

2012年 中国科学技术大学 数学分析 考研真题答案解析

1、 解答. (1) 是. 比如正数列 $\{a_n = 2 + (-1)^n\}$, $\{b_n = 3 + (-1)^{n-1}\}$ 均发散, 但 $\{a_n + b_n = 5\}$ 收敛.

(2) 否. 设 f 在 $[a, b] \cap \mathbb{Q}$ 上取零值, 则对 $\forall x \in [a, b]$,

$$f(x) = \lim_{\mathbb{Q} \ni r_n \rightarrow x} f(r_n) = 0.$$

而 $f \equiv 0$.

(3) 否. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0$, 则由

$$\begin{aligned} \left| \frac{\max\{a_1, \dots, a_n\}}{n} \right| &\leq \frac{\max\{|a_1|, \dots, |a_n|\}}{n} \\ &\leq \max \left\{ \frac{\max\{|a_1|, \dots, |a_N|\}}{n}, \frac{|a_{N+1}|}{N+1}, \dots, \frac{|a_n|}{n} \right\} \end{aligned}$$

完整版, 请访问www.kaoyancas.net 科大科院考研网, 专注于中科大、中科院考研

$$\text{知 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\max\{a_1, \dots, a_n\}}{n} = 0.$$