

功为__焦耳；物体动能的增量为__焦耳；物体重力位能的增量为__焦耳。

4-6 一盛水的桶共重 15 公斤，把它从 10 米深的井里匀速地提上来。提桶的人所做的功是多少尔格？多少焦耳？多少公斤·米？如果以 0.10 米/秒^2 的匀加速度提上来时，人做的功又是多少？

4-7 矿井中的升降机质量为 m ，从井下竖直上升到地面的整个过程中，其运动由三个阶段构成：

(1) 从静止匀加速上升，设此段上升高度为 h_1 ，末速为 v_0 ；

(2) 匀速 v_0 上升，设此段上升高度为 h_2 ；

(3) 匀减速上升，直到最后停止，设此段上升高度为 h_3 。

如果三段中阻力都是 f ，分别求三段中钢索对升降机的拉力所做的功(设 m, h_1, h_2, h_3, v_0 和 f 均为已知)。

4-8 一物体受到 $F = -6x^3$ 的力的作用， x 以米为单位， F 以公斤为单位。问物体从 $x = 1.0$ 米移到 $x = 2.0$ 米时，力 F 做了多少功？

4-9 一个质点在几个力同时作用下的位移为 $\Delta r = (4i - 5j + 6k)$ 米，其中有一个力是恒力，可表达成 $F = (-3i - 5j + 9k)$ 牛顿，问这个力在这过程中做功多少？

4-10 一个质点在几个力的作用下，沿半径为 2.0 米的圆周运动，其中有一个力是恒力，大小为 $F = 6.0$ 牛顿，方向为沿圆上 A 点的切线向右(如图 4-10 所示)。当质点从 A 点开始沿

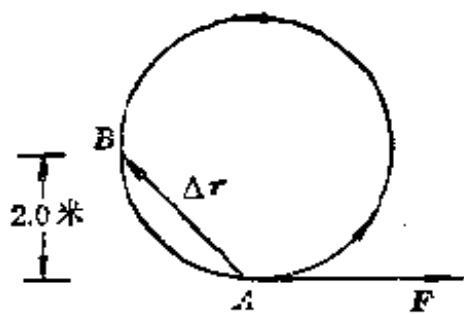


图 4-10

反时针方向走过 $\frac{3}{4}$ 圆周时，问 F 在这过程中做了多少功？

4-11 一质量为 $m=20.0$ 克的小石块从 A 点自静止开始下滑，到达 B 点时速率为 $v_B=3.00$ 米/秒，再沿 BC 滑行 3.00 米后停止。已知滑行轨道 AB 是圆周的 $\frac{1}{4}$ ，圆周半径 $R=1.00$ 米， BC 为水平面(如图 4-11)。试求：

- (1) 在 AB 段，摩擦力所做的功 W ；
- (2) 水平轨道 BC 与石块间的摩擦系数 μ_{BC} 。



图 4-11

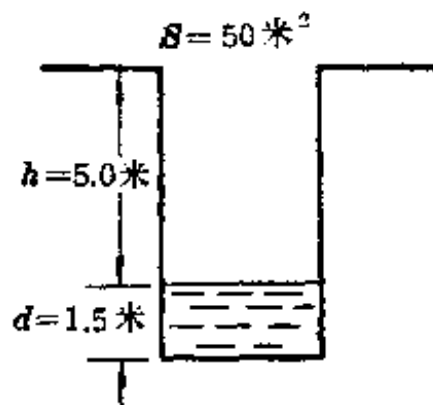


图 4-12

4-12 如图 4-12 所示，一蓄水池，面积为 $S=50$ 米²，所蓄的水面比地面低 5.0 米，水深 $d=1.5$ 米。用抽水机把这池里的水全部抽到地面上，问至少要做多少功？

4-13 1977 年我国男子田径的几次记录如下：

- | | |
|-------------|---------|
| 7.257 公斤的铅球 | 16.52 米 |
| 2.00 公斤的铁饼 | 55.20 米 |

假设投手们都是在 1.70 米的高度出手，投掷角都是 45° ，若忽略空气阻力，取重力加速度 $g=9.80$ 米/秒²，计算运动员在创造上述记录时所做的功。

§ 2. 功 率

4-14 人的心脏一昼夜做的功为 7.8×10^5 焦耳，用马力表示它的功率。

4-15 根据现代生理学的测定，一个大学生平均每天大约消耗 2400 大卡的热量，其中大脑的消耗占 20%。问脑力劳动的平均功率 P 等于多少？脑力劳动平均每昼夜消耗多少能量 E ？（1 卡 = 4.18 焦耳。）

4-16 一列火车以 72 公里/时的速度匀速前进，阻力等于列车自重的 0.0030 倍。若列车重 1800 吨，求机车的牵引功率。

4-17 一重为 2.0 公斤的物体静止在一光滑的水平面上，因受到一固定的水平力的作用开始运动，力的大小为 4.0 牛顿，分别求：

(1) 第 1 秒末和第 5 秒末该力的瞬时功率；

(2) 在开始运动后 1 秒钟内和 5 秒钟内该力作用于物体的平均功率。

4-18 总重为 5000 吨的火车在水平轨道上行驶，车轮与轨道间的摩擦系数为 0.01，设车头的牵引功率为 $P = 4000$ 千瓦，并保持不变。试问：

(1) 当火车的速度等于 1.0 米/秒和 10 米/秒时，火车的加速度各等于多少？

(2) 火车最终能达到的速度为多大？

4-19 一小型水力发电站每分钟有 300 公升的水流过发电机的水轮机（每公升水约重 1.0 公斤），设水自 100 米高处的水库流下，流出水轮机时速度很小，水轮发电机组的效率为 80%，问这电站的发电量为多少千瓦？每年发电多少度？

4-20 有一瀑布，水从高为 h 米处流下，瀑布的流量为 T 米³/秒。用它来作动力推动一个效率为 70% 的发电机，问发电机的功率最大为多少瓦，多少马力？

4-21 用水泵抽水，水面低于水泵喷口 $h_1 = 2.0$ 米；水泵喷口横截面为 $a = 30$ 厘米²，喷口仰角为 30° 。喷射水流的顶点比喷嘴

高出 $h_2 = 4.0$ 米，如图 4-21 所示。假如水泵马达的效率为 60%，忽略空气阻力，问输电线供给的功率为多少？

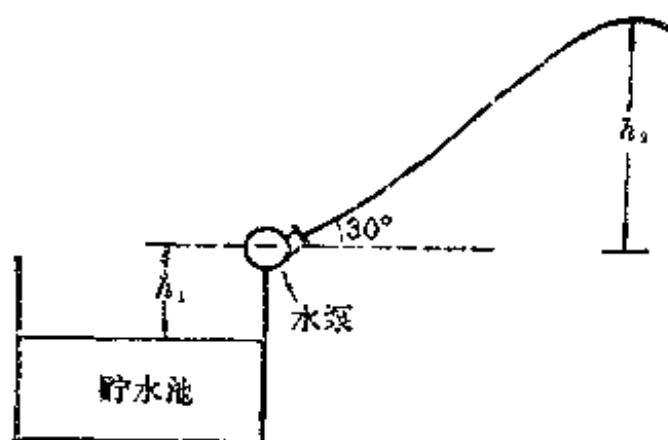


图 4-21

4-22 一个水平运动的皮带将砂子从一处运到另一处，砂子经一垂直的静止漏斗落到皮带上，皮带以恒定的速率 v 水平地运动着。忽略机件各部位的摩擦及皮带另一端的其他影响，试问：

(1) 若每秒有质量为

$$\dot{M} = \frac{dM}{dt}$$

的砂子落到皮带上，要维持皮带以恒定速率 v 运动，需要多大的功率？

若 $\dot{M} = 20$ 公斤/秒， $v = 1.5$ 米/秒，水平总推动力多大？

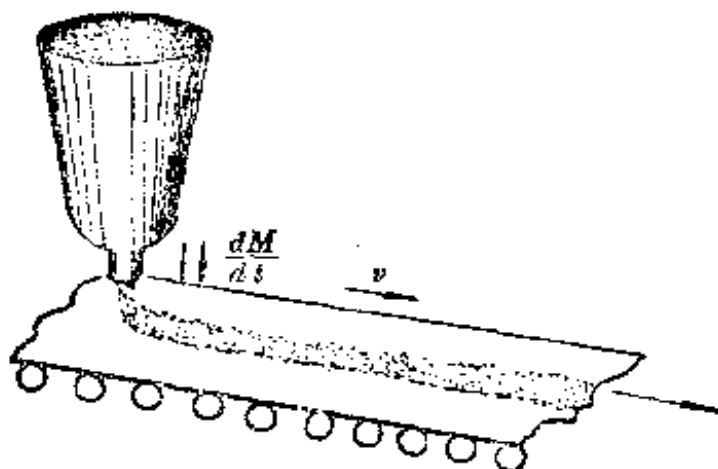


图 4-22

所需功率多大？

(2) 通过皮带提供的能量中有多少转化成砂子的动能？

§ 3. 动能及其转换

4-23 两个小孩在火车上玩接球游戏，球的动能是否与火车的速率有关？参照系的选取是否会影响动能的数值？

4-24 证明：动能定理 $F \cdot S = \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ 对任何惯性系都是正确的。

4-25 根据动能的定义可知：静止在地面上的物体的动能为零。但有人对此提出下述异议：

(1) 物体虽对地面静止，但却跟着地球一起转动，所以它仍有动能。

(2) 物体虽然静止，但组成这物体的大量分子是在不断运动着的，它们的总动能显然大于零。

你怎样回答这些问题？

4-26 一辆重 7000 吨的列车，在 2.0 公里长的一段平直路轨上行驶，速度由 54 公里/时增加到 72 公里/时。已知阻力为车重的 0.0030 倍，求这一段路上机车做的功。

4-27 质子在直线加速器中被加速，它在每一节加速段，都沿直线方向得到 3.6×10^{12} 米/秒² 的加速度。设质子最初以 2.4×10^6 米/秒的速率进入某一节加速段，而这一节的长为 3.5 米，已知质子的质量为 1.67×10^{-27} 公斤，试求：

(1) 在这一节加速段末，质子的速率；

(2) 由于加速而得到的动能增量。

4-28 一质量为 2.0 克的弹丸，其出口速度为 300 米/秒。设

弹丸在枪筒中前进时所受到的合力是 $F=400-\frac{8000}{9}x$ ，其中 F 以牛顿为单位， x 以米为单位，开枪时子弹在 $x=0$ 处，计算枪筒的长度。

§ 4. 保守力和重力位能

4-29 为什么说重力位能是物体和地球作为一个系统所具有的？如果两者之间没有吸引力，那么这个系统还有位能吗？如果物体还在原位置，而地球突然不存在，还有位能吗？

4-30 (1) 重力位能 mgh 中的 h 是否一定要从地面算起？地面以下的物体有重力位能吗？

(2) 如果选地面为重力位能的零点，问地面以下的重力位能是正的还是负的？

(3) 如果选无穷远处为重力位能的零点，分别写出地面以上和地面以下的重力位能的表达式。

4-31 设用力 F 把一质量为 m 的物体提高 h ，如图 4-31 所示。问 F 所做的功等于多少？是否等于重力位能的增加？为什么？

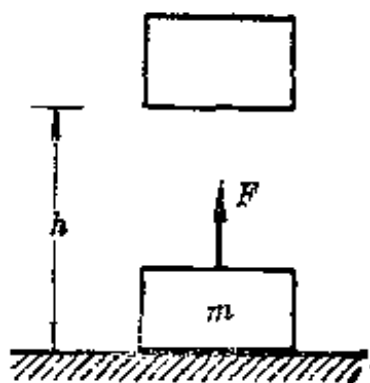


图 4-31

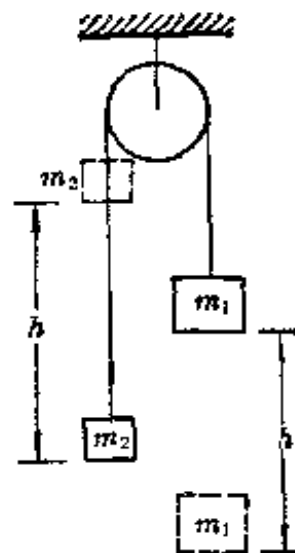


图 4-32

4-32 如图 4-32 所示，在一滑轮两边用细绳挂两重物，绳子

长度不变，滑轮质量很小，轮轴摩擦忽略不计，两重物质量分别为 m_1 和 m_2 ($m_1 > m_2$)。在 m_1 下降 h 的过程中，重力对两物体共做了多少功？绳子的拉力对两物体共做了多少功？这系统的位能和动能各改变了多少？机械能改变了多少？

4-33 把竖直挂着的质量为 M 的、长度为 h 的均匀铁链的下端对折回来和上端挂在一起，如图 4-33 所示，要做多少功？

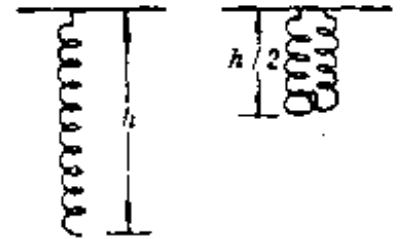


图 4-33

4-34 一质量为 m 的小物体从高为 h 的光滑斜面顶上、由静止开始下滑，斜面不动。求物体滑到斜面底时速度的大小。又如斜面是凹的或凸的，结果怎样？

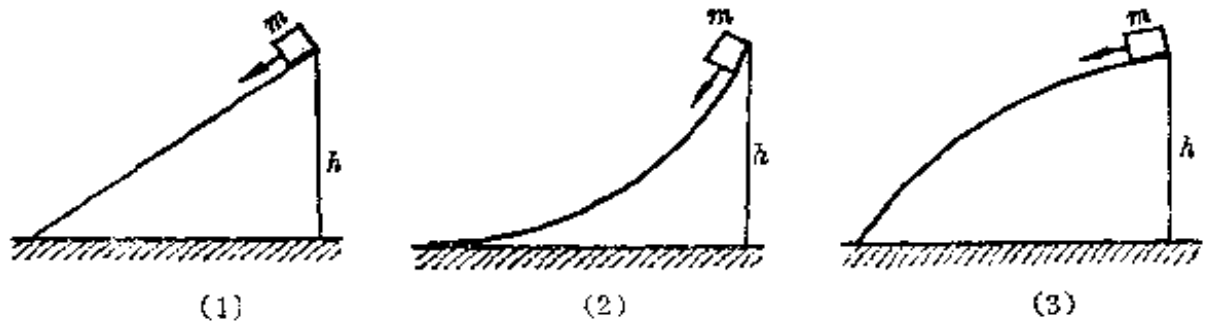


图 4-34

4-35 两根完全相同的均质杆 AC 和 BC ，质量都是 m ，长度都是 l ，在 C 点由铰链相联接，开始时静置于光滑的水平面上，如图 4-35 所示。由于 A 端和 B 端的滑动，杆会在竖直面内落下，求铰链 C 与水平面碰撞时的速度 v_C 。 C 点的初始高度为 h ，铰链质量可以忽略。

