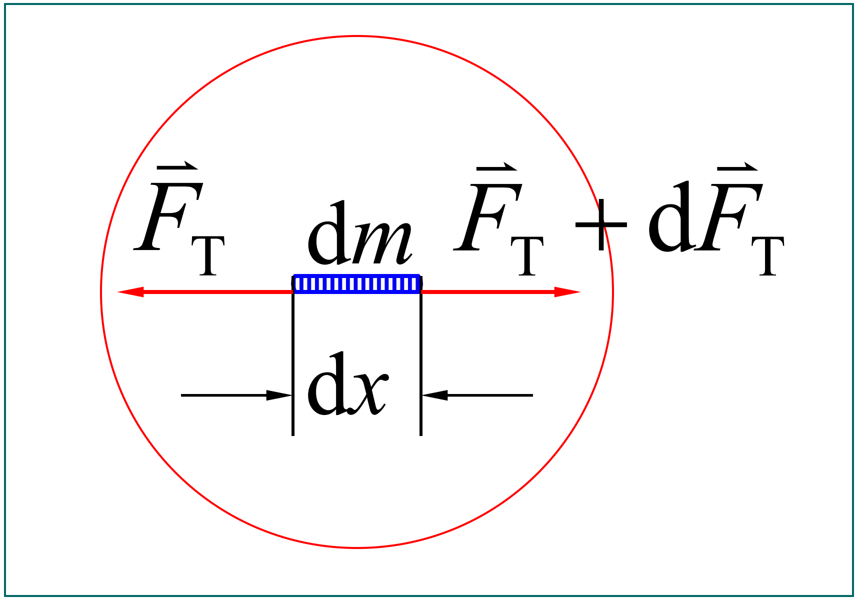
$$= (\mathrm{d}m)a = \frac{m}{l}a\mathrm{d}x$$



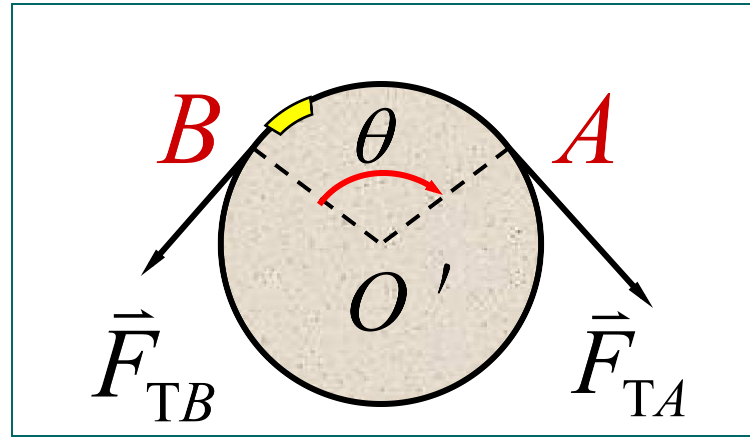

$$\mathrm{d}F_\mathrm{T} = \frac{mF}{(m' + m)l}\mathrm{d}x$$

$$\int_{F_\mathrm{T}}^{F} \mathrm{d}F_\mathrm{T} = \frac{mF}{(m' + m)l}\int_x^l \mathrm{d}x$$

