

中国科学技术大学

2012 年硕士学位研究生入学考试试题参考答案

(量子力学)

【1 解 (20 分)】

$$H = \frac{1}{2\mu R^2} \hat{L}_3^2 = -\frac{\hbar^2}{2\mu R^2} \frac{d^2}{d\theta^2}$$

定态波函数及能级为

$$\psi_m(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\theta}, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$E_{|m|} = \frac{\hbar^2}{2\mu R^2} m^2$$

初始波函数归一化后为

$$\psi(0) = A \sin^2 \theta = \frac{1}{2} A (1 - \cos 2\theta) = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{1}{2} e^{i2\theta} - \frac{1}{2} e^{-i2\theta} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\psi_0 - \frac{1}{2} \psi_2 - \frac{1}{2} \psi_{-2} \right)$$

(a) t 时刻波函数为

$$\psi(t) = e^{-i\hat{H}t/\hbar} \psi(0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\psi_0 - \frac{1}{2} e^{-iE_2 t/\hbar} \psi_2 - \frac{1}{2} e^{-iE_{-2} t/\hbar} \psi_{-2} \right)$$