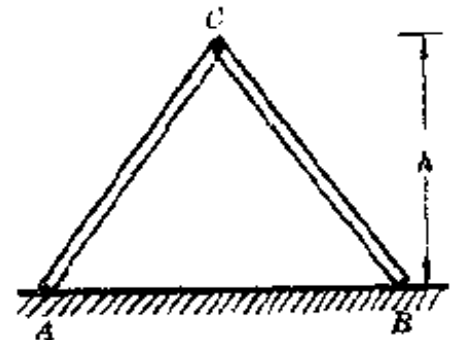


图 4-35

4-36 用 20 米/秒的初速度竖直向上抛一个重为 50 克的物体，达到的最大高度是 16 米，求空气的平均阻力。

4-37 如图 4-37 所示，设 $h_0 = 10.0$ 米。一个 $m = 20$ 公斤的物体从山顶上由静止滑下，撞击到弹簧一端的挡板 A 上。弹簧的

另一端固定在墙上，弹簧的倔强系数为 $k=50$ 公斤/米，设所有表面都是光滑的，弹簧和挡板 A 的质量可略去不计。问弹簧最多可压缩多少？

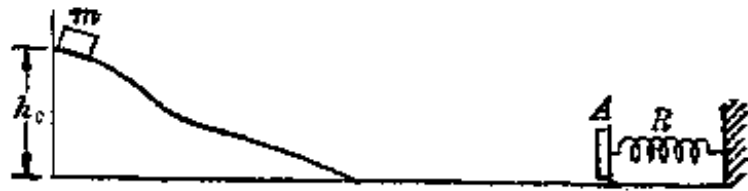


图 4-37

4-38 一质量为 m 的物体，从悬空固定的斜面 AB 上的 A 点由静止开始下滑，滑过 B 缘后便腾空下落，已知 AB 的高度差为 h_1 ， AB 与水平夹角为 θ (如图 4-38)， m 与斜面间的摩擦系数为 μ 。

- (1) 求 m 经过 B 时的速度 v_1 ；
- (2) 求 m 经过 B 后再落下高度 h_2 时的速度 v_2 ；
- (3) 求 m 从 B 再落下高度 h_2 所花的时间 t 。

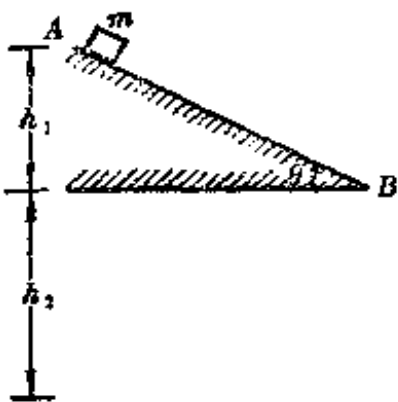


图 4-38

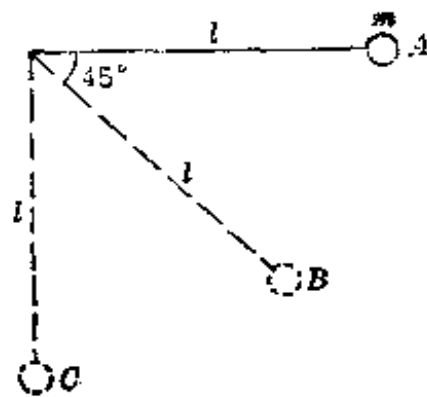


图 4-39

4-39 如图 4-39 所示，一根长为 l 的细绳(质量可略去不计)一端固定在 O 点，另一端系一个质量为 m 的小球，把绳拉成水平使小球静止在 A 处，然后放开手让它下落。试求下列时刻小球的速度、加速度、小球所受的力和绳子的张力：

- (1) 绳子转过 45° 时(图 4-39 中的 B 处)；
- (2) 绳子转过 90° 时(图 4-39 中的 C 处)。

4-40 人荡秋千，为什么能越荡越高？分别以

(1) 机械能，

(2) 作用力，

两种观点加以说明。

§ 5. 碰撞问题

4-41 如图 4-41 所示，两小球拴在两根细线上，线长都是 $l=1.0$ 米，小球的质量分别为 $m_1=800$ 克和 $m_2=200$ 克。 m_1 吊着不动，把 m_2 的线拉成水平，然后放手让 m_2 下落，与 m_1 作完全弹性碰撞，求第一次碰撞后各自上升的高度。

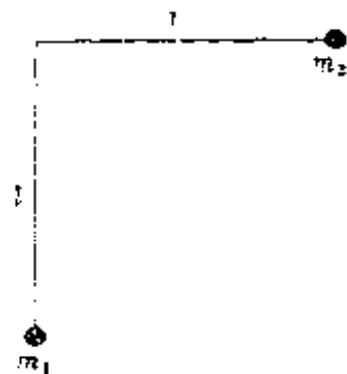


图 4-41

4-42 质量为 m_1 和 m_2 的两个小球，悬挂在长度各为 l_1 及 l_2 的线下，两球恰好相切。在两线所在的平面内把第一个小球拉到与竖直成 α 角的位置，静止后再放开，它摆下后与静止的第二个球发生弹性碰撞。求在碰撞后两小球分别偏离竖直方向的角度 α_1 和 α_2 (设 α_1 , α_2 和 α 都很小)。

4-43 一质量为 $M=100$ 克的木块放置在光滑的水平面上，今有一质量为 10 克的子弹，以速度为 200 米/秒水平射入木块。设木块对子弹的阻力为 5.0×10^8 达因，求子弹打入木块的深度。

4-44 一质量 $M=40.0$ 克的木块，静止在光滑的水平桌面上，一质量 $m=10.0$ 克、速度 $v=800$ 米/秒的子弹水平地射入木块，子弹进入木块后，就和木块一起平动。试求：

(1) 子弹克服阻力所做的功；

(2) 子弹作用于木块的力对木块所做的机械功。

(3) 失去的机械能。

4-45 北京火车站的自动电梯将两层楼连接起来，楼上比楼

下高出 10.0 米，梯长 20.0 米，以匀速率 0.5 米/秒向上运动。

(1) 设每分钟最多能运送 100 人，每个人的平均质量为 50.0 公斤，设上下电梯时人的速率不变，与电梯的速率同，问电动机的输出功率至少应为多少（假设没有其它耗损）？

(2) 一个质量为 70 公斤的人，沿电梯往上走，在 10.0 秒钟内走过此电梯，设他上下电梯保持原有速率，问电梯对它做了多少功？

(3) 如果他在电梯上相对电梯以 0.5 米/秒的速率向下走，这时电动机对他做的功为多少？

4-46 有一匀速竖直下落的升降机，它和乘客的质量一共为 M ，若升降机速率为 v ，不计其它损耗，求电动机的输出功率。

4-47 如图 4-47 所示，在光滑水平面上有一质量为 $M=200$ 克的静止木块。一子弹的质量为 $m=10.0$ 克，速度为 $v_0=300$ 米/秒，沿水平方向穿过木块之后，它的动能降为原来的 $1/16$ 。试求：

(1) 子弹穿过后木块的动能 E_k ；

(2) 阻力对子弹所做的功 $A_{阻}$ ；

(3) 损失的机械能 $E_{耗}$ 。



图 4-17

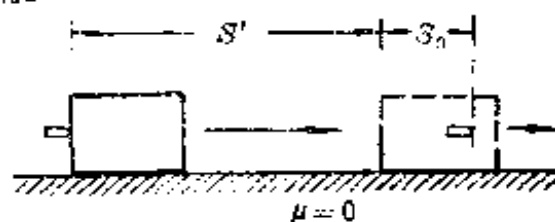


图 4-48

4-48 如图 4-48 所示，子弹水平地射入一静止放置在光滑水平桌面上的木块后，两者一起平动。设子弹射入深度为 s_0 ，子弹在木块中达相对静止时木块位移为 s' ，木块对子弹的平均阻力为 F 。问在此过程中，阻力对子弹做了多少功？对木块做了多少机械功？两者数值相同吗？

4-49 一个 15 克重的子弹，以 200 米/秒的速率打入一固定的木块。如阻力与射入木块的深度成正比地增加，即 $f_{阻} = -\beta x$ ，比例系数 $\beta = 5.0 \times 10^3$ 牛/厘米，求子弹射入木块的深度。

§ 6. 落体问题

4-50 有如图 4-50 所示的阿脱伍德机。

(1) 用机械能守恒求出：从静止开始， m_2 下降一段距离 y 时， m_1 和 m_2 ($m_2 > m_1$) 的速度 v ；

(2) 从上面得出的速度表达式，求加速度 a 。

(设绳子长度不变，滑轮轴上的摩擦与滑轮及绳的质量均可不计)

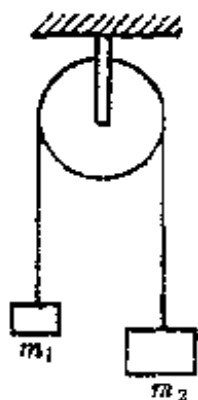


图 4-50

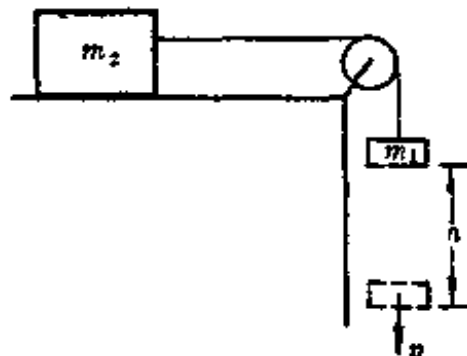


图 4-51

4-51 如图 4-51 所示， m_2 放在光滑水平桌面上，用细绳跨过一滑轮与 m_1 连接，先用手扶住 m_1 ，使之保持静止，然后撒手让 m_1 下落。用机械能守恒定律，求图中所示装置中当 m_1 落下 h 距离时， m_1 和 m_2 的速度 v ，并由得到的结果说明两物体均作匀加速运动。(忽略滑轮质量及轮轴上的摩擦。)

4-52 图 4-52 的装置与上题同，只是桌面上 m_2 与 m_3 叠放起来， m_2 与 m_3 之间的摩擦系数为 μ ，如果 $0 < \mu < \infty$ ，问上题所使用的方法是否仍适用？分析何时机械能守恒，何时不守恒？(即讨论 m_1, m_2, m_3, μ 之间的关系。)

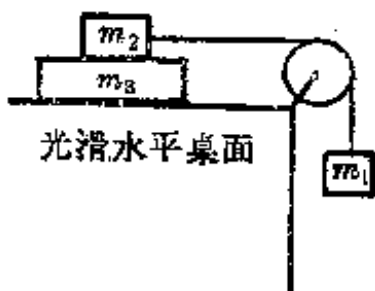


图 4-52

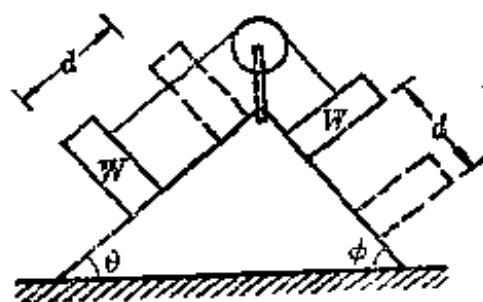


图 4-53

4-53 如图 4-53 所示，一个固定的斜面两边，通过定滑轮系着两个质量相等的滑块，设绳子长度不变，且绳子和滑轮的质量以及滑轮轴上的摩擦均可不计。若系统从静止释放，滑块开始运动。问当它们移动距离 d 时，速度多大？

4-54 如图 4-54 所示，一个固定的斜面，通过定滑轮系着两个质量不同的物体， $W_1 > W_2$ ，设一切摩擦及滑轮质量均可不计，绳子长度不变。若系统从静止释放，滑块开始运动。问它们移动距离 d 时，速度多大？

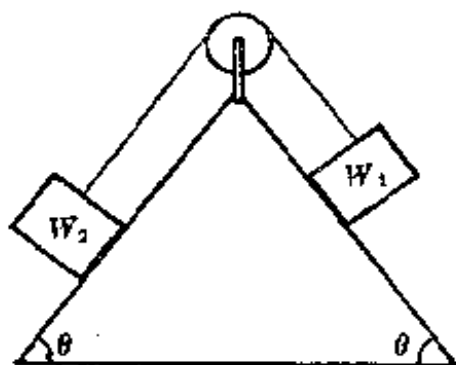


图 4-54

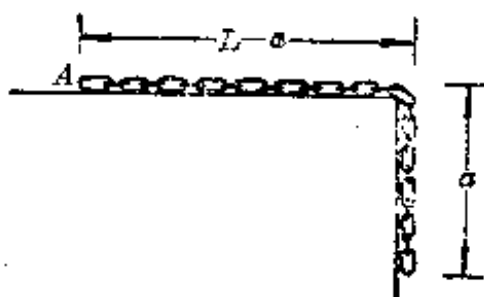


图 4-55

4-55 一长为 L 、质量为 m 的一条均匀细铁链。开始时，长为 a 的一段垂在桌面下，用手拉住 A 端使整个铁链静止不动（如图 4-55），然后放手让它滑下。若不考虑摩擦力，问铁链上端离开桌面时，其下落的速度是多大？