$$F_\mathrm{T} = (m' + m\frac{x}{l})\frac{F}{m' + m}$$



**例4** 如图绳索绕圆柱上，绳绕圆柱张角为 $\theta$，绳与圆柱间的静摩擦因数为 $\mu$，求绳处于滑动边缘时，绳两端的张力 $F_{TA}$ 和 $F_{TB}$ 间关系．（绳的质量忽略）




**解** 取一小段绕圆柱上的绳

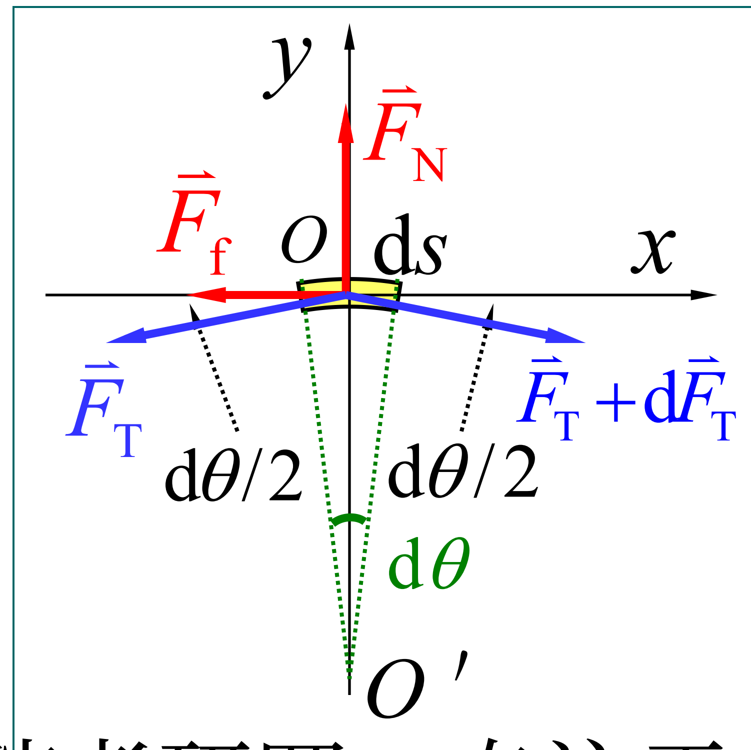
取坐标如图

ds 的张角 $d\theta$

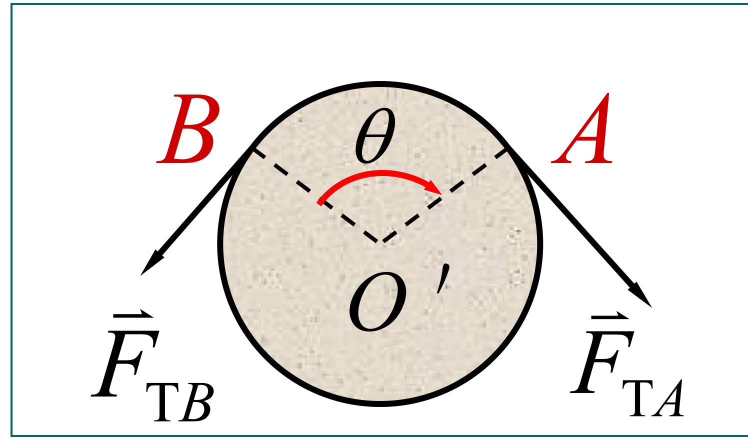
ds 两端的张力 $F_T$，$F_T + dF_T$

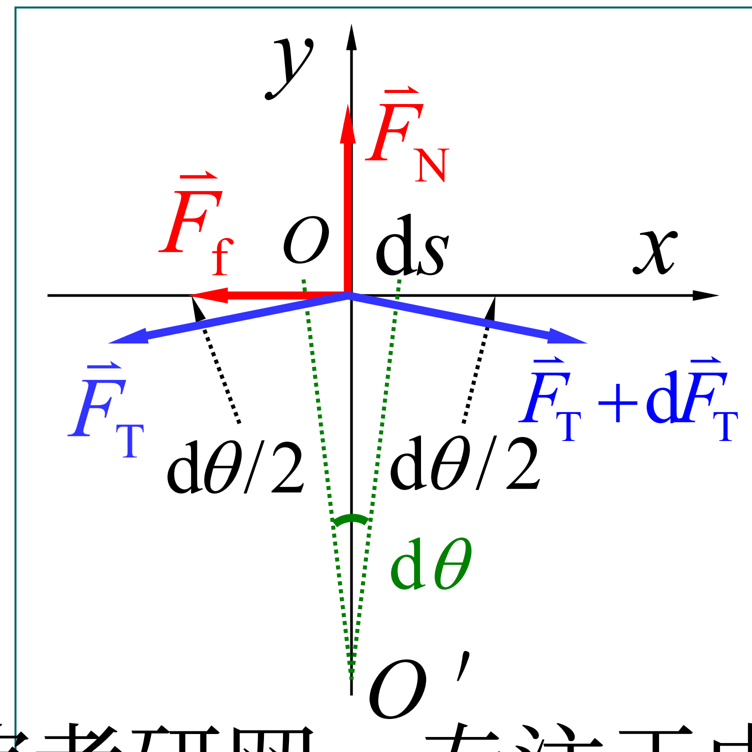
圆柱对 ds 的摩擦力 $F_f$

圆柱对 ds 的支持力 $F_N$



$$
\begin{cases}
(F_{\mathrm{T}}+\mathrm{d}F_{\mathrm{T}})\cos\dfrac{\mathrm{d}\theta}{2}-F_{\mathrm{T}}\cos\dfrac{\mathrm{d}\theta}{2}-F_{\mathrm{f}}=0\\
-(F_{\mathrm{T}}+dF_{\mathrm{T}})\sin\dfrac{\mathrm{d}\theta}{2}-F_{\mathrm{T}}\sin\dfrac{\mathrm{d}\theta}{2}+F_{\mathrm{N}}=0\\
