动力学方程的含义

现在我们来分析一下上一节最后一个方程究竟意味着什么。假定在某一给定的时刻t物体有一定的速度v和位置x。那么，在稍晚一点的时间$t+\varepsilon$时，速度与位置又各是多少呢？如果我们能够回答这一点，问题就解决了，因为这样我们就可以从给定的条件出发，计算第一个时刻它改变了多少，下一个时刻又改变了多少，等等，并按此方式逐步推断出物体的运动。具体地说，假定在时间$t=0$时，我们有$x=1$和$v=0$，那么究竟为什么物体会运动呢？因为除$x=0$外，物体处在任何位置时总有一个力作用在它上面。如果$x>0$，这个力就朝上。因此，根据运动定律，速度从0开始变化，一旦它获得一点点速度，物体就开始朝上运动，等等。现在，在任何时刻t，如果ε十分小，作为一个很好的近似，我们可以用在t时刻的位置和速度将$t+\varepsilon$时刻的位置表示为

$$x(t+\varepsilon)=x(t)+\varepsilon v(t) \tag{1}$$

ε越小，这个表达式越精确，即使ε不是小到趋于零，此式仍能达到有用的精确度。现在，速度又如何呢？为了求出后一时刻的速度，即$t+\varepsilon$时刻的速度，我们需要知道速度怎样变化，即加速度。我们将怎样去求加速度呢？动力学定律就在这种地方起作用。动力学定律告诉我们加速度有多大。它说加速度是$-x$

$$v(t+\varepsilon)=v(t)+\varepsilon a(t) \tag{2}$$

$$=v(t)-\varepsilon x(t) \tag{3}$$

(2)式只是运动学的方程，它表明速度的变化是由于存在加速度；但(3)式是动力学的方程，因为它将加速度和力联系起来，它表明对于这个特殊问题，在这个特定时刻，你可以用$-x(t)$来代替加速度。因此，如果我们知道在某一给定时刻的x与v，我们就知道加速度，而这又告诉我们新的速度，于是又可知道新的位置——这就是动力学方程的含义所在；由于有力，速度改变了一点点，而由于有速度，位置又改变了一点点。

现在我们来看看，单纯地从数学角度出发，为了知道以后任一时刻物体的位

置和速度，我们需要知道些什么东西？为了确定质点在时刻$t+\varepsilon$的位置和速度，我们不仅需要给出初始时刻t物体的位置和速度，还需要知道它在时刻t的加速度；当然为了确定在下一个时刻$t+2\varepsilon$的位置和速度，同样的我们需要知道$t+\varepsilon$的位置和速度特别是加速度，而$t+\varepsilon$这个角速度的获得又需要我们给出时刻t物体的加速度是如何变化的（“加加速度”？），等等。实际上，为了使得这一过程能够继续下去，从而确定在时刻t以后任一时刻物体的位置和速度，我们不仅需要给出t时刻物体的位置，而且还要知道这一时刻物体的速度以及位置对时间的其他各阶导数。

但是，动力学定律却对此作了截断：只要给出质点在某个时刻的位置和速度，我就能告诉你它以后是如何运动的（即以后任一时刻的位置和速度），至于加速度，那是由力来决定的。正由于此，物理上我们通常将位置和速度二者称为力学体系的状态参量，因为它决定了体系在给定时刻的状态，而位置和速度的变化，或者说状态的变化则是由动力学定律，也就是$\vec{F}=m\vec{a}$来确定的。