4-56 一重 10 公斤、长 40 厘米的链条，一段 l_2 吊在桌面下，另一段 l_1 放在光滑的水平桌面上，其端点拴一细绳，绳子通过小滑轮悬着一个质量为 $m_1 = 10$ 公斤的物体（如图 4-56）。开始时

$l_1 = l_2 = l_3 = 20$ 厘米，速度为 0。设绳子长度不变，绳的质量和绳与滑轮间摩擦均可不计。问当链条全部滑到桌面上 ($l_2 = l_3 = 0, l_1 = 40$ 厘米) 时，系统的速度是多少？加速度是多少？

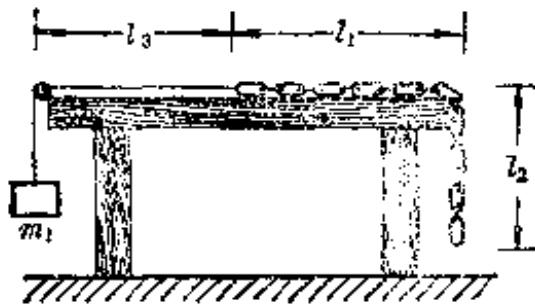


图 4-56

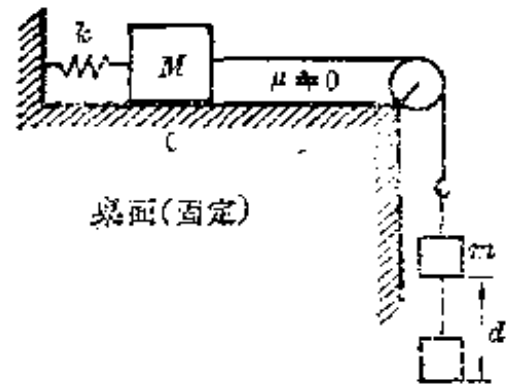


图 4-57

4-57 如图 4-57 所示的装置，开始时弹簧处于自由状态， M 静止在原点 0。然后把 m 轻轻地挂上钩子，使 M 运动。在 m 下降一段离距 d 的过程中，分别写出下列不同物体体系的功能关系式：

- (1) 以 m 和 M 为物体系；
- (2) 以 m 、 M 以及弹簧 k 为物体系；
- (3) 以 m 、 M 、 k 以及桌子为物体系；
- (4) 以 m 、 M 、 k 、桌子以及地球为物体系。

§ 7. 斜面问题

4-58 重物在斜面上下滑时，受到哪些力的作用？哪些力做正功？哪些力做负功？哪些力不做功？如果重物在斜面上静止，做功情况又怎样？

4-59 一物体从高为 h 的斜面上由静止开始自由滑下，在离起点的水平距离为 s 的地面上停住（如图 4-59）。假定经过的地方摩擦系数 μ 都一样，证明： $\mu = h/s$ 。

4-60 一斜面倾角为 $\alpha = 30^\circ$ ，斜面上有一物体，开始时物体

以 $v_0 = 19.8$ 米/秒的速率沿斜面向上冲，走了 20 米远便停下来，然后下滑。

- (1) 计算物体在开始时的动能和最高点的位能；
- (2) 求作用于物体的摩擦力；
- (3) 求物体回到原处时的速率；
- (4) 物体来回共经过多少时间？

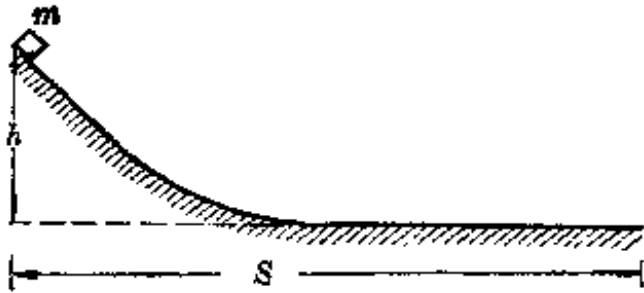


图 4-59

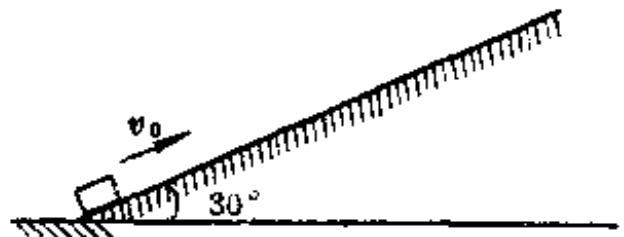


图 4-60

4-61 设汽车的引擎功率恒定。在一略为倾斜的斜坡上，汽车匀速向上行驶的速率为 $v_1 = 5.0$ 米/秒，匀速向下行驶的速率为 $v_2 = 20$ 米/秒。问汽车在水平路上匀速行驶时，它的速率 v_0 是多少？（在上述速度范围内，所需的牵引力可以认为与速度无关，斜坡和水平路面的摩擦系数都相同）。

4-62 一汽车质量为 1000 公斤，安装一个 85 匹马力的发动机，在水平路上以恒定速率 36 米/秒运行时，汽车须消耗的功率为 20 匹马力。设摩擦力相同，这辆汽车开足马力用相同的速率能爬上的最陡坡度是多少？（即求坡面与水平的夹角 θ 或 $\tan\theta$ 。）

4-63 一质量为 1000 公斤的汽车，发动机的功率 P 不变。在水平路面上，这汽车的最大速率为 36 米/秒，但在爬坡度为每 20 米路面升高 1 米的山时，其速率仅为 30 米/秒。设摩擦阻力 F_f 的大小不变，试从能量的角度考虑回答以下问题：

- (1) F_f 和 P 的大小各为多少？
- (2) 这车子沿原路下山时速率为多少？

§ 8. 弹性位能及弹簧问题

4-64 在弹性限度内，把弹簧拉长 x_1 需做的功为 W_1 ，如果把弹簧拉长 $2x_1$ ，则需做的功为 W_1 的几倍？(弹簧质量可略去不计。)

4-65 如图 4-65 所示，一弹簧的自然长度为 $l=20$ 厘米，倔强系数为 $k=0.2$ 公斤/厘米。弹簧的一端固定在水平圆筒底上，另一端放置一小球，其质量为 $m=30$ 克。如果用手按住小球把弹簧压至 10 厘米长时，突然放手，让弹簧把小球弹出，小球与圆筒的摩擦以及弹簧质量均可不计，求小球射出的速度。

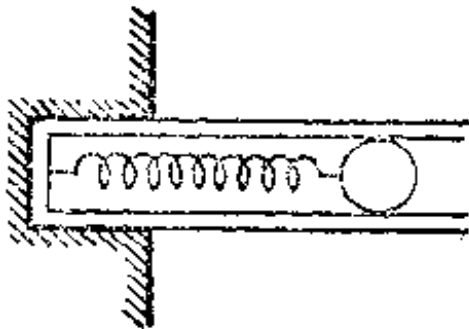


图 4-65

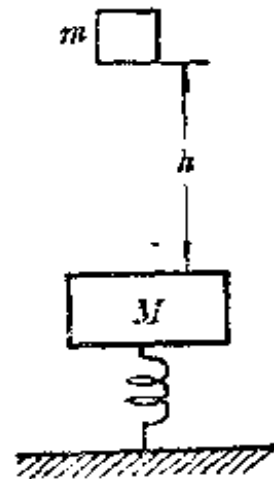


图 4-67

4-66 在一竖直悬挂的弹簧下端系上一物体，并设法让它慢慢下落到平衡位置静止不动。这时弹簧伸长的长度为 d 。如果物体系住后，放手让物体自己下落，问这时弹簧伸长的最大长度是多少？

4-67 如图 4-67 所示，物体 M 和弹簧原来都处于静止状态，弹簧的倔强系数为 k 。若有一质量为 m 的物体从 h 高度自由下落，撞在物体 M 上，设 m 与 M 作完全非弹性碰撞，求弹簧对地面的最大压力。(弹簧质量可略去不计。)

4-68 一个自然长度的轻弹簧(弹簧质量可略去不计)竖直悬挂着，它的下端在 $y=0$ 的位置。如将一质量为 m 的物体连接在弹

簧末端，然后让 m 自 $y=0$ 处由静止下落，弹簧因而伸长。设弹簧伸长 y 时达到新的平衡点，此时弹簧失去重力位能 mgy ，但得到同量的弹性位能，所以

$$mgy = \frac{1}{2}ky^2$$

则平衡点的位置便为：

$$y = \frac{2mg}{k}$$

以上的分析对吗？如果不对，错在哪里？

4-69 两个倔强系数分别为 k_1 和 k_2 的弹簧，串联在一起，它们的一端固定在墙上，另一端作用一力把弹簧拉长，如图 4-69 所示。在这种伸长状态下，两弹簧位能的比例等于多少？

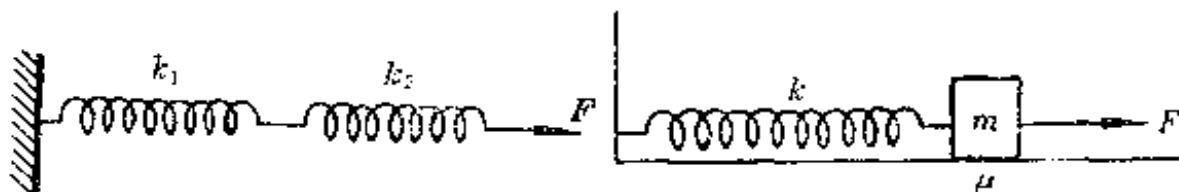


图 4-69

图 4-70

4-70 如图 4-70 所示，一倔强系数为 k 的轻弹簧（弹簧质量可略去不计），一端拴在墙上，另一端拴住质量为 m 的木块， m 与水平桌面间的摩擦系数为 μ 。开始时 m 不动，然后以不变的力 F 向右拉 m ，则 m 自平衡点开始向右运动，求 m 达到最远时系统的弹性位能。

4-71 如图 4-71 所示，一物体 m 放在光滑的水平面上， m 两边分别与倔强系数为 k_1 和 k_2 ($k_1 \neq k_2$ ，但相差不太悬殊) 的两轻弹簧（弹簧质量可略去不计）相连。若在右面弹簧的末端用力 f 向右拉，试问：

- (1) 非常缓慢地拉长距离 l ， f 做的功为多少？
- (2) 突然拉长 l 距离便不动， f 做的功为多少？
- (3) 在(2)的情形下， m 的最大动能为多少？

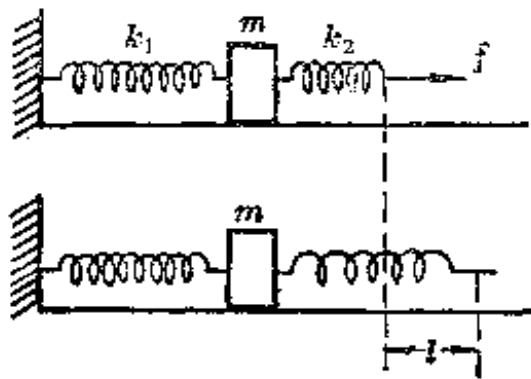


图 4-71

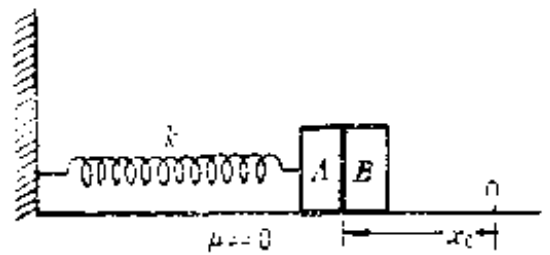


图 4-72

4-72 一倔强系数为 k 的轻弹簧(弹簧质量可略去不计)，一端固定在墙上,另一端系一质量为 m_A 的物体 A , 放在光滑的水平面上。当把弹簧压缩 x_c 后,再靠着 A 放一质量为 m_B 的物体 B (如图 4-72)。开始时,由于外力的作用系统处于静止,若除去外力,试问:

- (1) A 和 B 离开时, B 以多大的速度运动?
- (2) A 最大能移动多少距离?

4-73 如图 4-73 所示,工程上卸车为了减小冲力,在停车处装一倔强系数为 k 的弹簧。质量为 m_A 的小车自高 h 处由静止沿光滑的轨道下滑。质量为 m_B 的挡板固定在弹簧上(相对 m_B , 弹簧质量可以忽略),静置于停车处。若 m_A 滑到停车处时, m_A 与 m_B

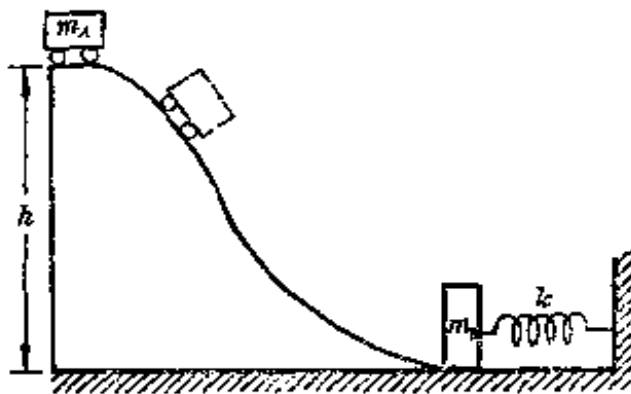


图 4-73

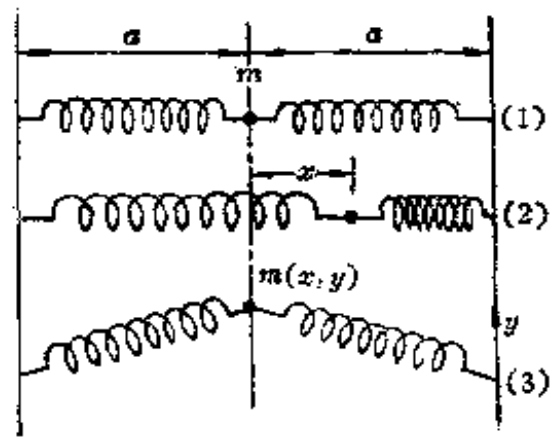


图 4-74

发生完全非弹性碰撞。求弹簧所受的最大压力。

4-74 在光滑的水平桌面上，有两个自然长度为 a 、倔强系数为 k 的弹簧串联在一起，两端分别固定在点 $(-a, 0)$ 和点 $(a, 0)$ 上，另外两个端点共同联接在一个质量为 m 的小球上，弹簧质量可略去不计（如图 4-74）。假设任一弹簧都可以无扭曲地伸长或压缩。