F_{\mathrm{f}}=\mu F_{\mathrm{N}}
\end{cases}
$$




$$\sin\frac{\mathrm{d}\theta}{2}\approx\frac{\mathrm{d}\theta}{2}\qquad\cos\frac{\mathrm{d}\theta}{2}\approx 1$$

$$
\begin{cases}
dF_{\mathrm{T}}=F_{\mathrm{f}}=\mu F_{\mathrm{N}}\\
\cancel{\dfrac{1}{2}\mathrm{d}F_{\mathrm{T}}\mathrm{d}\theta}+F_{\mathrm{T}}\mathrm{d}\theta=F_{\mathrm{N}}
\end{cases}
$$

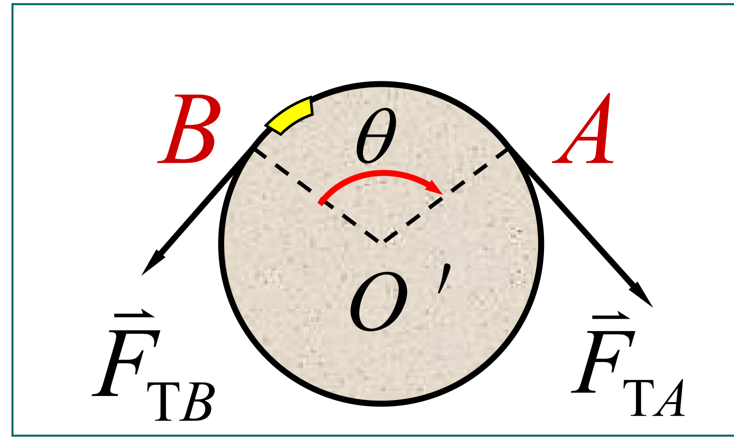
$$\int_{F_{TB}}^{F_{TA}} \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{T}}}{F_{\mathrm{T}}} = \mu \int_{0}^{\theta} \mathrm{d}\theta$$

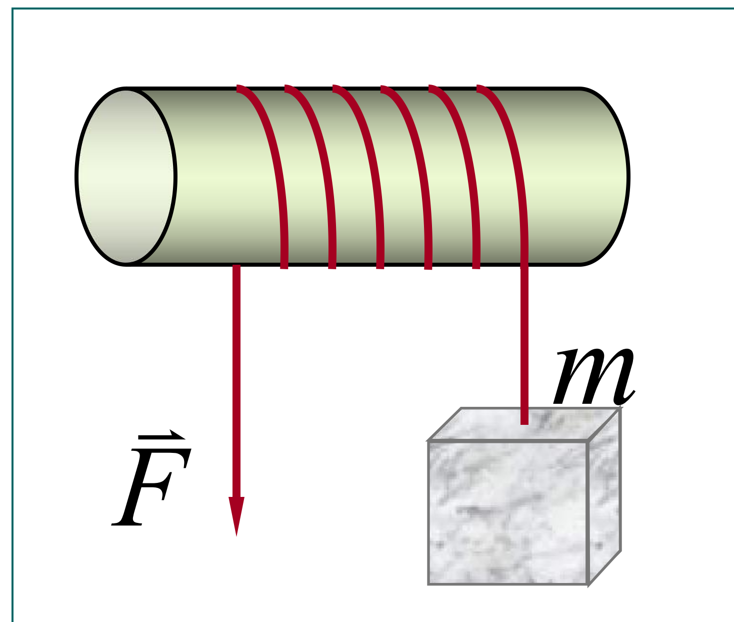
$$F_{\mathrm{T}B} = F_{\mathrm{T}A} \mathrm{e}^{-\mu\theta}$$

