

2007

1. (15分) 重为 W 、牵引力为 F 的一列火车所受阻力为 R 。当它从静止出发由一车站沿直线走过距离 s 到另一站停止时，如果途中不用刹车。求：

(1) 该列车行驶所需的最少时间；

(2) 途中最大速度为。

解：(1) 若所用时间最少，则列车在前一段时间 t_1 一直处于加速状态，后一段时间一直处于减速状态，设前一段时间加速度为 a_1 所用时间为 t_1 ，后一段时间加速度为 a_2 ，所用时间为 t_2 ，从而

$$\begin{cases} s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \\ s_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \\ a_1 t_1 = a_2 t_2 \\ s_1 + s_2 = s \end{cases} \quad \text{且 } a_1 = \frac{(F-R)g}{W}, \quad a_2 = \frac{Rg}{W}$$

从而可解得， $t = \sqrt{2s \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2} \right)} = \sqrt{\frac{2s}{g} \cdot \frac{WF}{R(F-R)}}$

(2) $v_{\max} = a_1 t_1 = \sqrt{\frac{2s a_1 a_2}{a_1 + a_2}} = \sqrt{2gs \frac{R(F-R)}{FW}}$