(1) 当联接点移到点 (x, y) 时，证明这系统的位能为

$$U = \frac{k}{2} \{ [(x+a)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}} - a \}^2 + \frac{k}{2} \{ [(a-x)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}} - a \}^2;$$

(2) 由于位能 U 是 x 和 y 的函数，所以求相关的力就必须用偏微商。求出分力 F_x ，并证明 $r=0$ 时， $F_x=0$ 。

(3) 求 $x=0$ 时， $F_y=?$

(4) 在 $x-y$ 平面上，画出位能 U 的曲线，并找出平衡点。

[提示: $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{d}{dx} f(x, y = \text{常数})$,

$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{d}{dy} f(x = \text{常数}, y)$ 。]

4-75 一质量为 m 的小球，因受约束，只能沿着一无摩擦的杆（沿 x 轴）滑动。小球被两个质量可略去不计的弹簧拴住，它们的倔强系数都是 k ，自然长度都是 L_0 ，弹簧的另外两端分别固定在 $x=0, y=\pm a$ 处的两个钉子上（如图 4-75），略去弹簧与钉子的摩擦。

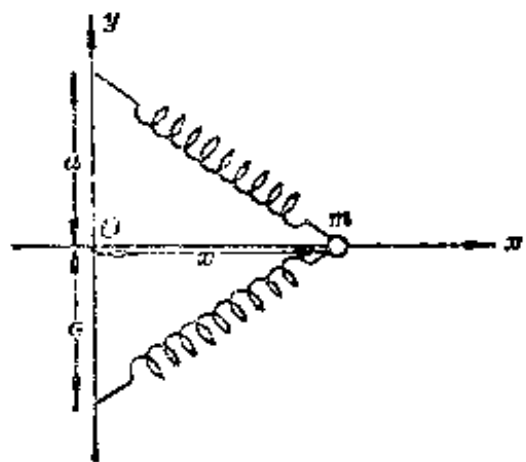


图 4-75

(1) 当小球离原点为 x 时，求这系统的总势能；

(2) 当 $L_0 = a$ 并且小

球从 $x = \sqrt{3}a$ 处由静止开始运动，求它通过 $x = 0$ 时的速率；

(3) 要使 $x = 0$ 处分别是 (a) 稳定平衡位置；(b) 随遇平衡位置；(c) 不稳定平衡位置， L_0/a 各应为什么值？

(提示：用 $\left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_{x=0}$ 检查)。分别画出稳定和不稳定情况下势能函数的草图。

4-76 一个特殊的弹簧(非简谐力弹簧)，力的规律为 $F = -Dx^3$ ，其中 D 为常数、 x 为离开平衡点的位移。试问：

- (1) 选 $x = 0$ 处的位能 $U = 0$ ，试问： x 处的位能是多少？
- (2) 缓缓地将它从零点拉伸至 x ，要做多少功？

§ 9. 有心力场及引力场问题

4-77 假设一个质量为 m_1 的质点与一个质量为 m_2 的质点之间的相互作用力为

$$F = k \frac{m_1 m_2}{x^2},$$

式中 k 为正的恒量， x 为两质点间的距离。试求：

- (1) 位能函数；
- (2) 使两质点间的距离由 $x = x_1$ 增加到 $x = x_1 + d$ 时所要做的功。

4-78 已知氢原子中原子核与电子间的相互吸引力为

$$F = -k \frac{e^2}{r^2},$$

式中 e 为电子电荷， k 为恒量， r 为电子与原子核之间的距离。假定原子核不动，电子在半径为 R_1 的圆轨道上绕核作匀速圆周运动，后来突然跃迁到半径为 R_2 ($R_2 < R_1$) 的圆轨道上去，继续绕核作匀速圆周运动。

(1) 由牛顿第二定律，计算电子动能的变化；

(2) 用保守力做功与位能的关系式计算位能减少的值；

(3) 求在跃迁过程中，原子的总能量减小的值（这能量以辐射形式放射出去）。

4-79 (1) 选无穷远处为位能的零点，问质量为 1 公斤的物体在地球表面上的位能是多少？

(2) 选无穷远处为位能的零点，问质量为 1 公斤的物体在离地心距离 10^6 公里处的位能是多少？

(3) 将上述质量为 1 公斤的物体从地球表面移至离地心 10^6 公里处，我们至少要做多少功？

4-80 (1) 一个质量为 m 的人造地球卫星，以匀速率 v 绕地球作匀速圆周运动，圆心半径为 r ，求作用在这卫星上的向心力；

(2) 上述向心力就是地球吸引卫星的万有引力，由此用 r 、 G 和 M 表示出 v （其中 G 为引力常数， M 为地球质量）；

(3) 设 $r = \infty$ 时位能 $U = 0$ ，求这卫星的动能与位能之比。

4-81 假设你去访问一无大气的小行星（半径为 R_0 ），发现一物体以速率 v_0 水平抛出后，恰好环绕该星体的表面作匀速圆周运动。试回答下列问题，并用 v_0 、 R_0 表出你的结论：

(1) 这小行星的逃逸速度是多少？

(2) 在该行星表面竖直向上抛一物体，要使它最高达到 R_0 的高度，则上抛速率应为多少？该物到达 $\frac{1}{2}R_0$ 高度

时，其速率为多少？

(3) 一质量为 m 的物体，处在离该行星表面为 y 的高度上，其位能是多少？〔展成 y/R_0 的级数，保留到 $(y/R_0)^2$ 项。〕

(4) 如 $y \ll R_0$ ，要使物体从该行星表面升到 y 的高度，其上抛速率应为多少？〔与前面一样，取同样近似，保留到 $(y/R_0)^2$ 项。〕

4-82 地震的里氏 (Richter) 震级公式如下：

$$\log E_M = 12.24 + 1.44M$$

式中 E_M 是某次地震释放出的能量 (以尔格为单位)， M 是该地震的震级。康熙十八年七月二十八日 (1679 年 9 月 2 日)，北京地区发生一次八级地震 ($M = 8$)。试问：

(1) 该地震释放出来的能量是多少？

(2) 如果从地面上举起重物，这些能量能把多少质量的物体升高 1 公里？

4-83 一均匀球体，半径为 R ，质量为 M 。求离中心为 r 处的引力势 U (即单位质量的位能) 和引力场强 F (即单位质量所受的力)，画出 $U-r$ 和 $F-r$ 曲线。(应分别考虑 $r < R$ 和 $r > R$ 的情况。)

§ 10. 杂 题

4-84 判断图 4-84 中各系统的机械能是否守恒：

(1) 物体自由下落，以物、地为系统，不计空气阻力。

(2) 物体上抛，以物、地为系统，不计空气阻力。

(3) 如(2)中空气阻力不能忽略，结果如何？

(4) 物体沿固定斜面下滑，以物、地为系统，分别考虑有、无摩擦两种情形，不计空气阻力；

(5) 以拉力 F 使物体匀速上升，以物、地为系统，不计

空气阻力；

(6) 小球摆动，以物、地为系统，不计空气阻力。

(7) 子弹水平地射入放在光滑水平面上的木块，以子弹、木块为系统；

(8) 一球(或一圆盘)沿固定斜面无滑动地滚下，以物、地为系统。

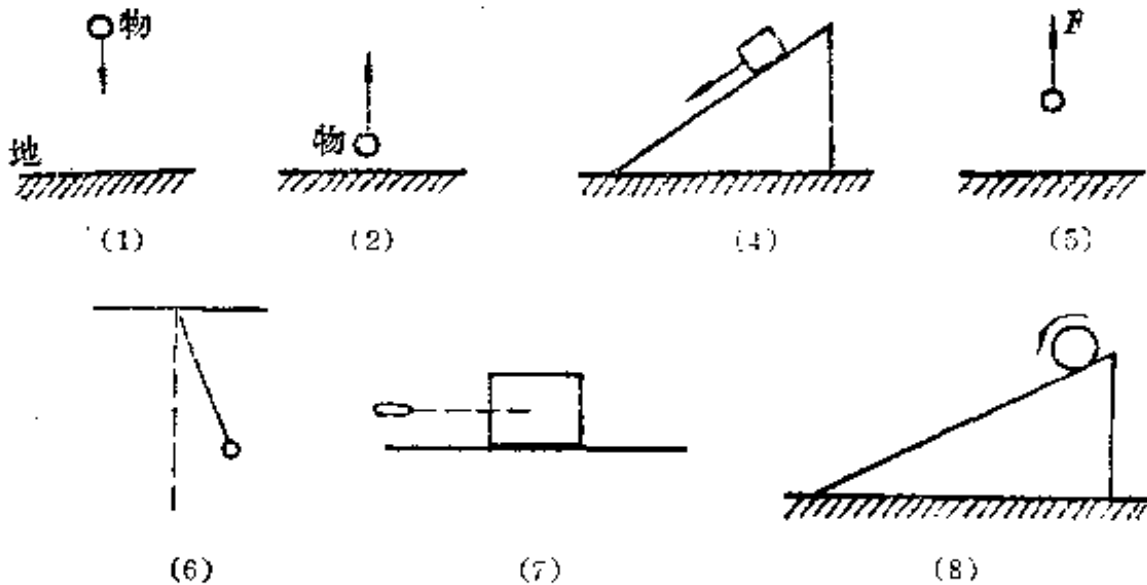


图 4-84

4-85 如图 4-85 所示，两个质量分别为 m_1 和 m_2 的木块都可以在光滑表面 PQR 上滑动。先用 m_1 压缩一个倔强系数为 k 的弹簧，压缩的长度为 x_0 ，然后由静止释放， m_1 被弹出与静止在 Q 处的 m_2 发生完全弹性碰撞。试问：

(1) 若 $m_1 < m_2$ ， m_1 在与 m_2 碰撞之后，第一次回去能把弹簧压缩的长度 x 为多大？

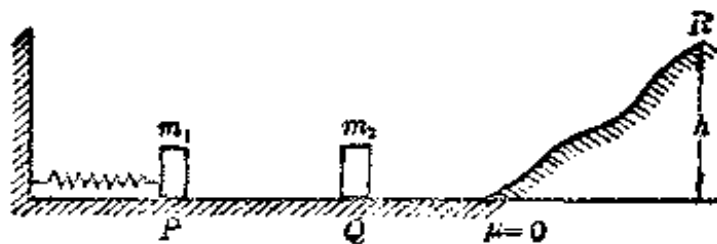


图 4-85

(2) 若 $m_1 = m_2$ ，则 x 为多大？

(3) 再设 $m_1 < m_2$ ，最初 x_0 必须多大，才能使 m_2 最高达到高为 h 的 R 处？

4-86 一架质量为 500 公斤的直升飞机停在空中，其螺旋桨把空气以 10.0 米/秒的速度向下推。求每秒钟螺旋桨所推下的空气质量以及该空气所得到的动能。

4-87 用铁锤把钉子敲入木板，设木板对钉子的阻力与钉子进入木板的深度成正比。在铁锤敲第一次时，能把钉子敲入木板 1.0 厘米深。若铁锤敲钉子的速度与第一次相同，问第二次能敲入多深？

4-88 力 $F = 1.5yi + 3x^2j - 0.2(x^2 + y^2)k$ 牛顿，作用在质量为 1.00 公斤的粒子上。

(1) $t = 0$ 时，粒子位置在 $r = 2i + 3j$ 米，运动速度为 $v = 2j + k$ 米/秒，试求此时：

- (a) 作用在粒子上的力；
- (b) 粒子的加速度；
- (c) 粒子的动能；
- (d) 粒子动能的变化率。

(2) $t = 0.01$ 秒时，这个粒子的位置、速度和动能分别近似地为多少？

(3) 除上述力外，再在粒子上加一个约束力，使它沿一个无摩擦的轨道从点 $(0, -1, 0)$ 移到点 $(0, 1, 0)$ 。对于下述两种轨道分别求力 F 做的功：

- (a) 沿 y 轴的一条直线；
- (b) 沿 $z-y$ 平面内的圆轨道(圆心在原点)。

4-89 一质点由一半径为 R 的光滑大球面最高处自由下滑，初速度很小可略去不计，大球面固定不动，问质点下降的高度 h 等

于多少时，它离开大球面？

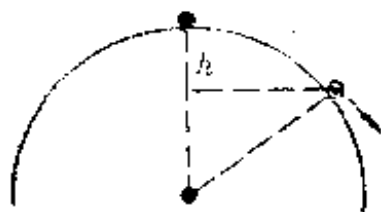


图 4-89

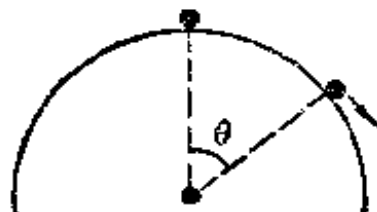


图 4-90

4-90 一质点由一半径为 R 的光滑圆柱面的最高处自由下滑，初速度很小可略去不计，圆柱体不动，问它滑到 θ 角(如图4-90所示)等于多大时离开柱面？

4-91 一质点在一半径为 R 的光滑固定球面上，在重力作用下，由静止出发下滑，出发点在球面最高点以下 $\frac{R}{2}$ 高度处。证明：

质点在球心上面高为 $h = \frac{R}{3}$ 处离开球面。

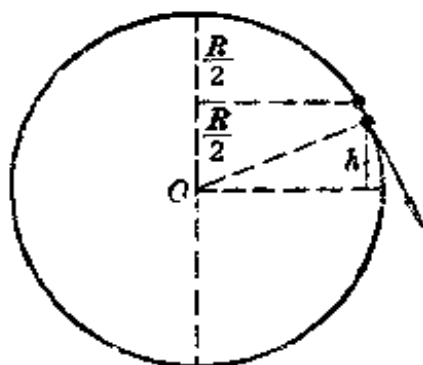


图 4-91

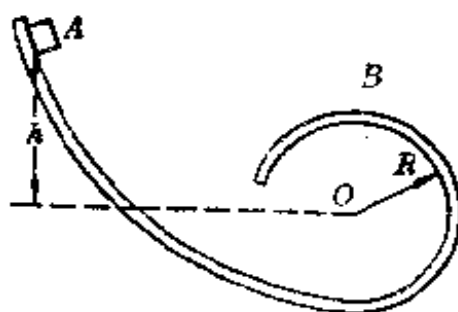


图 4-93

4-92 一质点在光滑固定球面上的任意点 P 在重力作用下由静止开始往下滑，在 Q 点离开球面。证明： PQ 两点的高度差等于 P 点到球心的高度差的 $\frac{1}{3}$ 。