$$F_{\mathrm{T}B} / F_{\mathrm{T}A} = \mathrm{e}^{-\mu\theta}$$

若 $\mu = 0.25$

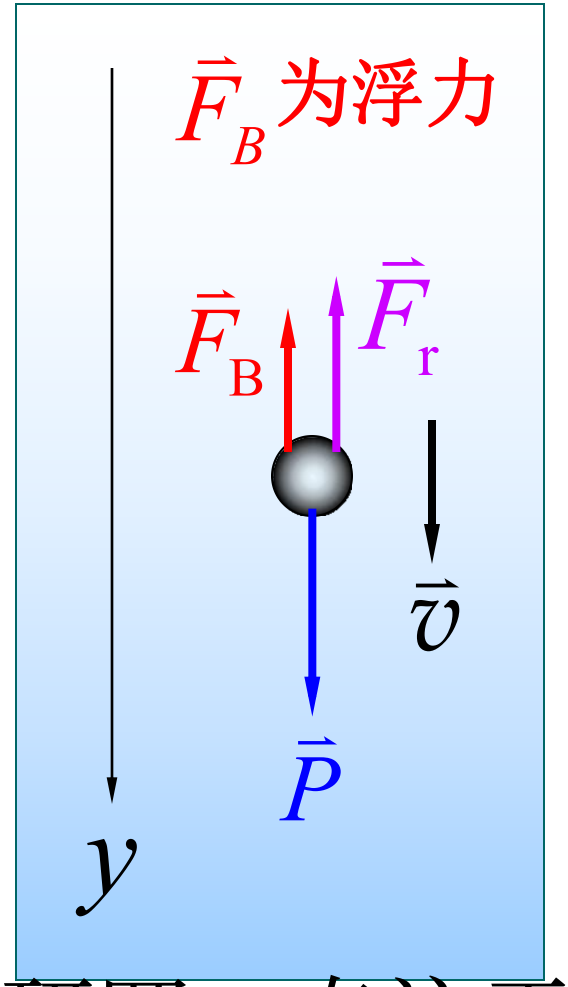
| $\theta$ | $F_{\mathrm{T}B} / F_{\mathrm{T}A}$ |
|---|---|
| $\pi$ | 0.46 |
| $2\pi$ | 0.21 |
| $10\pi$ | 0.00039 |



**例5** 一质量$m$，半径$r$ 的球体在水中静止释放沉入水底. 已知阻力$F_r = -6\pi r\eta v$，$\eta$ 为粘滞系数，设浮力为 $F_B$，求$v(t)$．

**解** 取坐标如图




$$mg - F_B - 6\pi\eta r v = ma$$

令 $F_0 = mg - F_B$ $\quad b = 6\pi\eta r$

$$F_0 - bv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m}\left(v - \frac{F_0}{b}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{b}{m}(v-\frac{F_0}{b})$$

$$\int_0^v \frac{\mathrm{d}v}{v-(F_0/b)}=-\frac{b}{m}\int_0^t \mathrm{d}t$$

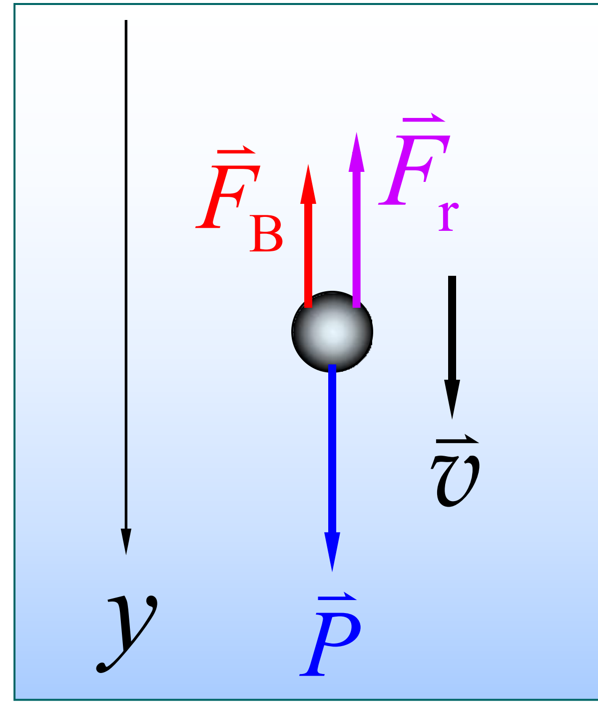
$$v=\frac{F_0}{b}[1-\mathrm{e}^{-(b/m)t}]$$