4-93 一质量为 m 的小物体从一下坡轨道的 A 点由静止出发下滑，下坡轨道的下端接着一个以 O 点为圆心，半径为 R 的圆形轨道，设轨道都在竖直平面内， A 与 O 的高度差为 h ，若略去摩擦。

(1) 求它到达圆形轨道最高点 B 时的速度和它所受的

力以及它作用在轨道上的力；

(2) 要使 m 不离开圆形轨道下落， h 至少应为多少？

4-94 用一条细线把质量为 M 的圆环挂起来，环上有两个质量为 m 的小环，它们可以在大环上无摩擦地滑动（如图 4-94）。若两小环同时从大环顶部释放并沿相反方向自由滑下。

证明：如果 $m > \frac{3}{2}M$ ，则大环会升起；求大环开始上升时

的角度 θ 。

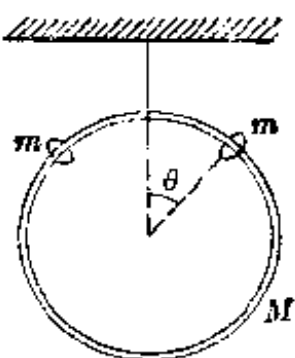


图 4-94

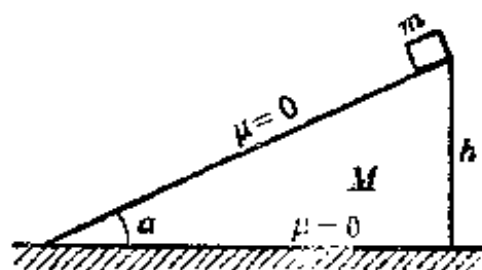


图 4-95

4-95 如图 4-95 所示，一劈形物体的质量为 M ，静止在光滑的水平面上，它上面有一个质量为 m 的小物体，在高度为 h 处自静止无摩擦地下滑到底。试求：

(1) 当 m 下滑到 Δh ($\Delta h < h$) 的高度时， m 对 M 所做的功；

(2) 当 m 刚刚下滑到水平面上时， M 走了多少距离？

4-96 如图 4-96 所示，一光滑的滑梯 M ，放在一光滑的水平面上，滑梯底部轨道与水平线相切，高为 h ，小物体 m 自滑梯顶部由静止下滑。试求：

(1) 当 m 滑到地面时 M 的速度 V ；

(2) 当 m 滑到地面时滑梯对 m 所做的功。

4-97 (1) 一升降机匀速下降，它的吊绳突然被卡住，这时绳内的张力将怎样变化？

(2) 设升降机的质量为 $M=3.0$ 吨，原来下降的速度为 $v_0=1.0$ 米/秒，绳子的倔强系数为 $k=1.0$ 吨/厘米。计算上述过程中绳上的最大张力和相应的伸长量。

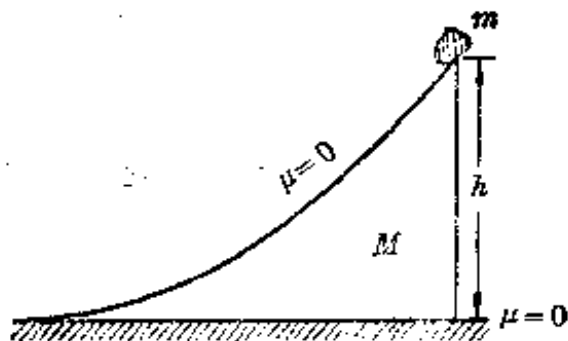


图 4-96

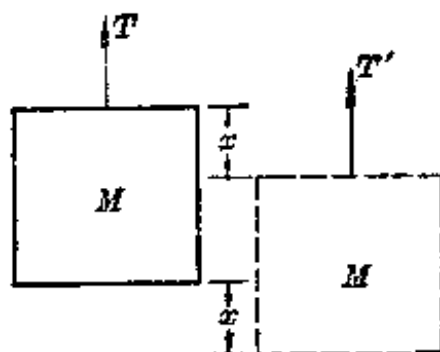


图 4-97

4-98 一质量为 M 的火车在平直轨道上匀速前进时，最后一节质量为 m 的车厢突然脱落，这车厢在走了 l 长的路程后停止。假设机车的牵引力和列车与轨道间的摩擦系数都不变。问当脱落的那节车厢停止时，列车距此车厢多远？

4-99 一喷气式飞机的质量为 M ，由一架抽气机来推动，抽气机把空气吸进来又由机尾喷出去。喷出的气流对于飞机的速度是不变的，等于 u ；每秒钟喷出去的气的质量也是不变的，等于 m 。设各处的摩擦阻力都可略去。若在 $t=0$ 时飞机由静止出发并保持水平飞行。试求：

(1) 飞机的速度 v 与时间 t 的关系；

(2) 飞机的瞬时效率 η 与 u 和 v 的关系。何时这瞬时效率最大？最大值是多少？

4-100 一质量为 6.0 公斤的物体，在 $t=0$ 时刻，从 $x=0$ 处由静止出发，沿 x 轴在一个无摩擦的轨道上运动。

(1) 在 $F=3+4x$ 的力的作用下 (x 以米为单位， F 以牛顿为单位)，它移动了 3.00 米，问在这个位置

(a) 它的速度是多大？

(b) 它的加速度是多大?

(c) 消耗在它上面的功率是多大?

(2) 在 $F = (3 + 4t)$ 的力的作用下 (t 以秒为单位, F 以牛顿为单位), 它移动了 3.00 秒, 问在这个时刻,

(a) 它的速度是多大?

(b) 它的加速度是多大?

(c) 消耗在它上面的功率是多大?

4-101 有两个完全弹性的小球 A 和 B , A 的质量为 50 克, B 的质量为 100 克, 如果 B 球原来静止在光滑的水平面上, A 球以 50 厘米/秒的速度与 B 球作对心碰撞, 在碰撞过程中 A 球的速度渐减, B 球的速度渐增, 试问: 在两球速度相等的一瞬间,

(1) 两球动量之和是多少?

(2) 两球的动能之和是多少?

(3) 两球的弹性位能之和是多少?

4-102 如图 4-102 所示, 在光滑水平面上有一个质量为 m_B 的静止物体 B 上, 有一质量为 m_A 的静止物体 A , A 、 B 间的摩擦系数为 μ 。今有一子弹从左边射到 A 上并被弹回, 于是 A 因此向右

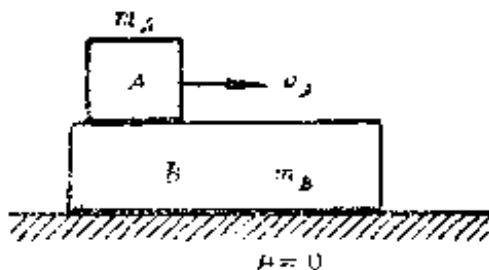


图 4-102

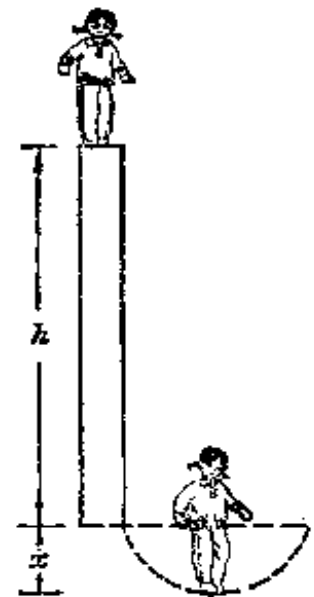


图 4-103

运动,开始时它相对于水平面的速度为 v_A 。若 A 逐渐带动 B ,最后与 B 以相同的速度 v 一起运动。问 A 从开始运动到相对于 B 静止时,在 B 上滑了多远?

4-103 一杂技演员从距网高 $h = 10$ 米处跳到弹性网上。如果演员站在网上静止不动时,网的弯曲为 $x_0 = 20$ 厘米。问演员跳到网上给网的最大压力是演员本身重量的多少倍。(网的质量不计。)

第五章 动量 角动量

5-1 用线吊一砝码，砝码下再系一同样的线。若突然用力向下拉下边的线，则下边的线断而上边的线不断；若慢慢向下拉下边的线，则上边的线断而下边的线不断。试说明此现象的道理。

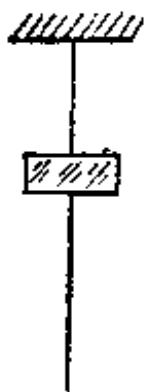


图 5-1

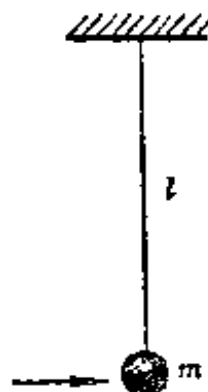


图 5-2

5-2 如图 5-2 所示，长为 $l=30.0$ 厘米、最大强度为 $T=1.00$ 公斤力的绳子，系一质量为 $m=500$ 克的小球，若 m 原来静止不动，要用多大的水平冲量作用在 m 上，才能把绳子打断？

5-3 用姆指往木头上按图钉比较费力，用螺丝刀往木头里拧螺钉也比较费力，而用铁锤往木头上敲铁钉则比较省力。为什么？

5-4 图 5-4 是一摆长为 $l=100$ 厘米、摆锤质量为 $m=10.0$ 克的单摆。初始时刻摆锤处于平衡位置。若突然给摆锤一向左的冲量，使摆锤达到的最高位置比平衡位置高 10.0 厘米，设冲力的作用时间为 0.001 秒，求此时间内的平均作用力。

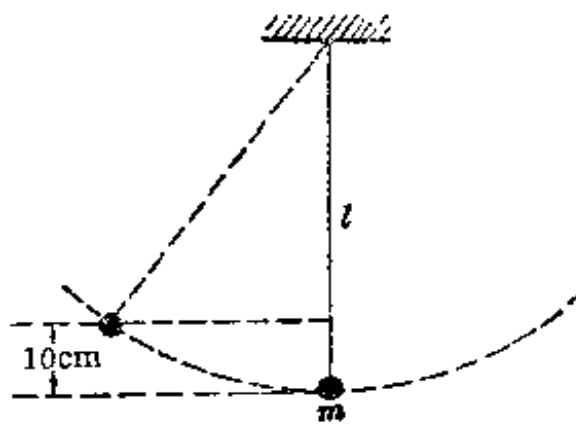


图 5-4

5-5 一颗子弹由枪口射出时速率为 300 米/秒，当子弹在枪筒里前进时，它受到的合力为

$$F = 400 - \frac{4 \times 10^5}{3} t,$$

其中 F 和 t 各以牛顿和秒为单位。

(1) 假设子弹走到枪口处合力刚好为零，计算子弹走完枪筒全长所用的时间；

(2) 求力的冲量；

(3) 求子弹的质量。

5-6 一质量为 50 克、速率为 350 米/秒的子弹，射入木桩 0.10 米深。设木桩牢牢地埋在地上不动，木桩对子弹的阻力为常数。试求：

(1) 子弹在木桩里的加速度的大小；

(2) 木桩对子弹的阻力的大小；

(3) 子弹在木桩里运动的时间；

(4) 木桩作用在子弹上的冲量；

(5) 如果你是用(2)和(3)的结果计算(4)，那么，所得出的冲量的值与子弹的初始动量是否相同？

5-7 一 $F = 30 + 4t$ 的力作用在质量为 10 公斤的物体上 (F 和 t 的单位分别为牛顿和秒)。

(1) 在开始的两秒钟内，此力的冲量是多少？

(2) 要使冲量等于 300 牛·秒，此力的作用时间是多少？

(3) 如果物体的初速度为 10 米/秒，运动方向与 F 方向相同，在(2)问的时间末，此物体的速度是多少？

5-8 一重 150 克的棒球被球棒击中，击中前后的速度大小分别为 30 米/秒和 45 米/秒，方向相反。求棒球动量的变化和棒作用在球上的冲量。如果棒和球接触的时间为 0.002 秒，问棒对球的平

均冲击力是多少？

5-9 一质量为 50 克的石块，静止放在光滑的水平桌面上。另一质量为 2.5 克的子弹以 300 米/秒的速度沿水平方向朝该石块射击。击中石块后，子弹的速度仍在同一水平面内，但与原来方向成 45° 角，其大小为 225 米/秒。试求：

(1) 石块速度的大小和方向；

(2) 子弹作用在石块上的冲量的大小和方向。

5-10 一质量为 250 克的锤子，以 1.0 米/秒的速率敲在钉子上。

(1) 分析锤头所受的力，画出它的隔离体图；

(2) 假设从锤头开始接触钉子到停止运动的时间为 1.0×10^{-3} 秒，每个力的平均值是多少？

(3) 假设从锤头开始接触钉子到停止运动的时间为 1.0×10^{-4} 秒，每个力的平均值是多少？

5-11 一质量为 10.0 克的小球，从 $h_1 = 25.6$ 厘米高度处由静止下落到一个水平桌面上，反跳的最大高度为 $h_2 = 19.60$ 厘米。问小球与桌面碰撞时给桌面的冲量是多少？

5-12 “一个物体系的动量守恒，如果其中某些物体的速度变大，则另一些物体的速度一定会变小；某些物体的速度变小，另一些物体的速度一定会变大。”这种说法对吗？为什么？

5-13 动量与参照系的选择有关吗？动量守恒定律在任何参照系中都成立吗？

5-14 物体系动量守恒的条件是作用在系统上的合外力等于零。一般讲来，碰撞、打击等过程都是在有外力的条件下发生的（摩擦力、重力等）。为什么对于碰撞、打击等过程，又能运用动量守恒定律呢？

5-15 判断下述各过程中系统的动量是否守恒？为什么？

(1) 小球与墙壁相碰，把小球和墙壁当做一个体系；

(2) 静止在光滑水平面上的 A 、 B 两木块，由一弹簧连接着，先将两木块水平地拉开，再由静止释放。以 A 、 B 和弹簧作为一体系；

(3) 两小球在桌面上相碰，以两小球作为一系统，考虑小球和桌面有摩擦和没有摩擦两种情形；

(4) 人向上抛球接球的过程。以人和球作为一体系；以人、球和地球作为一体系。



图 5-15



图 5-16

5-16 两个质量分别为 m_A 和 m_B 的物体，中间用自然长度为 L 、倔强系数为 k 的弹簧连接着，放在光滑的水平桌面上，如图 5-16 所示。现在用大小相等、方向相反的两个力 F_1 、 F_2 相向地推两物体，使它们达到平衡，弹簧仍在弹性限度内。

(1) 求弹簧长度的变化；

(2) 若突然同时撤去外力 F_1 和 F_2 ，问撤去 F_1 、 F_2 的瞬间作用在两物体上的力各是多少？

(3) 在 F_1 和 F_2 撤去后的整个运动过程中，两物体的运动状态如何？系统的动量等于多少？动量守恒定律对该物系统成立吗？

5-17 两个质量分别为 m_A 和 m_B 的物体，中间用自然长度为 L 、倔强系数为 k 的弹簧连接着放在光滑的水平桌面上。又有两个质量为 m'_A 和 m'_B 的物体分别放在 m_A 、 m_B 上， m'_A 和 m_A 之间、 m'_B 和 m_B 之间的摩擦系数分别为 μ_A 和 μ_B ，如图 5-17 所示。现在用大小相等、方向相反的两个力 F_1 和 F_2 相向地推 m_A 、 m_B 两物体，使弹簧在弹性限度内压缩，系统达到平衡后，撤去 F_1 和 F_2 使物体

运动起来。问在物体运动过程中系统的动量守恒吗？系统的动量等于多少？机械能守恒定律在此过程中成立吗？（分别就 m'_A 和 m_A 之间 m'_B 和 m_B 之间有相对运动和没有相对运动两种情形回答上述问题。）



图 5-17

5-18 在用冲击摆测量子弹速度的过程中，子弹击中砂箱后陷入砂箱当中，使砂箱摆到某一高度 h 。我们用测得的 h 的大小，根据机械能守恒定律，求出子弹陷入砂箱后子弹和砂箱一起摆动的速率，再根据动量守恒定律求出子弹的速度。问这样做的根据是什么？在整个过程中，机械能守恒定律和动量守恒定律都成立吗？

5-19 质量为 2.00 克的子弹，以 500 米/秒的速度射进一冲击摆。子弹穿出时的速率为 100 米/秒，设摆的质量为 1.00 公斤，摆长为 1.00 米。求摆达到的高度。

5-20 一质量为 M 的物体，通过倔强系数为 k 的弹簧与墙壁相连，放在光滑的平面上，静止不动，如图 5-20 所示。一质量为 m 的子弹以速度 v 水平地射入 M 内，同 M 一起作直线运动。弹簧质量可以略去不计，求 M 离开静止位置的最大距离 x_{\max} 。

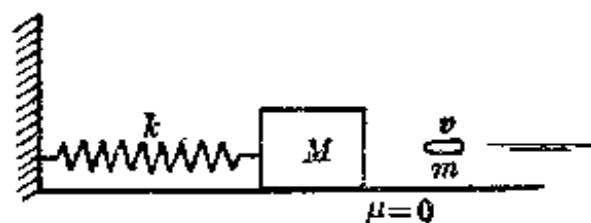


图 5-20

5-21 三只质量均为 M 的小船，一只跟着一只鱼贯而行，速率均为 v 。由中间一只船上同时以速率 u （相对于中间船）分别把两

个质量均为 m 的物体(不包括在 M 之内)抛到前后两只船上。略去水与船之间的摩擦力, 设 v 和 u 的方向都在同一直线上。试问:

(1) 当物体落入前后两只船上以后, 三只船的速度如何?

(2) 两物体不同时抛, 先向前抛, 后向后抛, 结果如何?

5-22 湖面上有一小船静止不动, 船上有一渔人, 质量为 60 公斤。设他在船上向船头走了 4.0 米, 但相对于湖底只移动了 3.0 米, 若水对船的阻力略去不计, 问小船的质量是多少?

5-23 一子弹水平地穿过两个前后并排、静止地放在光滑水平面上的木块, 木块的质量分别为 m_1 和 m_2 , 设子弹穿过木块所用的时间分别为 Δt_1 和 Δt_2 。求子弹穿过两木块后两木块的运动速度。(设木块对子弹的阻力为恒力 F 。)

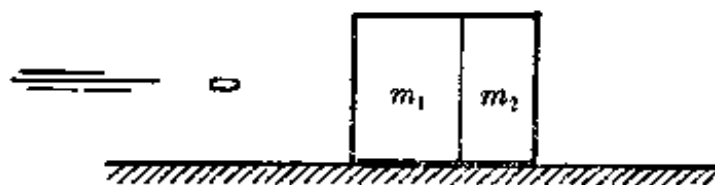


图 5-23

5-24 一厚而重的木板 A 竖直固定在地面上, 如图 5-24 所示。设有一弹性球, 以水平速度 v_1 与 A 作完全弹性碰撞, 碰后弹回的速度 v_2 与 v_1 的大小相等。如若 A 不是固定在地面上, 而是以速度 v ($v < v_1$) 向右匀速运动。求碰撞后小球的速度。(设木板厚而重, 故可以认为木板碰撞后速度不变。)

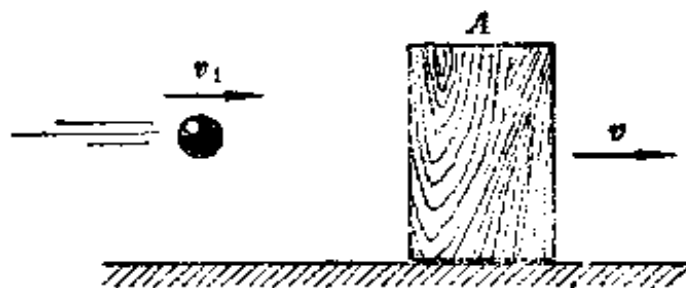


图 5-24

5-25 三个物体 A 、 B 、 C , 质量都是 m , A 、 C 靠在一起, 中间

用一长为 $l=98$ 厘米的细绳连接着放在光滑水平桌面上， A 又通过一跨过桌边的定滑轮的细绳与 B 相连，如图 5-25 所示。已知 A 、 C 与桌面间的摩擦系数为 $\mu=0$ ，滑轮和绳子的质量以及滑轮轴上的摩擦均可不计，绳子的长度不变。问 A 和 B 运动后多长时间 C 开始运动？ C 开始运动时的速度是多少？

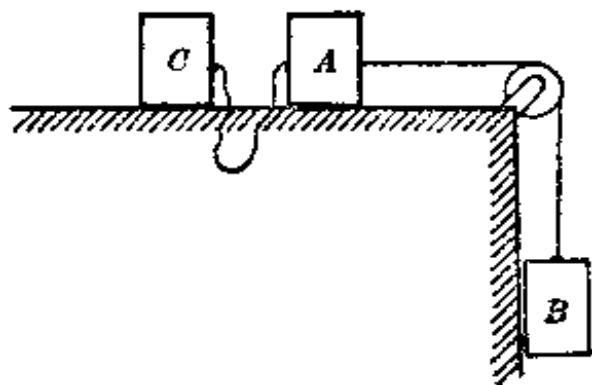


图 5-25

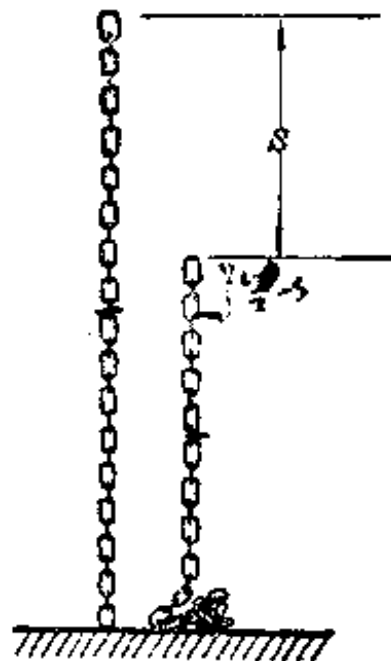


图 5-26

5-26 线密度为 ρ ，长度为 L 的链条，用手提着一头，另一头刚好触及地面，静止不动。如图 5-26 所示。突然放手，使链条自由下落。求证：当链条的上端下落的距离为 s 时，链条作用在地面上的力为 $3\rho g s$ 。

5-27 两个质量都是 M 的冰车，并排静止在光滑的水平冰面上。一个质量为 m 的人，从第一个冰车跳到第二个冰车，再由第二个冰车跳回第一个冰车。证明：两个冰车的末速度之比为 $(m+M):M$ 。

5-28 两名身高都是两米的篮球运动员，质量分别为 M 和 $M+m$ 。若两人同时以相同的速率竖直向上起跳，在空中二人用力互推后，同时落地。若胖的一个落地处距他起跳点一米，问瘦的一个落在哪里？又问，他们的质心如何运动？

5-29 一条长度不变的绳子跨过一个质量可以略去不计的定

滑轮，两端各吊着质量相同的一只猴子。起初，猴子都停在距地面相同的高度上不动，后来他们同时往上爬。如果它们相对于绳子的速度一个是 v 一个是 $2v$ ，问谁先爬到顶？

5-30 一辆炮车停在水平路轨上。炮弹重 w ，炮身和炮车共重 W ，炮车可以在铁轨上自由反冲。设炮身倾角为 α ，炮弹对炮身的相对速度为 V ，求炮弹离炮身时相对于铁轨的速度的大小和方向。

5-31 如图 5-31 所示，一半径为 R 的光滑球，质量为 M ，静止在光滑桌面上。在球顶点上有一质量为 m 的质点， m 自 M 球下滑，开始时速度非常小，可略去不计，求 m 离开 M 以前的轨迹。

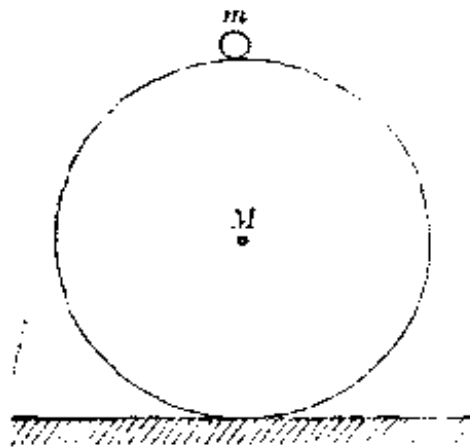


图 5-31

5-32 在放射性衰变中，处于静止状态的 ^{238}U 原子核放射出一个 α 粒子 (^4He 核)， α 粒子的速率为 1.4×10^7 米/秒 (其动能为 4.1MeV)，求衰变后的原子核 (即 ^{234}Th 的原子核) 的反冲速率。

5-33 一静止原子核，衰变时放出一电子和一个中微子，电子的动量为 9.22×10^{-15} 克·厘米/秒，中微子的动量为 5.35×10^{-16} 克·厘米/秒，电子和中微子的运动方向相互垂直。试问：

- (1) 衰变后的原子核的运动方向如何？
- (2) 它的动量有多大？

5-34 一个质量为 M 的球，自某高度水平抛出，落地时与地面发生完全弹性碰撞，在抛出一秒钟后又跳回原高度，速度仍是水平方向，大小也与抛出时相同，如图 5-34 所示。问在它与地面碰撞的过程中，地面给它的冲量是多少？方向如何？

5-35 如图 5-35 所示，一乒乓球与桌面作弹性碰撞。证明：乒乓球与光滑桌面碰撞时，它跳起时与桌面的夹角 θ' 等于它落下

时与桌面的夹角 θ 。

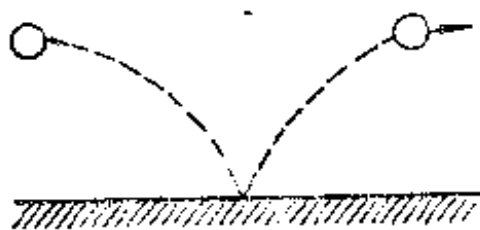


图 5-34

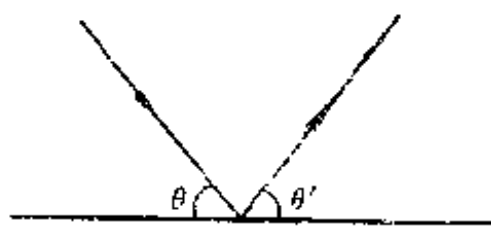


图 5-35

5-36 一质量为 $m = 200$ 克的弹性球，以 $v = 5.00$ 米/秒的速率碰在墙上，并由墙弹回。设碰撞前后速度的大小不变，而方向相反。球与墙碰撞的时间为 $\Delta t = 0.05$ 秒，求碰撞时间内球对墙的平均作用力。

5-37 两个相同的弹性球发生碰撞，如果碰撞前它们的运动方向相互垂直。证明：碰撞后的运动方向也相互垂直。

5-38 两个弹性小球 A 和 B ， A 的质量为 50 克， B 的质量为 100 克， B 球静止在光滑的水平面上， A 球以 50 厘米/秒的速率与 B 球作对心碰撞。在碰撞过程中， A 球的速率逐渐减小， B 球的速率逐渐增大。当两球的速率相等时，它们的动量之和是多少？动能之和是多少？弹性位能是多少？

5-39 一个速率为 v_0 、质量为 m 的运动粒子，与一质量为 αm 的静止粒子作完全弹性对心碰撞，如图 5-39 所示。问 α 的值多大时，靶粒子所获得的动能最大？