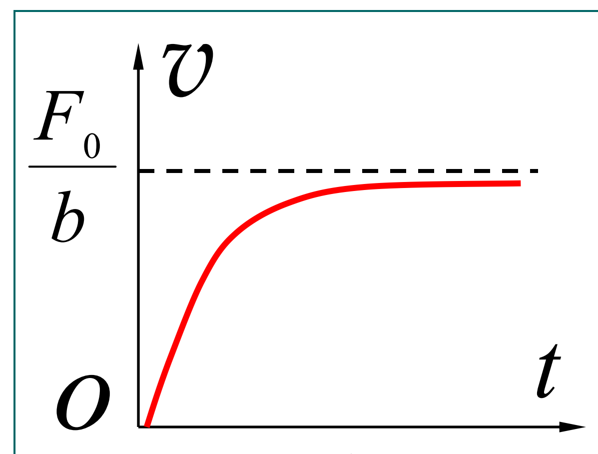
$t\rightarrow\infty$, $v_{\mathrm{L}}\rightarrow F_0/b$（极限速度）

当 $t=3m/b$ 时

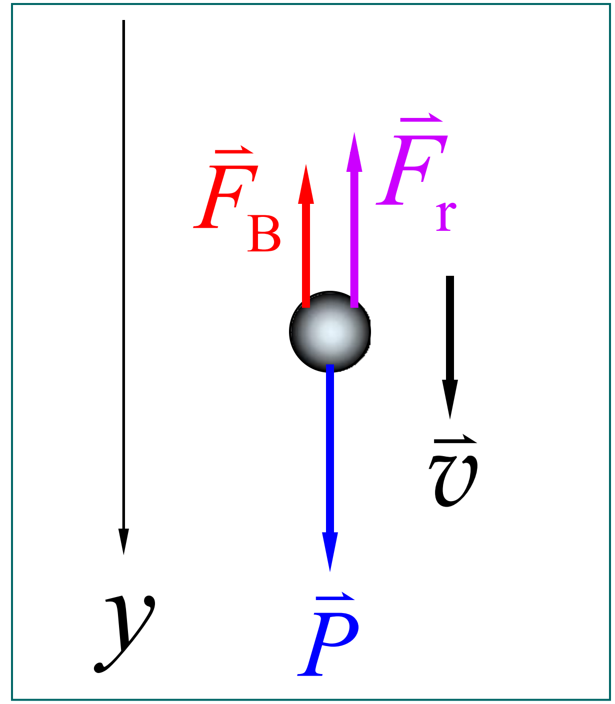
$$v=v_{\mathrm{L}}(1-0.05)=0.95v_{\mathrm{L}}$$

一般认为 $t\geq 3m/b$, $v\rightarrow v_{\mathrm{L}}$



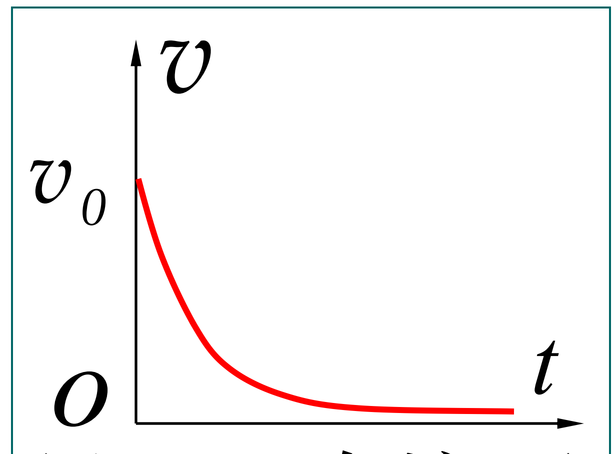
若球体在水面上是具有竖直向下的速率 $v_0$ ，且在水中的重力与浮力相等， 即 $F_{\mathrm{B}}=P$. 则球体在水中仅受阻力 $F_{\mathrm{r}}=-bv$ 的作用，这时 $v(t)$ 又为多少？