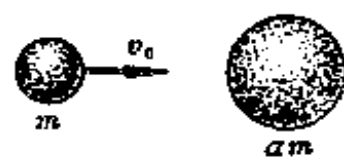


图 5-39

5-40 质量为 m_1 的运动粒子与质量为 m_2 的静止粒子发生完全弹性碰撞。证明：

(1) 当 $m_1 < m_2$ 时， m_1 的偏转角可能取 0 到 π 之间所有值；

(2) 当 $m_1 > m_2$ 时， θ_{\max} 满足如下公式

$$\cos^2 \theta_{\max} = 1 - m_2^2 / m_1^2$$

$$0 \leq \theta_{\max} < \frac{\pi}{2}。$$

5-41 一运动粒子与一质量相等的静止粒子发生完全弹性碰撞。如果碰撞不是对心的，证明：碰撞后两粒子的运动方向彼此垂直。

5-42 两个可以在平直导轨上自由运动的滑块，质量分别为 m_1 和 m_2 ，若 m_1 静止， m_2 向 m_1 运动，且与 m_1 作完全弹性碰撞，碰后分开时它们的速度大小相等而方向相反，问这两滑块的质量之比是多少？

5-43 一质量为 m_0 、速度为 v_0 的粒子与一质量为 αm_0 的靶粒子发生弹性碰撞。

(1) 碰撞后，靶粒子的速度 v 与 v_0 间的夹角 β 最大能等于多少？

(2) 写出碰撞后靶粒子在实验室坐标系中的动能 K (以 α 、 β 和 $\frac{1}{2}m_0v_0^2 = K_0$ 表示。)

5-44 一个质量为 m 的中子与一质量为 M 的原子核发生完全弹性碰撞。证明：如果中子的初始动能为 E_0 ，碰撞时中子可能损失的最大能量为 $E_0 \frac{4mM}{(M+m)^2}$ 。

5-45 如图 5-45 所示，一动能为 E_0 的电子与一静止的氢原子作完全弹性碰撞，电子碰撞后的速度正好与碰撞前的速度大小相等方向相反。已知氢原子的质量为电子质量的 1837 倍，问电子在碰撞中传递了多少动能给氢原子？

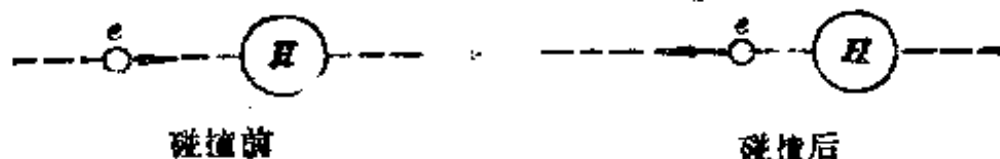


图 5-45

5-46 在气垫实验中，有六个滑块在同一条直线轨道上。

(1) 假设这些滑块完全相同，每个质量均为 M_0 ，证明：当一个滑块以速度 v 去碰其余五个静止地靠在一起的滑块时，如果碰撞是完全弹性的，这个滑块就把它的动量传递给最后一个滑块；当两个滑块合在一起去撞击其余靠在一起的四个静止滑块时，这两个滑块就把它们的入射速率 v 传递给最后两个滑块；当三个滑块合在一起去撞击其余靠在一起的三个静止滑块时，这三个滑块就把它们的入射速率 v 传递给其余三个滑块；

(2) 令右边最后一个滑块的质量 m 小于其余五个滑块的质量 M ，让一个质量为 M 的滑块从左边以速率 v_0 去撞击其余五个滑块。证明：如果碰撞是完全弹性的，则不可能只有 m 动而其他 M 都不动。如果只有最后两个滑块运动起来，它们的速率各为多少？

(3) 令右边最后一个滑块的质量 M' 大于其余五个滑块的质量 M ，让一个质量为 M 的滑块从左边以速率 v_0 去撞击其余五个靠在一起的滑块。求 M' 的速度以及左边第一个质量为 M 的滑块的速度。又，若 $M' \gg M$ 时情况怎样？

5-47 证明：一个质量和 M 的运动的物体与一质量为 m ($m \ll M$)的静止物体发生弹性的对心碰撞，碰撞后质量为 m 的物体的速率近似地等于质量为 M 的物体运动速度的二倍。

5-48 三个均匀球体 A 、 B 、 C ，质心都在同一直线上， C 在中间， A 、 B 在两侧。 A 、 B 的质量为 m ， C 的质量为 M 。设 A 以速率 v 朝 C 运动与 C 发生对心完全弹性碰撞，碰前静止，碰后 C 又与 B 发生对完全碰撞，这次碰后 C 球速率恰好为零。求 B 原来的速率。

5-49 证明：一运动物体与一静止物体发生完全非弹性的对

心碰撞，若两物体的质量相同，则系统的动能损失一半。

5-50 如图 5-50 所示，一半径为 R 的半球形碗，碗底放一小球 m_2 ，另一小球 m_1 由碗边自静止下滑，与 m_2 发生完全非弹性的对心碰撞。设 m_1 和 m_2 与碗之间的摩擦力可略去不计。试求：



图 5-50

(1) 碰撞后 m_1 和 m_2 刚刚结合在一起运动时，它们作用在碗上的力；

(2) m_1 和 m_2 上升的最大高度。

5-51 一沿水平方向以 500 米/秒的速度飞行的质量为 2.0 克的子弹击中在平面上静止的木块。木块的质量为 1.00 公斤。子弹穿出木块后，速度降为 100 米/秒，木块向前滑动了 20.0 厘米长的距离。试求：

(1) 木块与水平面间的摩擦系数；

(2) 子弹减少的动能；

(3) 在子弹穿出木块的瞬间，木块的动能。

5-52 如图 5-52 所示，一长为 l 的细绳跨过一定滑轮，两端分别挂着质量为 m 和 m' ($m > m'$) 的物体，物体距地面的高度都是 h ，且 $2h < l$ 。让物体从静止开始运动， m 落地后， m' 将继续向上运动一段距离，而后 m' 向下运动通过绳子把 m 拉起。设 m 与地面的碰撞是完全非弹性的，绳子和滑轮的质量以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变，求 m 能上升的最大高度。

5-53 一质量为 M 的物体，放在光滑的水平桌面上，两根细绳分别挂着质量为 m 和 m' 的物体，跨过固定在桌边上的滑轮与 M 相连（如图 5-53 所示），且 $m' > m$ ，使 m' 从静止开始运动，经距离 x ， m' 落到地面，与地面发生完全非弹性碰撞，而 m 在 m' 落地后将陆续上升一段距离后再下降把 m' 拉起。设绳子和滑轮的质量

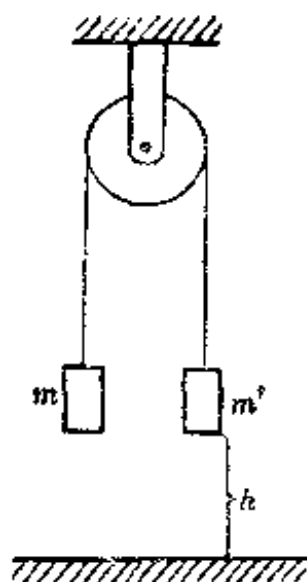


图 5-52

以及滑轮轴承处的摩擦力均可不计，绳子长度不变。求 m' 再上升时能达到的最大高度。

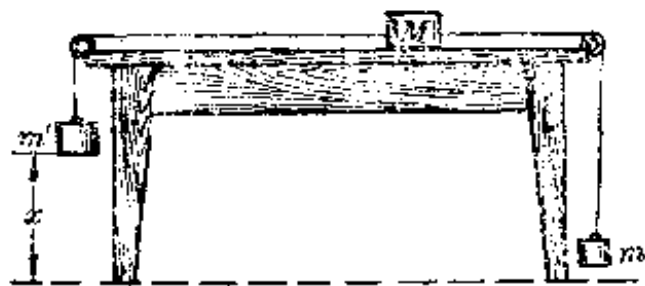


图 5-53

5-54 在铁轨上有一以 1.0 米/秒 速率前进的 10 吨重的货车车厢，另一重 20 吨重的货车车厢在铁轨上静止不动，两车厢碰撞后接在一起。求碰撞后它们的速度和碰撞中损失的动能。又若相碰后两车厢的速度为零，问碰撞前 20 吨重车厢的速率如何？

5-55 某建筑工地上，一送料吊车以 1.0 米/秒的速度匀速上升，一物体由距吊车底板 22 米的地方由静止落下，落在吊车底板上。设物体和吊车底板间的恢复系数为 0.20，问物体第一次回跳的最高点在物体开始落下的那点以下(或以上)多少距离处？

5-56 (1) 一质量为 m 的运动粒子与一质量为 $M (> m)$ 的静止粒子发生完全弹性碰撞，碰撞后 m 的运动方向偏转了 90° ，问 M 的运动方向如何？

(2) 如果碰撞不是完全弹性的，碰撞中损失的动能与原来动能之比为 $1-\alpha^2$ ，问 M 的运动方向如何？

5-57 两物体发生碰撞，碰后相互离开的速率与碰前相互接近的速率之比，叫做恢复系数，以 e 表示 ($0 \leq e \leq 1$)。证明：

(1) 若一球与一木板间碰撞的恢复系数为 $e = r$ ，则该球从 h_0 高处落下弹跳 n 次后能达到的高度 $h = h_0 r^{2n}$ ；

(2) 质量为 m_1 和 m_2 的两物体发生对心碰撞，设恢复系数为 r ，则在质心系中碰撞时损失的动能为其初始动能的 $(1-r^2)$ 倍。

5-58 如图 5-58 所示，两个相同的弹子 A 和 B ，开始时处在水平光滑圆槽的直径的两端， A 沿圆槽运动， B 静止， t 时刻发生碰撞，设碰撞的恢复系数为 e ，证明第二次碰撞的时刻 $t' = 2t/e$ 。

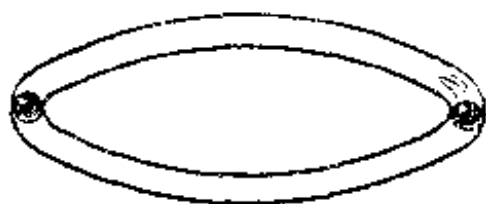


图 5-58

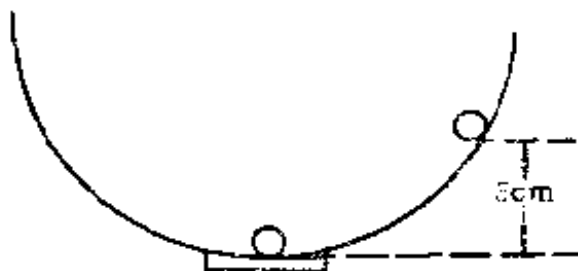


图 5-62

5-59 一个球赶上一个质量等于它的两倍、速率等于它的 $\frac{1}{7}$ 的另一个球，并与之发生正碰，设它们的恢复系数为 $\frac{3}{4}$ 。证明：两球碰撞后，后面那个球的速率为 0。

5-60 一个球质量为 m 、速度为 u ，第二个球质量为 em ，速度为 $-eu$ ，二球发生正碰。证明，如果恢复系数为 e ，则第二个球在碰撞后的速度等于第一球在碰撞前的速度。

5-61 在一水平导轨上有两个质量相等的滑块 A 和 B ， A 静止， B 以速度 v 向 A 运动。设两者发生非完全弹性碰撞，恢复系数为 e ，求碰撞后 A 相对于 B 的速度。

5-62 如图 5-62 所示，设有两个完全相同的光滑小球，质量都是 5.0 克，一个静止地放在光滑的碗底，一个自 5.0 厘米高处由静止出发，沿碗下滑。设两个球碰撞时的恢复系数为 0.5，问静止球被碰后升到多高？

5-63 一个球从 h 高处自由落下，掉在地板上，设球与地板碰

撞时的恢复系数为 e ($e < 1$)。证明：球经过 $t = \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 秒的时间停止回跳。在这段时间里，球所经过的路程为 $s = \frac{1+e^3}{1-e^2} h$ 。

5-64 在光滑平面上一点，以速度 u 抛射一质点， u 的方向与水平面成 α 角。设质点与平面间的恢复系数为 e 。证明：在质点停止反跳前经过的水平距离为 $\frac{u^2}{g} \frac{\sin 2\alpha}{1-e}$ 。

5-65 如图 5-65 所示，一质量为 m 的重锤从质量为 M 的木桩上面 h 高处自由下落，打在木桩上，锤和桩一起下沉 s 距离。在求木桩下沉过程中地对木桩的平均阻力时，三人得到三个结果：

- (1) $F = \frac{m^2}{M+m} \left(\frac{h}{m} \right) g$;
- (2) $F = \left[(M+m) + m \left(\frac{h}{s} \right) \right] g$;
- (3) $F = \left[(M+m) + \frac{m^2}{M+m} \left(\frac{h}{s} \right) \right] g$ 。

问哪个结果对，哪个结果错？错在哪里？

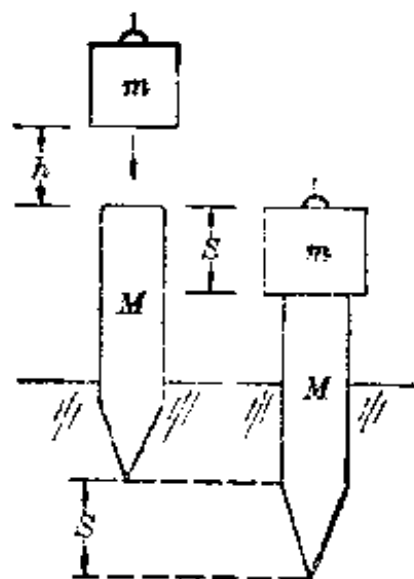


图 5-65

5-66 一火箭均匀地向后喷气，每秒钟喷出 90.0 克的气体。喷出的气体相对于火箭的速度为 $v = 300$ 米/秒，设火箭开始时静止，火箭体和燃料的总质量为 $m_0 = 270$ 克。试问：

- (1) 喷气后多少时间，火箭速度达到 40.0 米/秒？
- (2) 若火箭的燃料是 $m = 180$ 克，它能达到多大的速度？(本题不计重力和空气阻力。)