$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-bv$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\frac{b}{m}\int_0^t\mathrm{d}t$$

$$v=v_0\mathrm{e}^{-(b/m)t}$$

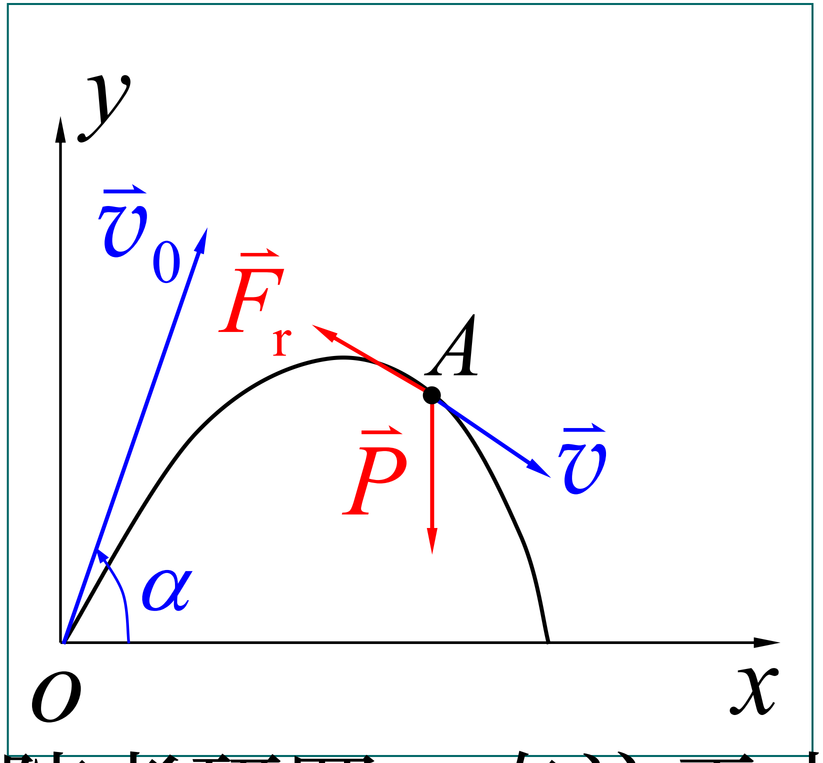


**例6** 设空气对抛体的阻力与抛体的速度成正比，即 $\vec{F}_{\mathrm{r}} = -k\vec{v}$，$k$ 为比例系数．抛体的质量为 $m$、初速为 $v_0$、抛射角为 $\alpha$．求抛体运动的轨迹方程．

**解** 取如图所示的 $Oxy$ 平面坐标系

$$\begin{cases} ma_x = m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -kv_x \\ ma_y = m\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -mg - kv_y \end{cases}$$