5-67 n 个体重均为 w 的人，站在重为 W 的铁路平板车上。车沿着平直路轨无摩擦地向前运动，速度为 v_0 。如果每个人都以相对于车的速率 v 向车后跑并跳下车，求下列两种情况下，人都跳下车

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

后，车的速度。(1)一个一个地跳(一个人跳下后，另一个人才起跑)；(2)全体同时跑，同时跳。

5-68 一个三级火箭，各级重量如下表所示，不考虑重力，火箭的初速度为0。

| | 发射总质量 | 燃料 | 燃料外壳 |
|----|-------|----------|---------|
| 一级 | 60 吨 | 40 吨 | 10 吨 |
| 二级 | 10 吨 | $20/3$ 吨 | $7/3$ 吨 |
| 三级 | 1 吨 | $2/3$ 吨 | |

(1) 若燃料相对于火箭喷出速率为 2500 米/秒，每级燃料外壳在燃料用完时将脱离火箭体，设外壳的脱离速率相对于火箭速率为零。求第三级火箭的最终速率。

(2) 若把 48 吨燃料放在 12 吨的外壳里组成一级火箭，问火箭最终速率是多少？

5-69 一初始质量为 M_0 的火箭，以恒定的比率 $\frac{dm}{dt} = -r_0$ 公斤/秒向后喷出燃料，喷出气体的速率相对于火箭为 V_0 。

(1) 若不计重力，求火箭的初始加速度；

(2) 若 $V_0 = 2.0$ 公里/秒，问每秒钟喷出多少公斤燃料，火箭的推力才能达到 10^6 公斤力？

(3) 写出表示火箭速度与其剩余质量的关系式。

5-70 一质量为 $M = 3.0$ 公斤的物体，被一根绳子拴着与绳子一起放在地上，绳子的长大于 10 米，线密度 $\lambda = 0.50$ 公斤/米。现在由地面向上抛出该物体，当物体高出地面 10 米时，速度为 4.0 米/秒，问此时它的加速度是多少？(设绳子堆在一起，被拉起时其余部分保持不动。)

5-71 一质量为 M 的宇宙飞船在星际空间飞行。它用一面积

为 A 的洞捕集静止的氢（每单位体积的质量为 ρ ），再将其排出，排气的方向与飞船飞行的方向相反，排气的速率相对于飞船为 v ，问飞船的速率 V 等于多少时，它的加速度最大？用 M 、 ρ 、 A 、 v 表示此最大加速度。

5-72 证明：若不计重力和空气阻力，火箭的初速度为 0，则当火箭初始质量 M_0 与发射后某一时刻的质量 M 的比值 M_0/M 等于 e （自然对数的底数）时，火箭的速率等于喷气速率；当 $\frac{M_0}{M} = e^2$ 时，火箭的速率等于喷气速率的两倍。这里的喷气速率指喷出气体相对于火箭的速率。

5-73 一重为 6000 公斤的火箭从地面竖直向上发射，若火箭喷射燃料气体的速率相对于火箭为 1000 米/秒。试问：

- (1) 每秒钟喷出多少气体，才能有克服火箭重量所需的推力？
- (2) 每秒钟喷出多少气体，才能使火箭在开始时有 19.6 米/秒^2 的加速度？

5-74 竖直向上发射一火箭，初始质量为 M_0 ，其燃料消耗量 β 克/秒是可调的，燃料喷出的速度 V_0 竖直朝下。

- (1) 要使火箭在地面以上某个高度保持静止，求作为时间函数的 β 的表示式；
- (2) 若燃料每秒钟的消耗量 α 保持一常数，且使 α 比 (1) 中所求出的 β 大，求作为时间函数的火箭向上的速度；
- (3) 已知一初始质量为 M_0 ，每秒钟燃料消耗量 α 为一常数，燃料气体相对于火箭的喷出速率为 V_0 ，略去重力，则火箭的上升速度公式为：

$$v = v_0 + V_0 \ln \frac{M_0}{M_0 - \alpha t} \quad (*)$$

答案、学长笔记、辅导班课程，访问：

其中 $v_0 = v|_{t=0}$ 为火箭初始时刻的速度。请将(2)中所得到的、当 $M = \frac{3}{4}M_0$ 时的火箭速率值与由(*)式所得到的速率值相比较；

(4) 如果 $V_0 = 1.65 \times 10^6$ 厘米/秒——五倍声速，计算(3)中的两个速率的大小。

5-75 一个下雨天，5.0吨重的敞蓬货车在一平直的轨道上无摩擦地靠惯性滑行，设雨滴是竖直下落的，如果货车空载时，其滑行速率为1.0米/秒。问当货车经过一段距离后，车上积了0.5吨雨水时，货车的滑行速率变为多少？

5-76 物体的动量在不同的惯性系中是不同的，问它的角动量在不同的惯性系中是否相同？

5-77 两个质量都是 m 的质点，中间用长为 l 的绳子连在一起，以角速度 ω 绕它们的质心转动。（设绳的质量可以略去不计。）

(1) 求它们的角动量；

(2) 绳突然断了，求绳断后瞬间它们的角动量；

(3) 绳断前后，它们的角动量相等吗？

5-78 已知地球的质量为 5.98×10^{27} 克，地球到太阳的距离为 1.49×10^8 公里，地球绕太阳公转的周期为365.25天，求地球绕太阳公转的角动量。

5-79 一质量为 m 的地球人造卫星在半径为 r 的圆轨道上运行，用 r 、 G 、 m 、 M 表示它相对于轨道中心的角动量。其中 G 是万有引力常数， M 是地球质量。若 $m = 100$ 公斤， r 等于地球半径的两倍，此人造卫星的角动量的数值是多少？

5-80 一人造卫星的质量为 M ，在一半径为 r 的圆轨道上运行，其角动量为 J ，求它的动能、位能和总能量。

5-81 绳的一端系一质量为 $m = 50$ 克物体的，绳的另一端穿过一光滑桌面上的小孔 A 用手拉着。如图5-81所示，物体原以角

速度 $\omega_0 = 3.0$ 弧度/秒在桌面上的半径为 $r_0 = 20$ 厘米的圆周上运动。现将绳往下拉 10 厘米，将物体作质点看待，求其角速度的变化和能量的变化。（绳子质量以及物体和绳子与桌面之间的摩擦力均可不计。）

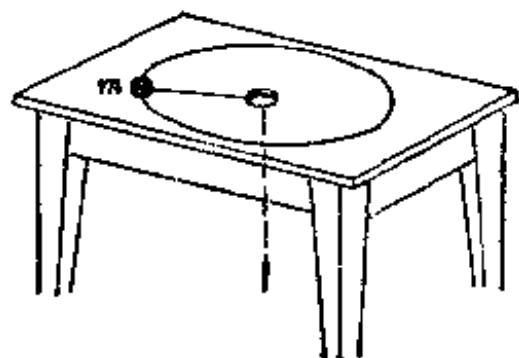


图 5-81

5-82 在一长度为 a 的棒的两端固定两个质点 A 和 B ，形成一个“哑铃”。整个体系的质心在没有引力的空间静止不动。两质点绕其质心以 ω 角速度旋转。在旋转中其中一个质点与一静止的第三个质点 C 相碰，并粘在一起。已知质点 A 、 B 、 C 的质量都是 M ，棒的质量可略去不计。

- (1) 确定碰撞前那一瞬间三个质点共同的质心位置以及此时质心的速度；
- (2) 碰撞前那一瞬间三个质点的体系绕其质心旋转的角动量是多少？碰撞后三质点体系绕其质心旋转的角动量是多少？
- (3) 碰撞后系统绕质心的角速度是多少？
- (4) 碰撞前后的动能各是多少？

5-83 两个滑冰运动员，体重都是 60 公斤，在两条相距 10 米的平直跑道上以 6.5 米/秒的速率相向地匀速滑行。当他们之间的距离恰好等于 10 米时，他们分别抓住一根 10 米长的绳子的两端。若将每个运动员看成一个质点，绳子质量略去不计。

- (1) 求他们抓住绳子前后相对于绳子中点的角动量；
- (2) 他们每人都用力往自己一边拉绳子，当他们之间距离为 5.0 米时，各自的速率是多少？
- (3) 计算每个运动员在减小他们之间的距离时所做的

功。证明：这个功恰好等于他们动能的变化；

(4) 如果在两运动员之间相距刚好等于 5.0 米时绳子断了，问此刻绳子中的张力多大？

5-84 设行星(或卫星)的公转方向与自转方向相同(太阳系的绝大多数行星和卫星都大致如此)，则潮汐作用会使它们的自转变慢，而使它们的公转变快。

(1) 用角动量守恒定律说明这一点；

(2) 用牛顿第二定律说明这一点。即分析行星(或卫星)的受力，说明它自转变慢、公转变快。

5-85 证明：两个平动的物体发生非对心碰撞，若碰撞后结合成一个物体，则这物体必定有转动。

5-86 两根均匀细杆，质量都是 m ，长度都是 l ，都以速率 v 在垂直于长度方向平动，速度方向相反，如图 5-86 所示。当它们相遇时，相邻两端恰好相碰，而且粘接在一起形成一根长为 $2l$ 的直杆。

(1) 问碰撞后它们怎样运动？

(2) 求碰撞后的角速度。

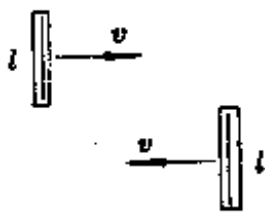


图 5-86

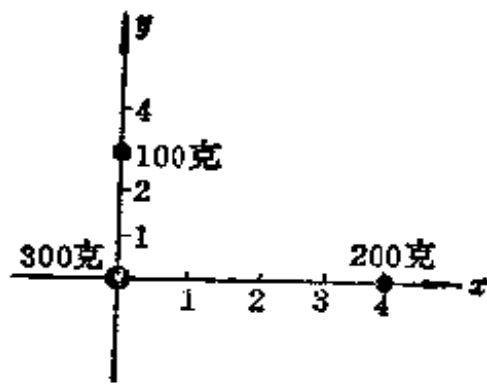


图 5-88

5-87 系统的质心位置与所选择的坐标系有关吗？设某系统的质心，在坐标系 K 中为 r_c ，在坐标系 K' 中为 r_c' 。有人说系统的质心移动了 $\Delta r = r_c' - r_c$ ，你的看法如何？

5-88 如图 5-88 所示，三个质量分别为 100 克、200 克、300 克的物体。求其质心位置 $C(x, y)$ 。

5-89 有三个质点， $m_1 = 4$ 公斤，在直角坐标系中位于 $(1, -3)$ ，受一沿 x 方向的作用力 $F_1 = 14$ 牛； $m_2 = 8$ 公斤，位于 $(4, 1)$ ，受一沿 y 方向的作用力 $F_2 = 16$ 牛； $m_3 = 4$ 公斤，位于 $(1, -1)$ ，受一沿 $-x$ 方向的作用力 $F_3 = 6$ 牛。它们分别在所受的力作用下由静止状态开始独立运动。试求：

- (1) 各自的加速度 a_1 、 a_2 和 a_3 ；
- (2) 初始时质心的位置；
- (3) 质心的加速度。

5-90 已知 $m_1 = 12$ 公斤， $m_2 = 20$ 公斤的两个小物体，一同放在水平的光滑桌面上，原来静止，相距 0.4 米，其间无相互作用。在 m_2 上沿两物体的中心连线方向作用一力 $F = 6.4$ 公斤，如图

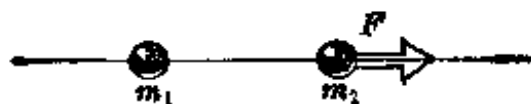


图 5-90

5-90 所示。试求：

- (1) 初始时体系质心的位置；
- (2) 质心的加速度 a_c ；
- (3) 三秒末质心移动的距离；
- (4) 在地面坐标系里 3.0 秒末体系的动能；
- (5) 在质心坐标系里 3.0 秒末体系的动能。

5-91 当两物体沿同一直线运动时，存在一特殊的坐标系，即质心坐标系，在这个坐标系里，一个物体的动量与另一物体的动量大小相等而方向相反。就是说，两物体的总动量为零。如果两物体的质量分别为 m_1 和 m_2 ，在实验室坐标系中运动速率分别为 v_1 和 v_2 。证明：质心坐标系相对于实验室坐标系的运动速率为：

$$V_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

5-92 如图 5-92 所示，在同一直线上有 N 个物体在运动着。它们的质量分别为 m_1, m_2, \dots, m_N ，运动速度分别为 v_1, v_2, \dots ，

v_N 。求它们质心的速度。



图 5-92

5-93 (1) 两物体在同一直线上运动, 总动能为 T , 在质心坐标系中它们的总动能为 T_{CM} , 证明:

$$T = T_{CM} + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_{CM}^2;$$

(2) 把此结果推广到 N 个物体的情况。

5-94 (1) 两个质量分别为 m_1 和 m_2 的质点, 在同一直线上运动, 速率分别为 v_1 和 v_2 。证明: 它们的质心的速率

$$V_C = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) v_2;$$

(2) 设上述两质点发生弹性碰撞, 碰撞后的速率分别为 u_1 和 u_2 , 求碰撞后质心的速率。

5-95 一质量为 $m_1 = 1.0$ 公斤、速度为 $\mathbf{V}_1 = 6\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ 米/秒运动的物体与一质量为 1.5 公斤、速度为 $\mathbf{V}_2 = -4\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$ 米/秒运动着的物体发生完全非弹性对心碰撞, 求碰撞前后两物体在质心坐标系中的动能。

5-96 质量为 $m_A = 1.0$ 公斤的物体在光滑的水平面上以 6.0 米/秒的速率向正北运动; 质量为 $m_B = 2$ 公斤的物体静止在水平面上, 两物体发生碰撞。碰后, m_A 向东北方向运动, 速率为 $2\sqrt{2}$ 米/秒, 试问:

- (1) 碰撞后 m_B 的速度如何?
- (2) 在质心坐标系中损失的动能是多少?
- (3) 在质心坐标系中 m_A 的运动方向偏转的角度是多少?

5-97 一质量为 m_0 、速率为 V_0 的粒子撞击一质量为 $2m_0$ 的