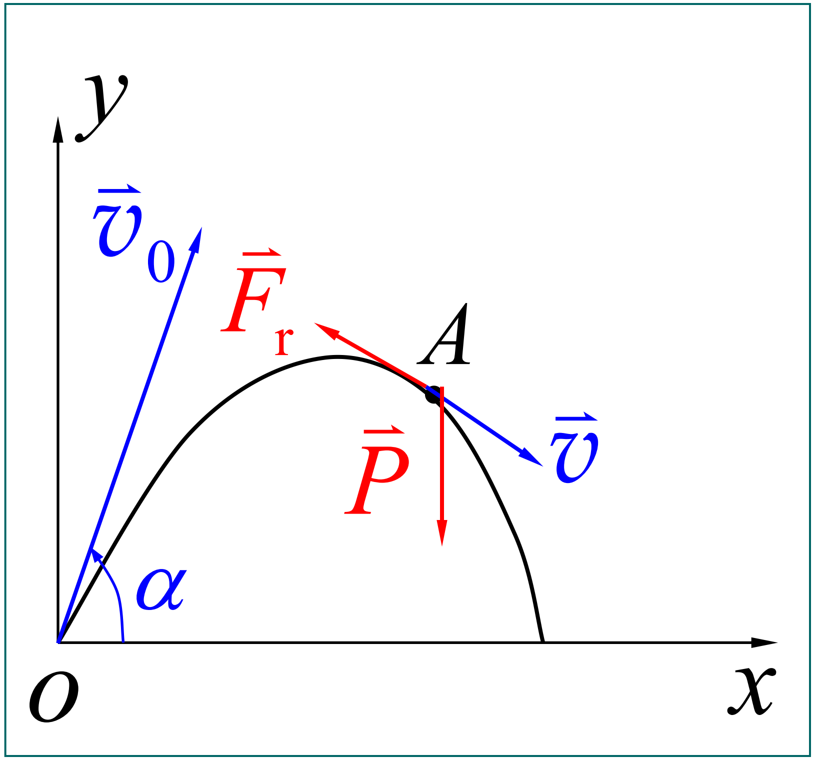
$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v_x}{v_x} = -\dfrac{k}{m}\mathrm{d}t \\ \dfrac{k\mathrm{d}v_y}{mg + kv_y} = -\dfrac{k}{m}\mathrm{d}t \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v_x}{v_x} = -\dfrac{k}{m}\mathrm{d}t \\ \dfrac{k\mathrm{d}v_y}{mg + kv_y} = -\dfrac{k}{m}\mathrm{d}t \end{cases}$$

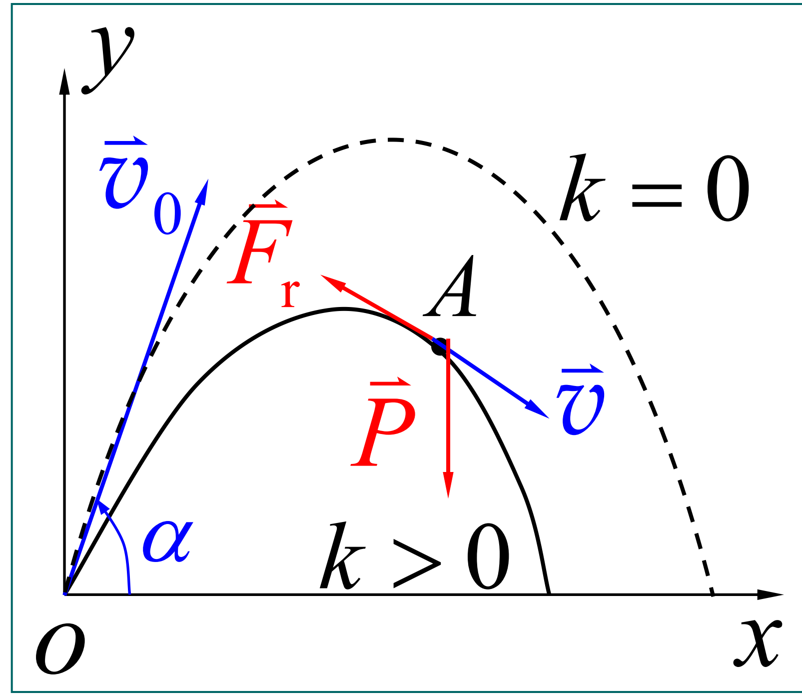
$$t = 0$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$




$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \mathrm{e}^{-kt/m} \\ v_y = (v_0 \sin\alpha + \dfrac{mg}{k})\mathrm{e}^{-kt/m} - \dfrac{mg}{k} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \mathrm{e}^{-kt/m} \\ v_y = (v_0 \sin\alpha + \dfrac{mg}{k})\mathrm{e}^{-kt/m} - \dfrac{mg}{k} \end{cases}$$




$$\mathrm{d}x = v_x \mathrm{d}t \qquad \mathrm{d}y = v_y \mathrm{d}t$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{m}{k}(v_0 \cos\alpha)(1 - \mathrm{e}^{-kt/m}) \\ y = \dfrac{m}{k}(v_0 \sin\alpha + \dfrac{mg}{k})(1 - \mathrm{e}^{-kt/m}) - \dfrac{mg}{k}t \end{cases}$$

$$y = (\tan\alpha + \frac{mg}{kv_0 \cos\alpha})x + \frac{m^2 g}{k^2} \ln(1 - \frac{k}{mv_0 \cos\alpha}x)$$